

ЭТО МЫ ЗНАЕМ



1. Многогранник, составленный из двух равных n -угольников, лежащих в параллельных плоскостях и n параллелограммов.

2. Прямая призма, основания которой правильные многоугольники.

3. AA_1D_1D .

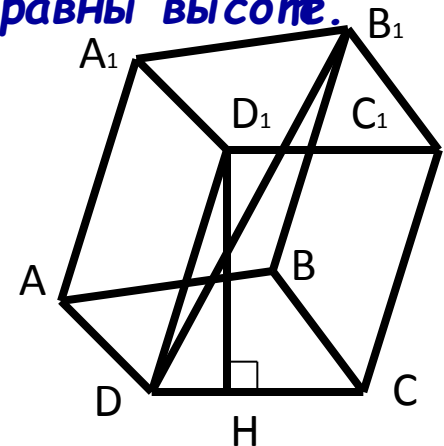
4. Призма, боковые ребра которой не равны высоте.

5. Призма, боковые ребра которой перпендикулярны основаниям.

6. $ABCD$.

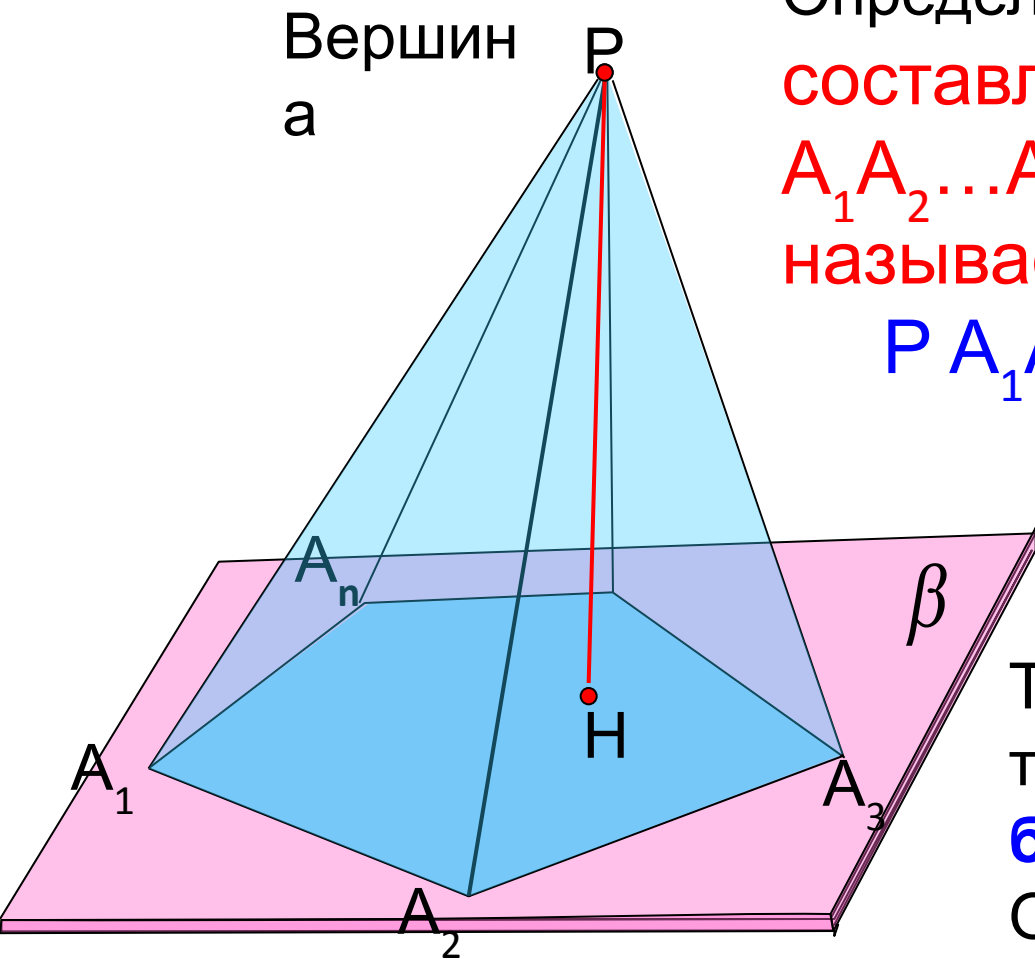
7. DB_1 .

8. D_1H .





Пирамида



Определение: Многогранник, составленный из n -угольника $A_1A_2\dots A_n$ и n треугольников, называется пирамидой.

$P A_1 A_2 \dots A_n$ -пирамида

Многоугольник

$A_1 A_2 \dots A_n$ – **основание пирамиды**

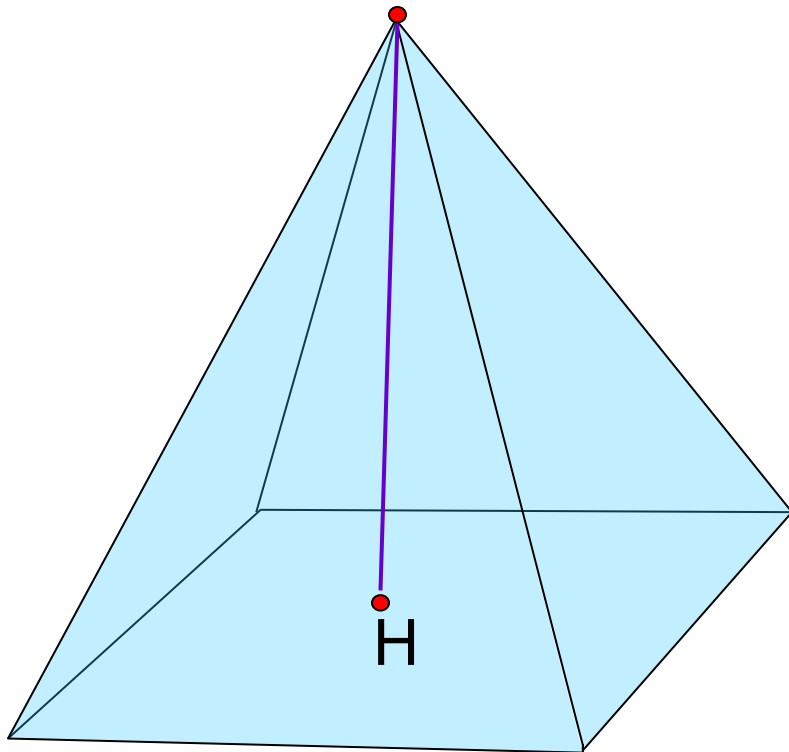
Треугольники $A_1 A_2 P$, $A_2 A_3 P$ и т.д.

боковые грани пирамиды

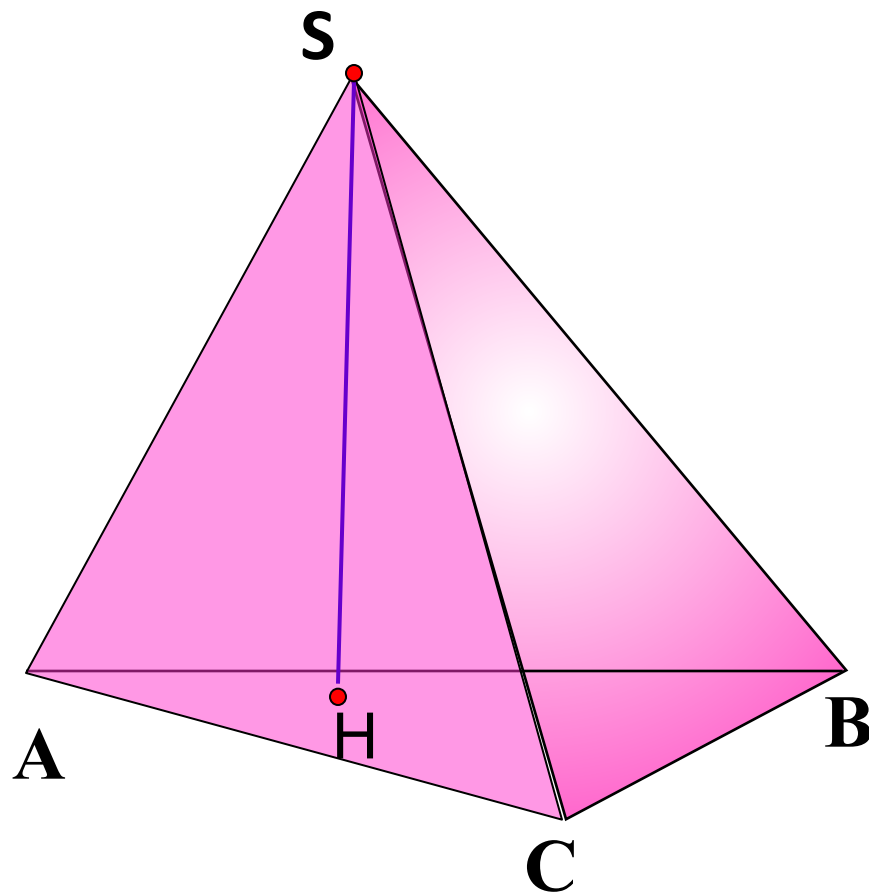
Отрезки $A_1 P$, $A_2 P$, $A_3 P$ и т.д.

боковые ребра
 P - вершина

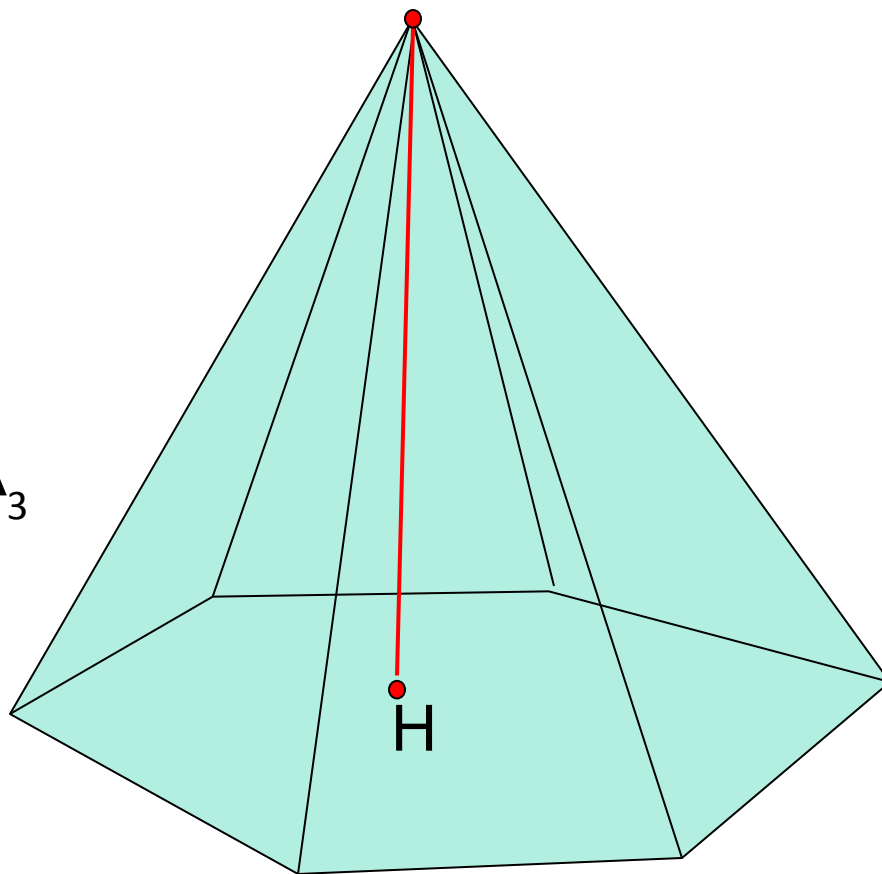
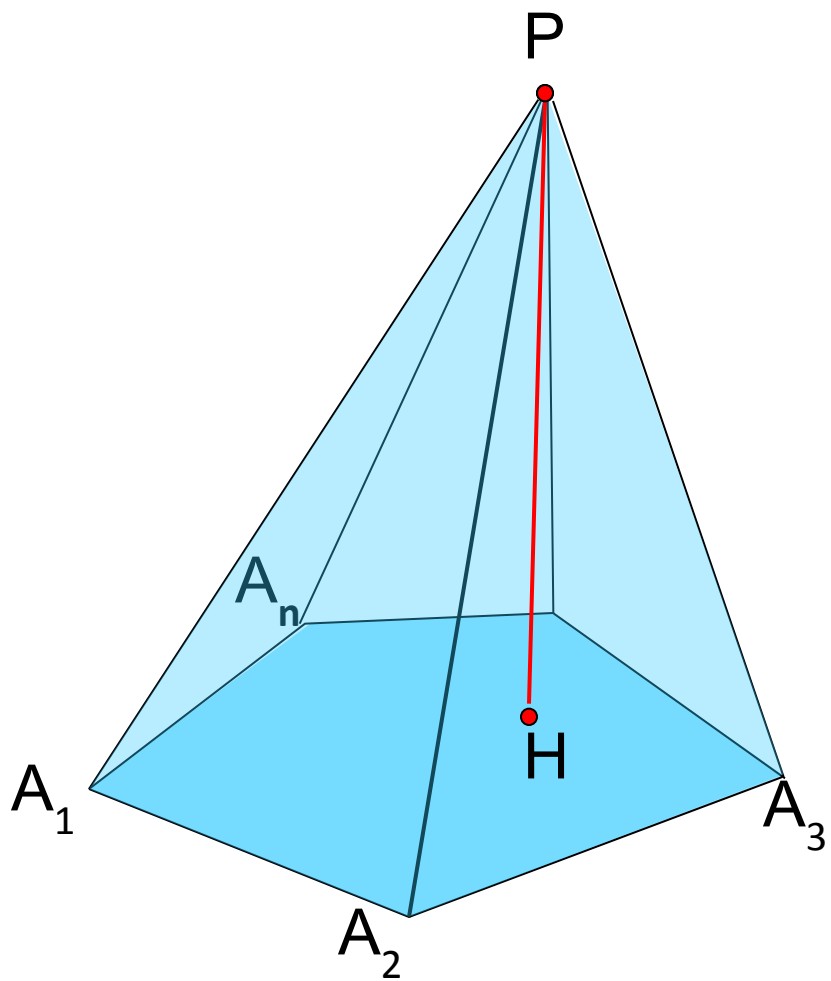
Перпендикуляр, проведенный из вершины пирамиды к плоскости основания, называется **высотой пирамиды**. PH -
высота



Четырехугольная
пирамида



Треугольная пирамида – это
тетраэдр

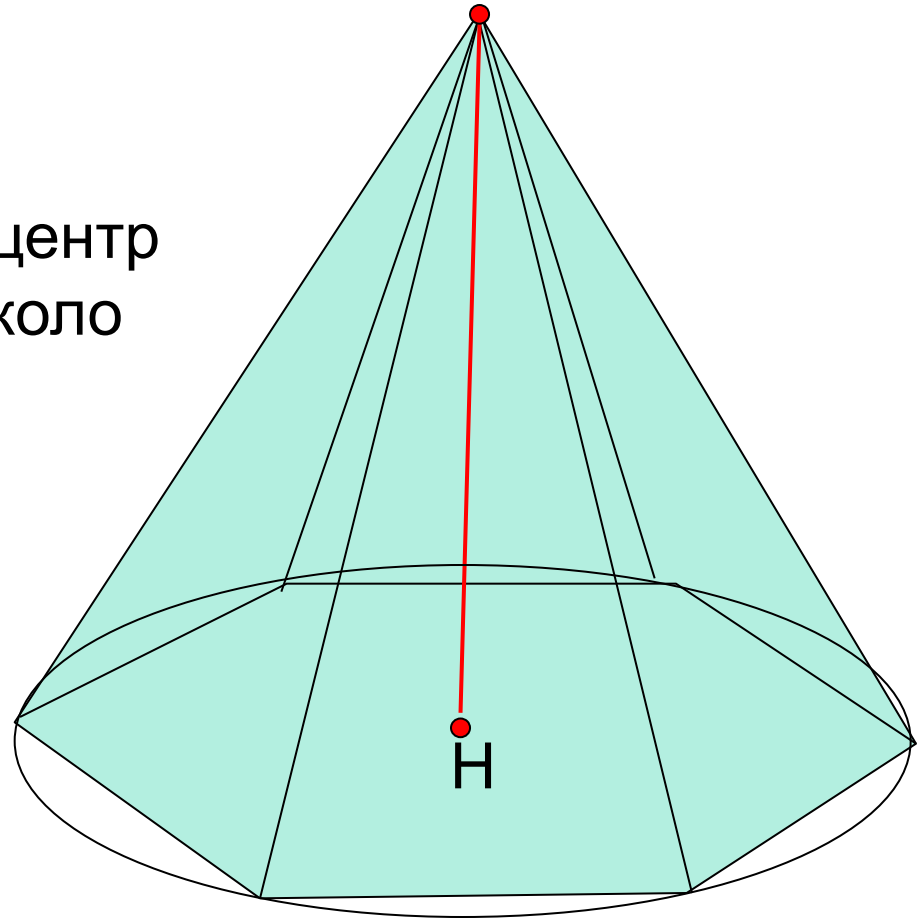


Площадь полной поверхности пирамиды

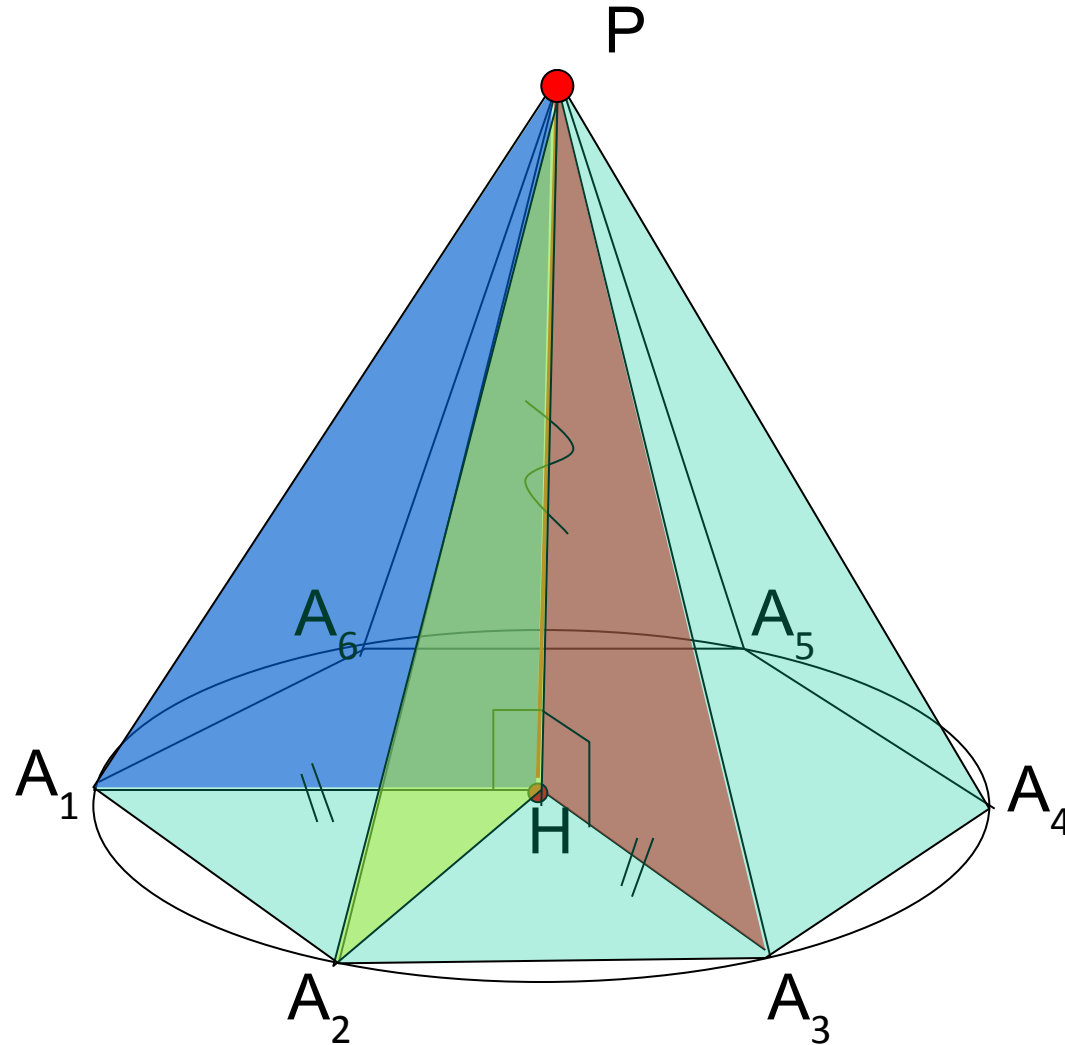
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Определение: Пирамида называется **правильной**, если ее основание- правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину с центром основания, является ее высотой.

Центром правильного многоугольника называется центр вписанной (или описанной около него окружности).



Теорема: **Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.**



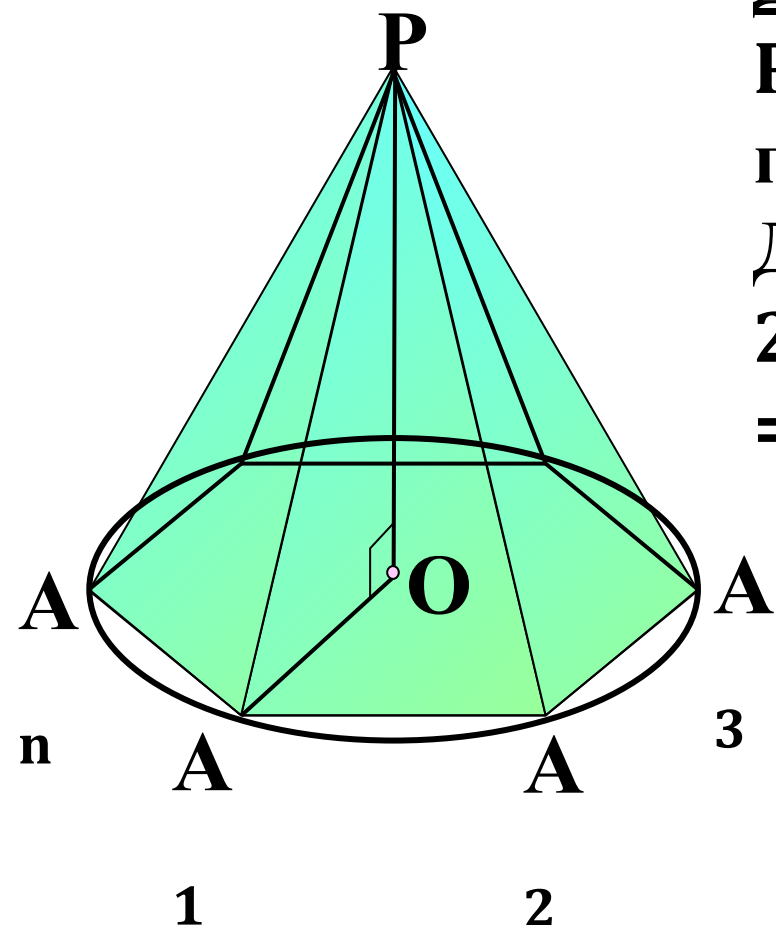
Все боковые ребра правильной пирамиды равны,
а боковые грани являются равными
равнобедренными треугольниками

Дано:

$PA_1A_2...A_n$ – правильная пирамида

Док - ть: 1) $PA_1 = PA_2 = ... = PA_n$

2) $\triangle PA_1A_2 = \triangle PA_2A_3 = ... =$
 $= \triangle PA_{n-1}A_n$ – р/б



Док – во:

1) Рассмотрим $\triangle OPA_1$ – п/у

РО – высота h , OA_1 – радиус описанной окружности R

По теореме Пифагора:

$$A_1P = \sqrt{h^2 + R^2}$$

$$A_2P = \sqrt{h^2 + R^2} - \text{любое боковое ребро}$$



$$PA_1 = PA_2 = \dots = PA_n$$

**2) т. к. $PA_1 = PA_2 = \dots = PA_n$,
поэтому**

Боковые грани – р/б $\triangle$

Основания этих $\triangle$ равны:

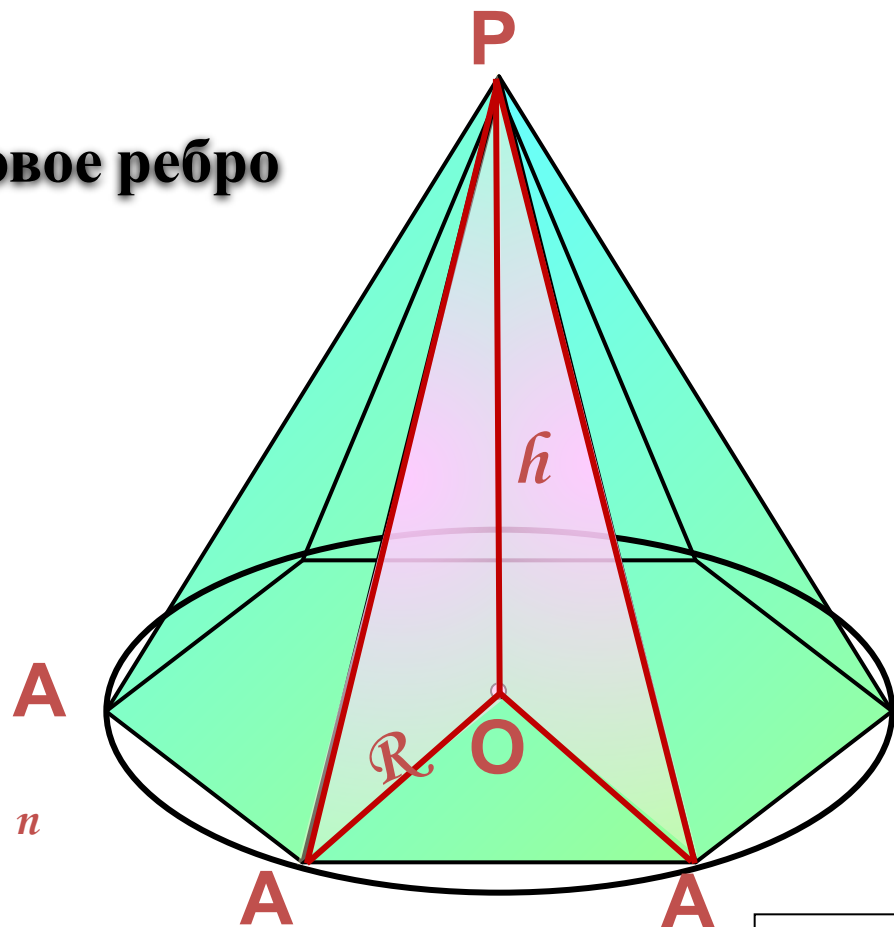
$$A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_1A_n$$

т. к. $A_1A_2\dots A_n$ – правильный

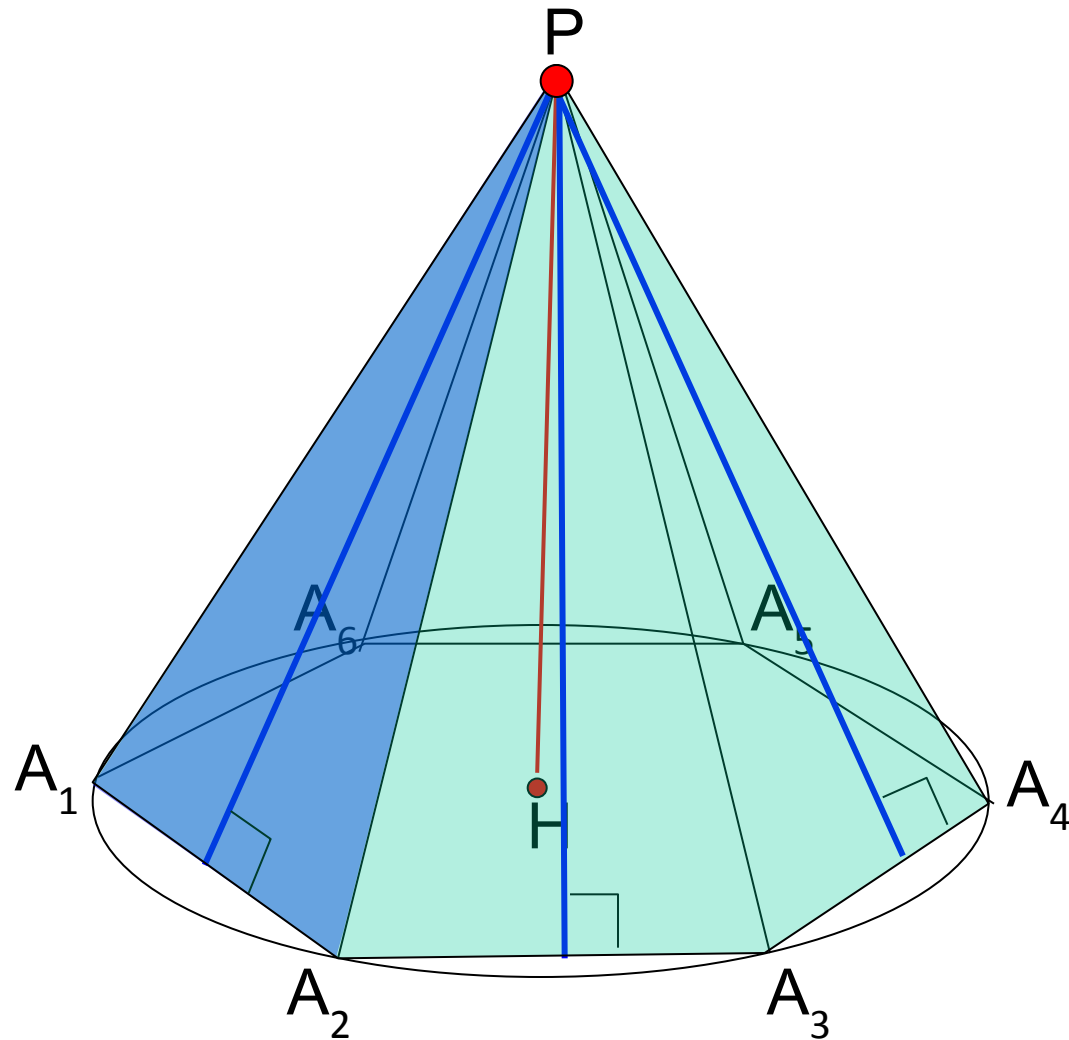
многоугольник



$$\triangle A_1A_2P = \dots = \triangle A_{n-1}A_nP - \text{р/б } 2$$



Определение: Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется апофемой.

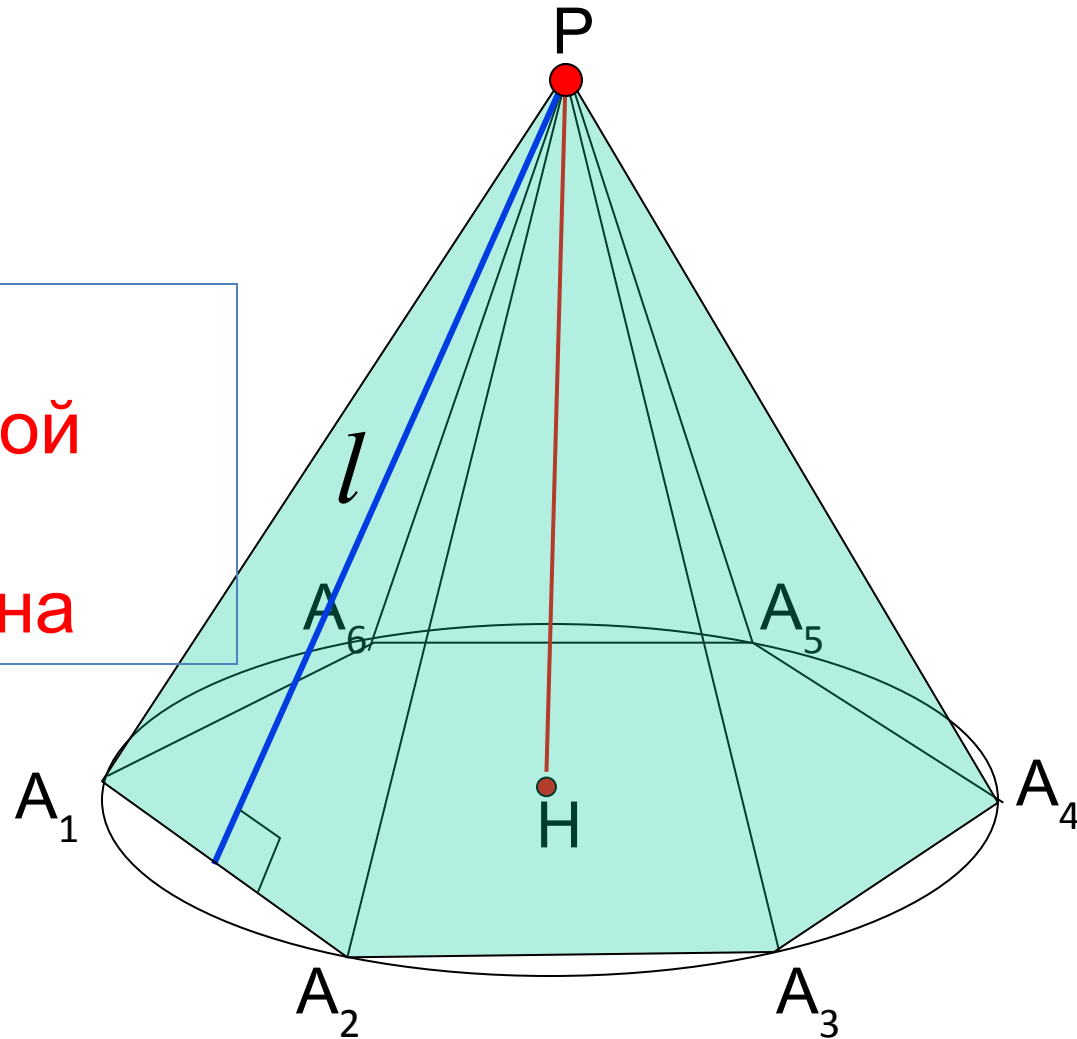


Теорема: Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.

$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot l$$

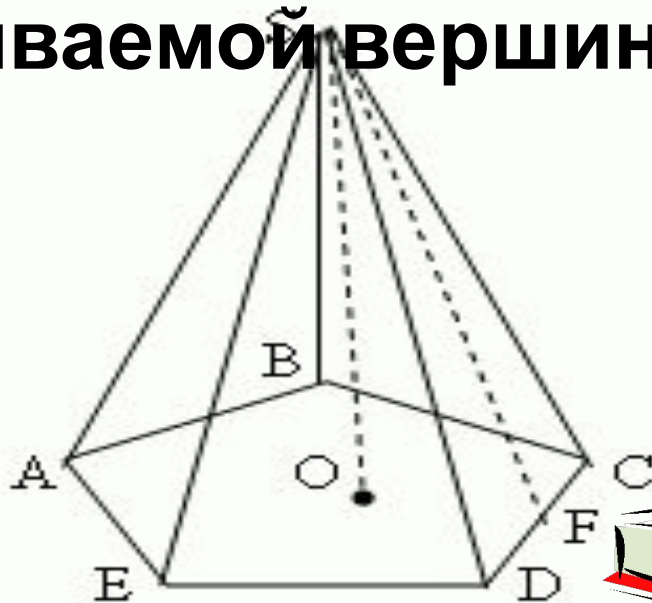
Теорема: Объём пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту

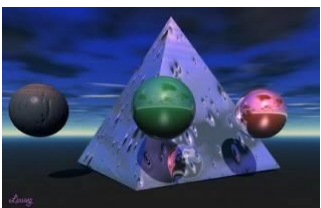
$$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H$$



Что такое пирамида?

- **Пирамида** – это многогранник, у которого одна грань (основание пирамиды) – это произвольный многоугольник (ABCDE, рис.), а остальные грани (боковые грани) – треугольники с общей вершиной S, называемой вершиной пирамиды.





ПРОВЕРЬ СЕБЯ

Основание - многоугольник.

ABC

Боковые грани - треугольники.

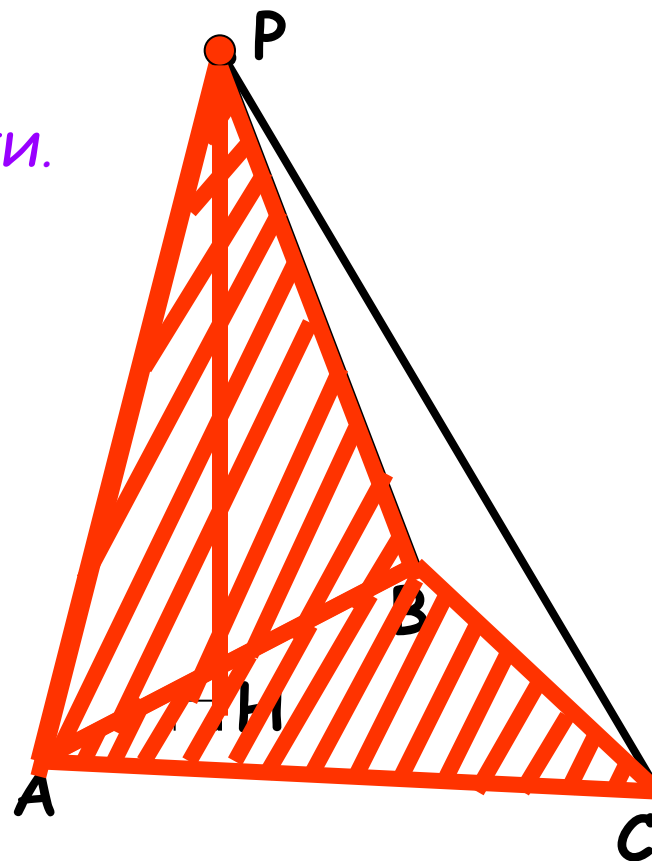
ABP, BCP, ACP

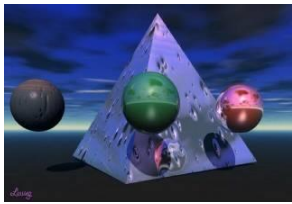
Вершина - общая точка всех боковых граней. **P**

Боковые ребра - отрезки, соединяющие вершину с вершинами основания.

AP, BP, CP

Высота - перпендикуляр, проведенный из вершины к плоскости основания. **PH**



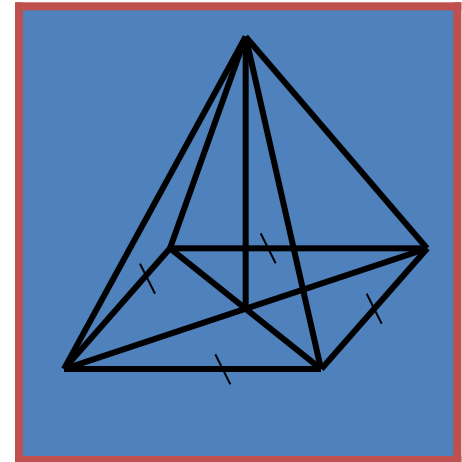
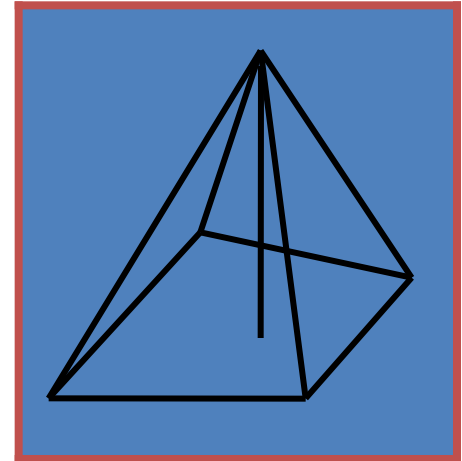


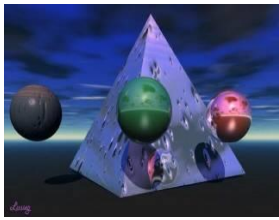
ВИДЫ ПИРАМИД

П
И
Р
А
М
И
Д
Ы

Неправильная пирамида

Правильная пирамида





ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА

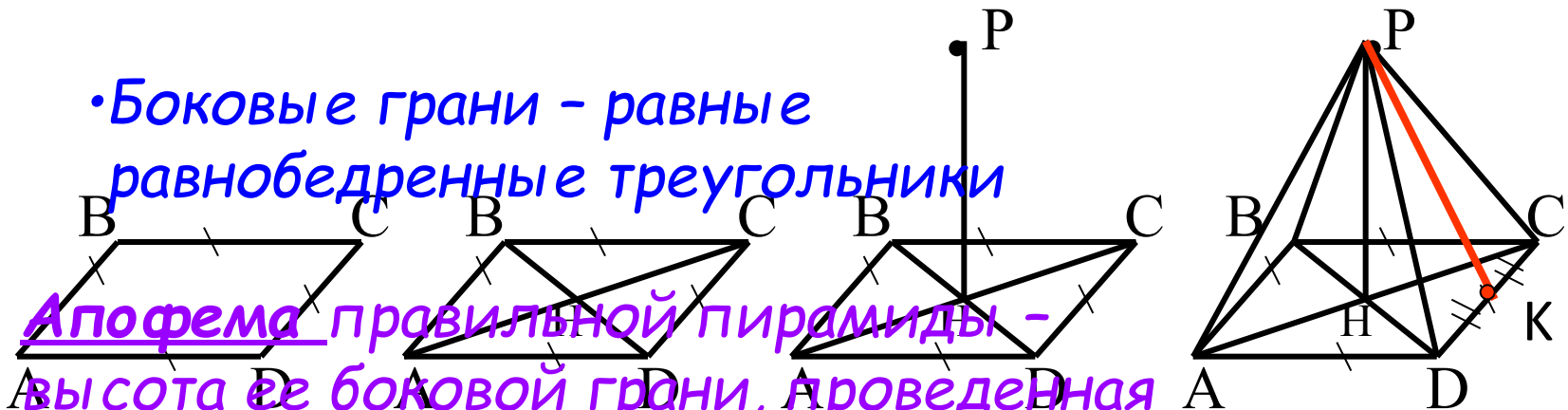
Пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром её основания, является высотой пирамиды.

• Боковые ребра равны

• Боковые грани – равные равнобедренные треугольники

Апофема правильной пирамиды – высота её боковой грани, проведённая из вершины.

PK – апофема



ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРАВИЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

$$S_{бок.} = 1/2 P_{осн.} * l$$

где $P_{осн.}$ – периметр основания,

l – апофема правильной пирамиды.

ПЛОЩАДЬ ПОЛНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПИРАМИДЫ

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + S_{\text{осн.}}$$

где $S_{\text{осн.}}$ - площадь основания.

ОБЪЁМ ПИРАМИДЫ

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} * h$$

где $S_{\text{осн.}}$ - площадь основания,
 h - высота пирамиды.

Заполни таблицу

	Наклонная призма	Прямая призма	Прямоугольный параллелепипед	Куб
S_{бок} <i>Площадь боковой поверхности</i>				
S_{полн} <i>Площадь полной поверхности</i>				
V <i>Объем</i>				

	Наклонная пирамида	Правильная пирамида	Усеченная пирамида
Sбок <i>Площадь боковой поверхности</i>			
Sполн <i>Площадь полной поверхности</i>			
V			

Усеченная пирамида

Усеченная пирамида

многогранник,

образованный пирамидой и её сечением, параллельным

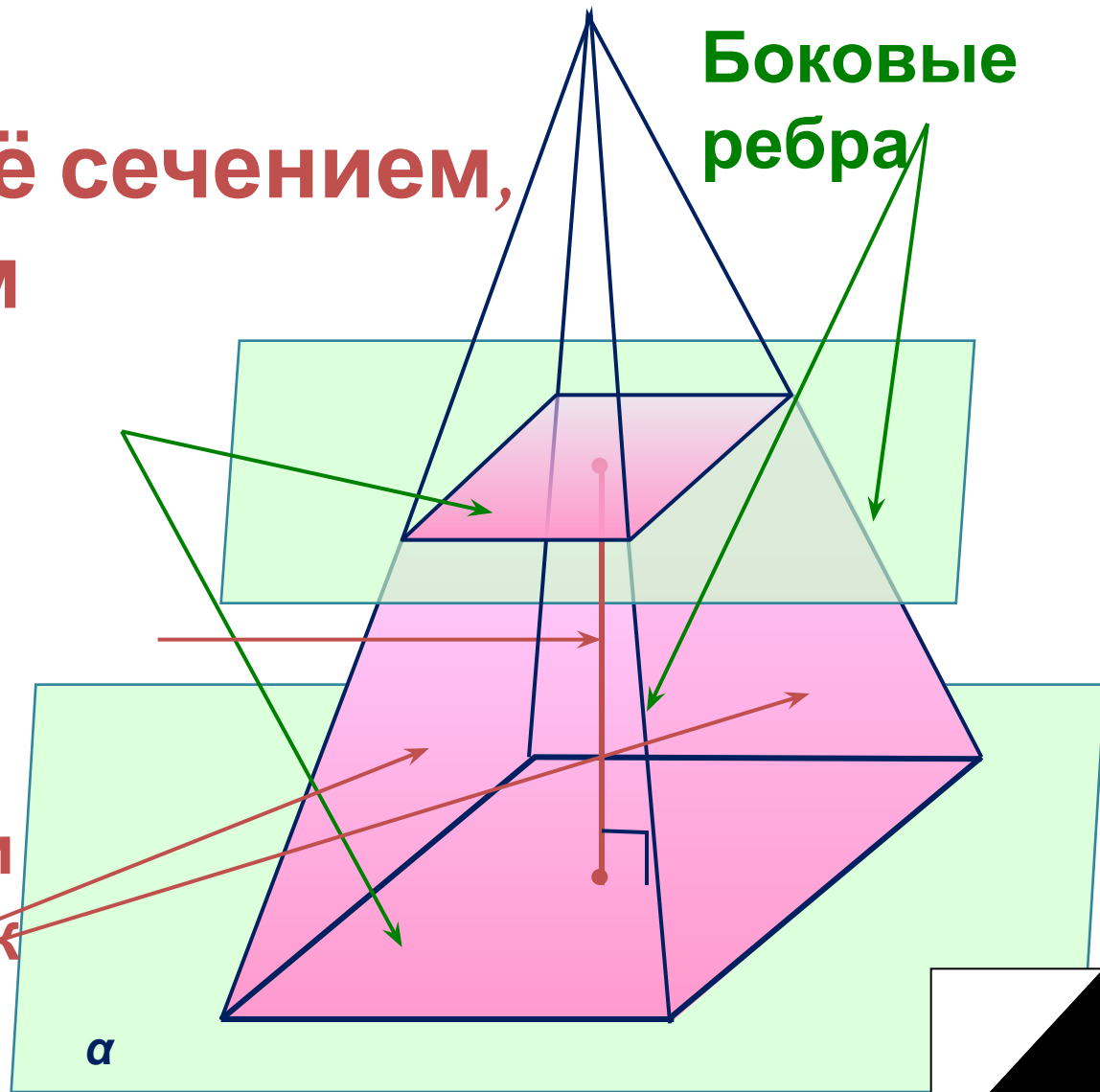
основанию.

Нижнее и верхнее основания

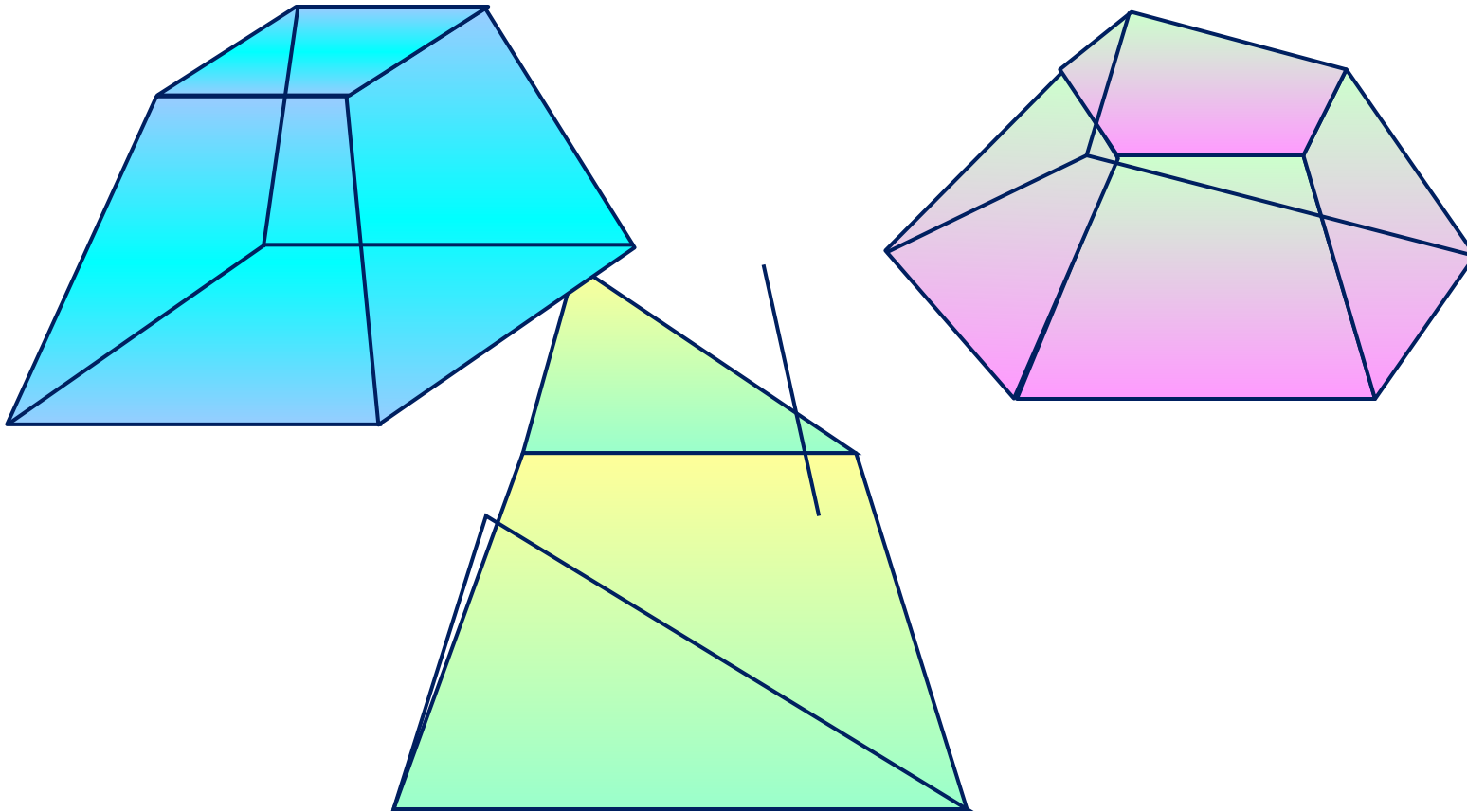
Высота

(перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания)

Боковые ребра

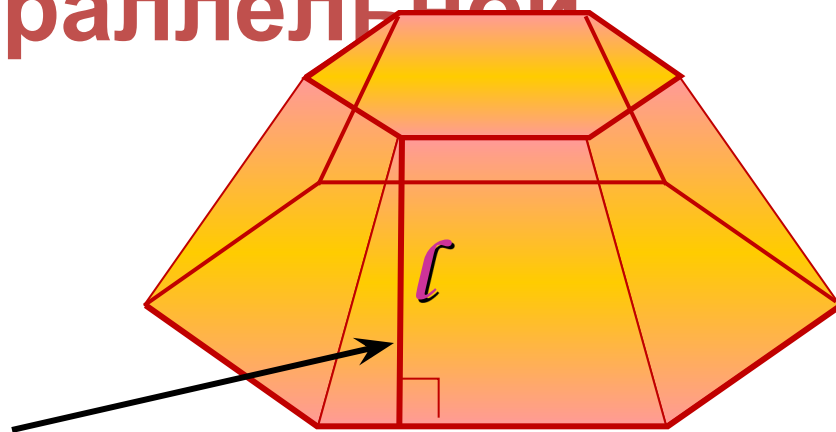


Все боковые грани усеченной пирамиды - трапеции

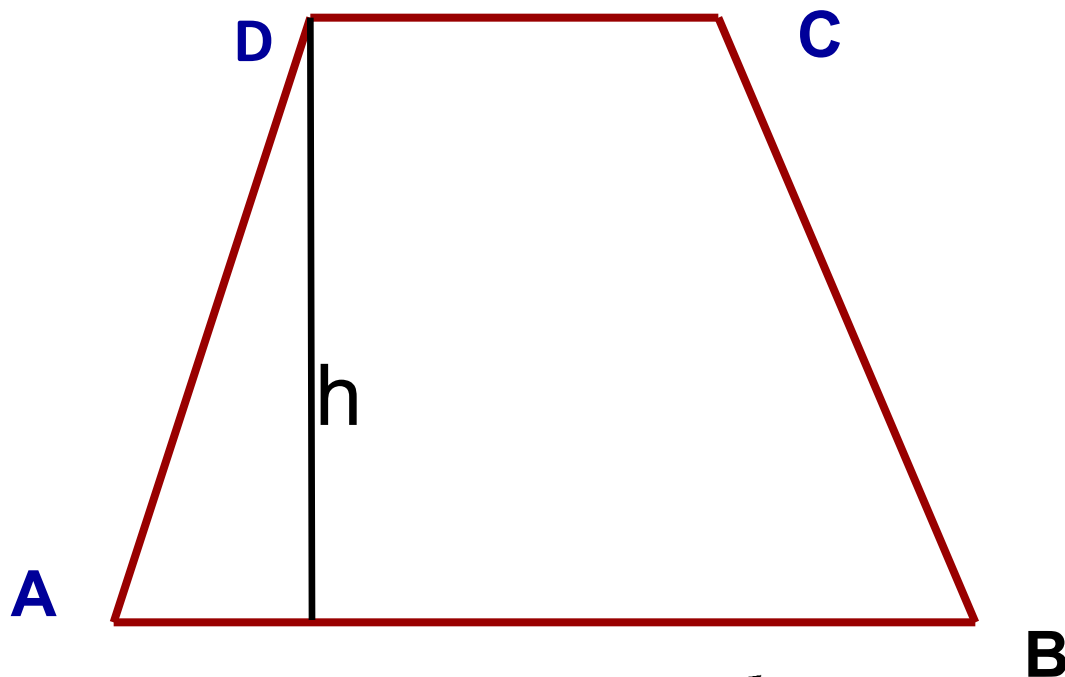


Усеченная пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

Апофема d правильной усеченной пирамиды



Боковая грань усеченных пирамид



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

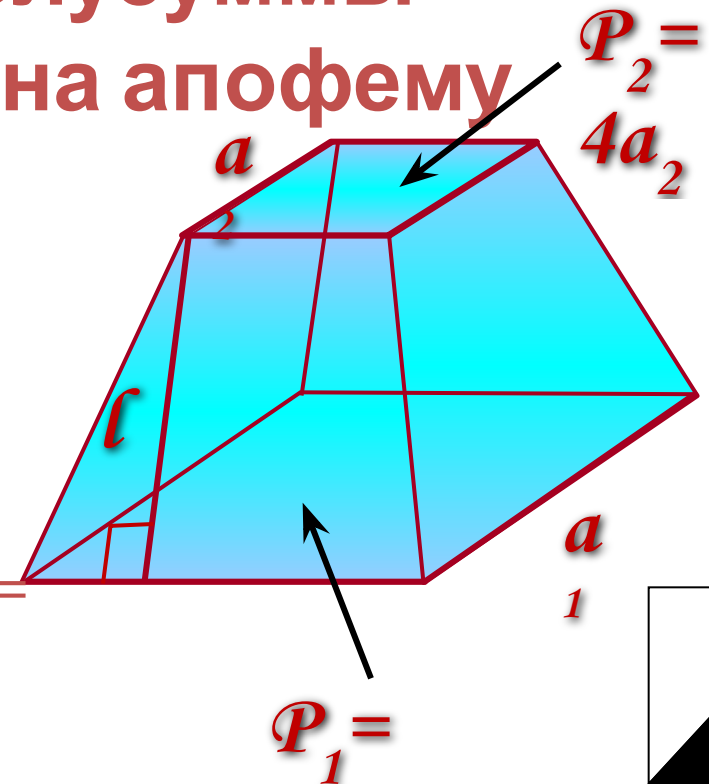
Теорема о площади боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$$

Док – во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= \frac{1}{2}l(a_1 + a_2) + \frac{1}{2}l(a_1 + a_2) + \\ &+ \frac{1}{2}l(a_1 + a_2) + \frac{1}{2}l(a_1 + a_2) = \\ &= \frac{1}{2}l(a_1 + a_2 + a_1 + a_2 + a_1 + a_2 + a_1 + a_2) = \\ &= \frac{1}{2}l(4a_1 + 4a_2) = \frac{1}{2}l(P_1 + P_2) \end{aligned}$$



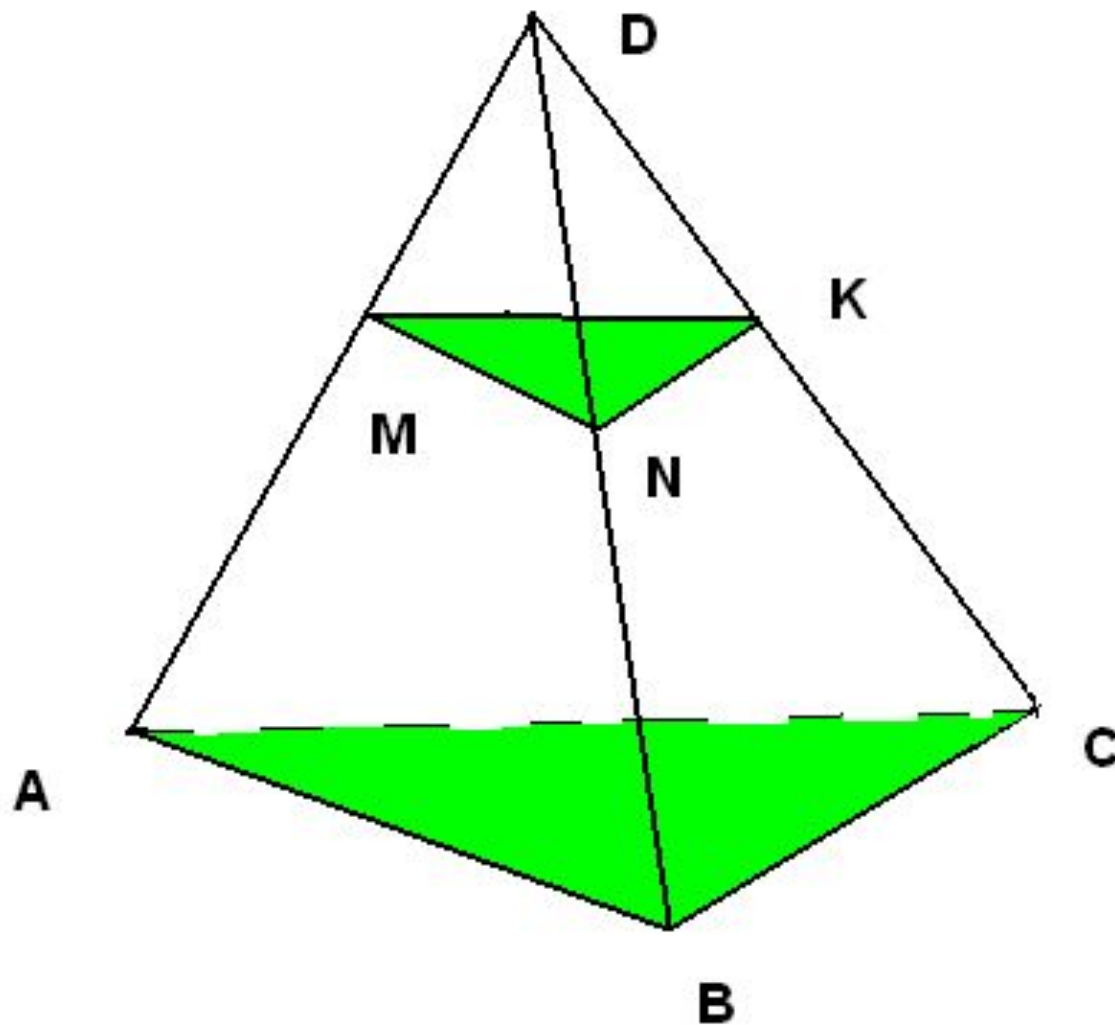
Площадь полной поверхности усеченной пирамиды

$$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн1} + S_{осн2}$$

Объём V усечённой пирамиды, высота которой равна H , а площади оснований равны S и S_1 , вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3} H (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 * S_2})$$

Усеченная пирамида



Правильная четырехугольная усеченная пирамида

