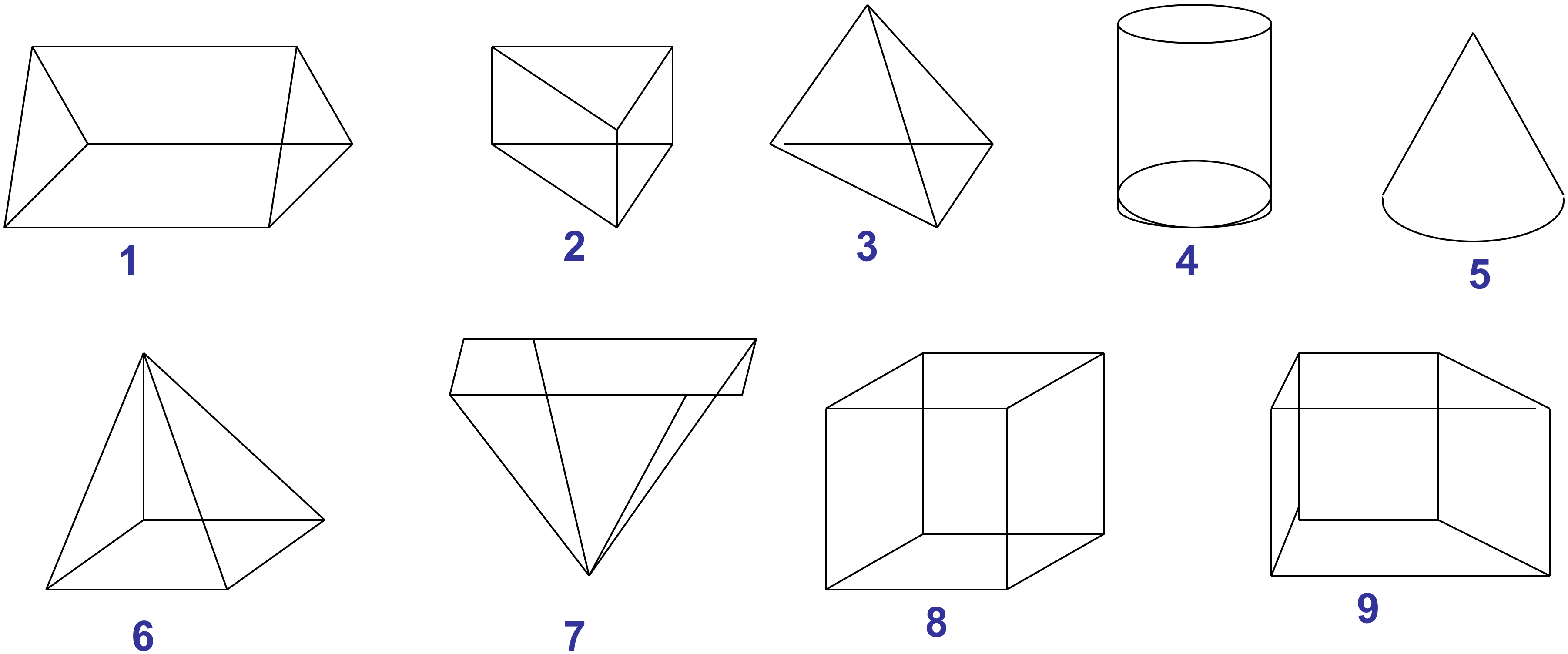
Пирамида

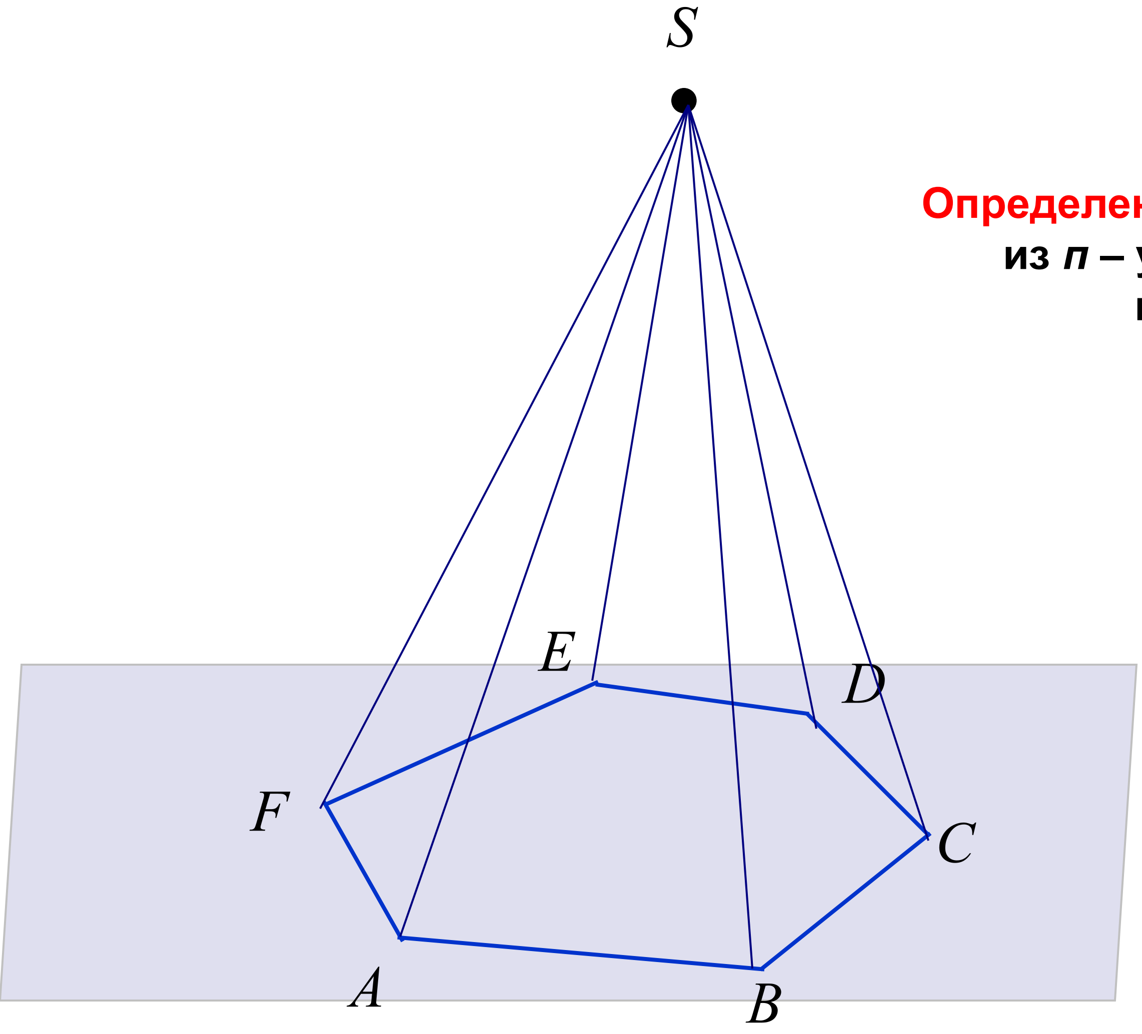
Правильная пирамида

Среди изображенных тел выберите номера тех, которые являются пирамидами



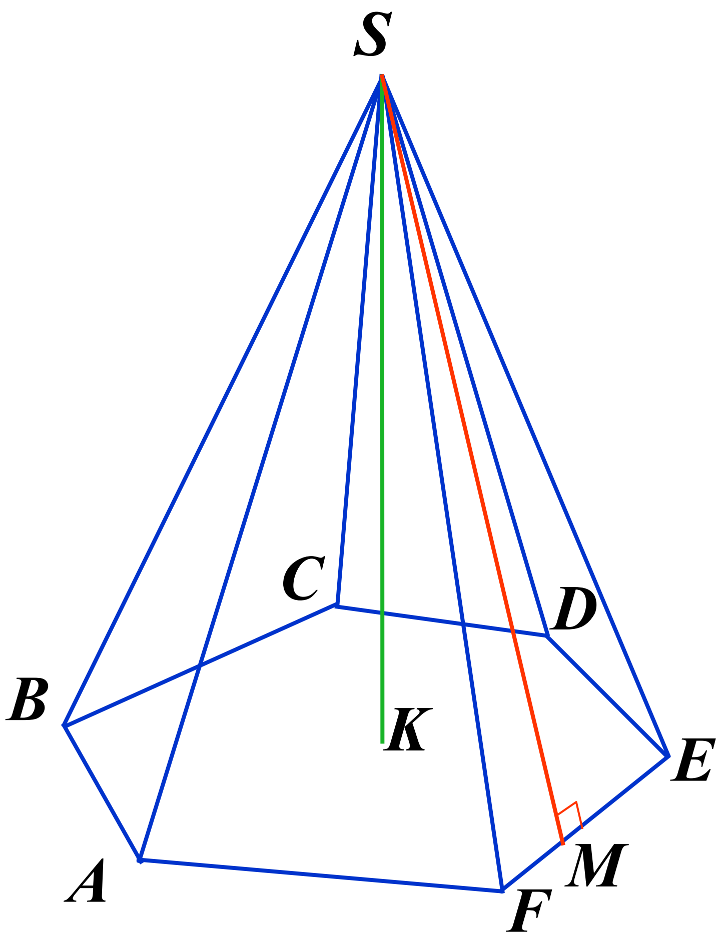
пирамидами являются тела под номерами 3, 6, 7

SABCDEF - **пирамида**



Определение. **Многогранник, составленный из *n* – угольника и *n* треугольников, называется пирамидой**

SABCDEF - **пирамида**



п –угольник *ABCDEF* — **основание**

точка *S* — **вершина**

отрезки *SA, SB, SC, SD, SE, SF* — **боковые ребра**

треугольники *SAB, SBC, SCD, SDE, SEF, SAF* — **боковые грани**

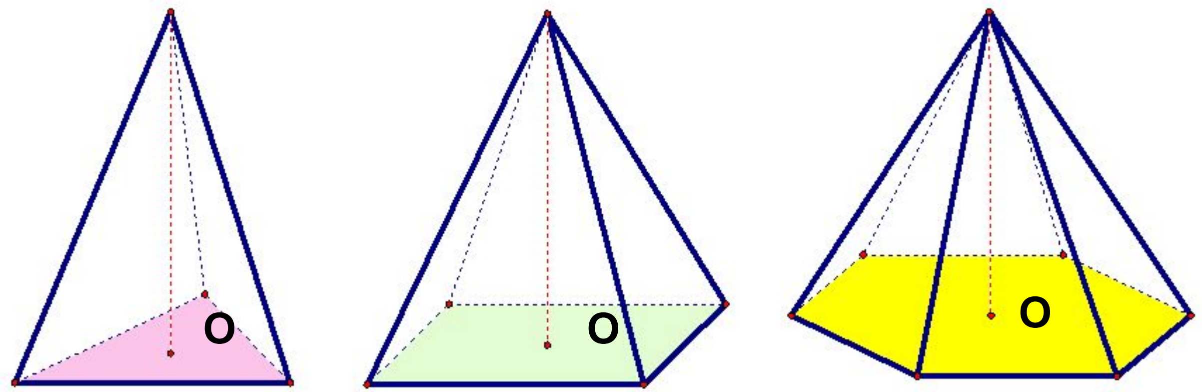
перпендикуляр *SK*, проведенный из вершины пирамиды к ПЛОСКОСТИ основания — **высота пирамиды**

перпендикуляр *SM*, проведенный из вершины треугольника к СТОРОНЕ основания — **высота боковой грани**

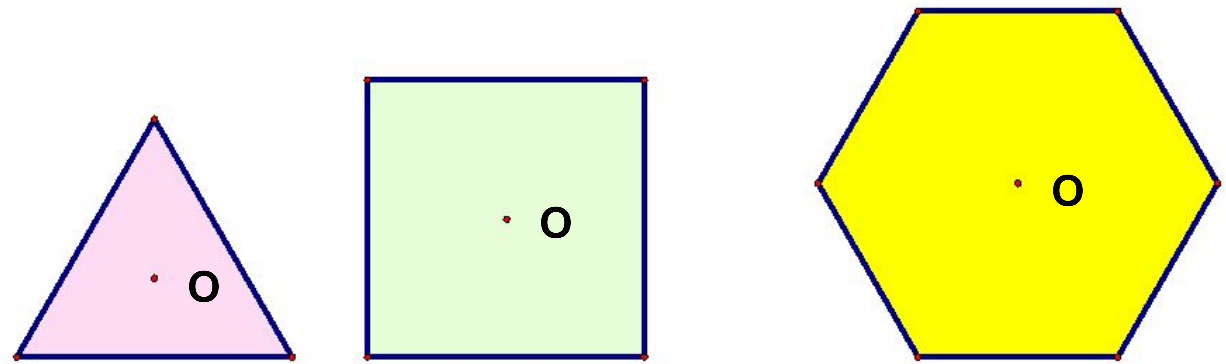
Правильная пирамида

Определение. **Пирамида называется <u>правильной</u>, если её основанием является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.**

Центром правильного многоугольника называется центр вписанной в него (или описанной около него) окружности

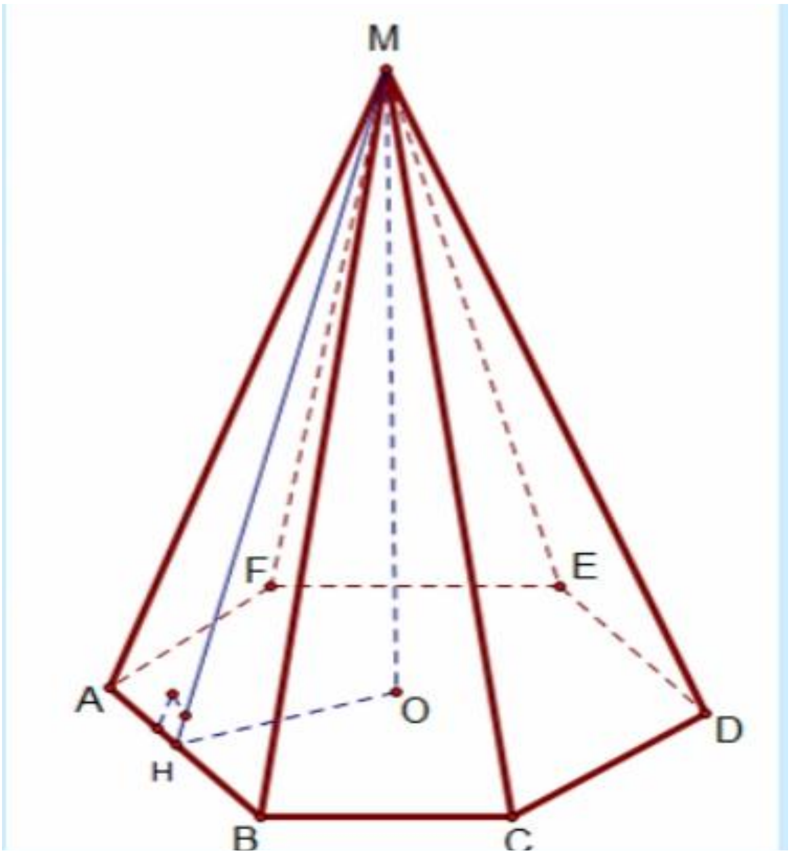


Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равнобедренными треугольниками



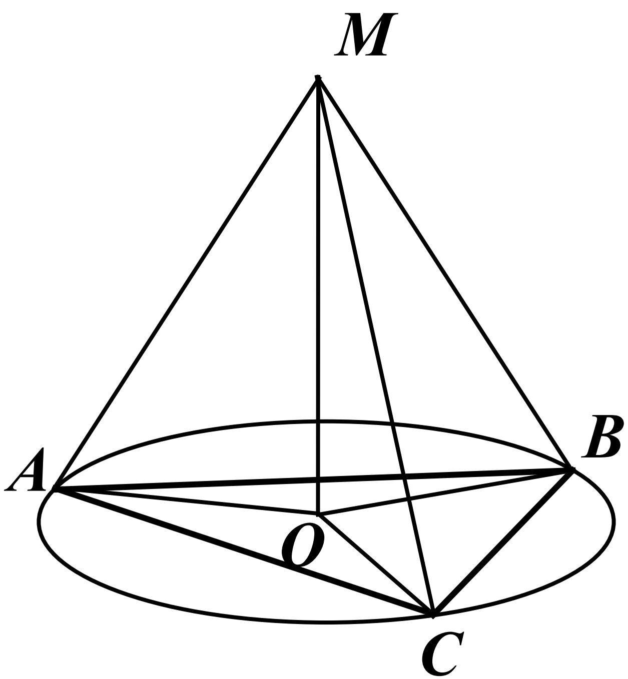
Апофема правильной пирамиды

Апофема - это высота боковой грани *<u>правильной</u>* пирамиды, проведенная из вершины пирамиды к стороне основания



***MH* – апофема правильной пирамиды**

Свойство точки, равноудаленной от вершин многоугольника



Если точка, не лежащая в плоскости выпуклого многоугольника, равноудалена от вершин многоугольника, то основание перпендикуляра, проведенного из этой точки к плоскости, является центром окружности, описанной около многоугольника.

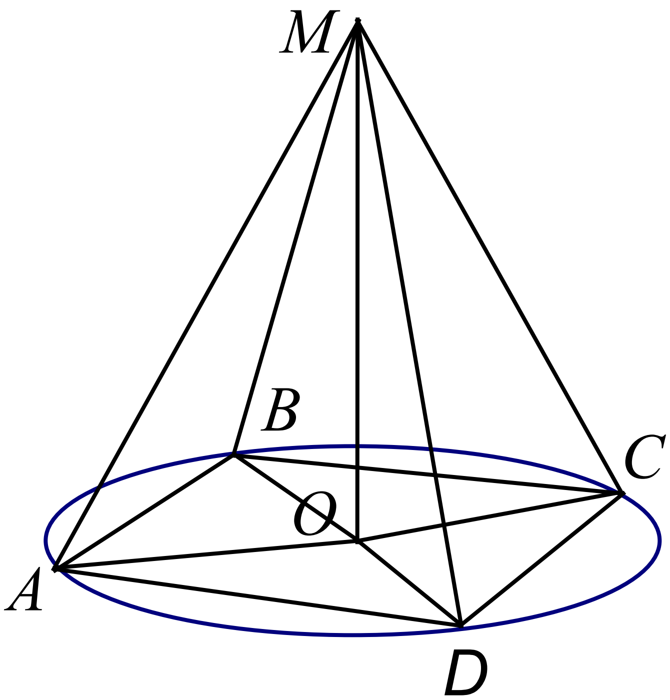
1. Если $MA = MB = MC$ **и** $MO \perp (ABC)$, **то т.О – центр описанной около него окружности**

Если прямая, перпендикулярная плоскости многоугольника, проходит через центр описанной около многоугольника окружности, то каждая точка этой прямой равноудалена от вершин многоугольника.

1. Если $MO \perp (ABC)$, **и т.О – центр описанной около него окружности, то**

$MA = MB = MC$

Пирамиды, в которых:



1) высота проходит через центр описанной около основания окружности.

2) Все боковые ребра равны

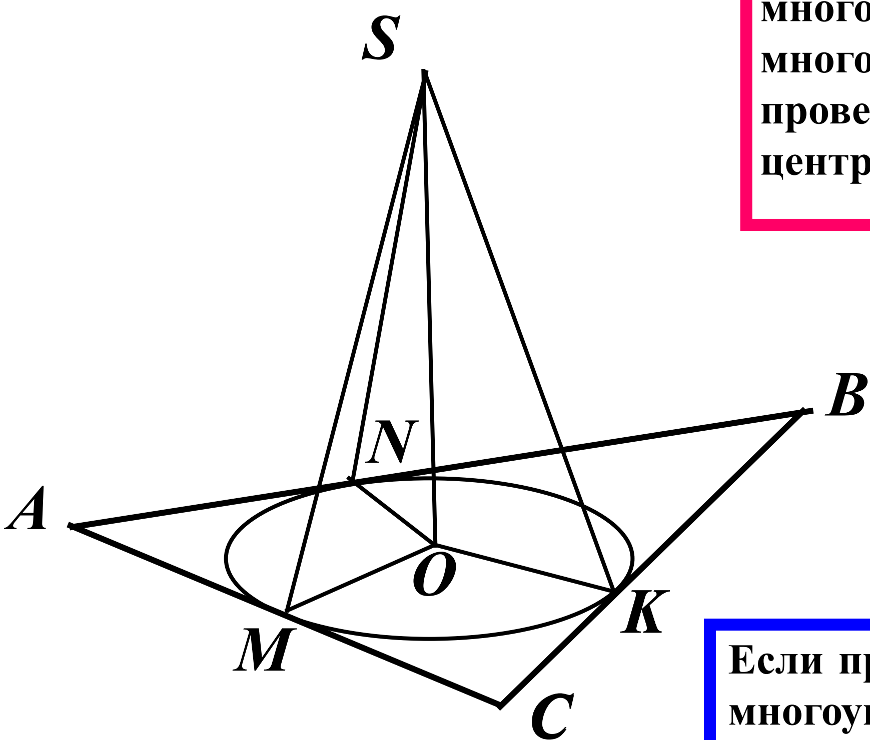
3) Все боковые ребра образуют равные углы с плоскостью основания

4) Все боковые ребра образуют равные углы с высотой пирамиды

Если пирамида обладает хотя бы одним из перечисленных свойств, то она обладает и остальными.

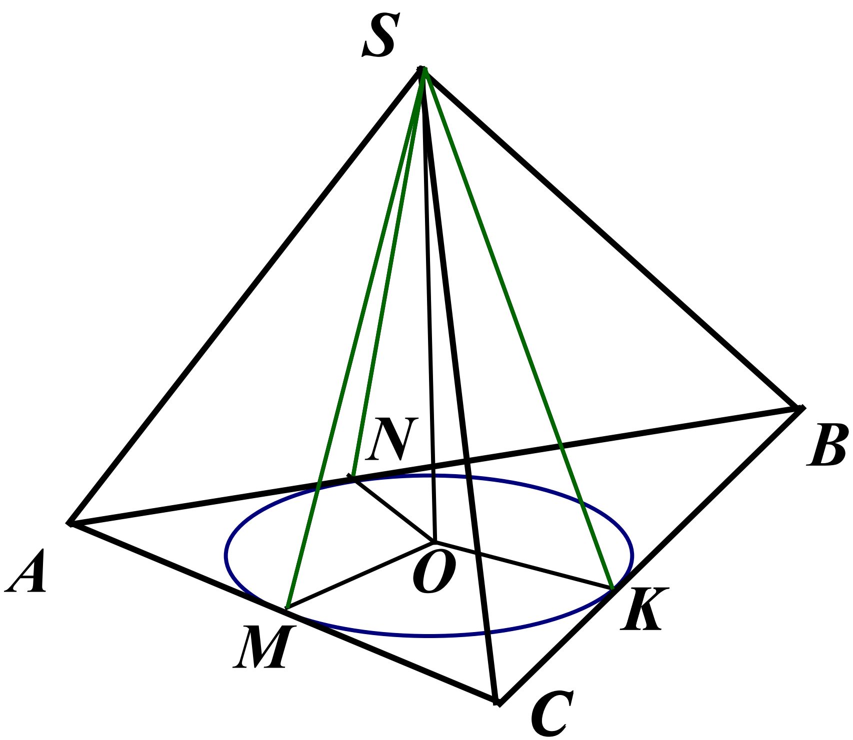
Свойство точки, равноудаленной от сторон многоугольника

Если точка, не лежащая в плоскости выпуклого многоугольника, равноудалена от сторон многоугольника, то основание перпендикуляра, проведенного из этой точки к плоскости, является центром окружности, вписанной в многоугольник.



Если прямая, перпендикулярная плоскости многоугольника, проходит через центр вписанной в многоугольник окружности, то каждая точка этой прямой равноудалена от сторон многоугольника.

Пирамиды, в которых:



1) высота проходит через центр вписанной в основание окружности.

2) Все высоты боковых граней равны

3) Все двугранные углы при основании равны

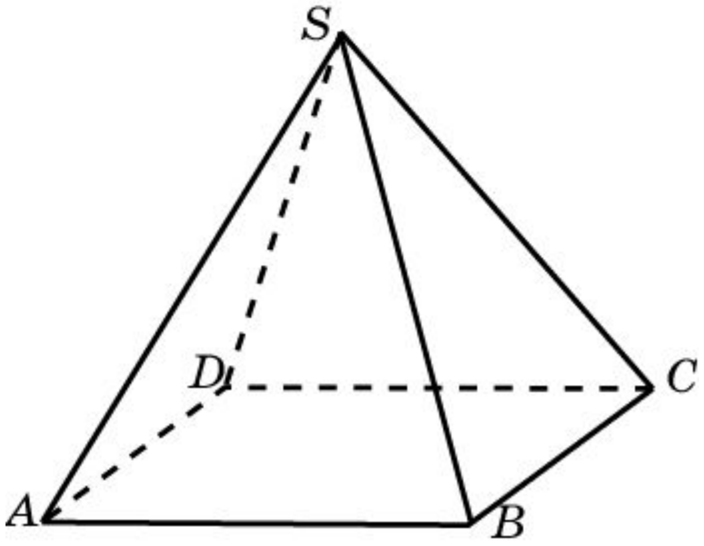
4) Высота пирамиды образует равные углы с плоскостями всех боковых граней

5) Площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины

Если пирамида обладает хотя бы одним из перечисленных свойств, то она обладает и остальными.

Площадь поверхности пирамиды

Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней (т.е. основания и боковых граней), а **площадью боковой поверхности пирамиды** – сумма площадей ее боковых граней.



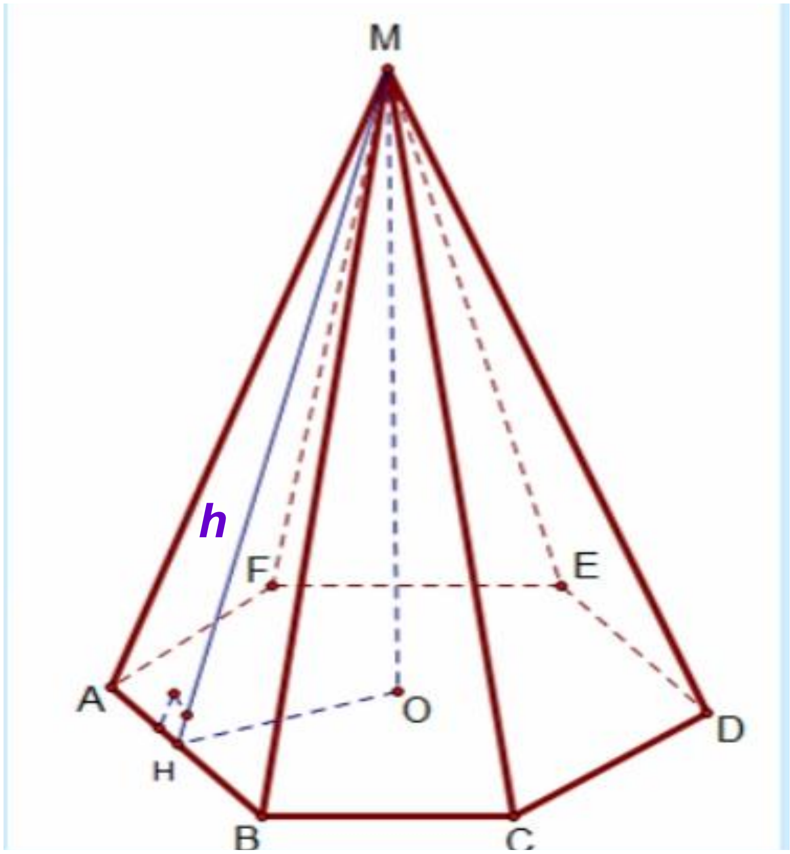
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}.$$

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды

Площадь боковой поверхности **правильной пирамиды** **равна половине произведения периметра основания на апофему.**

$$S_{бок} = \frac{1}{2} Ph$$

где P – периметр основания,
h – апофема



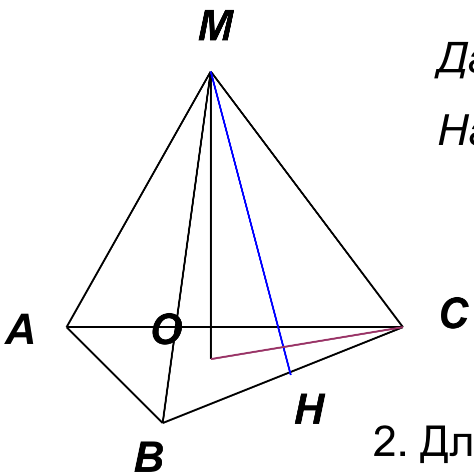
Для правильных *п* – угольников:

$$R = \frac{a}{2\sin\left(\frac{180^0}{n}\right)}$$

$$r = \frac{a}{2tg\left(\frac{180^0}{n}\right)}$$

- ***R*** **- радиус описанной около *п* – угольника окружности**
- ***r*** **- радиус вписанной в *п* – угольник окружности**
- ***а*** **– сторона основания правильного *п* – угольника**
- ***п*** **– количество строн правильного *п* – угольника**

Задача 1. **В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 6 , а высота пирамиды равна 8 . Найти а) боковое ребро пирамиды; б) площадь боковой поверхности пирамиды.**



Дано: MABC – правильная пирамида, *MO = 8 , AB = 6 ,*

Найти: а) MC , б) $S_{áîę}$

Решение: $S \;= P_{ABC} \cdot MH$

1. Так как пирамида правильная по условию, то *AB = BC = AC = 6*

$$P_{ABC} = 3 \cdot 6 = 18$$

2. Для нахождения длины бокового ребра проведем отрезок *OC* (радиус описанной около треугольника *ABC* окружности) и рассмотрим треугольник *MOC.*

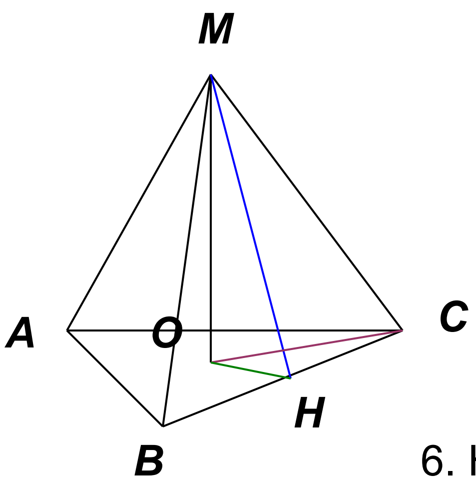
$$MO \perp (ABC),\; OC \in (ABC) \Rightarrow MO \perp OC \;\Rightarrow \Delta MOC -$$ прямоугольный

3. Найдем OC.

$$OC = R = \frac{AB}{2\sin\left(\frac{180^0}{3}\right)} = \frac{6}{2\sin 60^0} = \frac{6}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

4. В треугольнике *MOC* по т. Пифагора найдем *MC*

$$MC = \sqrt{MO^2 + CO^2} = \sqrt{8^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{64 + 12} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$$



5. Для нахождения апофемы проведем отрезок *OH* – (радиус вписанной в треугольник *ABC* окружности) и рассмотрим треугольник *MOH*

$$MO \perp (ABC),\ OH \in (ABC) \Rightarrow MO \perp OH$$

$\Rightarrow \Delta MOH -$ прямоугольный

6. Найдем *OH.*

$$OH = r = \frac{AB}{2tg\left(\frac{180^0}{3}\right)} \qquad OH = r = \frac{6}{2tg60^0} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

7. В треугольнике *MOH* по т. Пифагора найдем *MH*

$$MH = \sqrt{MO^2 + HO^2} = \sqrt{8^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{64+3} = \sqrt{67}$$

$$8.S\ = P_{ABC} \cdot MH = 18 \cdot \sqrt{67}$$

Ответ: $MC = 2\sqrt{19}, S = 18\sqrt{67}$