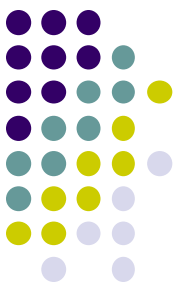


Компьютерный практикум по математическому анализу в

среде Matlab Практическое занятие 8



<http://serjmak.com/2students/matlabma/seminar8>
<http://serjmak.com/2students/matlabma/seminar8.ppt>

Темы

Вычисления, связанные с рядами. Числовые ряды, определение сходимости ряда с помощью признаков сходимости. Функциональные ряды, степенные ряды. Разложение функций в степенной ряд.

Теория:

http://serjmak.com/2students/matlabma/1.%20Matlab7_Anufr.pdf

[1] (стр. 767-769)

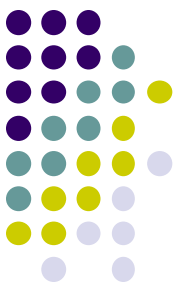
http://serjmak.com/2students/matlabma/Polovko_Butusov_MATLAB_dlya_studenta.pdf

(стр. 72-77)

<http://pandia.ru/text/79/302/12002.php>

<http://www.studfiles.ru/preview/4437092/>

Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

Разложение функции $y = f(x)$ в степенной ряд осуществляется по формуле Тейлора:

$$f(x) = f(a) + (x-a) \frac{f'(a)}{1!} + (x-a)^2 \frac{f''(a)}{2!} + \dots + (x-a)^n \frac{f^{(n)}(a)}{n!} + \dots$$

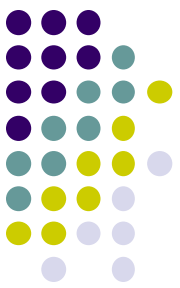
В формуле используются следующие обозначения:

- ♦ a — значение аргумента x функции $y = f(x)$, вокруг которого происходит разложение в ряд;
- ♦ $f(a), f'(a), f''(a), \dots, f^{(n)}(a)$ — значения функции и ее производных в точке a .

При $a = 0$ формула называется *рядом Маклорена* и имеет вид:

$$f(x) = f(0) + x \frac{f'(0)}{1!} + x^2 \frac{f''(0)}{2!} + \dots + \frac{x^n f^{(n)}(0)}{n!}.$$

Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

Определение. Если при $n \rightarrow \infty$ существует конечный предел последовательности частичных сумм

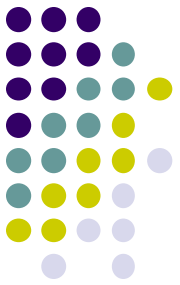
S_n ряда (1), то ряд называется *сходящимся* и число $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ называется его *суммой*.

Если последовательность $\{S_n\}$ не стремится к пределу, то ряд называется *расходящимся*. Отметим, что

ряд может расходиться в двух случаях: 1) если $S_n \rightarrow \infty$, 2) если $\{S_n\}$ колеблющаяся. В обоих

случаях говорят, что ряд суммы не имеет.

Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

`taylor(a,b,c,d)` – разложение математических функций в ряд Тейлора, например:

```
f=sym('1/x');
```

```
tf=taylor(f);
```

```
pretty(tf)
```

функция `pretty` отображает результат в более понятном, красивом, “естественном” с точки зрения человека виде.

`a` – сама функция; `b` – по какой переменной производить разложение, если `a` – это функция нескольких переменных; `c` – точка, в окрестности которой проводится разложение; `d` – параметры (например: `'Order',5`-количество членов разложения 5 (максимальная степень ряда)).

В составе Symbolic Math Toolbox есть Taylor tool, который позволяет наглядно экспериментировать с разложением функция в ряд Тейлора.

`symsum(a,b,c,d)` – нахождение символьных выражений для сумм, в том числе и бесконечных; `a` – слагаемое, зависящее от суммы (символьное выражение, стоящее под знаком суммы); `b` – индекс; `c` – нижний предел суммы; `b` – верхний предел суммы, например:

Matlab: задание



- 1) Разложите функцию $1/(1+x)$ в ряд Тейлора и представьте результат в красивом виде.
- 2) Разложите функцию $1/(x+y)$ в ряд Тейлора с 7 членами разложения сначала по x , затем – по y .
- 3) Разложите в ряд Тейлора функцию $x*\sin(x)$ с 10 членами разложения в окрестности $x=2$.

4) Найдите суммы: $s = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$ $s = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$.

- 5) Определите, сходится ли ряд, сумма которого задана формулой $(1/2)*(1-(1/3)^n)$. Найдите эту сумму.
- 6) Создайте функцию, которая строит в одной системе координат график последовательности членов ряда и график последовательности частичных сумм ряда; входные параметры функции – формула общего члена последовательности и число рассматриваемых членов; выходные параметры – значение суммы. Примените эту функцию для исследования следующих рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} 0,3^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} 1,5^n$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$.