



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Методология моделирования систем

2019



Имитационное моделирование – разновидность аналогового моделирования, реализуемого набором математических инструментальных средств, технологий программирования, позволяющих посредством процессов-аналогов провести исследование объекта.

Имитационная модель – программный комплекс (программа), имитирующий деятельность объекта.



Основная цель – анализ динамических процессов в системах со сложными связями между элементами.

Моделирующий алгоритм позволяет по исходным данным о начальном состоянии процесса и его параметрах, получить сведения о состояниях процесса на каждом последующем шаге.



Имитационное моделирование используют при:

- дороговизне или невозможности проведения экспериментов на реальном объекте;
- невозможности построения аналитической модели (причинные связи, значительные нелинейности, случайные переменные);
- необходимости имитации поведения системы во времени.



Области применения имитационного моделирования:

- динамика населения;
- дорожное движение;
- логистика;
- производство;
- рынок и конкуренция, бизнес процессы;
- организации системы массового обслуживания;
- цепочки поставок;
- управление проектами;
- экосистемы.

Алгоритм имитационного моделирования



Построение имитационной модели заключается в описании:

- структуры системы и моделируемых процессов;
- динамики взаимодействий элементов системы.



Рис. 1. Процесс имитационного моделирования

При имитационном моделировании:

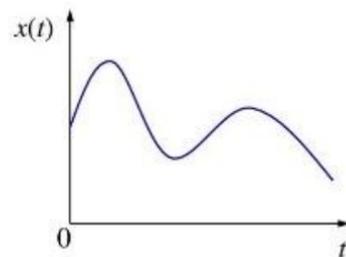
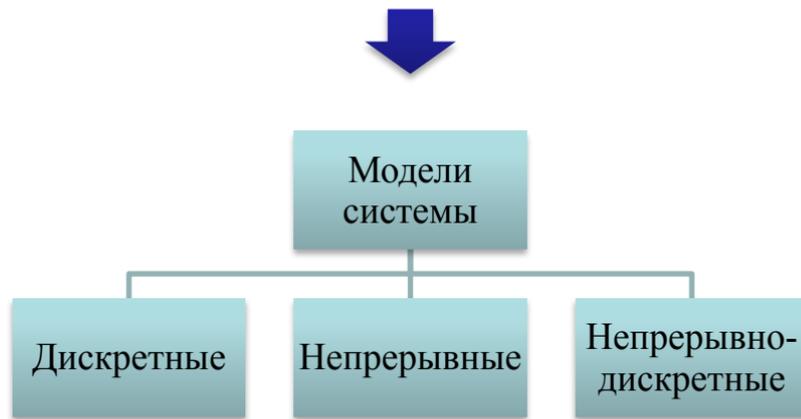
- система характеризуется набором переменных состояний, каждая комбинация которых описывает конкретное состояние;
- изменением значений этих переменных имитируют переход системы из одного состояния в другое.



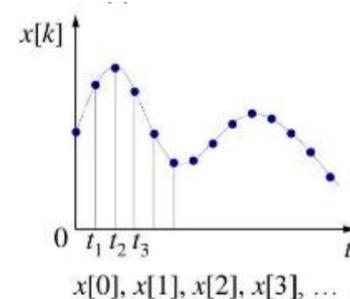
**Ключевой момент имитационного моделирования –
выделение и описание состояний системы.**

Требуется представление динамического поведения системы посредством продвижения ее от одного состояния к другому.

Изменения состояний могут происходить непрерывно либо дискретно.



Непрерывная
функция времени



Дискретная
последовательность

Рис. 2. Функции описания
систем

Базовые концепции структуризации и формализации имитационных систем

Широко используемые методы анализа систем и построения имитационных моделей:

- процессно-ориентированный подход;
- сети кусочно-линейных агрегатов, моделирующие дискретные и непрерывно-дискретные системы;
- потоковые диаграммы;
- агентное моделирование;
- уравнения системной динамики, являющиеся моделями непрерывных систем;
- сети Петри, служащие для алгоритмизации динамики дискретных и дискретно-непрерывных систем.

Процессно-ориентированные дискретные имитационные модели

В дискретных имитационных системах изменение состава и состояния происходит в дискретные моменты времени, называемые событиями.

Событие – изменение состояния модели, произошедшее в результате множества взаимодействий между компонентами модели в один и тот же момент времени

Процесс – это ориентированная во времени последовательность событий, которая может состоять из нескольких действий

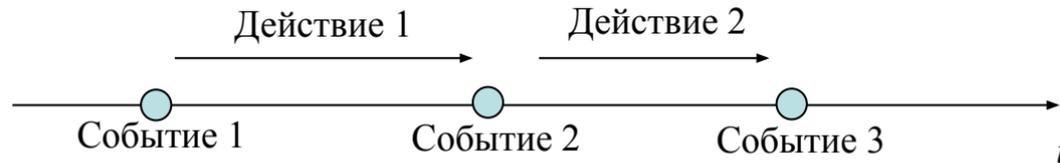


Рис. 3. Схема моделируемого процесса



Примеры моделируемых объектов:

- транспортные объекты, склады, производственные системы;
- магазины, торговые объекты;
- сети ЭВМ, системы передачи сообщений.

Формальные модели таких объектов:

- системы массового обслуживания (СМО) и стохастические сети;
- автоматы;
- сети Петри

и др.



Системы массового обслуживания

Имитационное моделирование возникло для обоснования решений в рамках задач массового обслуживания (задачи об очередях).

Цель исследования очередей – **оптимизация издержек**:

Что выгоднее:

- принять на работу несколько сотрудников, чтобы уменьшить время ожидания клиентов в очереди;
- сэкономить на заработной плате сотрудников, уменьшив их количество.

СМО – абстрактный объект, в котором выполняется последовательность операций, включающий совокупность устройств обслуживания, связанных логическим порядком.

В соответствии с этой логикой происходит движение материальных носителей – заявок на обслуживание от канала (ОУ) к каналу (ОУ).

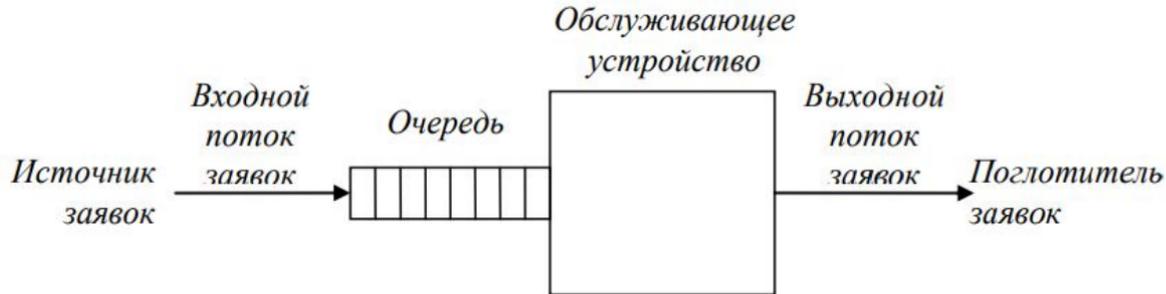


Рис. 4. Структура СМО

Обслуживающее устройство – элемент системы, в котором происходят операции

В момент выполнения операций он занят, иначе - свободен.

Если канал (ОУ) свободен, то заявка принимается к обслуживанию.

Обслуживание каждой заявки каналом означает задержку в нем заявки на время, равное периоду обслуживания.

После обслуживания заявка покидает устройство обслуживания.

Таким образом, ОУ характеризуется временем обслуживания заявки.

В СМО каждая заявка проходит этапы:

- 1) появление заявки на входе в систему;
- 2) ожидание в очереди;
- 3) процесс обслуживания, после которого заявка покидает систему.

Этапы характеризуются случайными величинами.

Заявка характеризуется:

- моментом появления на входе системы;
- статусом по отношению к другим заявкам;
- параметрами, определяющими потребности во временных ресурсах на обслуживание.

Появление заявки

Постоянно поступающие заявки на обслуживание образуют поток заявок – совокупность заявок, распределенную во времени.

Поток заявок с точки зрения обслуживания: однородный (все заявки равноправны) или неоднородный.

Основной параметр потока заявок – промежуток времени между моментами поступления двух соседних заявок.

Поток заявок может быть стационарным и нестационарным (например, изменяться от времени суток).



Пример. Простейший поток (однородный стационарный поток без последствий*)

В этом случае для описания процесса используют распределение Пуассона:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!},$$

где $p(x)$ – вероятность поступления x заявок в единицу времени;

x – число заявок в единицу времени, $x=0, 1, 2, \dots$;

λ – среднее число заявок в единицу времени (темп поступления заявок).

*события, образующие поток, появляются в последовательные моменты времени независимо друг от друга.



Ожидание в очереди

Характеристики очереди:

- правило обслуживания;
- длина очереди.

Правило обслуживания, например,

- «первым пришёл – первым ушёл» FIFO (First In, First Out);
- очередь с приоритетами;

и др.



Длина очереди:

- ограничена (не увеличивается до бесконечности). При достижении максимального размера очереди, следующая заявка в систему не допускается;
- не ограничена, если в очереди может находиться любое число заявок, например, очередь автомобилей на бензозаправке.

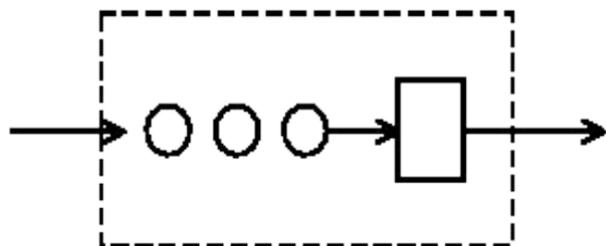
Процесс обслуживания

Характеристики процесса обслуживания:

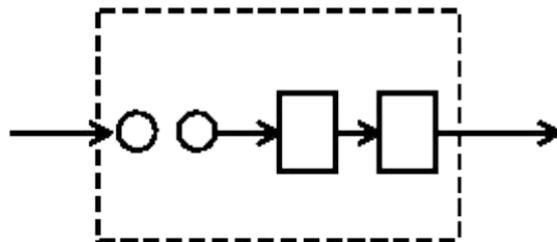
- конфигурация системы обслуживания;
- режим обслуживания.

Конфигурация системы обслуживания:

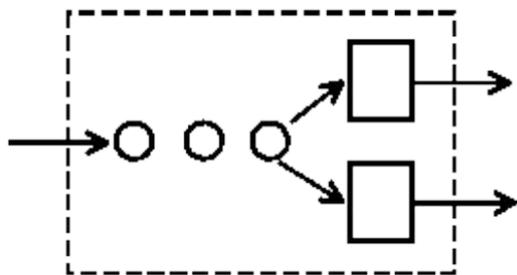
- одноканальная или многоканальная система обслуживания;
- однофазное или многофазная система обслуживания.



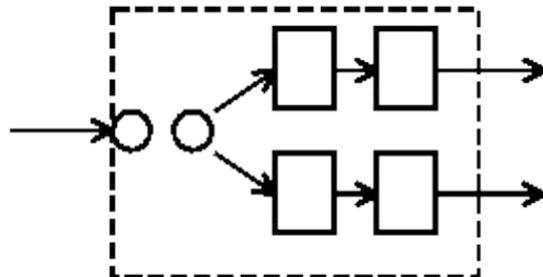
Одноканальная однофазовая система.



Одноканальная двухфазовая система



Двухканальная однофазовая система.



Двухканальная двухфазовая система

Рис. 5. Конфигурации СМО

Примеры

Одноканальная система – ресторан, обслуживающий клиентов в автомобилях.

Многоканальная система – банк с несколькими окошками для обслуживания.

Однофазовая – ресторан для обслуживания автомобилей, в котором официант получает деньги и приносит заказ в автомобиль.

Многофазовая – заказ в одном месте, оплата его в другом, получение пищи в третьем.



Режим обслуживания – время обслуживания:

- случайное – во многих случаях подчиняется экспоненциальному закону распределения;

$$F(t) = p(\tau < t) = 1 - e^{-\mu t},$$

где $p(\tau < t)$ – вероятность того, что фактическое время τ обслуживания заявки не превысит заданной величины t ;

μ – среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени.

- детерминированное.

Технические и экономические характеристики

Наиболее часто используются следующие технические параметры:

- среднее время, которое клиент проводит в очереди;
- средняя длина очереди;
- среднее время, которое клиент проводит в системе обслуживания;
- среднее число клиентов в системе обслуживания;
- вероятность того, что система обслуживания окажется незанятой;
- вероятность определенного числа клиентов в системе.



Среди экономических характеристик наибольший интерес представляют:

- издержки ожидания в очереди;
- издержки ожидания в системе;
- издержки обслуживания.

Модели массового обслуживания

В зависимости от сочетания приведенных выше характеристик – разные модели СМО.

Наиболее известные модели имеют следующие общие характеристики:

- пуассоновское распределение вероятностей поступления заявок,
- стандартное поведение заявок;
- правило обслуживания *FIFO*,
- единственная фаза обслуживания.

Модел ь	Название	Пример	Число каналов	Числ о фаз	Темп поступления заявок	Темп обслуживания	Число клиентов	Порядо к
A	Простая система	Справочное бюро в магазине	Один	Одна	Пуассоновское	Экспоненциальное	Неограниченное	<i>FIFO</i>
B	Многоканальная	Кассы аэрофлота	Несколько	Одна	Пуассоновское	Экспоненциальное	Неограниченное	<i>FIFO</i>
C	Равномерное обслуживание	Автоматическая мойка	Один	Одна	Пуассоновское	Постоянный	Неограниченное	<i>FIFO</i>
D	Ограниченная популяция	Самолеты небольшой авиакомпании	Один	Одна	Пуассоновское	Экспоненциальное	Ограниченное	<i>FIFO</i>
E	Ограниченная длина очереди	Количество посадочных мест в парикмахерской	Несколько	Одна	Пуассоновское	Экспоненциальное	Ограниченное	<i>FIFO</i>

Модель А – одноканальная СМО с пуассоновским входным потоком заявок и экспоненциальным временем обслуживания.

Наиболее часто встречаются задачи массового обслуживания с единственным каналом.

Клиенты формируют единственную очередь, которая обслуживается одним рабочим местом.



Типовые условия:

- принцип обслуживания: первым пришел – первым обслужен (каждый клиент ожидает своей очереди до конца независимо от длины очереди);
- появления заявок – независимые события (среднее число заявок в единицу времени неизменно);
- процесс поступления заявок описывается пуассоновским распределением;
- время обслуживания описывается экспоненциальным распределением;
- темп обслуживания выше темпа поступления заявок.

Число заявок в единицу времени: λ .

Число клиентов, обслуживаемых в единицу времени: μ

Среднее число клиентов в системе $L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$

Среднее время обслуживания одного клиента в системе: $W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$

Среднее число клиентов в очереди: $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$

Среднее время ожидания клиента в очереди: $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$

Параметр утилизации (загруженности системы): $r = \frac{\lambda}{\mu}$

Вероятность отсутствия заявок в системе: $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

Вероятность более чем k заявок в системе: $P_{n>k} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k+1}$

n — число заявок в системе.

Модель В – многоканальная СМО (открыты два или более каналов)

Предполагается, что клиенты ожидают в общей очереди и обращаются в первый освободившийся канал обслуживания.

Пример – банки.

Вызывают в порядке очередности.

Поток заявок – пуассоновский закон, время обслуживания – экспоненциальный.

Каналы обслуживания работают в одинаковом темпе.

Формулы для описания системы:

Вероятность того, что система свободна $P_0 = \left(1 + \frac{r}{1!} + \frac{r^2}{2!} + \dots + \frac{r^n}{n!} + \frac{r^{n+1}}{n!(n-r)} \right)^{-1}$

Вероятность того, что в системе находится n заявок $P_n = \frac{r^n}{n!} \cdot P_0$

Вероятность того, заявка окажется в очереди $P_n = \frac{r^{n+1}}{n!(n-r)} \cdot P_0$

Среднее число занятых каналов $\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = r$

Среднее число заявок в очереди $L_q = \frac{r^{n+1}}{n \cdot n! \left(1 - \frac{r}{n}\right)^2} \cdot P_0$

Среднее число заявок в системе $L_s = L_q + r$

Время нахождения заявки в очереди $W_q = \frac{1}{\lambda} \cdot L_q$

Время нахождения заявки в системе. $W_s = \frac{1}{\lambda} \cdot L_s$

Модель C – модель с постоянным временем обслуживания.

Клиенты обслуживаются в течение фиксированного периода времени, как, например, на автоматической мойке автомобилей.

Для модели *C* с постоянным темпом обслуживания значения величин L_q , W_q , L_s и W_s меньше, чем соответствующие значения в модели *A*, имеющей переменный темп обслуживания.



Формулы, описывающие модель С:

Средняя длина очереди:
$$L_q = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)}$$

Среднее время ожидания в очереди:
$$W_q = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)}$$

Среднее число клиентов в системе:
$$L_s = L_q + r$$

Среднее время ожидания в системе:
$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Модель D – модель с ограниченной популяцией.

Число потенциальных клиентов системы обслуживания ограничено.

Задача может возникнуть, например, если речь идет об обслуживании оборудования фабрики, имеющей пять станков.

Особенность модели по сравнению с рассмотренными ранее в том, что существует взаимозависимость между длиной очереди и темпом поступления заявок.

Модель E – модель с ограниченной очередью.

Модель отличается от предыдущих тем, что число мест в очереди ограничено.

В этом случае заявка, прибывшая в систему, когда все каналы и места в очереди заняты, покидает систему не обслуженной, т.е. получает отказ.



Пример. Работа парикмахерской в терминах модели массового обслуживания.

- обслуживающее устройство – парикмахер;
- механизм формирования очереди – комната ожидания;
- генератор заявок – клиенты парикмахерской.



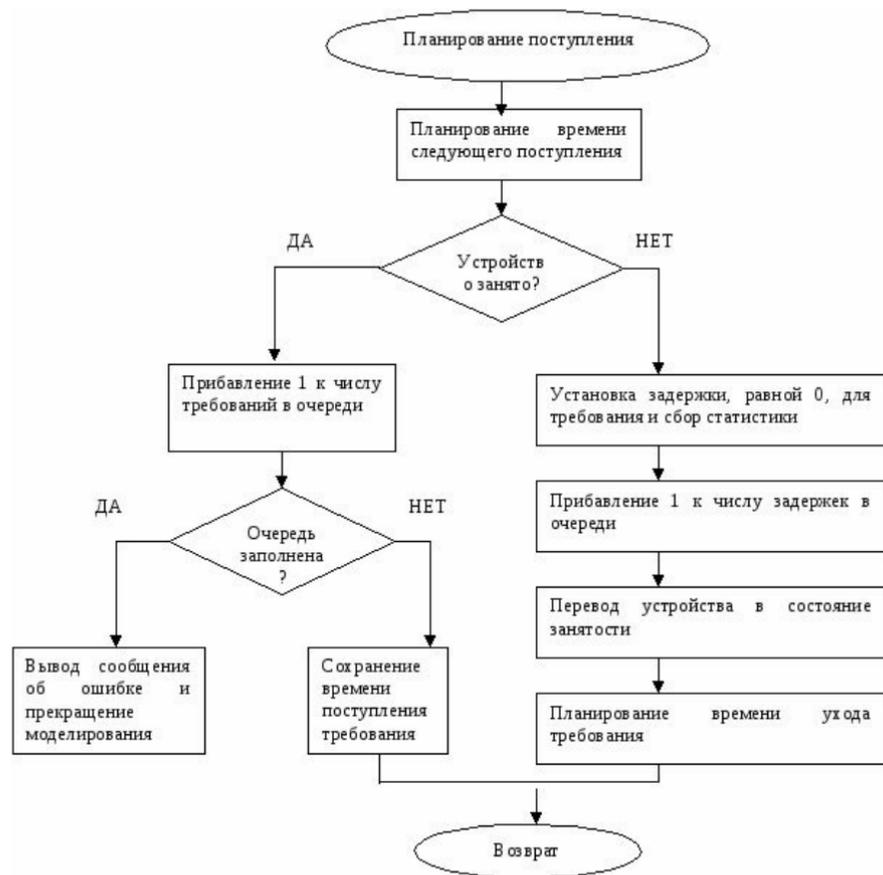
Сущность метода имитационного моделирования для СМО состоит в следующем.

Используются специальные алгоритмы, позволяющие вырабатывать случайные реализации потоков событий и моделировать процессы функционирования обслуживающих систем.

Осуществляется многократное воспроизведение, реализация случайных процессов обслуживания.

На выходе модели проводится статистическая обработка полученных данных

Оценка показателей качества обслуживания.



Агрегативные модели. Кусочно-линейный агрегат

Кусочно-линейный агрегат (КЛА) изображается в виде преобразователя (рис. 2.5), функционирующего во времени $t \in [0, \infty)$.

Входной сигнал на КЛА имеет вид $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, а выходной $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

В каждый момент времени КЛА находится в некотором состоянии z со значениями из множества Z .

КЛА описывается множествами X, Y, Z .

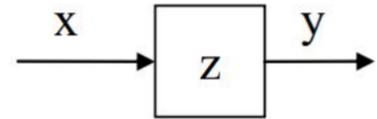


Рис. 6 Общий вид преобразователя

В КЛА могут происходить события двух видов:

- внутренние – достижение траекторией КЛА некоторого подмножества состояний Z ;
- внешние – поступление входного сигнала.

Динамика КЛА носит «событийный» характер.

Между событиями состояние КЛА изменяется детерминированным образом.

Каждому состоянию z ставится в соответствие величина $\tau = \tau(z)$, трактуемая как потенциальное время до наступления очередного внутреннего события.

Состояние КЛА в момент t^* – наступление события является случайным.

В момент t^* наступления внутреннего события выдается выходной сигнал y^* , содержание которого зависит лишь от z^*

После случайного скачка $\tau(z)$ вновь определяется время до наступления внутреннего события.

В момент t^{**} наступления внешнего события, связанного с поступлением входного сигнала, состояние КЛА z^{**} является случайным, зависящим от x .

В момент t^{**} формируется выходной сигнал y^{**} , содержание которого определяется x и z^{**} .

Входными x_i и выходными y_j сигналами, а также состояниями z КЛА являются данные в виде списков, массивов и др.

Пример. Моделирование работы ремонтных модулей поточной вагоноремонтной линии

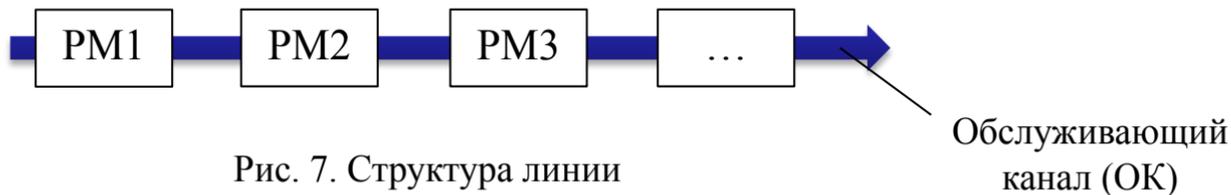


Рис. 7. Структура линии

PM – одноканальная СМО с неограниченным ожиданием.

Поступающий сигнал – информация о том, что перед PM появился ремонтируемый вагон, который нуждается в ремонте (в PM находится вагон на обслуживании).

Выходной сигнал – информация о том, что PM закончил обслуживание (PM свободен).

Может быть требование: должно быть свободное место в очереди к следующему PM.



КЛА в промежутке между дискретными значениями времени поступления сигналов может находиться в одном из возможных состояний:

- РМ находится в стадии ожидания поступления вагона;
- РМ находится в стадии обслуживания требования;
- РМ обслужил вагон и находится в стадии ожидания, когда он покинет РМ;
- вагон находится в РМ, но РМ его не обслуживает по причине отказа;
- РМ находится в стадии ремонта, вагон в агрегате отсутствует.

Потоковые диаграммы

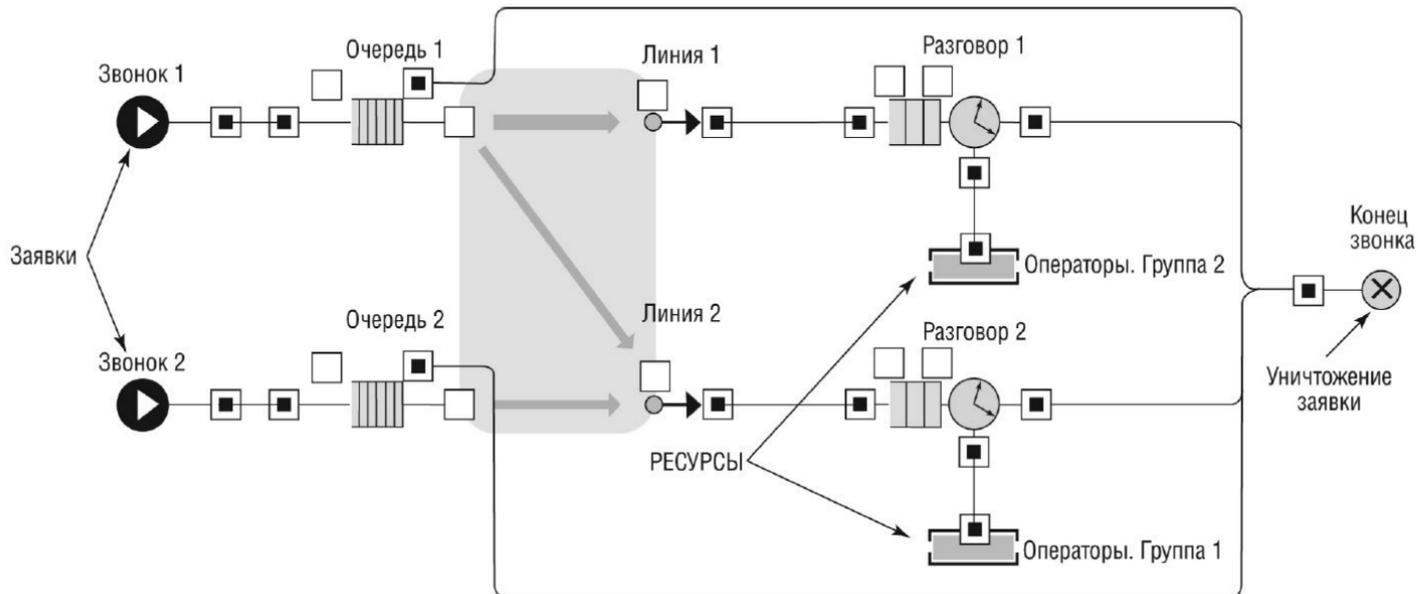


Рис. 8. Пример потоковой диаграммы «обработка звонков в call-центре»

Агентное моделирование

Агент – индивидуализированный активный объект (человек, транспортное устройство, компанию, населенный пункт).

Различают модели уровней:

- высокого (агент – компания, страна),
- среднего (агент – транспортная единица),
- низкого (агент – отдельный человек).

Возможно сочетание нескольких уровней.

Зависимости между агрегированными величинами получаются в процессе моделирования индивидуального поведения десятков, сотен или тысяч агентов, их взаимодействия друг с другом и с объектами, моделирующими окружающую среду.

Например, при исследовании в модели будут заложены возможные реакции отдельного человека на изменение цены, его потребительские характеристики, возможности «общения» и обмена информацией (влияния на поведение друг друга).

Модель может учитывать пространственные характеристики, взаиморасположение агентов по отношению друг к другу и объектам окружающей среды.

Преимущества агентного подхода:

- отсутствие предопределенности в поведении системы на глобальном уровне, что может привести к появлению новых гипотез о ее функционировании в ходе симуляции модели;
- реализм и гибкость в описании системы, возможность моделировать самые сложные нелинейные обратные связи;
- использовать любой необходимый уровень детализации и абстракции;
- возможность моделирования общения и обмена информацией.



Задача:

- наличие адекватных данных;
- логика поведения отдельного агента в терминах, доступных для обработки ПК.
- приходится моделировать иррациональные вещи, например, психологию поведения, выбора, привычки человека;
- могут возникнуть вычислительные сложности, поскольку агентные модели в среднем требуют больших аппаратных и программных мощностей для проведения симуляций.

Применение агентного моделирования (в эпидемиологии)

Простейший пример диаграммы, согласно которой моделируется распространение заболевания. Из рисунка видно, что при агентном подходе предметом моделирования является поведение отдельного объекта, а глобальное состояние системы является следствием.

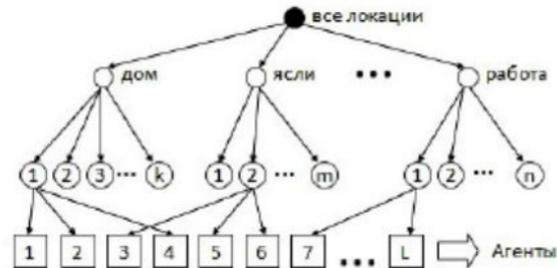


Рис. 8. Структура взаимоотношений

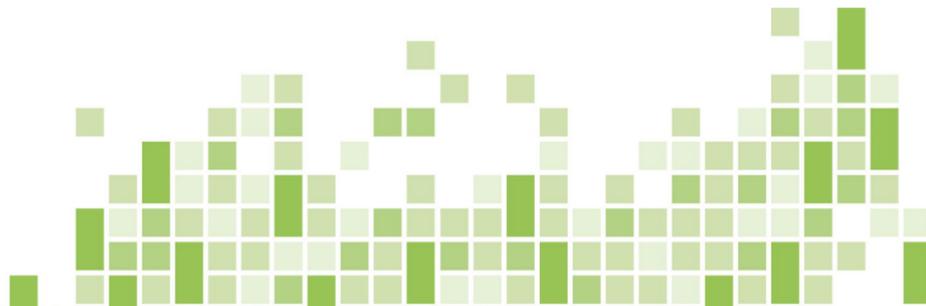


В эпидемиологии агентный подход позволяет моделировать сложные социальные сети, в том числе с учетом пространственного фактора, контакты между людьми, разную восприимчивость людей и степень их иммунитета.

Это позволяет добиваться хороших результатов при прогнозировании скорости и характера распространения заболевания.



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Методология моделирования систем

2019