

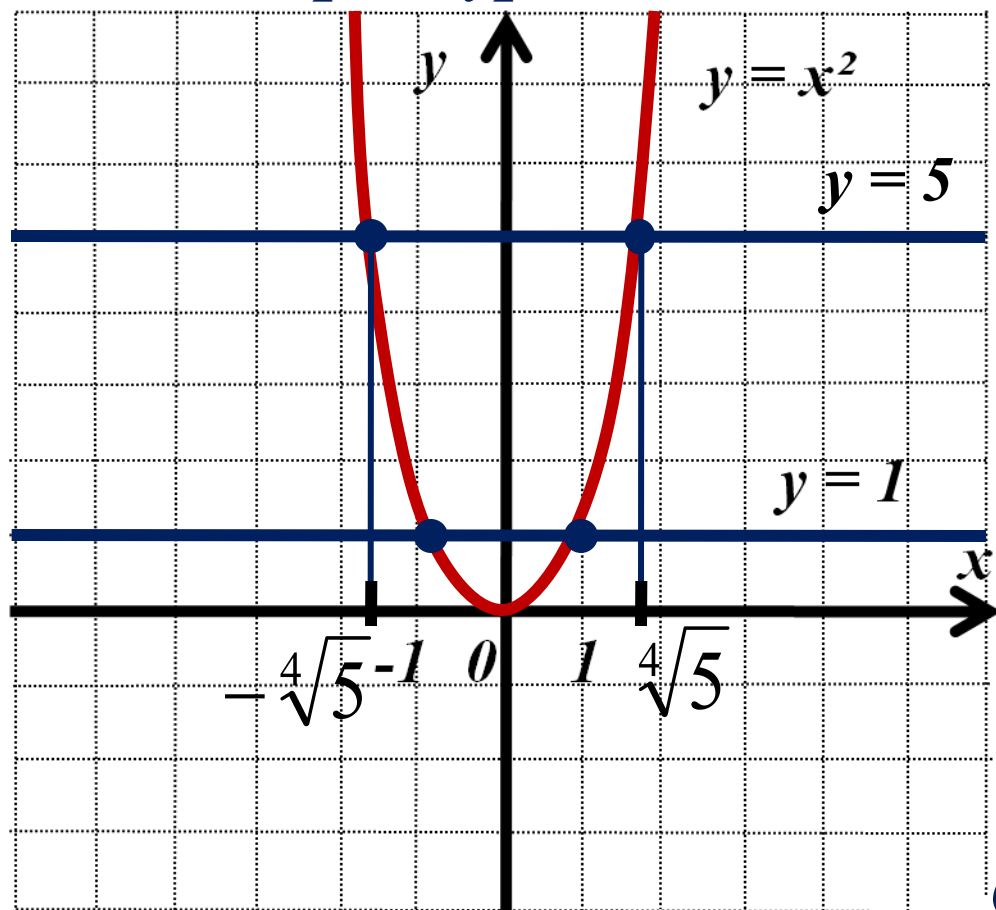
Понятие корня n – й степени из действительного числа



Какая кривая является графиком функции $y = x^2$?

Какая кривая является графиком функции $y = x^4$?

Рассмотрим уравнение $x^4 = 1$.



*Построим графики
функций
 $y = x^4$ и $y = 1$.*

Ответ: $x = 1$, $x = -1$.

*Аналогично:
 $x^4 = 16$.*

Ответ: $x = 2$, $x = -2$.

*Аналогично:
 $x^4 = 5$.*

Ответ: $x = \sqrt[4]{5}$, $x = -\sqrt[4]{5}$

Рассмотрим уравнение $x^5 = 1$. Построим графики функций

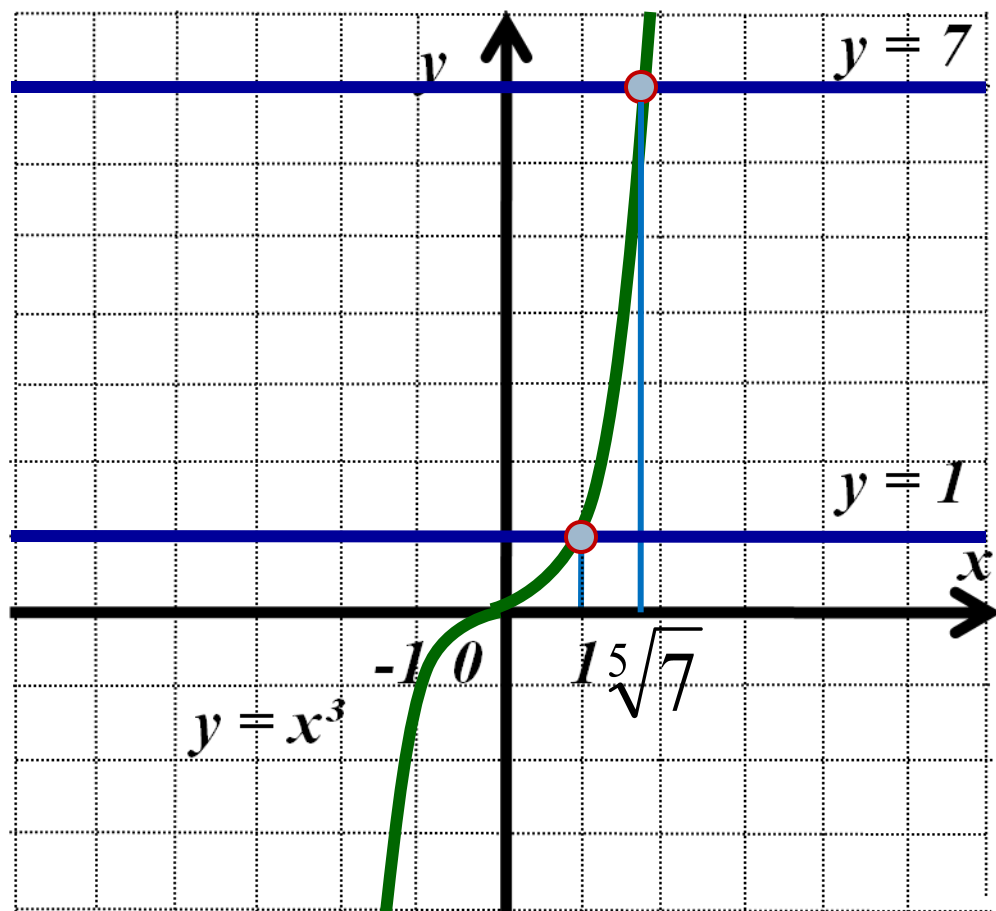
$$y = x^5 \text{ и } y = 1.$$

Ответ: $x = 1$.

Аналогично:

$$x^5 = 7.$$

Ответ: $x = \sqrt[5]{7}$



Рассмотрим уравнение: $x^n = a$

где $a > 0$, $n \in \mathbb{N}$, n

Если n - чётное, то уравнение $x^n = a$ имеет два корня: $-\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{a}$ Если n - нечётное, то один корень: $\sqrt[n]{a}$

Определение 1 :

Корнем n – й степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое неотрицательное число, которое при возведении в степень n даёт в результате число a .

Это число обозначают: $\sqrt[n]{a}$

- **подкоренное выражение**

- **показатель корня**

Если $a \geq 0$, $n = 2, 3, 4, 5, \dots$, то

$$1) \sqrt[n]{a} \geq 0; \quad 2) (\sqrt[n]{a})^n = a;$$

Операцию нахождения корня из неотрицательного числа называют **извлечением корня**.

Операция извлечение корня является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень.

<i>Возведение в степень</i>	<i>Извлечение корня</i>
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$
$0,3^4 = 0,0081$	$\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$

*Иногда выражение $\sqrt[n]{}$ называют **радикалом** от латинского слова **radix** – «корень».*

*Символ $\sqrt{}$ - это стилизованная буква **r**.*



Пример 1:

Вычислить: а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt[3]{0,125}$; в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17}$

Решение:

а) $\sqrt{49} = 7$, так как $7 > 0$ и $7^2 = 49$;

б) $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$, так как $0,5 > 0$ и $0,5^3 = 0,125$;

в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17} \approx 2,03$

Определение 2 :

Корнем нечётной степени n из отрицательного числа a ($n = 3, 5, \dots$) называют такое отрицательное число, которое при возведении в степень n даёт в результате число a .



Итак

Если $a < 0$, $n = 3, 5, 7, \dots$, то
1) $\sqrt[n]{a} < 0$; 2) $(\sqrt[n]{a})^n = a$;

Вывод:

*Корень чётной степени имеет смысл
(т.е. определён) только для неотрицательного
подкоренного выражения; корень нечётной степени
имеет смысл для любого подкоренного выражения.*

Пример 2:

Решите уравнения: $\sqrt[3]{3x + 4} = -2$

$$\sqrt[4]{3x - 2} = 1 \quad \sqrt[4]{2 - 5x} = -4 \quad \sqrt[6]{x^2 - 5x + 68} = 2$$

а) $\sqrt[3]{3x+4} = -2$

Возведём обе части уравнения в куб:

$$3x + 4 = -8 \quad 3x = -12 \quad x = -4$$

б) $\sqrt[4]{3x-2} = 1$

Возведём обе части уравнения в четвёртую степень:

$$3x - 2 = 1 \quad 3x = 3 \quad x = 1$$

в) $\sqrt[4]{2-5x} = -4$ *Решений нет. Почему?*

г) $\sqrt[6]{x^2 - 5x + 68} = 2$

Возведём обе части уравнения в шестую степень:

$$x^2 - 5x + 68 = 64 \quad x^2 - 5x + 4 = 0 \quad x_1 = 1, x_2 = 4$$

