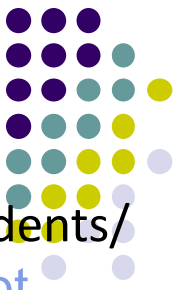


# Компьютерный практикум по алгебре в среде

## Matlab Практическое занятие 8



<http://serjmak.com/2students/matlab/seminar><http://serjmak.com/2students/matlab/seminar8.ppt>

### Темы

Разреженные матрицы. Создание разреженных матриц. Хранение, восстановление, обработка, операции с разреженными матрицами.

Теория:

[http://serjmak.com/2students/matlab/1.%20Matlab7\\_Anufr.pdf](http://serjmak.com/2students/matlab/1.%20Matlab7_Anufr.pdf)

[1] (стр. 692-708)

# Краткая теория и операции в Matlab



Матрицы, содержащие достаточно большое количество нулевых элементов по сравнению с ненулевыми, называется **разреженной**.

$AN = \text{sparse}(A)$  – получение компактного хранения разреженной матрицы  $A$  в виде 2 столбцов: первого – с координатами (строка, столбец) ненулевого элемента, второго – со значением этого элемента.

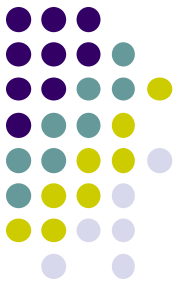
$\text{whos } A \ AN$  – команда, позволяющая посмотреть размер переменных, класс и количество памяти, занимаемой этими переменными (в данном случае - матрицами).

$B = \text{full}(AN)$  – возврат к полному представлению из разреженной матрицы  $AN$  в обычную исходную матрицу  $A=B$ .

Разреженную матрицу можно создать с помощью `sparse` непосредственно:  $AN = \text{sparse}(irow, jcol, nzer, m, n)$ , где  $irow$  – вектор строчных индексов (координат) ненулевых элементов,  $jcol$  – вектор столбцевых индексов ненулевых элементов,  $nzer$  – вектор значений ненулевых элементов матрицы,  $m$  – количество строк исходной полной матрицы,  $n$  – количество столбцов.

$[ir, jr, nz] = \text{find}(AN)$  – функция возвращает координаты ненулевых элементов в матрице и их значения.

# Краткая теория и операции в Matlab



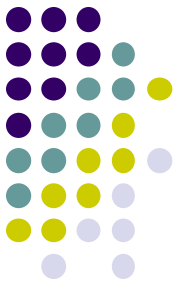
Матрица, записанная в компактной форме, может быть считана функцией `load('filename.dat')` и затем преобразована функцией `spconvert` в массив `sparse array`. При этом текстовый файл `filename.dat` состоит из 3 столбцов: в первых двух записывают строковые и столбцовые индексы ненулевых элементов, а в третьем – их значения.

Другой способ хранения разреженной матрицы – по диагоналям, при этом нулевые диагонали игнорируются, запоминаются только диагонали с ненулевыми элементами. Заполнение происходит с нижней ненулевой диагонали, при этом недостающие элементы побочных диагоналей дополняются нулями в конце столбца для нижних и в начале – для верхних диагоналей, таким образом получая матрицу  $B$  ненулевых диагоналей исходной матрицы  $A$ . Далее создаётся вектор  $d$  с информацией о соответствии столбца матрицы  $B$  номеру диагонали в  $A$ , при этом главная диагональ имеет номер 0, нижние диагонали нумеруются отрицательными числами, верхние – положительными.

Функция `A=spdiags(B,d,n,m)` служит для компактного хранения разреженной матрицы  $n$  на  $m$  по диагоналям.

`[B d]=spdiags(A)` – обратная задача.  $A$  – исходная полная матрица

# Краткая теория и операции в Matlab



Функция `spy(A)` выводит шаблон матрицы в графическое окно. Ленточная матрица – это разреженная матрица, которая похожа на ленту, параллельную главной диагонали, благодаря тому, что ненулевые элементы в основном расположены близко к главной диагонали.

Для того, чтобы прижать ненулевые элементы ближе к главной диагонали, используют функции упорядочения, например `symrcm`, обеспечивающую уменьшение ширины ленты. Входным аргументом этой функции является упакованная разреженная матрица, а на выходе получается вектор, содержащий перестановки номеров строк и столбцов.

Функция `symrcm` основана на алгоритме Катхилла-Макки с обратным упорядочением, который уменьшает не только ширину ленты матрицы, но и её профиль. Количество всех элементов матрицы, входящих в ленту переменной ширины (оболочку матрицы), называется профилем. Профильная схема является обобщением ленточной – допускается переменная ширина ленты в каждой строке матрицы.

`% symrcm usage hint:`

`b=symrcm(B1)`

`Bc=full(B1(b,b))`

## Matlab: задание



- 1) Задайте матрицу  $A$  и затем матрицу  $AN$ , содержащую компактное представление  $A$ . Затем восстановите матрицу из компактного вида обратно в полный

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

- 2) Создайте матрицу  $A$  из п. 1 с помощью `sparse(irow,jcol,nzer,m,n)`. Проверьте полученный результат, превратив эту матрицу обратно в полную (ср. с  $A$ ). посчитайте место, которое занимают в памяти полная и компактная матрицы.
- 3) Найдите все ненулевые элементы компактной матрицы  $AN$  (используя функцию `find`).
- 4) Создайте компактный вид матрицы  $A$  ( $AN$ ) в текстовом файле (\*.dat) и загрузите из него эту матрицу, превратив её затем в полную (функции `load`, `spconvert` и `full`).
- 5) Упакуйте матрицу из п. 1 по диагоналям, затем проверьте результат, превратив её снова в полную.

## Matlab: задание



- 6) Задайте матрицу  $B$ , затем упакуйте её двумя способами, проверьте правильность упаковки, вернув из упакованного вида обратно в полный, и посчитайте, сколько занимают памяти упакованная и распакованная матрицы.

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

- 7) Отобразите шаблон матрицы  $B$  из п.6, используя функцию `spy`.  
8) Произведите упорядочение упакованной матрицы  $B$  (`symrcm`) и восстановите полную матрицу  $B$  после упорядочения. Снова отобразите шаблон упорядоченной матрицы и сравните с результатом из п. 7.

- 9) Выполните разложение Холецкого матрицы  $B$  (справа) без предварительного уменьшения профиля, затем примените алгоритм Катхилла-Макки с обратным упорядочением для уменьшения профиля и сравните количество ненулевых элементов в множителях

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$