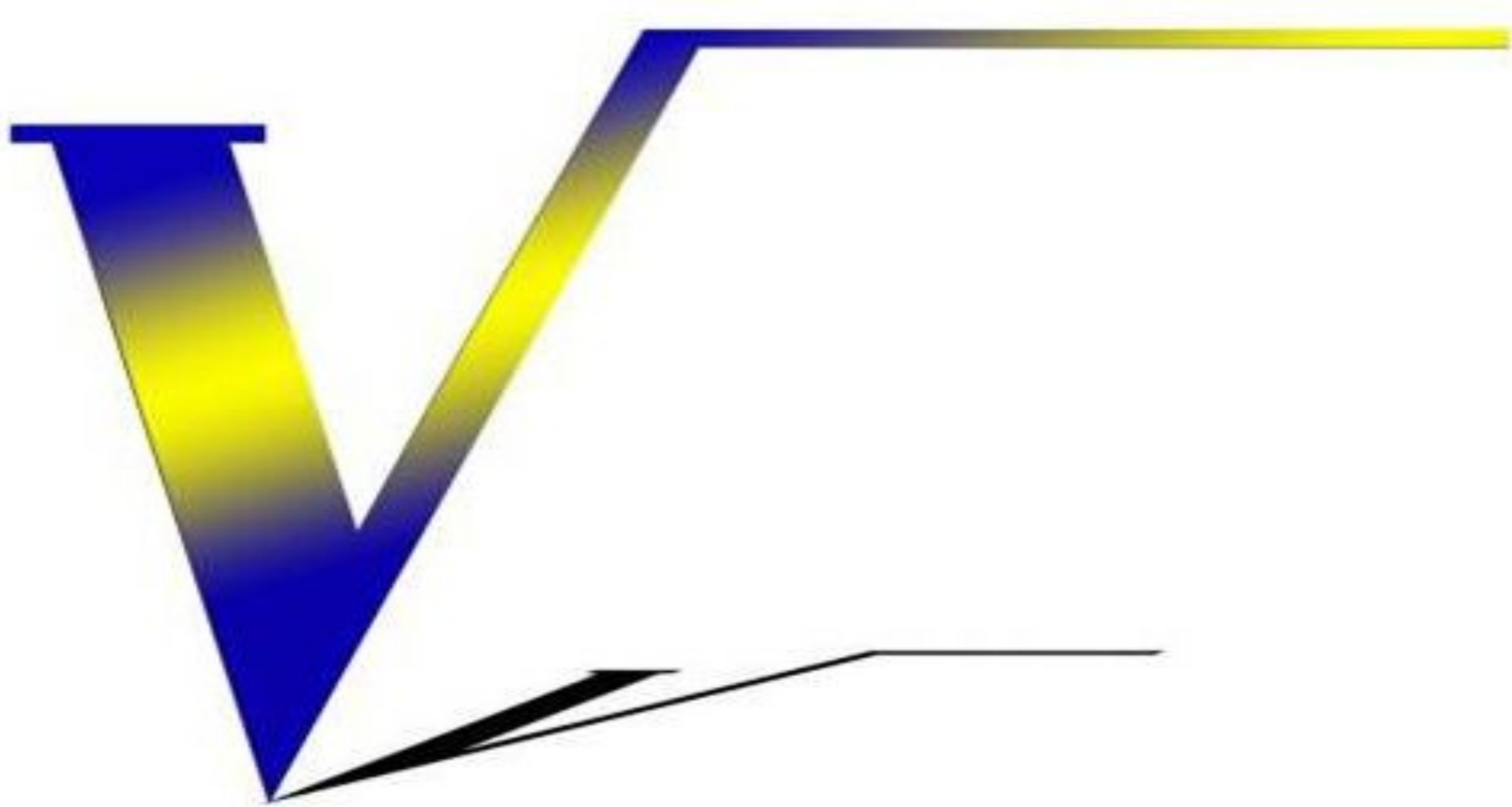
КОРНИ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ ИЗ ЧИСЛА, ИХ СВОЙСТВА.



Корнем n – й степени из действительного числа a *(**n** – натуральное число) называют такое действительное число **x**, при возведении которого в степень **n** получается число **a**.*

Это число обозначают: $x = \sqrt[n]{a}$

- подкоренное выражение

-показатель корня

Если a ≥ 0, n = 2,3,4,5,…, то

1) $\sqrt[n]{a} \geq 0;$ ***2)*** $(\sqrt[n]{a})^n = a;$

*Неотрицательное значение корня **n** –й степени из неотрицательного числа называется **арифметическим корнем.***

Операция извлечения корня является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень.

Возведение в степень	***Извлечение корня***
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$
$0,3^4 = 0,0081$	$\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$

Иногда выражение $\sqrt[n]{a}$ называют радикалом от латинского слова radix – «корень».

Символ $\sqrt{\ }$ - это стилизованная буква r.

Пример 1:

Вычислить: а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt[3]{0,125}$; в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17}$

Решение:

а) $\sqrt{49} = 7$, так как $7 > 0$ и $7^2 = 49$;

б) $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$, так как $0,5 > 0$ и $0,5^3 = 0,125$;

в) $\sqrt{0}$; г) $\sqrt[4]{17} \approx 2,03$

Корнем нечётной степени n из отрицательного числа а *(**n**=3,5,…) называют такое отрицательное число, которое при возведении в степень **n** даёт в результате число **а**.*

Итак,

Если $a < 0$, $n = 3,5,7,\ldots$, то

1) $\sqrt[n]{a} < 0$;   2) $(\sqrt[n]{a})^n = a$;

Вывод:

Корень чётной степени имеет смысл (т.е. определён) только для неотрицательного подкоренного выражения; корень нечётной степени имеет смысл для любого подкоренного выражения.

Пример 2:

Решите уравнения: $\sqrt[3]{3x+4} = -2$

$\sqrt[4]{3x-2} = 1$ $\sqrt[4]{2-5x} = -4$ $\sqrt[6]{x^2 - 5x + 68} = 2$

а) $\sqrt[3]{3x+4}=-2$

Возведём обе части уравнения в куб:

$3x+4=-8 \qquad 3x=-12 \qquad x=-4$

б) $\sqrt[4]{3x-2}=1$

Возведём обе части уравнения в четвёртую степень:

$3x-2=1 \qquad 3x=3 \qquad x=1$

в) $\sqrt[4]{2-5x}=-4$ ***Решений нет. Почему?***

г) $\sqrt[6]{x^2-5x+68}=2$

Возведём обе части уравнения в шестую степень:

$x^2-5x+68=64 \qquad x^2-5x+4=0 \qquad x_1=1, x_2=4$

Иррациональным выражением *относительно какой-либо переменной называется выражение, в котором эта переменная находится под знаком корня (радикала).*

Мы будем рассматривать только арифметические значения корня.

Подобными корнями *называются корни одной степени, имеющие одинаковые подкоренные выражения.*

Чтобы сложить или вычесть иррациональные выражения, нужно записать их соответственно со знаком «+» или «-» и привести подобные корни.

Свойства корней *n*-степени

1.Корень *n*-степени (*n*=2,3,4,5, …) из произведения неотрицательных чисел равен произведению корней *n*-степени из этих чисел:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

Пример:

$$\sqrt[4]{16 * 81} = \sqrt[4]{16}\sqrt[4]{81} = 2*3=6$$

2. Чтобы извлечь корень из дроби, нужно **извлечь корень из числителя и знаменателя отдельно и первый результат разделить на второй:**

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример: $$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

3. Если $a \geq 0$, $n = 2,3,4,5, \ldots$ и k – любое натуральное число, то справедливо равенство:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример: $$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$$

4. Если $a \geq 0$, n и k - натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример:

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[12]{6}$$

5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то *значение корня не изменится:*

$$\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример: $\sqrt[12]{a^8} = \sqrt[3]{a^2}$

6. Чтобы извлечь корень из степени, показатель которой делится на показатель корня, нужно *показатель степени разделить на показатель корня:*

$$\sqrt[p]{a^{kp}} = a^k$$

Пример:

$$\sqrt[3]{a^6} = a^2$$