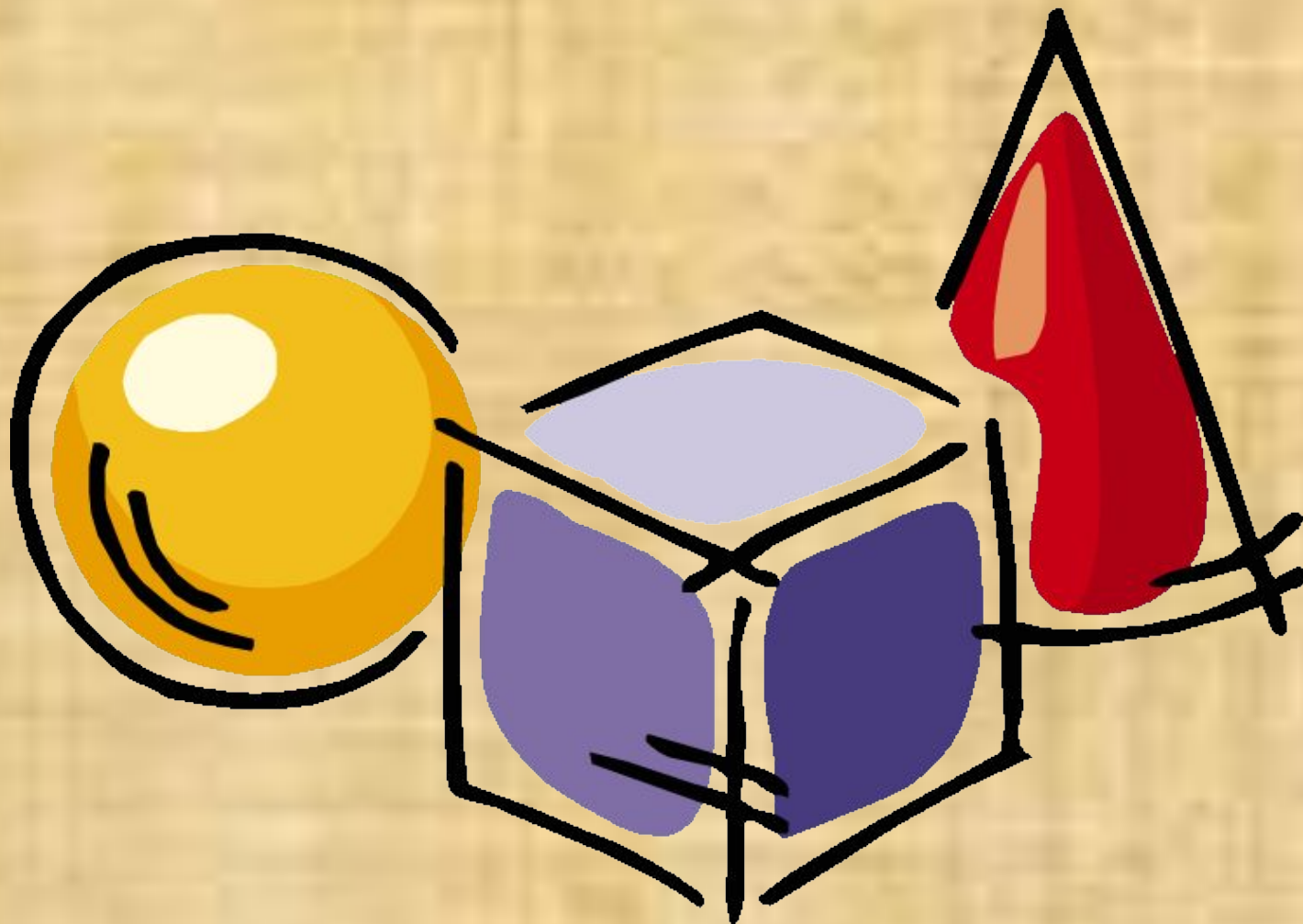
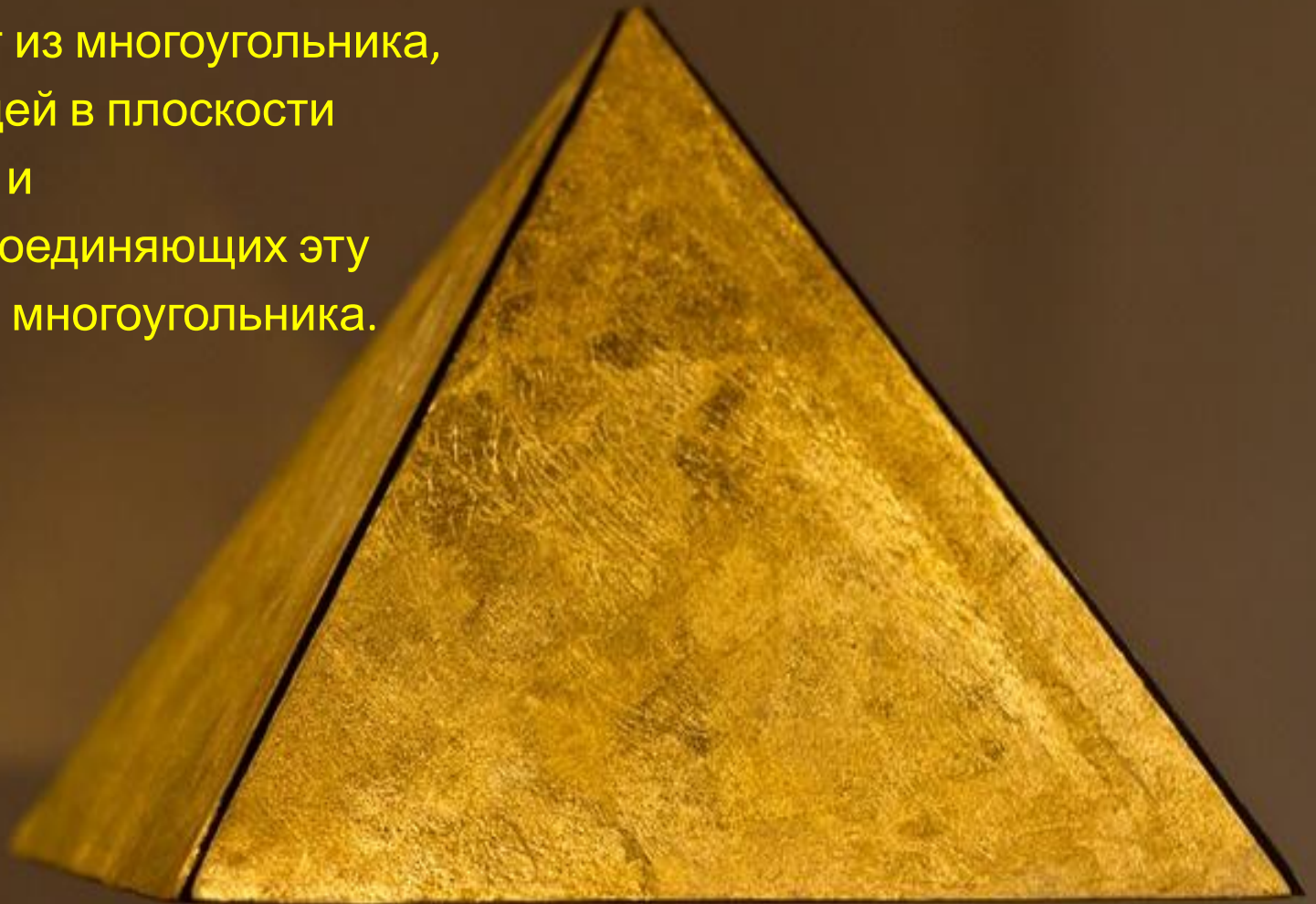


Пирамида.



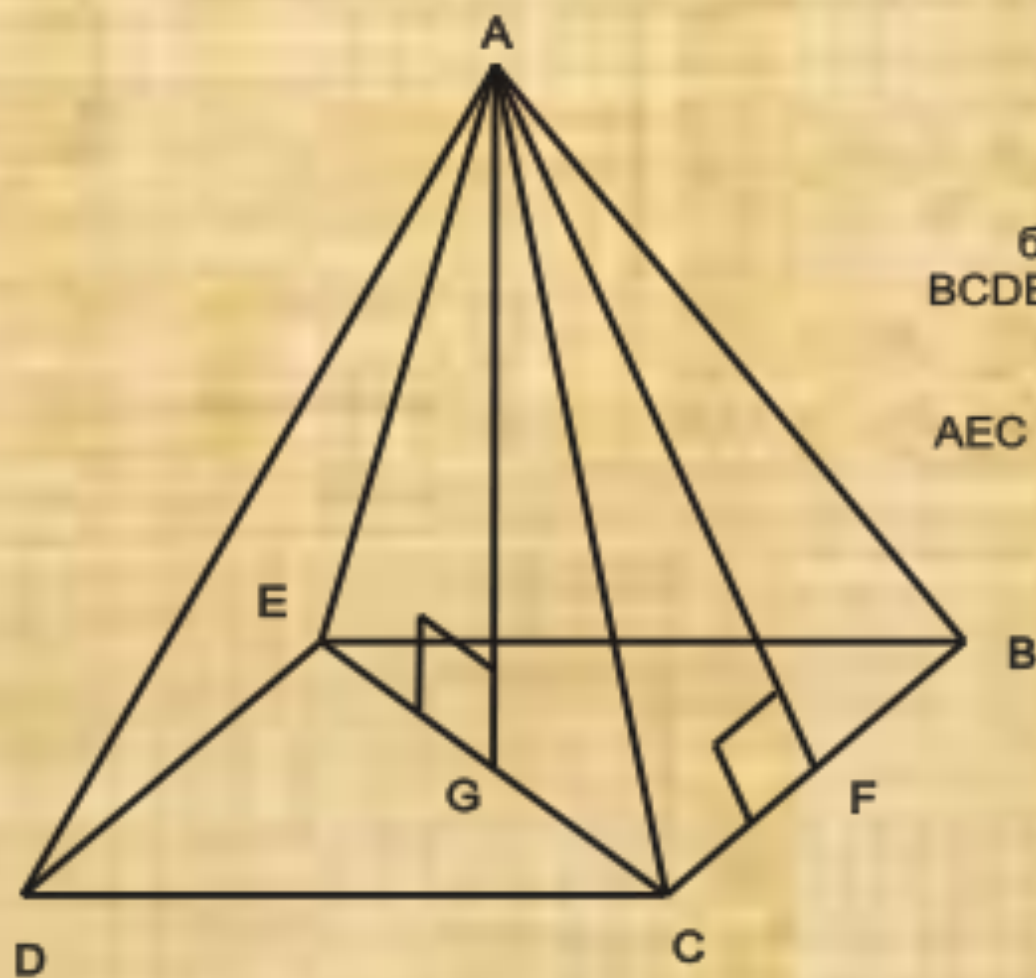
Что такое пирамида

Пирамида – это геометрическая фигура, которая состоит из многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника и всех отрезков, соединяющих эту точку с точками многоугольника.



Строение пирамиды

- **апофема** — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из её вершины;
- **боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине;
- **боковые ребра** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
- **основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.



A – вершина пирамиды;
AB, AC, AD, AE – ребра
пирамиды;
ADE, AEB, ABC, ACD –
боковые грани пирамиды;
BCDE – основание пирамиды;
AG – высота;
AF – апофема;
AEC – диагональное сечение.

Виды пирамид

Правильная пирамида



Правильная
пирамида

Пирамида называется правильной, если основанием её является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

Свойства правильной пирамиды:

- боковые ребра правильной пирамиды равны;
- в правильной пирамиде все боковые грани — равнобедренные треугольники;
- в любую правильную пирамиду можно как вписать, так и описать вокруг неё сферу;
- площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.

Прямоугольная пирамида



Прямоугольная
пирамида

Пирамида называется прямоугольной, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.

Усечённая пирамида



Усеченная
пирамида

Усечённой пирамидой называется многогранник, заключённый между основанием пирамиды и секущей плоскостью, параллельной её основанию.

Свойства пирамид

Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:

- **Если все боковые ребра равны, то:**
 - около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
 - боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы.
 - площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.
- **Если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые ребра пирамиды равны.**

Теоремы

- **Теорема** Если все боковые грани пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания, а высота проходит внутри пирамиды, то высота проходит через центр вписанного в основание пирамиды круга.
- **Теорема** Если все боковые грани наклонены к плоскости основания под одинаковым углом φ , то

$$S_{\text{б}} = \frac{S}{\cos \varphi}.$$

Эта формула справедлива, в частности, для правильной пирамиды.

Формулы связанные с пирамидой

- Объём пирамиды может быть вычислен по формуле: $V = \frac{1}{3}Sh$,
где S — площадь основания и h — высота;

где h — объём параллелепипеда;

- Также объём треугольной пирамиды (тетраэдра) может быть вычислен по формуле:

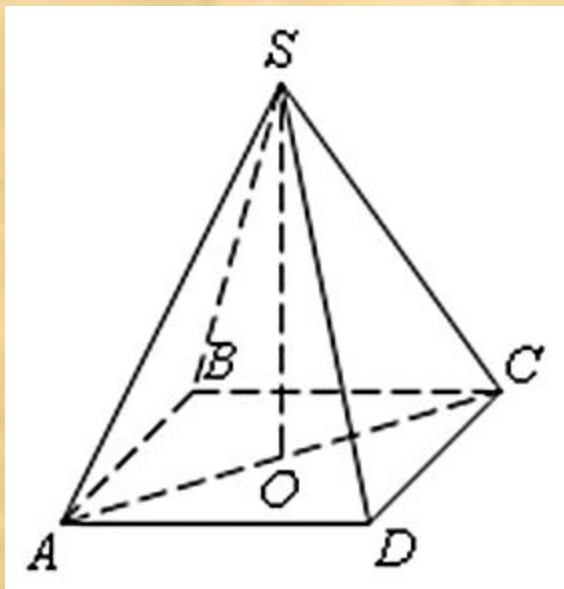
$$V = \frac{1}{6}a_1a_2d \sin \varphi,$$

Где a_1, a_2 — скрещивающиеся рёбра, d — расстояние между a_1 и a_2 , φ — угол между a_1 и a_2 ;

- Полная поверхность — это сумма площади боковой поверхности и площади основания:
 $S_p = S_b + S_o$

- Для нахождения боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:
 $S_b = \frac{1}{2}Pa = \frac{1}{2}l^2 \sin \alpha$

Примеры решения задач



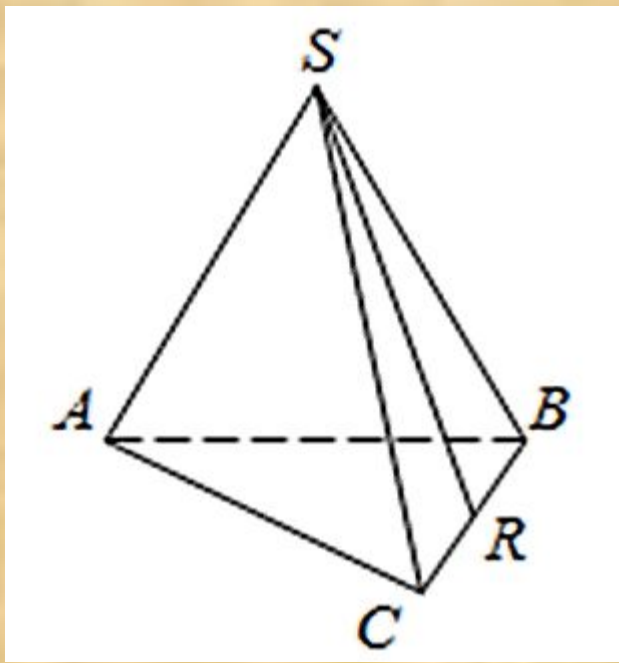
Дано: В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SO = 51$, $AC = 136$.

Найдите: боковое ребро SC .

Решение:

$\triangle SOC$: прямоугольный, угол $\angle SOC = 90$ градусов

$$SC = \sqrt{SO^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{51^2 + \left(\frac{136}{2}\right)^2} = \sqrt{51^2 + 68^2} = 85$$



Дано: В
правильной треугольной пирамиде $SABC$
 R — середина ребра BC ,
 S — вершина.

Известно, что $AB = 7$, а $SR = 16$.

Найдите: площадь боковой

Решение: поверхности.

1) Площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему (апофема это высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины):

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{ABC} \cdot SR = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot AB \cdot SR = \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot 16 = 168$$

2) Или можно сказать так: площадь боковой поверхности пирамиды равна сумме площадей трёх боковых граней. Боковыми гранями в правильной треугольной пирамиде являются равные по площади треугольники. В данном случае:

$$S_{CSB} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot SR = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 16 = 56$$

$$S_{\text{бок}} = 3 \cdot S_{CSB} = 3 \cdot 56 = 168$$