

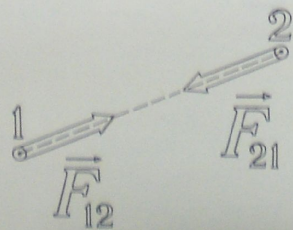
# ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x, \\ m\ddot{y} = F_y, \\ m\ddot{z} = F_z \end{cases}$$



ИСААК НЬЮТОН  
(1643 - 1727)



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

# Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

**Первый закон Ньютона (законом инерции ):**

всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

Первый закон Ньютона утверждает существование  
инерциальных систем отсчета.

Первый закон Ньютона выполняется в **инерциальных  
системах отсчета.**

Стремление тела сохранять состояние покоя или  
равномерного прямолинейного движения называется  
**инертностью.**

**Масса** тела — физическая величина, определяющая ее инерционные (**инертная** масса) и гравитационные (**гравитационная** масса) свойства.

**Сила** — это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

**Второй закон Ньютона:** ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \quad \vec{P} = m\vec{v},$$

# Уравнение движения материальной точки

В механике большое значение имеет

## принцип независимости действия сил:

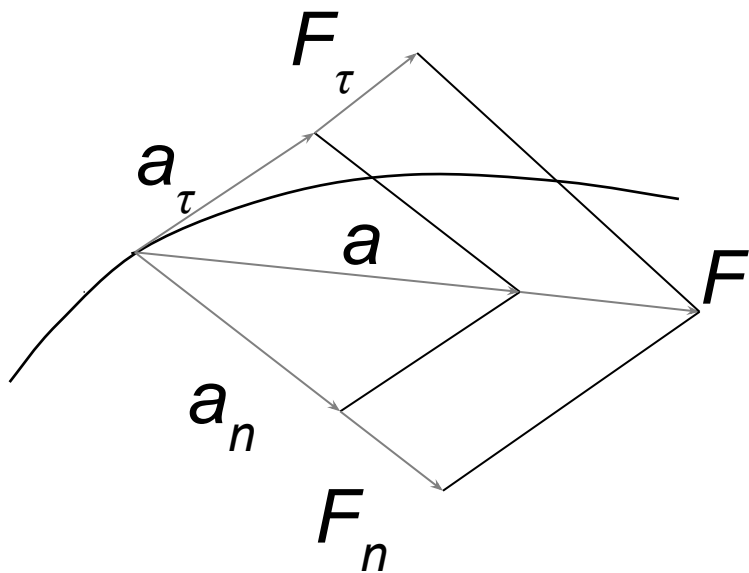
если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

Единица силы в СИ—**ньютон** (Н): 1 Н — сила, которая массе в 1 кг сообщает ускорение  $1 \text{ м/с}^2$  в направлении действия силы:  $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг м/с}^2$

# Принцип независимости действия сил

- Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было.



$$a_\tau = dv / dt$$

$$a_n = v^2 / R$$

$$v = R\omega$$

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}; \quad F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

# Третий закон Ньютона

- Силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки.

Сила, действующая на  
первую материальную точку  
со стороны второй

Сила, действующая на  
вторую материальную точку  
со стороны первой

$$\vec{F}_{12}$$

$$\vec{F}_{21}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

# Силы трения

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение.

**Внешним трением** называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о **трении покоя**, если же происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о **трении скольжения, качения** или **верчения**.

**Внутренним трением** называется трение между частями одного и того же тела, например между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою.

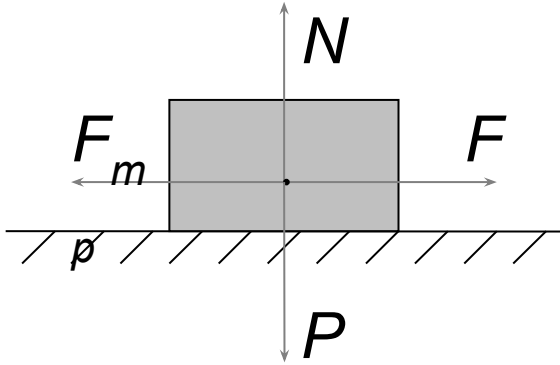


Рисунок 11

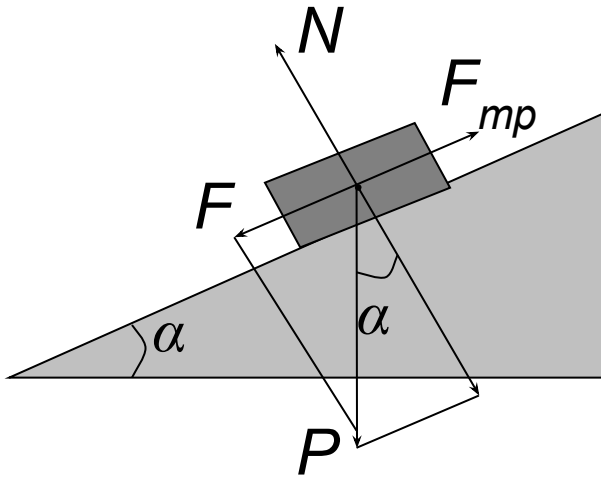


Рисунок 12

$$F_{mp} = fN$$

$$F = F_{mp},$$

$$P \sin \alpha_0 = fN = fP \cos \alpha_0,$$

$$f = \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$F_{mp} = f_{\text{учт}} (N + Sp_0),$$

$$F_{mp} = f_{\kappa} N / r$$



Совокупность материальных точек (тел),  
рассматриваемых как единое целое, называется

## **МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ**

- Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются **внутренними**.
- Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**.
- Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** (или **изолированной**).

# Рассмотрим механическую систему, состоящую из *многих* тел

$$\overset{\sphericalangle}{F}'_1, \overset{\sphericalangle}{F}'_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}'_n$$

- равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел

$$\overset{\sphericalangle}{F}_1, \overset{\sphericalangle}{F}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}_n$$

- равнодействующие внешних сил действующих на каждое из этих тел

$$m_1, m_2, \dots, m_n$$

- массы и

$$v_1, v_2, \dots, v_n$$

- скорости тел системы

# закон Ньютона для каждого из тел механической системы

$$\frac{d}{dt}(m_1 \overset{\boxtimes}{v}_1) = \overset{\boxtimes}{F}'_1 + \overset{\boxtimes}{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt}(m_2 \overset{\boxtimes}{v}_2) = \overset{\boxtimes}{F}'_2 + \overset{\boxtimes}{F}_2,$$

.....,

$$\frac{d}{dt}(m_n \overset{\boxtimes}{v}_n) = \overset{\boxtimes}{F}'_n + \overset{\boxtimes}{F}_n.$$

**Складывая почленно эти уравнения, получим**

$$\frac{d}{dt}(m_1 \overset{\boxtimes}{v}_1 + m_2 \overset{\boxtimes}{v}_2 + \dots + m_n \overset{\boxtimes}{v}_n) = \overset{\boxtimes}{F}'_1 + \overset{\boxtimes}{F}'_2 + \dots + \overset{\boxtimes}{F}'_n + \overset{\boxtimes}{F}_1 + \overset{\boxtimes}{F}_2 + \dots + \overset{\boxtimes}{F}_n.$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 \overset{\boxtimes}{v}_1 + m_2 \overset{\boxtimes}{v}_2 + \dots + m_n \overset{\boxtimes}{v}_n) = \overset{\boxtimes}{F}_1 + \overset{\boxtimes}{F}_2 + \dots + \overset{\boxtimes}{F}_n.$$

$$\frac{d\overset{\boxtimes}{P}}{dt} = \overset{\boxtimes}{F}_1 + \overset{\boxtimes}{F}_2 + \dots + \overset{\boxtimes}{F}_n.$$

$$\overset{\boxtimes}{P} = \sum_{i=1}^n m_i \overset{\boxtimes}{v}_i$$

# Закон сохранения импульса

(для замкнутой системы)

- **Закон сохранения импульса – фундаментальный закон природы.** Он справедлив не только в классической физике, но и в квантовой механике.
- Закон сохранения импульса является следствием **однородности пространства.**
- **Однородность пространства** заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, т.е. не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

$$\frac{dP}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i v_i) = \mathbf{0} , \quad P = \sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{const.}$$

# Центр масс (или центр инерции)

механической системы

- это воображаемая точка  $C$ , положение которой характеризует распределение массы этой системы.

Её радиус-вектор равен:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m},$$

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m}.$$

$$m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$\vec{P}_i = m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{P} = m \vec{v}_C,$$

# Закон движения центра масс

- **Центр масс замкнутой системы, либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.**

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n,$$

# Уравнение движения тела переменной массы

- Изменение импульса системы за отрезок времени  $dt$

$$d\vec{P} = \left[ (m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm(\vec{v} + \vec{u}) \right] - m\vec{v},$$

$$d\vec{P} = m d\vec{v} + \vec{u} dm = 0 \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{u} \frac{dm}{dt},$$

$$\vec{v} = -\vec{u} \int \frac{dm}{m} = -\vec{u} \ln m + C.$$

$$\vec{u} \frac{dm}{dt}$$

называют реактивной силой



Если в начальный момент времени скорость ракеты равна нулю, а ее стартовая масса  $m_0$  то

$$C = u \ln m_0 .$$

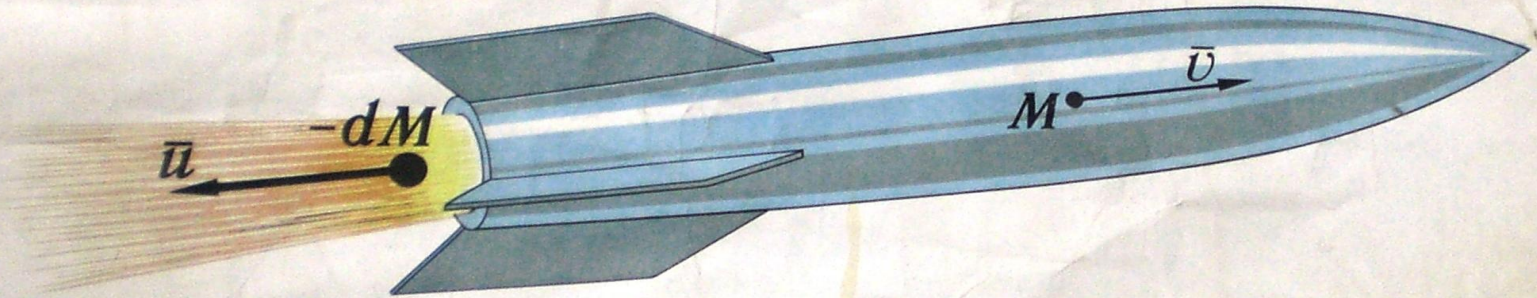
Следовательно,

$$v = u \ln (m_0 / m) \text{ — формула Циолковского}$$

из которой следует:

- 1) чем больше конечная масса ракеты  $m$ , тем больше должна быть стартовая масса ракеты;
- 2) чем больше скорость истечения  $u$  газов, тем больше может быть конечная масса при данной стартовой массе ракеты.

# Уравнение движения тела переменной массы



УРАВНЕНИЕ МЕЩЕРСКОГО

$$\frac{dM}{dt} (\bar{u} - \bar{v}) = \bar{F}_p$$

$M$  - МАССА РАКЕТЫ В МОМЕНТ  $t$ ;

$v$  - СКОРОСТЬ РАКЕТЫ;

$u$  - СКОРОСТЬ ОТБРАСЫВАЕМОЙ МАССЫ (ГАЗА);

$F_p$  - РЕАКТИВНАЯ СИЛА, ОБУСЛОВЛЕННАЯ ИСТЕЧЕНИЕМ ГАЗОВ

СКОРОСТЬ РАКЕТЫ ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ  
ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗОВ  $u - v = 2000 \text{ м/с}$

$M/M_0$	1,00	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,05	0,01	0,001	0,0001
$v \text{ (м/с)}$	0	446,3	1022	1832	3218	4605	5991	9210	13815	18420

$M_0$  - НАЧАЛЬНАЯ МАССА РАКЕТЫ