Описательная статистик

- Наибольшее и наименьшее значение.
- Размах , мода
- Отклонения
- Дисперсия
- Обозначения и формулы
- Свойства среднего арифметического и дисперсии

Наибольшее и наименьшее значение.

Пример 1

Петя и Вася поспорили, кто лучше прыгает в длину с места. Чтобы избежать случайности, они решили, что будут прыгать по очереди 5 раз. Результаты своих прыжков в сантиметрах они записали в таблицу.

Пример *1*

Результаты прыжков в длину с места, см

Номер прыжка	Петя	Вася
1	190	185
2	205	200
3	195	215
4	210	190
5	200	190

Определ ение

Разность между наибольшим и наименьшим числом называется размахом набора чисел

Таблица 6. Производство пшеницы в России в 1995-2001 гг.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Млн.тонн	30,1	34,9	44,3	27,0	31,0	34,5	47,0

Размах показывает, насколько велико рассеивание значений в числовом наборе.

При изучении учебной нагрузки учащихся выделили группу из *12* семиклассников. Их попросили отметить в определенный день время *(*в минутах*)*, затраченное на выполнение домашнего задания по алгебре. Получили такие данные*:*

23, 18, 25, 20, 25, 25, 32, 37, 34, 26, 34, 25

$$\frac{23+28+25+20+25+25+32+37+34+26+34+25}{12}=\frac{324}{12}=27$$

27 – среднее значение

Наибольшее значение – 37;   наименьшее значение – 18;

Размах ряда равен   37 – 18 = 19

При анализе сведений о времени, затраченном семиклассниками на выполнение домашнего задания по алгебре, нас могут интересовать не только среднее арифметическое и размах полученного ряда данных, но и другие показатели. Интересно, например, знать, какой расход времени является типичным для выделенной группы учащихся, то есть какое число встречается в ряду данных чаще всего. Нетрудно заметить, что таким числом является число 25. Говорят, что число 25 –

Модой ряда чисел **называется число, чаще других встречающееся в данном ряду.**

Ряд чисел может иметь более одной моды или не иметь моды совсем.

Рассмотрим еще пример. Пусть, проведя учет деталей, изготовленных за смену рабочими одной бригады, получили такой ряд данных:

36, 35, 35, 36, 37, 37, 36, 37, 38, 36, 36, 36, 39, 39, 37, 39, 38, 38, 36, 39, 36

Найдем для него среднее арифметическое, размах и моду. Для этого удобно предварительно составить из полученных данных *упорядоченный ряд чисел*, т. е. такой ряд, в котором каждое последующее число не меньше (или не больше) предыдущего. Получим:

35, 35, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39.

Вычислим среднее арифметическое:

$$\frac{35\cdot 2+36\cdot 8+37\cdot 4+38\cdot 3+39\cdot 4}{21}=\frac{776}{21}=37$$

Размах ряда равен $39-35=4$**. Мода данного ряда равна** *36,* **так как число** *36* **чаще всего встречается в этом ряду.**

Например, в ряду чисел

47, 46, 50, 52, 47, 52, 49, 45, 43, 53

две моды – это числа *47* **и** *52,*

а в ряду чисел *69, 68, 66, 80, 67, 65, 71, 74, 63, 73, 72*

моды нет

Моду ряда данных обычно находят тогда, когда хотят выявить некоторый типичный показатель. Например, если изучаются данные о размерах мужских сорочек, проданных в определенный день в универмаге, то удобно воспользоваться таким показателем, как мода, который характеризует размер, пользующийся наибольшим спросом. Находить в этом случае среднее арифметическое не имеет смысла. Мода является наиболее приемлемым показателем при выявлении, например, расфасовки некоторого товара, которой

Отклонени

Попробуем узнать, как числа некоторого набора расположены по отношению к своему среднему значению.

Зная только размах, разность между наибольшим и наименьшим значением, мы не можем судить о том, как расположены числа в имеющемся наборе.

Для примера возьмем набор 1, 6, 7, 9, 12. Вычислим среднее арифметическое: (1+6+7+9+12):5=7.

Найдем отклонение каждого числа от среднего: 1-7=-6, 6-7=-1, 7-7=0, 9-7=2, 12-7=5.

Отклонения

Получился новый набор -6, -1, 0, 2, 5 , который состоит из отклонений.

Если число меньше среднего, то его отклонение отрицательно, если число больше среднего, то его отклонение положительно. В одном случае – для числа 7, которое совпало со средним арифметическим, - отклонение равно нулю.

По набору отклонений можно судить о том, насколько разнообразны числа в наборе.

Если отклонения малы, то числа в наборе расположены близко к среднему арифметическому.

А если среди отклонений есть большие по модулю, то числа в наборе сильно разбросаны.

Отклонения

Для любого набора, если только не все числа в нем равны, часть отклонений будет положительна, а часть – отрицательна. При этом сумма всех отклонений равна *0*.

Убедимся в этом на нашем примере:

$$-6+(-1)+0+2+5=0.$$

В этом состоит основное свойство отклонений: сумма отклонений чисел от среднего арифметического этих чисел

Дисперсия

Наиболее полной характеристикой разброса набора чисел является набор их отклонений от среднего арифметического. Но когда набор чисел велик, рассматривать набор отклонений практически неудобно. Нужно описать разнообразие чисел в наборе одной характеристикой, одним числом.

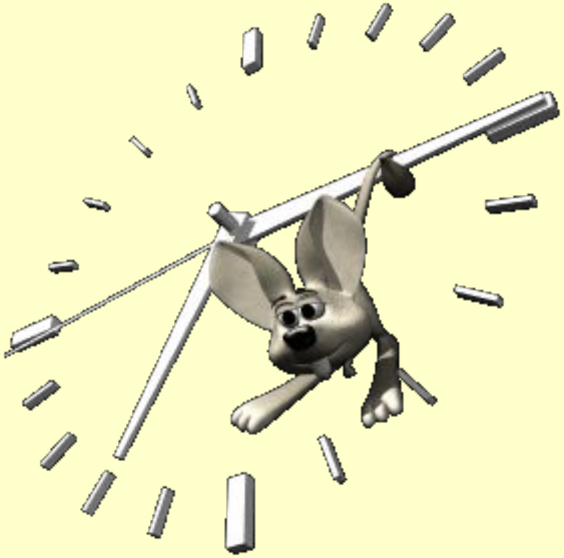
Размах – слишком грубая мера разброса чисел в наборе, поскольку учитывает только два из них – наименьшее и наибольшее. Можно попробовать взять «среднее отклонение». Но сумма отклонений всегда равна нулю, поэтому среднее

Дисперсия

Чтобы судить о разбросе, принято складывать не сами отклонения, а их квадраты. Квадраты отклонений неотрицательны, поэтому сумма квадратов отклонений зависит только от абсолютных величин отклонений, а не от их знаков. Чем больше отклонения чисел от среднего арифметического, тем больше будет сумма квадратов отклонений. Для того чтобы мера разброса чисел не зависела от их количества в наборе, в качестве такой меры берут среднее арифметическое квадратов отклонений. Эту величину называют

Дисперсия

Определение.



Среднее арифметическое квадратов отклонений от среднего значения называется в статистике **дисперсией** набора чисел.

Дисперсия

Пример 1.

Обратимся к таблице производства пшеницы (млн тонн) в России. Вычислит

Среднее арифметическое равно 35,5 млн. тонн в год

Найдем отклонения от среднего производства

Год	производство	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1995	30,1		
1996	34,9		
1997	44,3		
1998	27,0		
1999	31,0		
2000	34,5		
2001	47,0		

Дисперсия

Пример *1.*

Найдем отклонения от среднего

Найдем квадраты отклонений

Год	производство	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1995	30,1	-5,4	
1996	34,9	-0,6	
1997	44,3	8,8	
1998	27,0	-8,5	
1999	31,0	-4,5	
2000	34,5	-1,0	
2001	47,0	11,5	

Дисперсия

Пример *1.*

Найдем квадраты отклонений

Вычислим среднее значение квадратов отклонений

Год	производство	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1995	30,1	-5,4	29,16
1996	34,9	-0,6	0,36
1997	44,3	8,8	77,44
1998	27,0	-8,5	72,25
1999	31,0	-4,5	20,25
2000	34,5	-1,0	1,00
2001	47,0	11,5	132,25

Дисперсия

Пример *1.*

(29,16+0,36+77,44+72,25+20,25+1,00+132,25):7=47,53.

47,53 - **дисперсия**

Дисперсия

Пример 2.

Покажем на простом примере, как дисперсия характеризует разброс отклонений. Возьмем два набора чисел 1, 2, 3 и 0, 2, 4. Среднее арифметическое значение обоих наборов равно 2. Для обоих наборов вычислим отклонения и квадраты отклонений и все данные занесем в таблицу 9.

Дисперсия

Пример 2.

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1		
2		
3		

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
0		
2		
4		

Дисперсия

Пример 2.

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1	-1	
2	0	
3	1	

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
0	-2	
2	0	
4	2	

Дисперсия

Пример 2.

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1	-1	1
2	0	0
3	1	1

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
0	-2	4
2	0	0
4	2	4

Дисперсия

Пример 2.

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1	-1	1
2	0	0
3	1	1

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
0	-2	4
2	0	0
4	2	4

Дисперсия первого набора:

(1 + 0 + 1): 3 = $\frac{2}{3}$

Дисперсия второго набора:

(4 + 0 + 4): 3 = $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

Дисперс
ия

Пример 2.

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1	-1	1
2	0	0
3	1	1

1-й набор	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
0	-2	4
2	0	0
4	2	4

Дисперсия первого набора:

$(1 + 0 + 1): 3 = \frac{2}{3}$

Дисперсия второго набора:

$(4 + 0 + 4): 3 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

Числа в первом наборе расположены более кучно – ближе друг к другу и к своему среднему, - чем числа во втором наборе.

Поэтому дисперсия первого набора меньше.