

Начертательная геометрия и технический рисунок

БДЗ; ВБДЗ

Преподаватель Щекалева М. А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Иванова Н.С. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Изд-во Политехн. ун-та 2009г.
- Короев Ю.И. Начертательная геометрия, учебник для ВУЗов.- М. Стройиздат, 1987г.
- **Никифоров В. М.** Начертательная геометрия: Учебное пособие в двух частях. Часть 1. Ортогональные проекции геометрических фигур и основы построения технического рисунка / Никифоров В. М., Фатеев В. И. – М.: ИИЦ МГУДТ, 2011. – 157 стр.

ИНСТРУМЕНТЫ, ПРИНАДЛЕЖНОСТИ, МАТЕРИАЛЫ

- 1 Тетрадь в клетку формата без полей (для лекций);
- 2 Рабочая тетрадь (для практических занятий);
- 3 Чертежная бумага плотная нелинованная - формат А4; А3.
- 4 Миллиметровка; калька;
- 5 Готовальня (циркуль, измеритель);
- 6 Линейка 30 см.;
- 7 Чертежные угольники с углами:
 - а) 90, 45, 45 -градусов;
 - б) 90, 30, 60 - градусов.
- 8 Рейсшина 50 см;
- 9 Транспортир;
- 10 Трафареты для вычерчивания окружностей и эллипсов;
- 11 Простые карандаши – «Т» («Н»), «ТМ» («НВ»), «М» («В»);
- 12 Ластик для карандаша (мягкий);

ПРЕДМЕТ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ – раздел геометрии, изучает методы изображения пространственных форм на плоскости.

Изучение начертательной геометрии позволит:

- Выполнять эскизов и технических рисунков;
- научиться пространственно мыслить;
- развить навыки правильного логического мышления;
- мысленно представлять форму по изображению на плоскости
- изображать форму на плоскости;
- мысленно представлять взаимное положение объектов в пространстве.

Это – важная часть творческого процесса проектирования, служит важным средством для конкретизации замысла проектируемого объекта с большей наглядностью и метрической достоверностью.

ПРЕДМЕТ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

"Начертательная геометрия и технический рисунок" - дисциплина, определяющая профессиональную подготовку дизайнеров и архитекторов

ИЗУЧАЕТ:

- 1 – Методы изображения пространственных форм на плоскости, посредством **проецирования**;
- 2 – способы графического решения различных геометрических задач, связанных с оригиналом;
- 3 – способы преобразования и исследования геометрических свойств изображённого объекта;
- 4 – приёмы увеличения наглядности и визуальной достоверности изображений проектируемого объекта.

ПРЕДМЕТ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Процесс проектирования сопровождается графической фиксацией проектируемого объекта на стадиях:

- эскизных набросков;
- проекционных чертежей;
- рабочих чертежей.

ЧЕРТЁЖ – плоское изображение пространственного предмета, выполненное с помощью чертёжных инструментов.

Это основной документ производства, содержащий сведения о: форме, размерах объекта, материале.

Чертежи выполняются по правилам ЕСКД -

*ЕДИНАЯ СИСТЕМА КОНСТРУКТОРСКОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ –
свод нормативных документов.*

ПРЕДМЕТ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

ЛИНИИ

(ЕСКД ГОСТ 2.303-68)

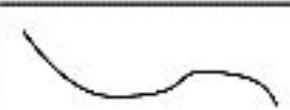
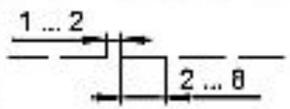
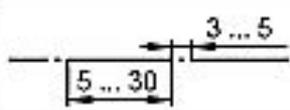
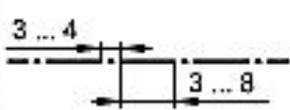
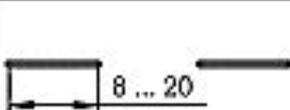
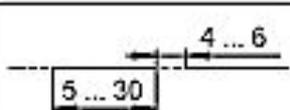
Наименование, начертание, толщина линий по отношению к толщине основной линии и основные назначения линий установлены ГОСТ 2.303-68 и должны соответствовать указанным в таблице 1.

Толщина сплошной линии **S** должна быть в пределах от 0,5 до 1,4 мм в зависимости от величины и сложности изображения, а также от формата чертежа.

Толщина линий одного и того же типа должна быть одинакова для всех изображений на данном чертеже, вычерчиваемых в одинаковом масштабе.

Длину штрихов в штриховых и штрихпунктирных линиях следует выбирать в зависимости от величины изображения. Штрихи в линии должны быть приблизительно одинаковой длины. Промежутки между штрихами в линии должны быть приблизительно одинаковой длины. Штрихпунктирные линии должны пересекаться и заканчиваться штрихами. Штрихпунктирные линии, применяемые в качестве центровых, следует заменять сплошными тонкими линиями, если диаметры окружности или размеры других геометрических фигур в изображении менее 12 мм.

ТИПЫ ЛИНИЙ

Наименование	Начертание	Толщина	Основное назначение
Сплошная толстая основная		S	Линии видимого контура, линии контура вынесенного сечения
Сплошная тонкая		$\frac{s}{3} \dots \frac{s}{2}$	Линии контура наложенного сечения, размерные и выносные линии, штриховка
Сплошная волнистая		$\frac{s}{3} \dots \frac{s}{2}$	Линии обрыва, линии разграничения вида и разреза
Штриховая		$\frac{s}{3} \dots \frac{s}{2}$	Линии невидимого контура
Штрихпунктирная тонкая		$\frac{s}{3} \dots \frac{s}{2}$	Линии осевые и центровые
Штрихпунктирная утолщенная		$\frac{s}{2} \dots \frac{2}{3}s$	Линии для изображения элементов, расположенных перед секущей плоскостью
Разомкнутая		S...1,5S	Линии сечений www.oamarkova.ru
Сплошная тонкая с изломами		$\frac{s}{3} \dots \frac{s}{2}$	Длинные линии обрыва
Штрихпунктирная с двумя точками тонкая		$\frac{s}{3} \dots \frac{s}{2}$	Линии сгиба на развертках, линии для изображения развертки, совмещенной с видом

ПРЕДМЕТ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

НАНЕСЕНИЕ РАЗМЕРОВ И ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ (ЕСКД ГОСТ2.307-68)

Чтобы рационально наносить и правильно читать размеры, нужно изучить некоторые условности, установленные **ГОСТ2.307-68 "Нанесение размеров и предельных отклонений"**. Рассмотрим некоторые основные положения этого стандарта и рекомендации справочной и учебной литературы:

[Основные требования](#)

[Нанесение размеров](#)

[Нанесение предельных отклонений](#)

Для определения величины изображенного изделия и его элементов служат размерные числа, нанесенные на чертеже.

Исключение составляют случаи, предусмотренные в ГОСТ 2.414-75; ГОСТ 2.417-78; ГОСТ 2.419-68, когда величину изделия или его элементов определяют по изображениям, выполненным с достаточной степенью точности.

Общее количество размеров на чертеже должно быть минимальным, но достаточным для изготовления и контроля изделия.

МАСШТАБЫ

Масштаб это отношение длины отрезка изображённого на чертеже к его натуральной длине.

Масштабы: *линейные и числовые.*

Линейный масштаб –

задаётся графически, с помощью масштабной линейки.

Числовой масштаб –

задаётся числовыми значениями и может быть:

масштабом *увеличения* ($M5:1$), объект при вычерчивании увеличивается

и масштабom *уменьшения* ($M1:5$), объект при вычерчивании уменьшается.

M 1:5 – *в одном сантиметре на чертеже содержится 5 см натуральной величины.*

M 5:1 – *в 5 см на чертеже содержится 1 см натуральной величины.*

Символы, принятые в начертательной геометрии

Символ	Наименование	Пример чтения
=	Равны	$AB = BC$ длины отрезков AB и BC равны
~	Подобны	$\triangle ABC \sim \triangle MNK$ треугольники ABC и MNK подобны
//	Параллельны	$a // b$ прямая a параллельна прямой b
\perp	Перпендикулярны	$a \perp \Omega$, прямая a перпендикулярна плоскости Ω
\cdot	Скрещиваются	$a \cdot b$ прямая a и прямая b скрещиваются
\rightarrow	Отображаются	Фигура $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ фигура Φ_1 отображается на фигуру Φ_2
\in	Принадлежность	$A \in b$ точка A принадлежит прямой b , или точка A лежит на прямой b
\ni	Проходит	$b \ni M$ прямая b проходит через точку M
\cap	Пересечение	$a \cap \Omega = C$ прямая a пересекает плоскость Ω в точке C
\wedge	И	$A \wedge B$ - точка A и точка B
\vee	Или	$A \vee B$ - точка A или точка B
\Rightarrow	Следовательно	$a // b \Rightarrow a_1 // b_1$

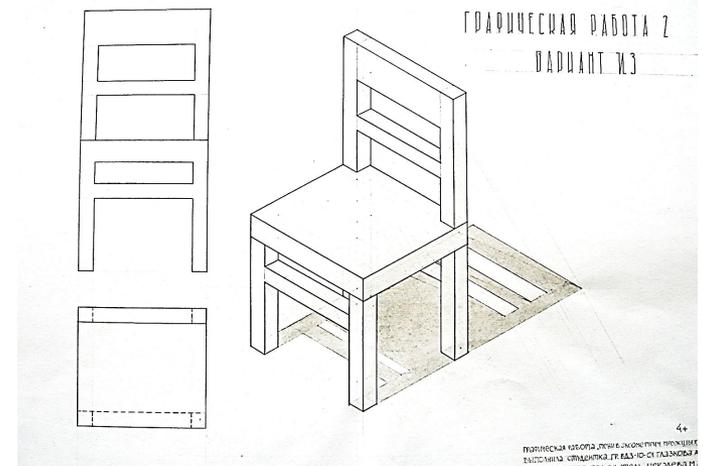
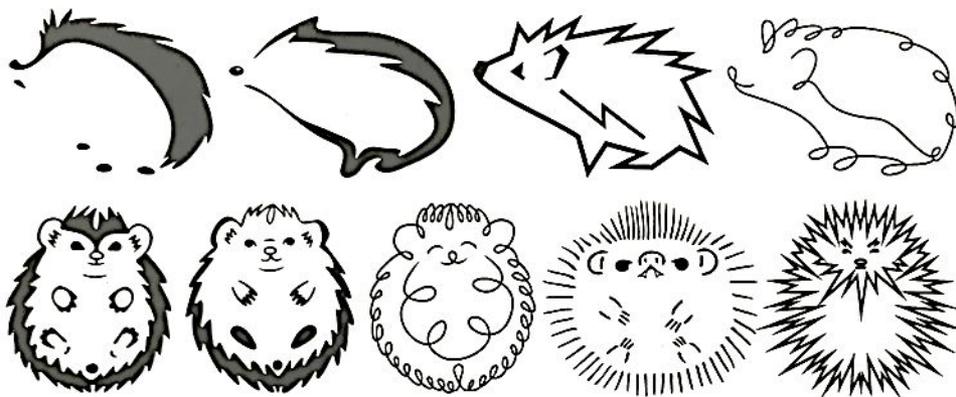
проектная графика

В деятельности архитектора и дизайнера **проектная графика** – это вид графического искусства.

Проект должен полно визуализировать разрабатываемый объект.

Для этого в арсенале будущего специалиста должны быть средства художественной графики, позволяющие преодолеть плоскость бумаги:

линейная графика, тоновые покрытия, отмывки.



проектная графика

Язык графического представления (проектная графика) сложился окончательно в начале XIX века, благодаря **французскому инженеру и математику Гюставу Монжа**.

Сейчас инженеры, архитекторы и дизайнеры имеют возможность точно фиксировать на листе бумаги геометрические параметры разрабатываемого объекта, создавая графическую документацию, которая позволяет оценить и материализовать проектную разработку.

Несмотря на развитие компьютерных технологий, результат проектной деятельности представляется, на плоском носителе – листе бумаги, где средствами графики отображены характеристики трёхмерного пространства – высота, ширина и глубина

проецирование

В 1795 году во Франции была опубликована «Начертательная геометрия» Г. Монжа, в основе её лежало **прямоугольное проецирование на две взаимно перпендикулярные плоскости.**

Он первым рассмотрел плоский чертёж как результат совмещения плоскостей проекций перпендикулярных между собой, разделённых осями проекций.

Если считать, что **чертёж** - профессиональный язык художественно-конструкторской деятельности,

то **начертательная геометрия** – грамматика этого языка.

проецирование

прямоугольное проецирование дает точное изображение разрабатываемого объекта, но это изображение не обладает наглядностью.

Большей наглядности можно добиться, построением **аксонометрии** или **перспективы**.

Их преимущество – наглядность изображения.

Технический рисунок – наглядное изображение объекта, выполненное на основе аксонометрических проекций с помощью инструментов или от руки, на глаз, но, *с сохранением пропорций*.

Рисунок уступает чертежу в точности, но превосходит - в наглядности.

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

ПРОЕЦИРОВАНИЕ – процесс получения изображения на плоскости

МЕТОД ПРОЕКЦИЙ – ОТОБРАЖЕНИЕ МНОЖЕСТВ.

Каждой точке трёхмерного пространства соответствует определённая точка двумерного пространства – плоскости.

Получение изображений геометрических фигур

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ОТОБРАЖЕНИЯ:

- точки;
- линии;
- поверхности;

ОТОБРАЖЕНИЕ ВЫПОЛНЯЕТСЯ С ПОМОЩЬЮ ПРОЕЦИРУЮЩИХ ЛУЧЕЙ (линий связи)

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Точка не имеет измерений и определяет положение точки в пространстве.

Линия (прямая или кривая) - множества точек, имеет одно измерение - длину. Определяется положением линии в пространстве.

Поверхность (плоскость, цилиндрическая и коническая поверхности, сфера и др.) - множество точек или множество линий, имеет два измерения. Определяется положение поверхности в пространстве.

Геометрические тела (геометрические) - ограничены точками, линиями и поверхностями. Имеют три измерения

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

ТРЕБОВАНИЯ К ПРОЕКЦИОННЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ - ЧЕРТЁЖУ:

НАГЛЯДНОСТЬ – изображение передаёт представление об объекте и о положении его в реальных условиях (перспектива, аксонометрия).

ТОЧНОСТЬ – графические операции на чертеже дают точные результаты (размеры, взаимное положение частей и форму объекта).

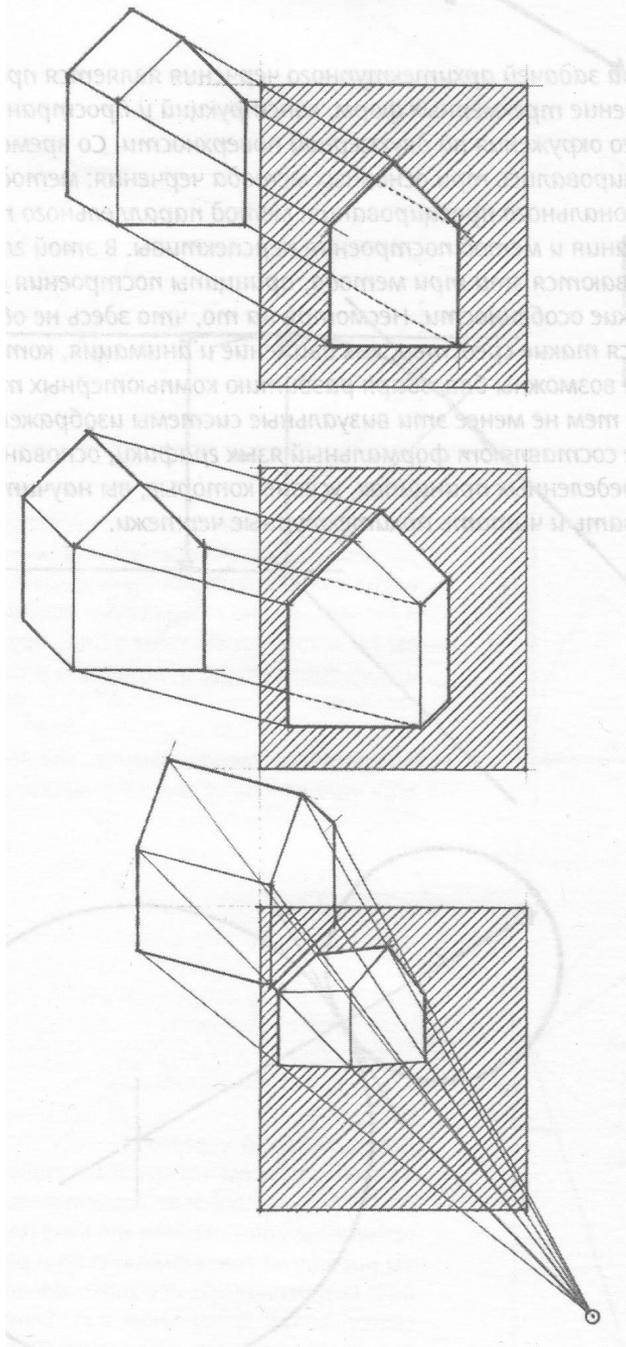
ПРОСТОТА – последовательное графическое построение, доступное для понимания однозначное решение.

ОБРАТИМОСТЬ – возможность определять форму, размеры объекта, его положение в пространстве (восстановление оригинала по чертежу).

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Изображение на плоскости, полученное при помощи проецирующих лучей:

- исходящих из одной точки, при построении перспективы – (центральное проецирование)
- параллельных между собой, при построении ортогональных проекций и аксонометрии (параллельное проецирование).



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

Три основных проекционных метода:

- Параллельными лучами (прямоугольное и косоугольное);
- лучами, исходящими из одной точки.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ (Ц.П.) - Получение отображения точек пространства на плоскости (K) при помощи проецирующих лучей, исходящих из одной точки (S).

Основные свойства Ц.П.:

1 - проекция точки – точка;

2 - проекция прямой – прямая;

3 - если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки принадлежит проекции данной прямой.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ – ПЕРСПЕКТИВА

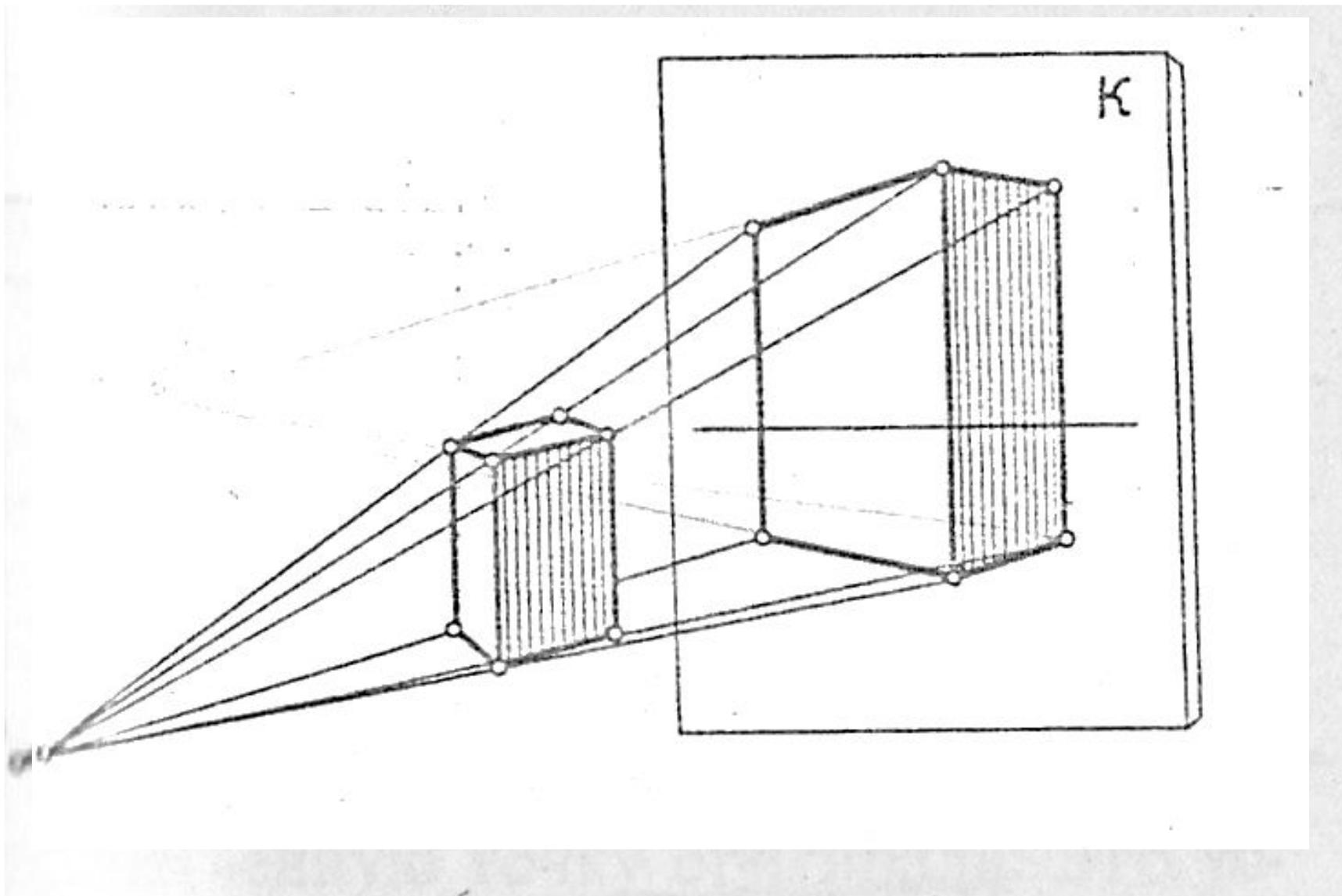
Наглядность – зрительные впечатления:

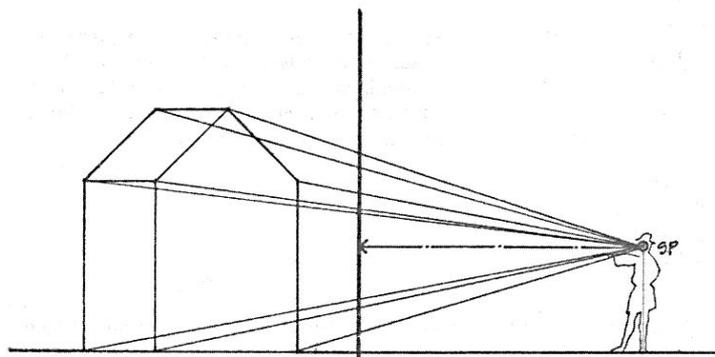
- форма объекта;
- взаимное положение зрителя и объекта;
- окружающее пространство.

Однако, сложно определить истинные размеры и форму объекта.

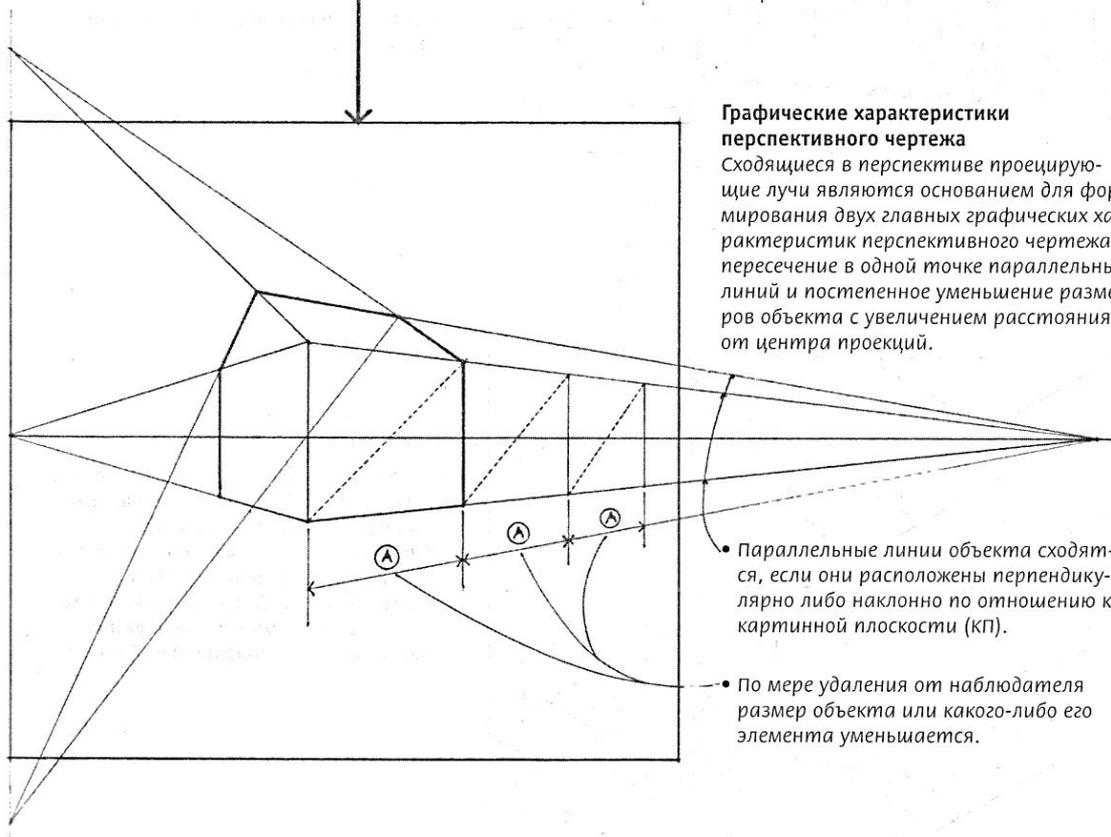
Перспективные изображения – это часть демонстрационного материала проекта.

ПЕРСПЕКТИВА





- Человек обычно смотрит обоими глазами, что называется бинокулярным зрением, тогда как перспективная проекция представляет трехмерный объект или окружение так, словно его видно одним глазом. Назовем эту точку точкой зрения (центром проекций) (ТЗ). В отличие от параллельных проецирующих лучей в ортогональных и косоугольных проекциях, проецирующие лучи в перспективной проекции сходятся в этой точке зрения.



Графические характеристики перспективного чертежа

Сходящиеся в перспективе проецирующие лучи являются основанием для формирования двух главных графических характеристик перспективного чертежа: пересечение в одной точке параллельных линий и постепенное уменьшение размеров объекта с увеличением расстояния от центра проекций.

- Параллельные линии объекта сходятся, если они расположены перпендикулярно либо наклонно по отношению к картинной плоскости (КП).
- По мере удаления от наблюдателя размер объекта или какого-либо его элемента уменьшается.

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ (частный случай центрального проецирования) – проецирующие лучи направлены параллельно друг другу (из-за бесконечно удалённого центра).

- **Параллельное проецирование косоугольное** –

параллельно направленные проецирующие лучи расположены к плоскости проекций (K) под некоторым углом, отличным от прямого.

- **Параллельное проецирование прямоугольное** –

параллельно направленные проецирующие лучи расположены к плоскости проекций (K) перпендикулярно.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

Основные свойства параллельного проецирования:

1 - проекция точки – точка;

2 - проекция прямой – прямая;

3 - если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки принадлежит проекции данной прямой;

4 – проекции параллельных прямых параллельны;

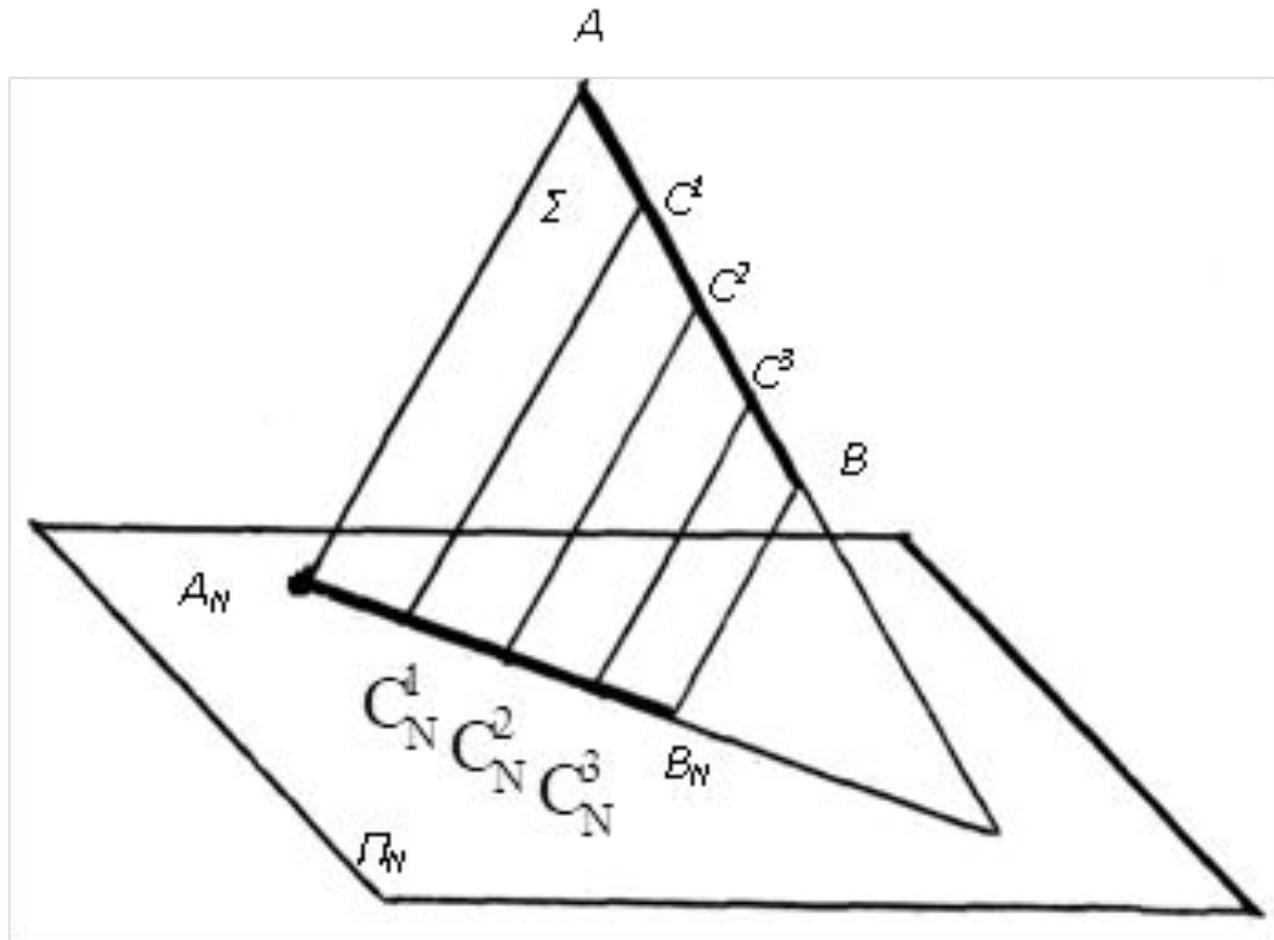
5 – отношение отрезков прямой равно отношению их проекций;

6 – отношение отрезков двух параллельных прямых равно отношению их проекций.

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

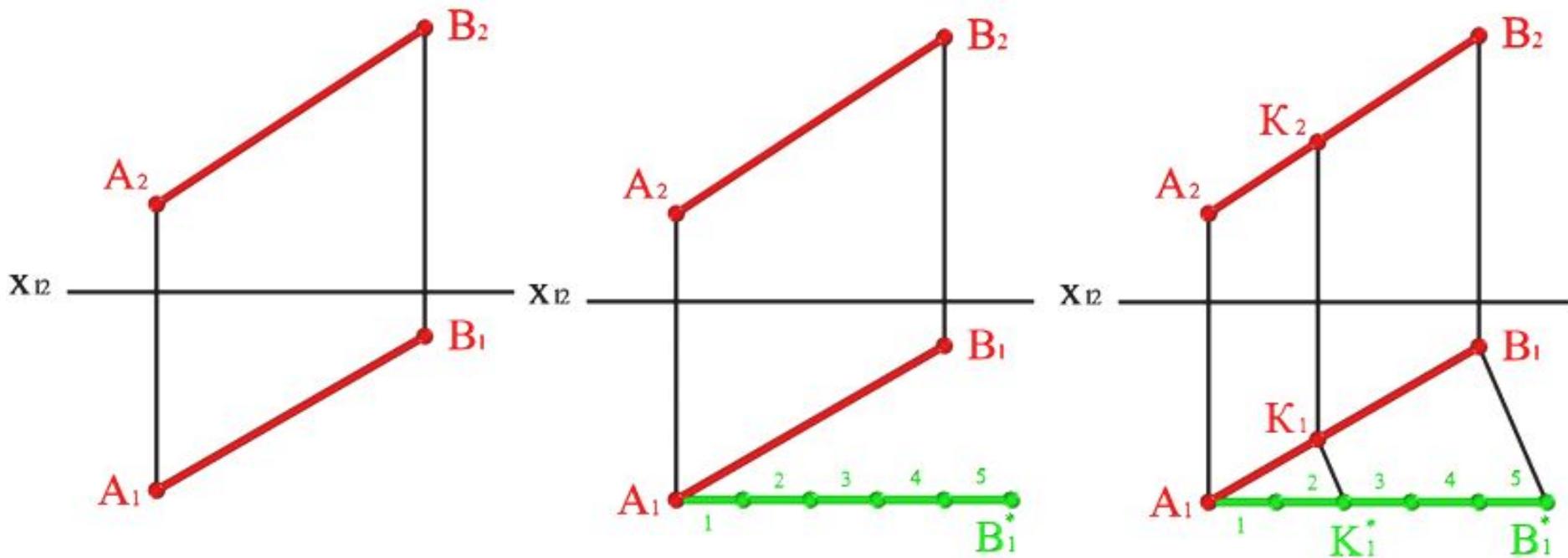
ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ЗАДАННОМ ОТНОШЕНИИ

Проекции точки делят проекции отрезка в том же отношении, в каком точка делит отрезок прямой.



ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ЗАДАННОМ ОТНОШЕНИИ

Отрезок АВ разделен точкой К в отношении 2:3.



ПРОЕЦИРОВАНИЕ

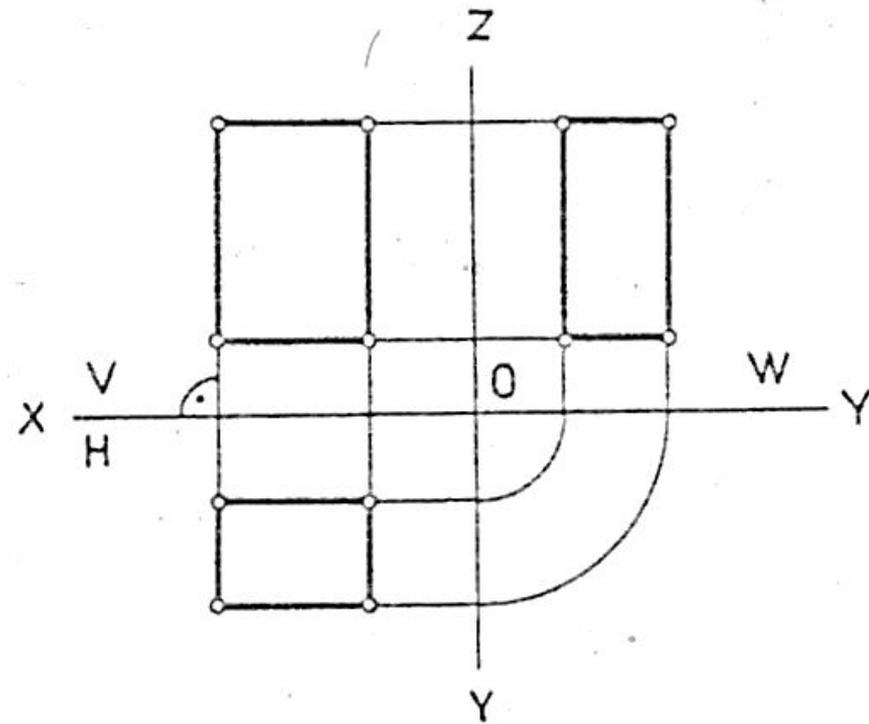
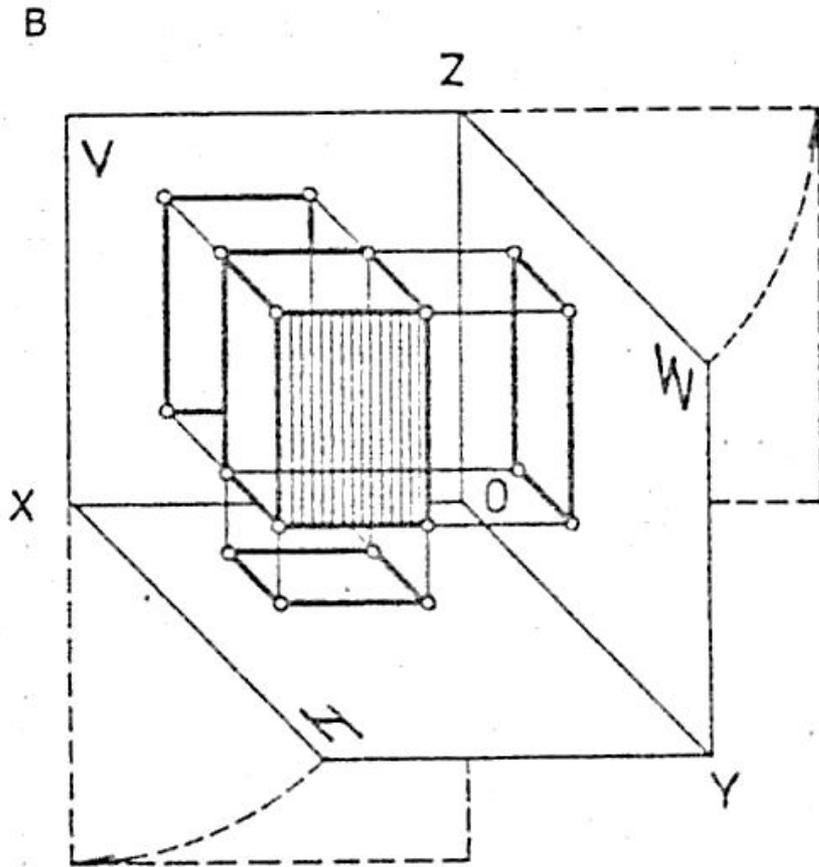
ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЕ – ОРТОГОНАЛЬНОЕ

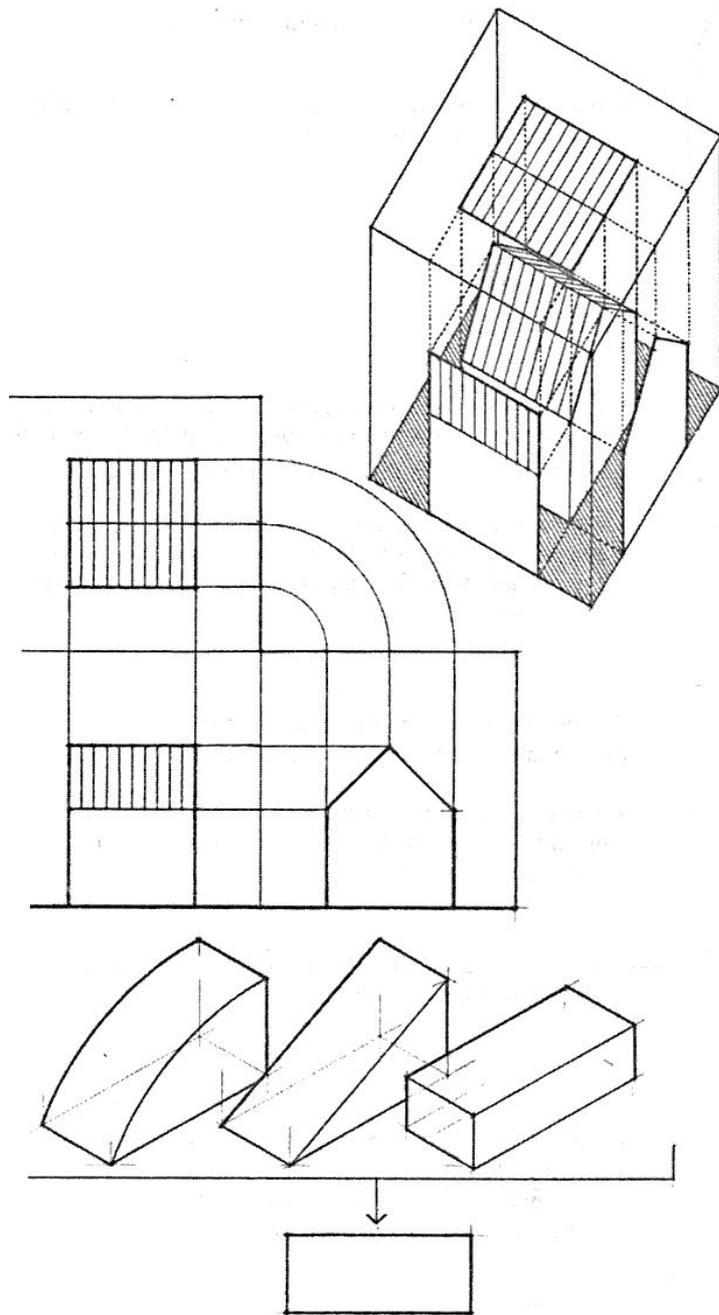
- Объект проецируется на две или три плоскости проекций.
- Форма и размеры объекта не искажаются.
- Плоскости проекций совмещаются в одну плоскость, получается эпюр или комплексный чертёж.

Однако, изображение не обладает наглядностью.

Важно, что при наличии масштаба, размерных и других данных чертежа, можно воспроизвести изображение в полном соответствии с проектным замыслом.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ





ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

Одна
ортогональная
проекция не может
передать всю
информацию об
объекте, поэтому
проекций должно
быть, как
минимум, две

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ

Проецирование объекта на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций проецирующими лучами, перпендикулярными к каждой из плоскостей проекций.

Плоскости проекций:

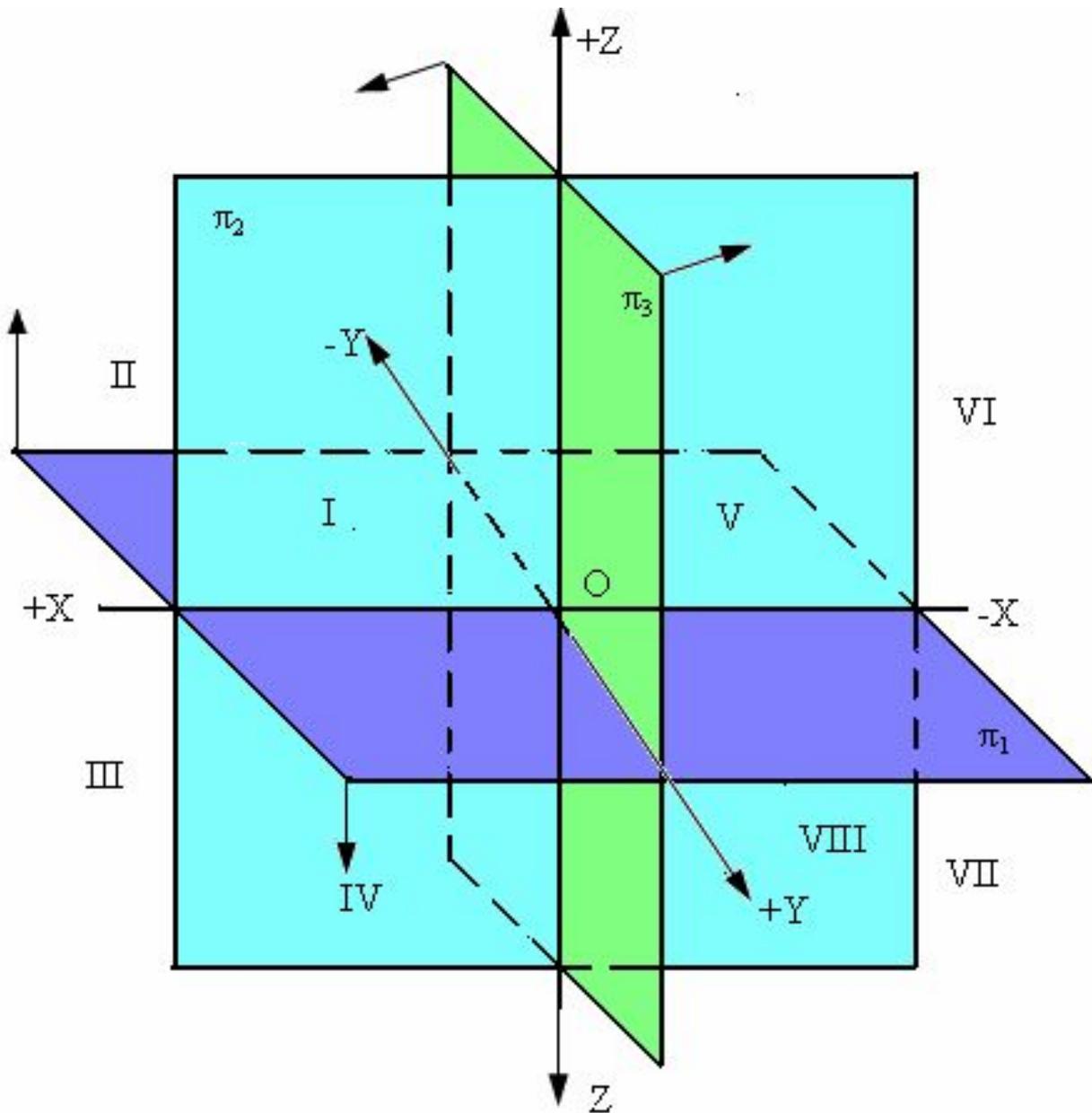
П1 – горизонтальная;

П2 – фронтальная;

П3 – профильная.

Плоскости проекций не ограничены и прозрачны.

Они разделяют пространство на 8-мь трёхгранных углов, называемых **октантами**.



Три плоскости
 проекций делят
 пространство
 на восемь
 трехгранных
 углов –
ОКТАНТОВ

$$\Pi_{1\perp} \Pi_{2\perp} \Pi_{3}$$

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ

Линии пересечения плоскостей – оси проекций или координатные оси:

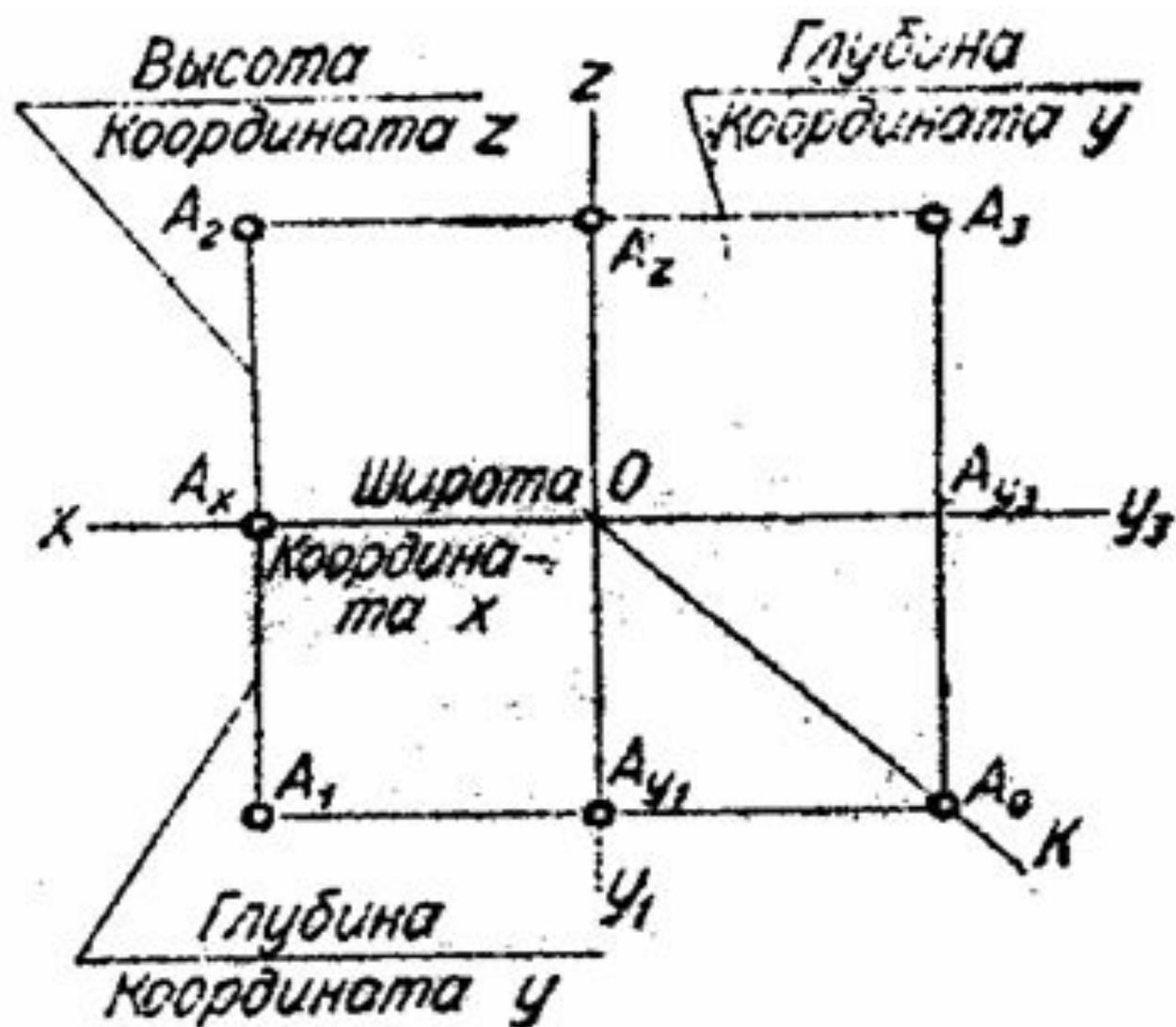
OX – ось абсцисс (широта);

OY – ось ординат (глубина);

OZ – ось аппликат (высота).

Эпюр или **комплексный чертёж** – развёрнутые в одну три плоскости проекций

Линии связи или **проецирующие лучи** – линии, соединяющие координаты точек и их проекции.



ПРОЕЦИРОВАНИЕ

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ – АКСОНОМЕТРИЯ

- Даёт представление о форме объекта
- Можно определить основные размеры объекта.

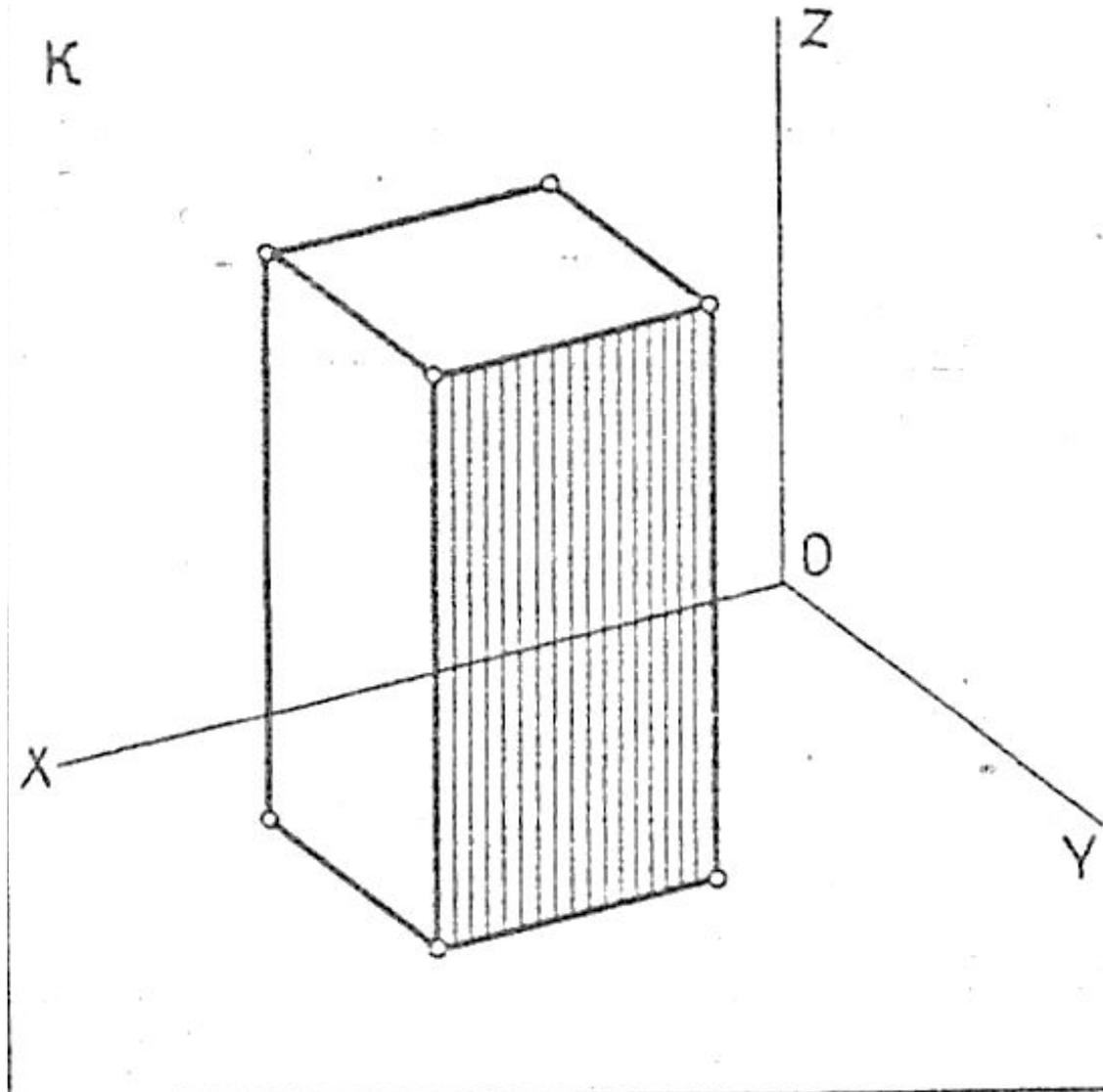
Однако, вид только с одной стороны и только сверху или снизу.

АксонOMETрические изображения применяются для показа сложных пространственных структур и конструкций проектируемого объекта.

АКСОНОМЕТРИЯ

- Аксонометрия представляет трёхмерную природу объекта в одном графическом изображении.
- **Изображение объекта** выполняется посредством параллельного проецирования на плоскость проекций (картинную плоскость) **вместе с пространственной системой координат**
- Аксонометрия – **осемерие**
- По ортогональным проекциям.

АКСОНОМЕТРИЯ



АКСОНОМЕТРИЯ

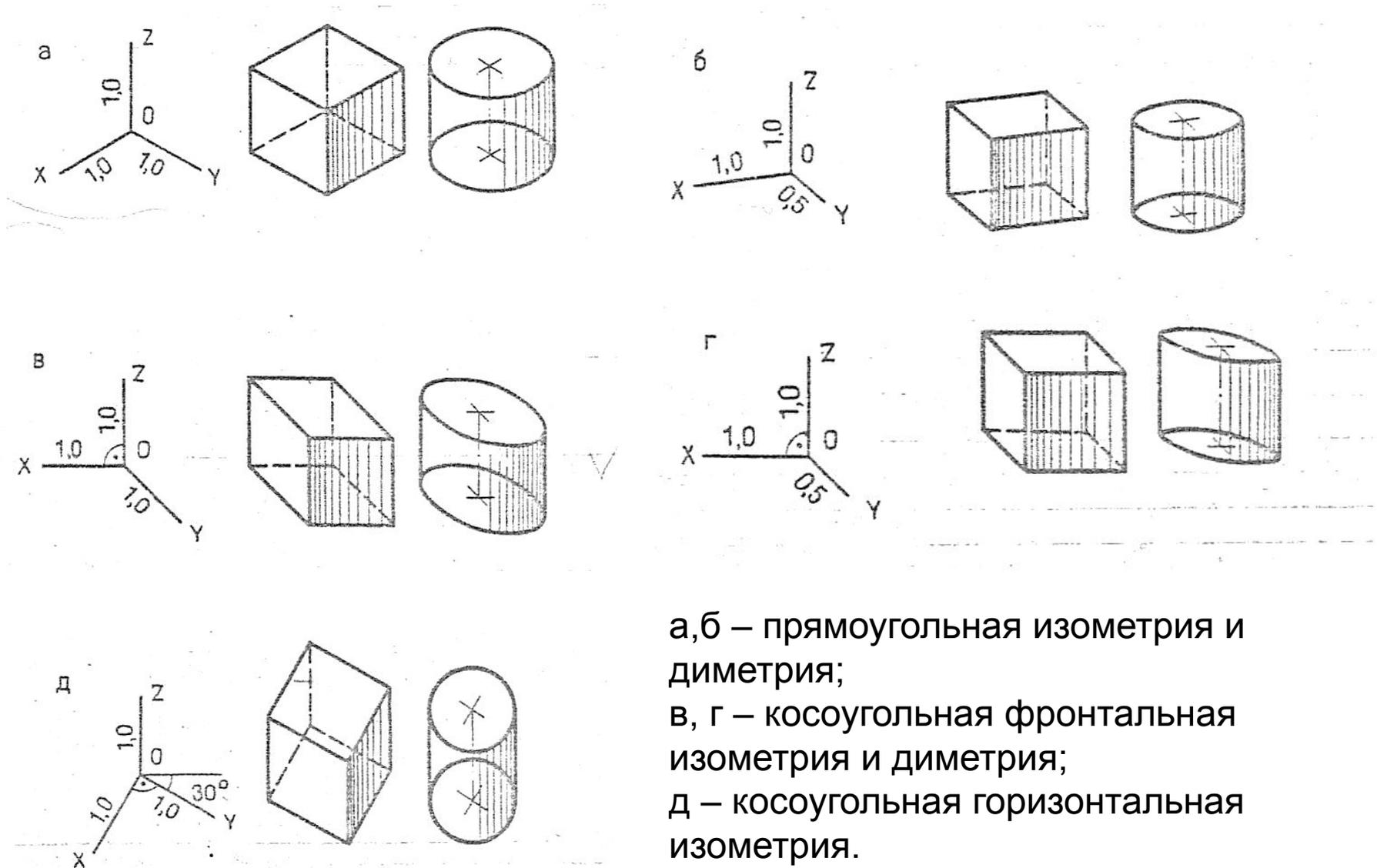
- Плоскости проекций в пространстве перпендикулярны между собой, образуют оси.
- Оси – прямоугольная система координат с центром в точке «О».
- Параллельные линии на объекте, независимо от их направления, остаются параллельными и на чертеже.
- Отрезок, параллельный одной из трёх главных осей, вычерчивается в соответствующем масштабе

В зависимости от коэффициентов искажения, аксонометрические проекции могут быть:

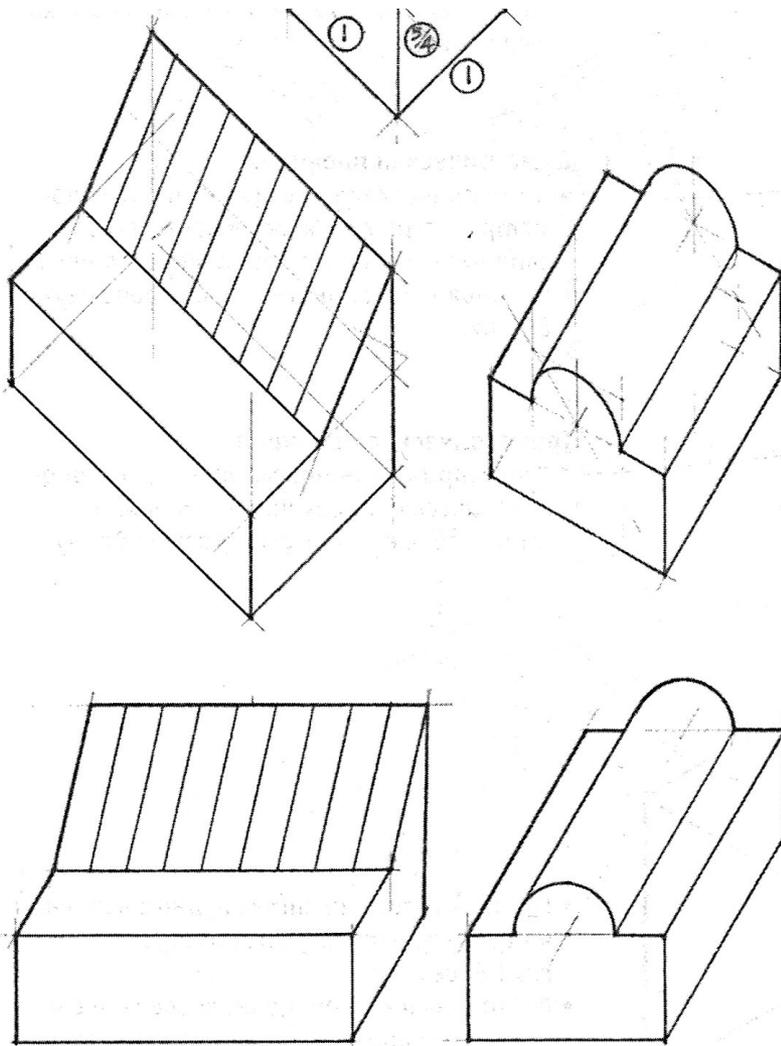
1. **изометрическими**, если коэффициенты искажения по всем трем осям равны между собой $m = n = k$;
2. **диметрическими**, если коэффициенты искажения по двум осям равны между собой, а по третьей – отличается от первых двух $m = k \neq n$;
3. **триметрическими**, если все три коэффициента искажения по осям различны,
 $m \neq n \neq k$.

В зависимости от расположения осей аксонометрические проекции подразделяются на **пять видов**:

ПЯТЬ ВИДОВ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ



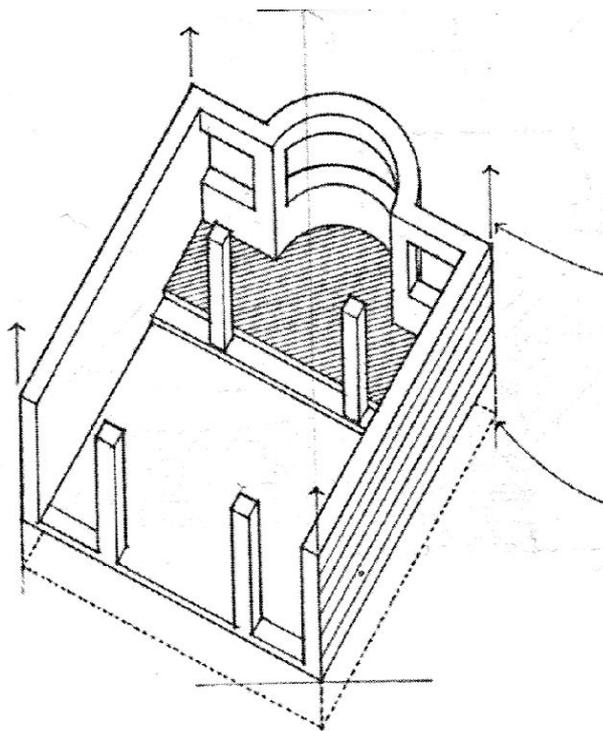
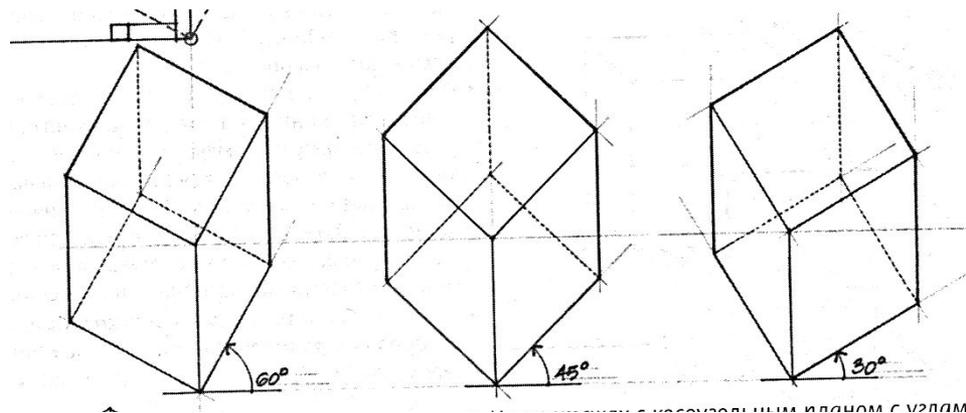
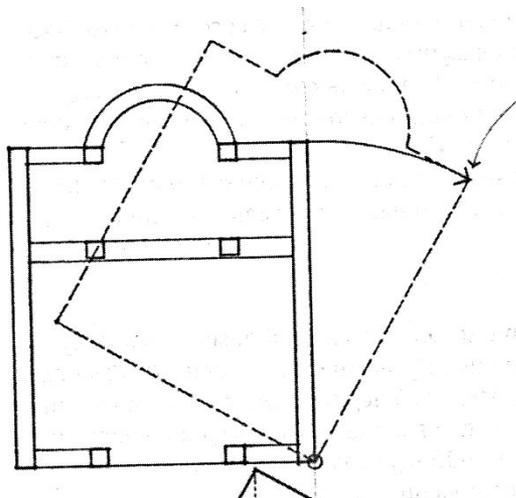
а, б – прямоугольная изометрия и диметрия;
в, г – косоугольная фронтальная изометрия и диметрия;
д – косоугольная горизонтальная изометрия.



Косоугольная
горизонтальная
изометрическая проекция –
без искажения
изображается
конфигурация плана

Косоугольная фронтальная
диметрия и изометрия – *без*
искажения изображается
конфигурация
фронтальной проекции

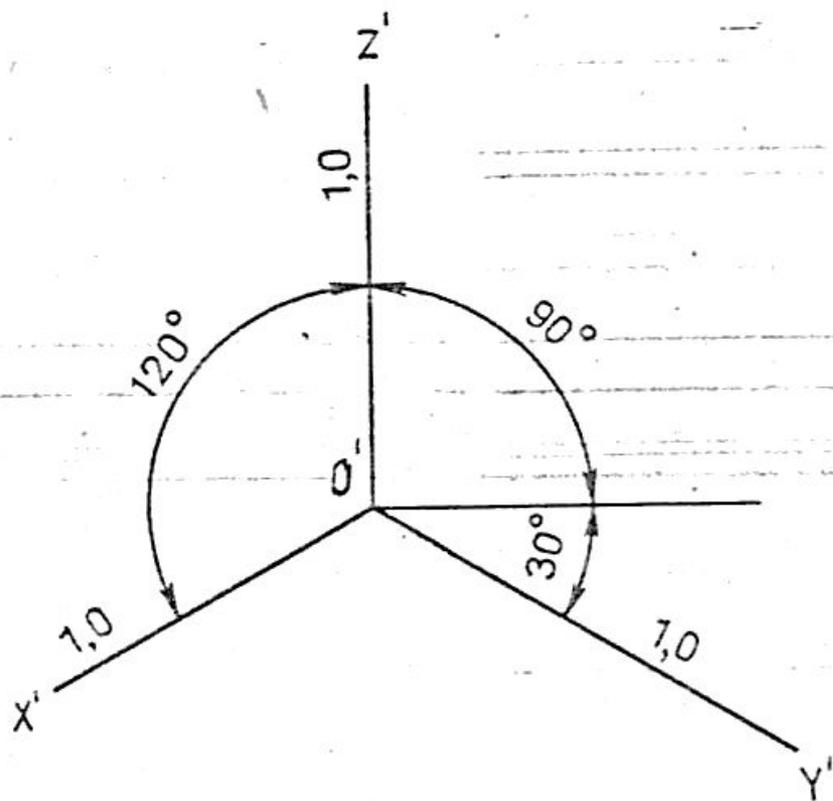
Построение косоугольного плана



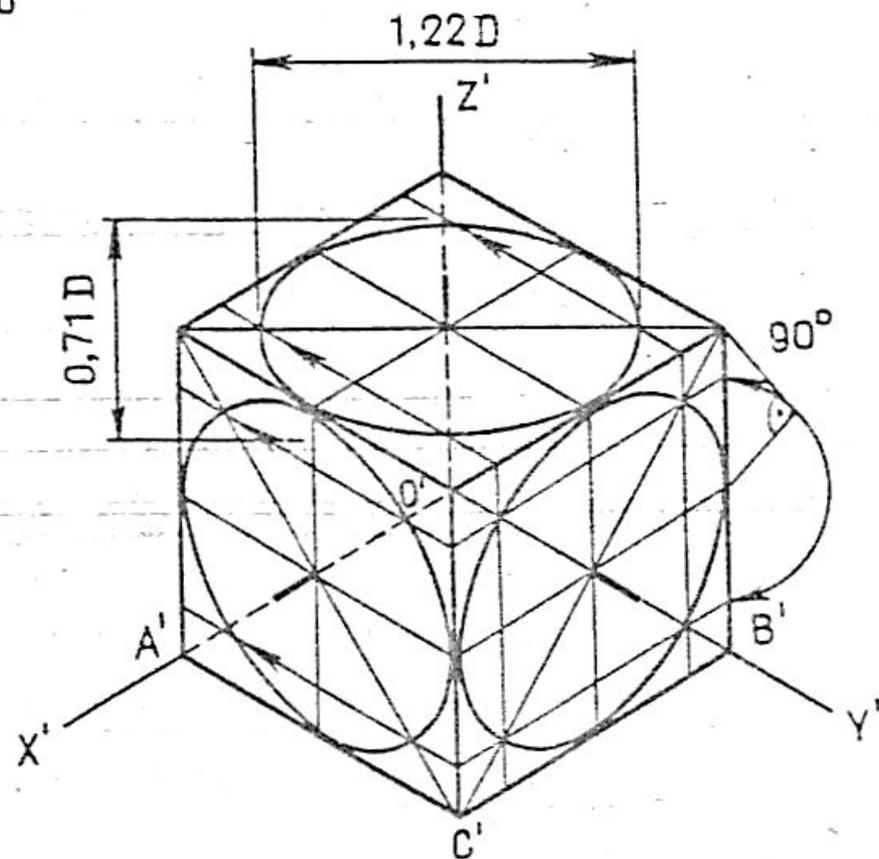
- План, повёрнутый относительно горизонтальной линии, служит основой для построения вертикальных линий боковых граней.
- Размеры вертикалей вычерчиваются без искажений

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ИЗОМЕТРИЯ

а

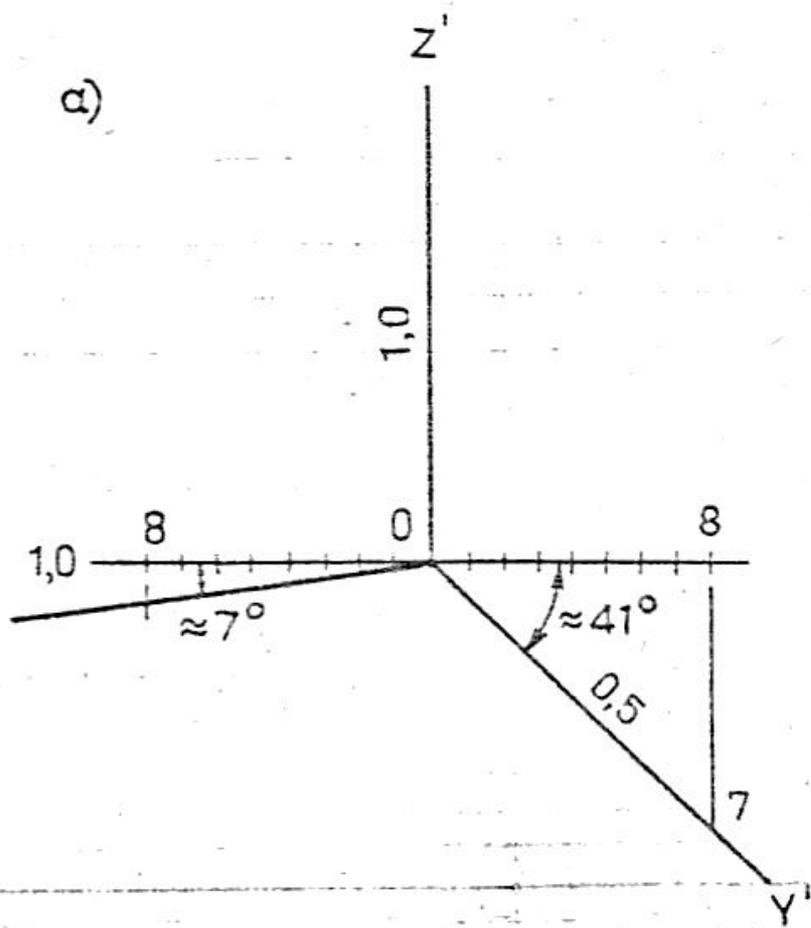


б

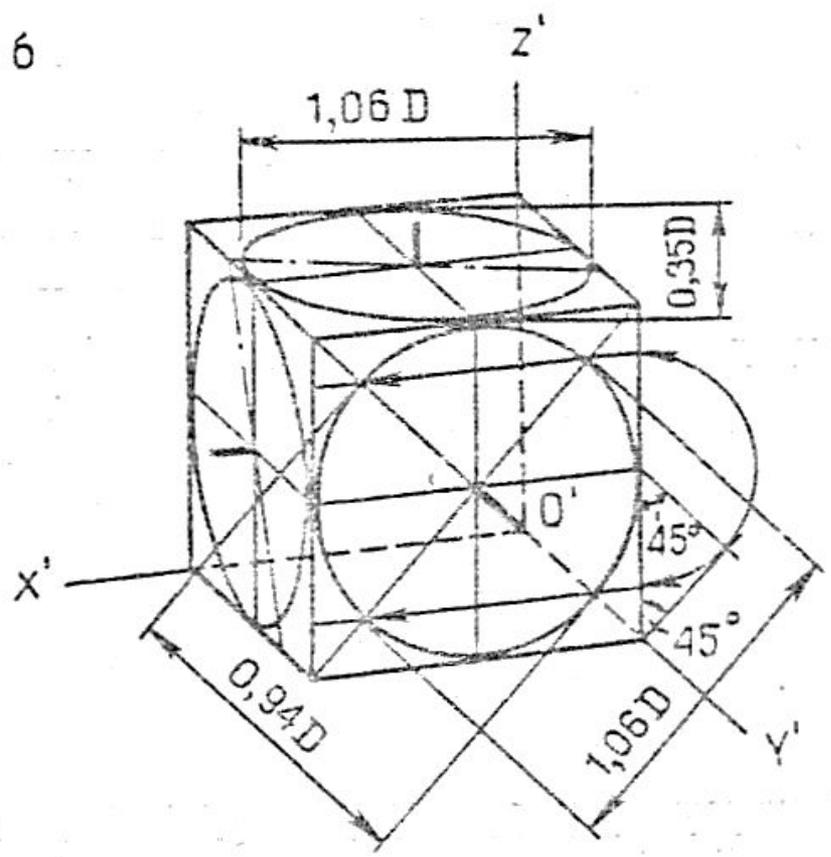


ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ДИМЕТРИЯ

а)

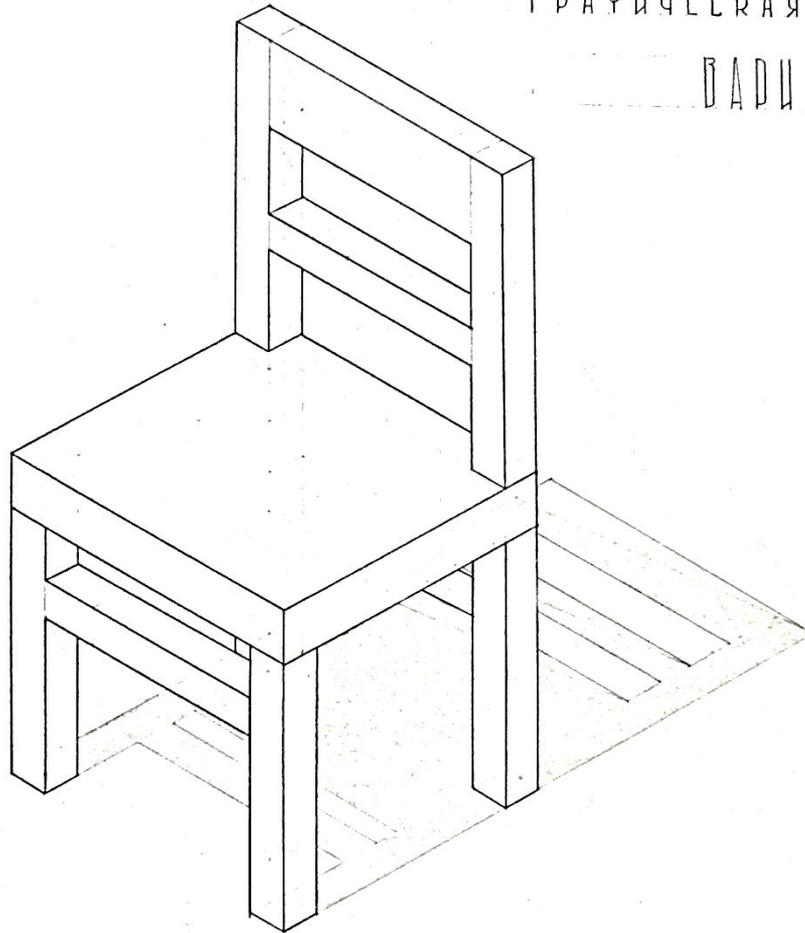
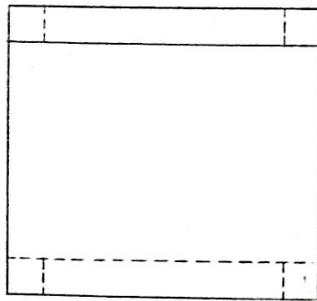
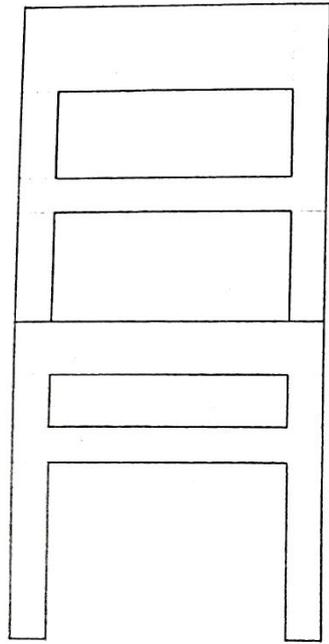


б)



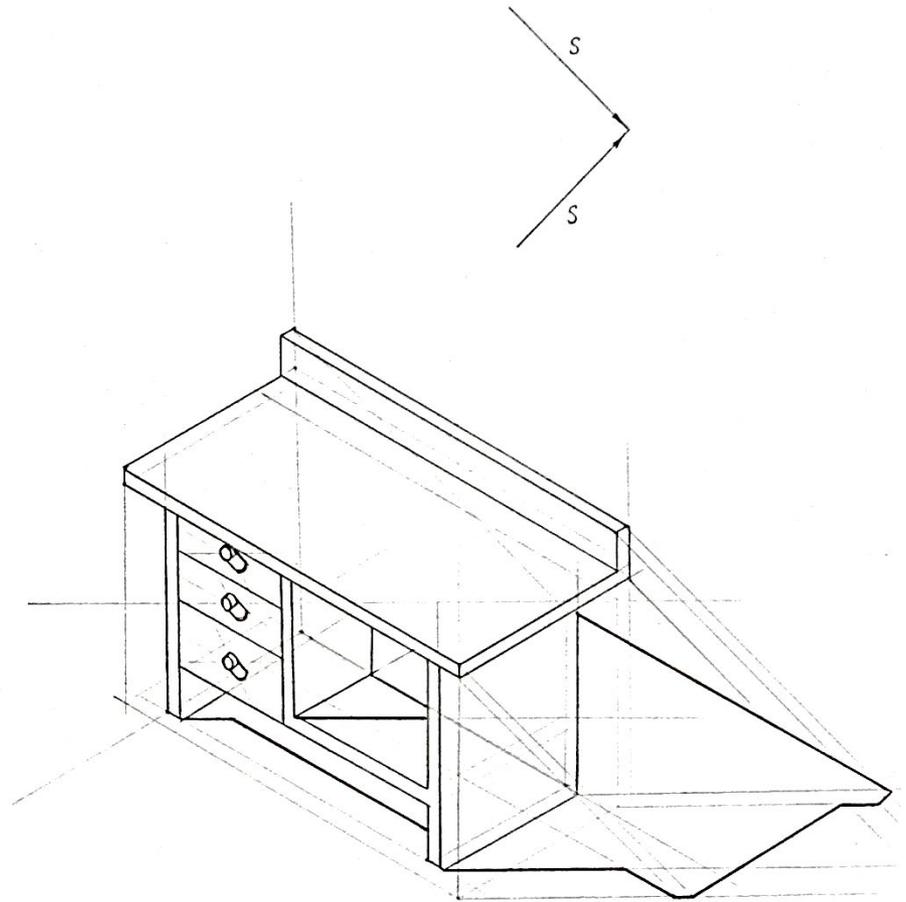
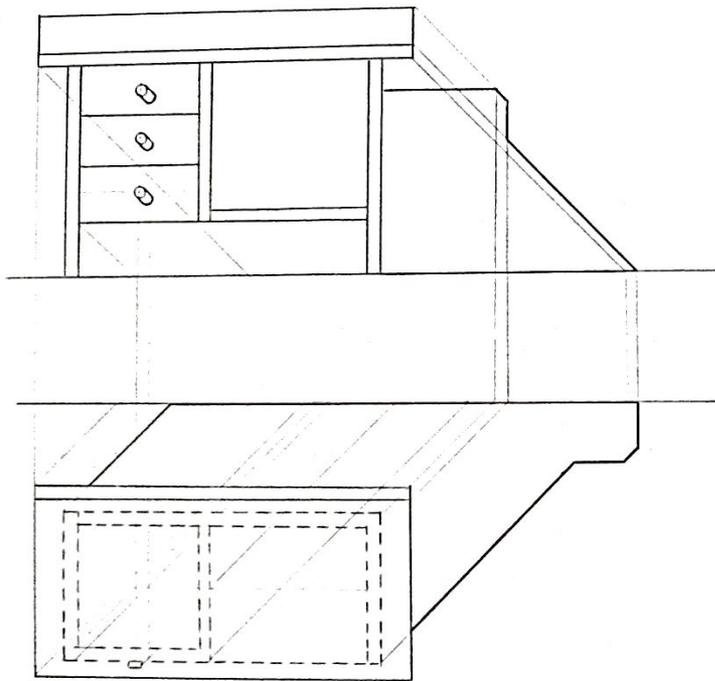
ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА 2

ВАРИАНТ №3



4+

ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА «ЛЕНИН В АКСОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ»
ВЫПОЛНИЛА СТУДЕНКА ГР. ЕДЗ-Ю-01 ГАЗКОВА А.
ПРОФ. ВРИА ПР. СОЛ. ДВ. ПЕЛЬ ИСАКОВА М.



5
ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6 ВАРИАНТ № 8
« ТЕНИ В ИЗОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ »
ВЫПОЛНИЛА: СТ.ГР. ВБДЗ 09-01 ГОНЧАРЕНА

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- *П1* – горизонтальная плоскость проекций;
- *П2* – фронтальная плоскость проекций;
- *П3* – профильная плоскость проекций;
- *OX* – ось абсцисс;
- *OY* – ось ординат;
- *OZ* – ось аппликат;
- *П4; П5; П6...* - дополнительные плоскости проекций;
- *A; B; C...* - точки, расположенные в пространстве;
- *A1; A2; A3; B1; B2; B3...* - проекции точек в плоскостях проекций;
- *Ax; Ay; Az...* - координаты точки;
- *1; 2; 3...* - вспомогательные точки пространства;
- *a; b; c...* - прямые и кривые линии пространства;
- *AB* - отрезок прямой;
- *AB* - луч с началом в точке A;
- *K* – картинная плоскость;

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

Положение точки в пространстве определяется расстоянием до плоскостей проекций.

На плоскости положение точки изображается в виде *чертежа*, при помощи трёх *координат* ($x; y; z$).

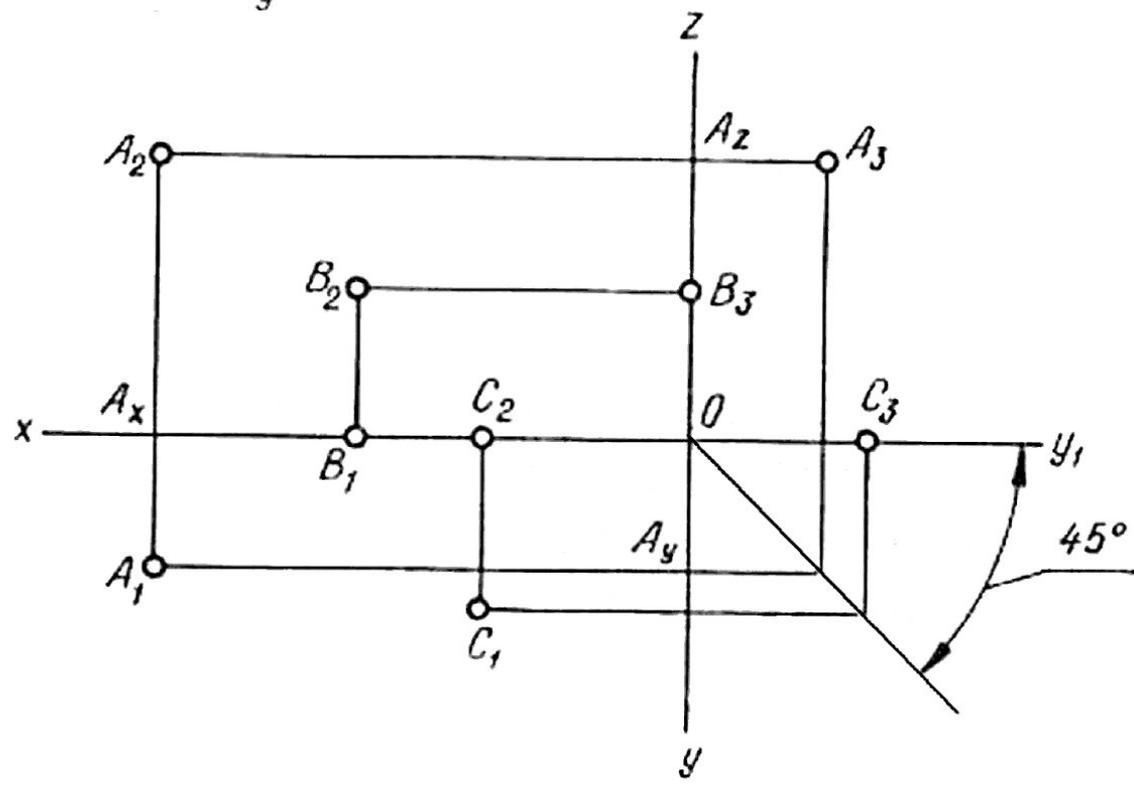
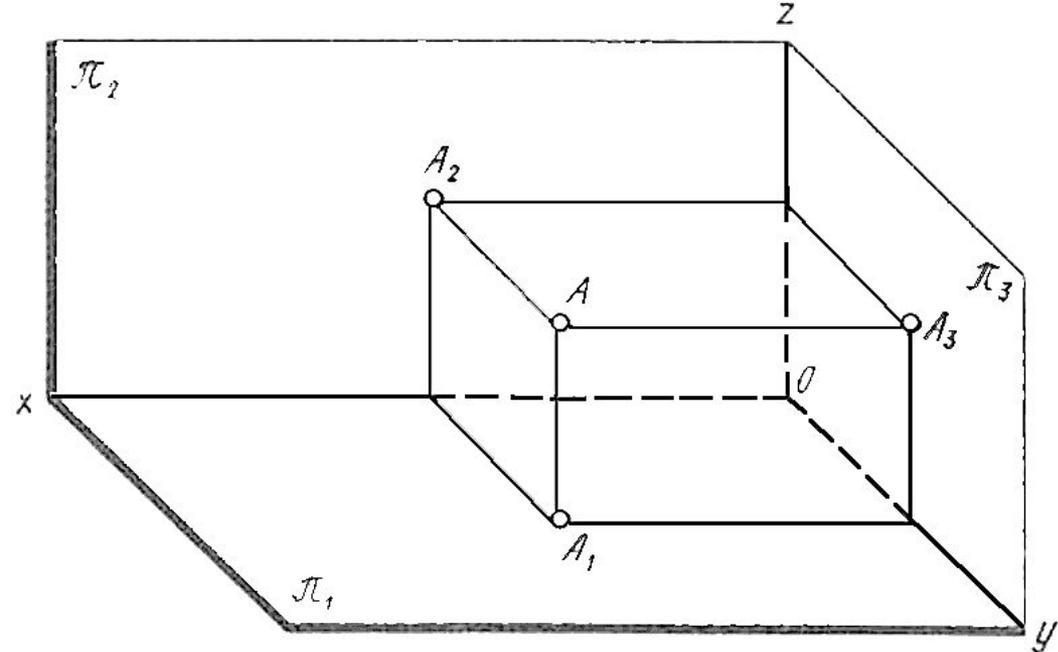
Ортогональные проекции точки (A):

A1 – *горизонтальная*, определяется её координатами ($A_x; A_y$);

A2 – *фронтальная*, определяется её координатами ($A_x; A_z$);

A3 – *профильная*, определяется её координатами ($A_y; A_z$).

Для определения положения точки в пространстве достаточно двух её проекций.



ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

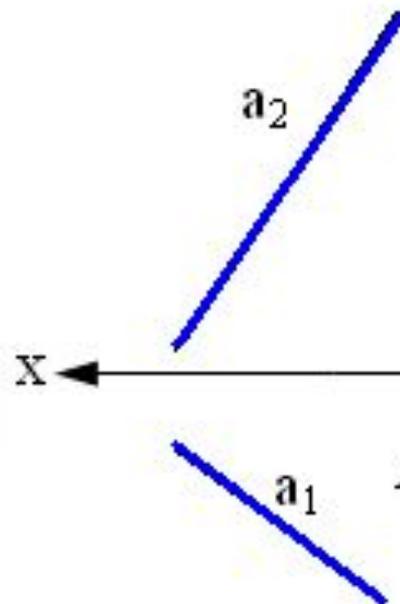
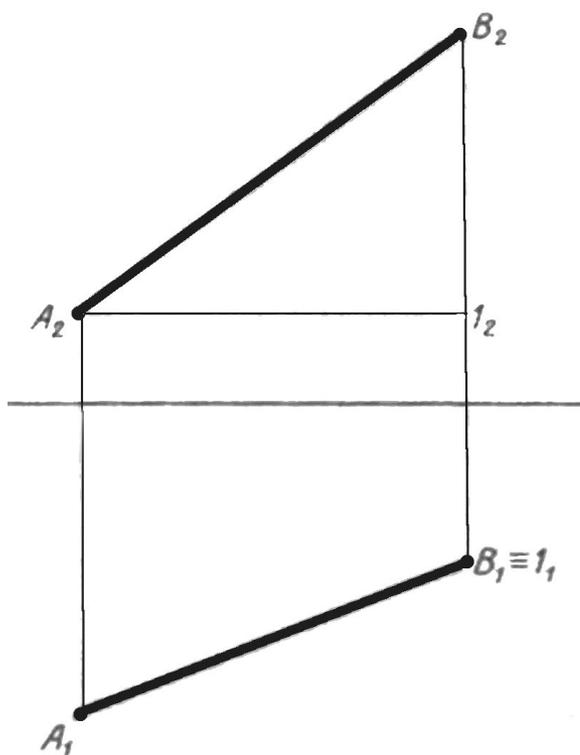
Положение прямой в пространстве определяется двумя её точками.

На эюре прямая задаётся двумя проекциями.

Прямые могут быть ОБЩЕГО и ЧАСТНОГО положения:

ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ – прямая не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций. Проецируется на все плоскости проекций с *искажением*.

Прямые о.п. могут быть восходящими и нисходящими. Если проекции прямой ориентированы одинаково, то прямая восходящая, если проекции прямой ориентированы по-разному, то прямая нисходящая.



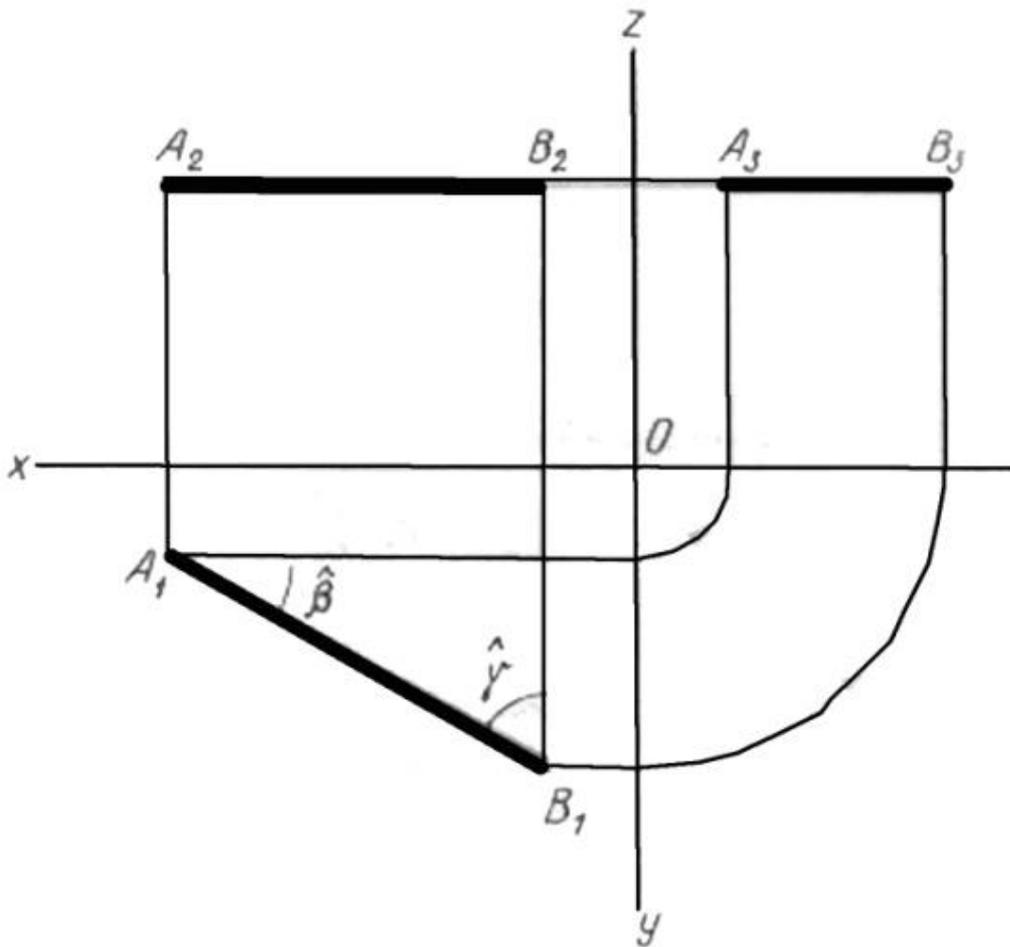
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (прямые частного положения)

ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ – прямые параллельные или перпендикулярные одной из плоскостей проекций. Это прямые **УРОВНЯ** или **ПРОЕКЦИРУЮЩИЕ** прямые.

Прямые **УРОВНЯ** – прямые параллельные одной из плоскостей проекций:

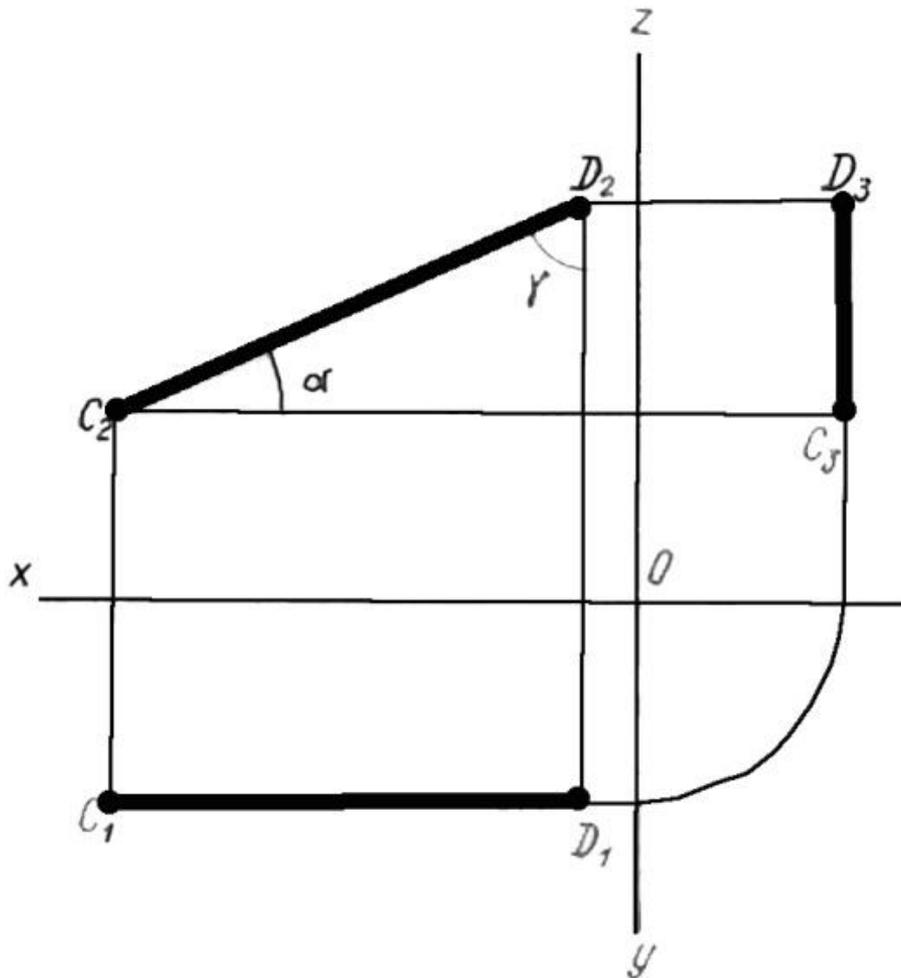
- ГОРИЗОНТАЛЬ – h – параллельна P_1 ;
- ФРОНТАЛЬ – f – параллельна P_2 ;
- ПРОФИЛЬНАЯ ПРЯМАЯ – p – параллельна P_3 .

- **Горизонталь h** – прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций (Π_1) и проецируется в натуральную величину; во фронтальной (Π_2) - проекция параллельна оси (OX); в профильной (Π_3) - проекция параллельна оси (OY).



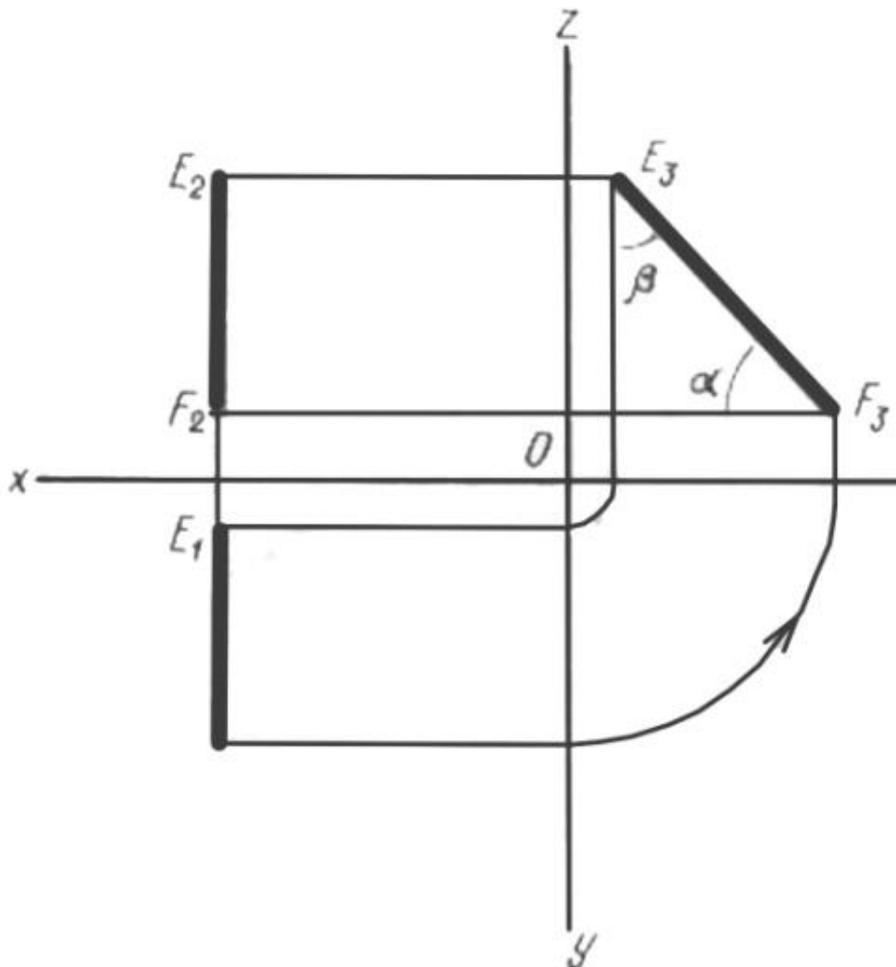
$h [AB] // \Pi_1$
 $h_2 [A_2B_2] // OX$
 $h_1 [A_1B_1] = h.v.h$

- **Фронталь f** – прямая параллельная фронтальной плоскости проекций (Π_2) и проецируется в натуральную величину; в горизонтальной (Π_1) - проекция параллельна оси (OX); в профильной (Π_3) - проекция параллельна оси (OZ).



$f [CD] // \Pi_2$
 $f_1 [C_1D_1] // OX$
 $f_2 [C_2D_2] = \text{n.v.f}$

- **Профильная ρ** – прямая параллельная профильной плоскости проекций (Π_3) и проецируется в натуральную величину; в горизонтальной (Π_1) - проекция параллельна оси (OY); во фронтальной (Π_2) - проекция параллельна оси (OZ).

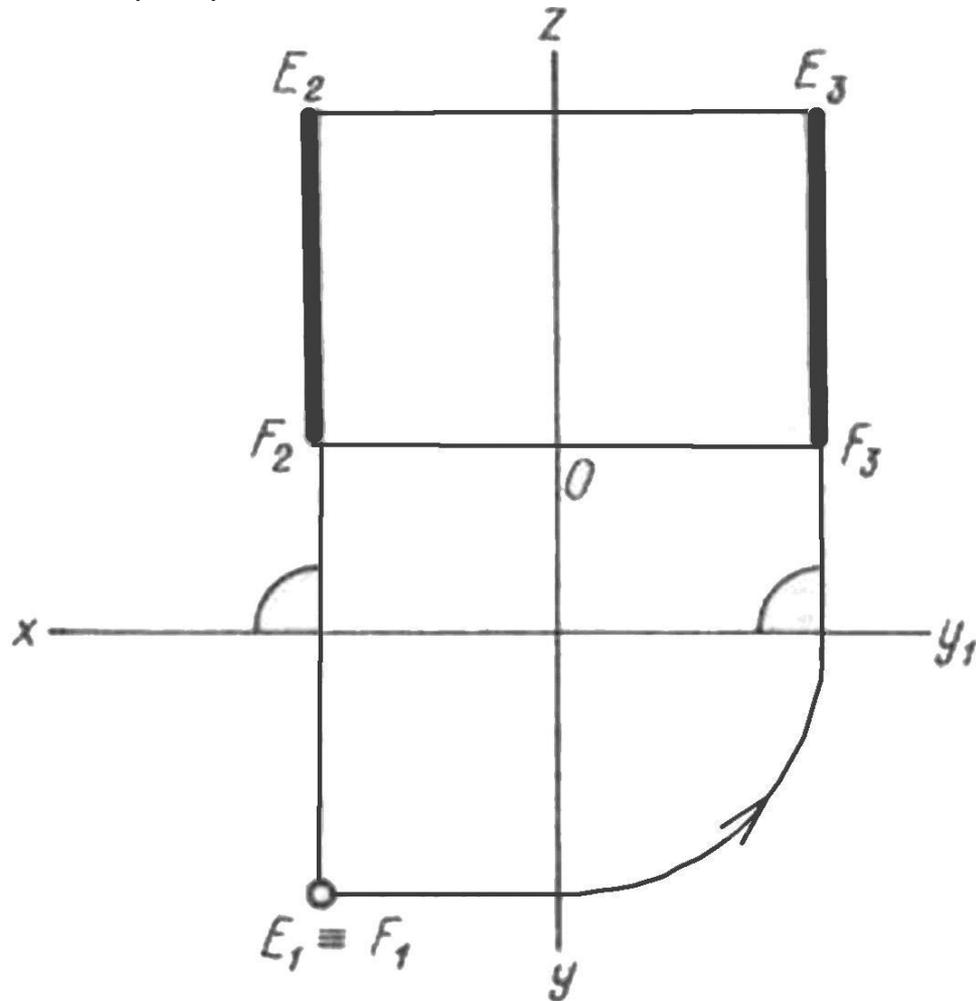


$\rho [EF] \parallel \Pi_3$
 $\rho_2 [E_2F_2] \parallel oz$
 $\rho_3 [E_3F_3] = \text{н.в.}\rho$

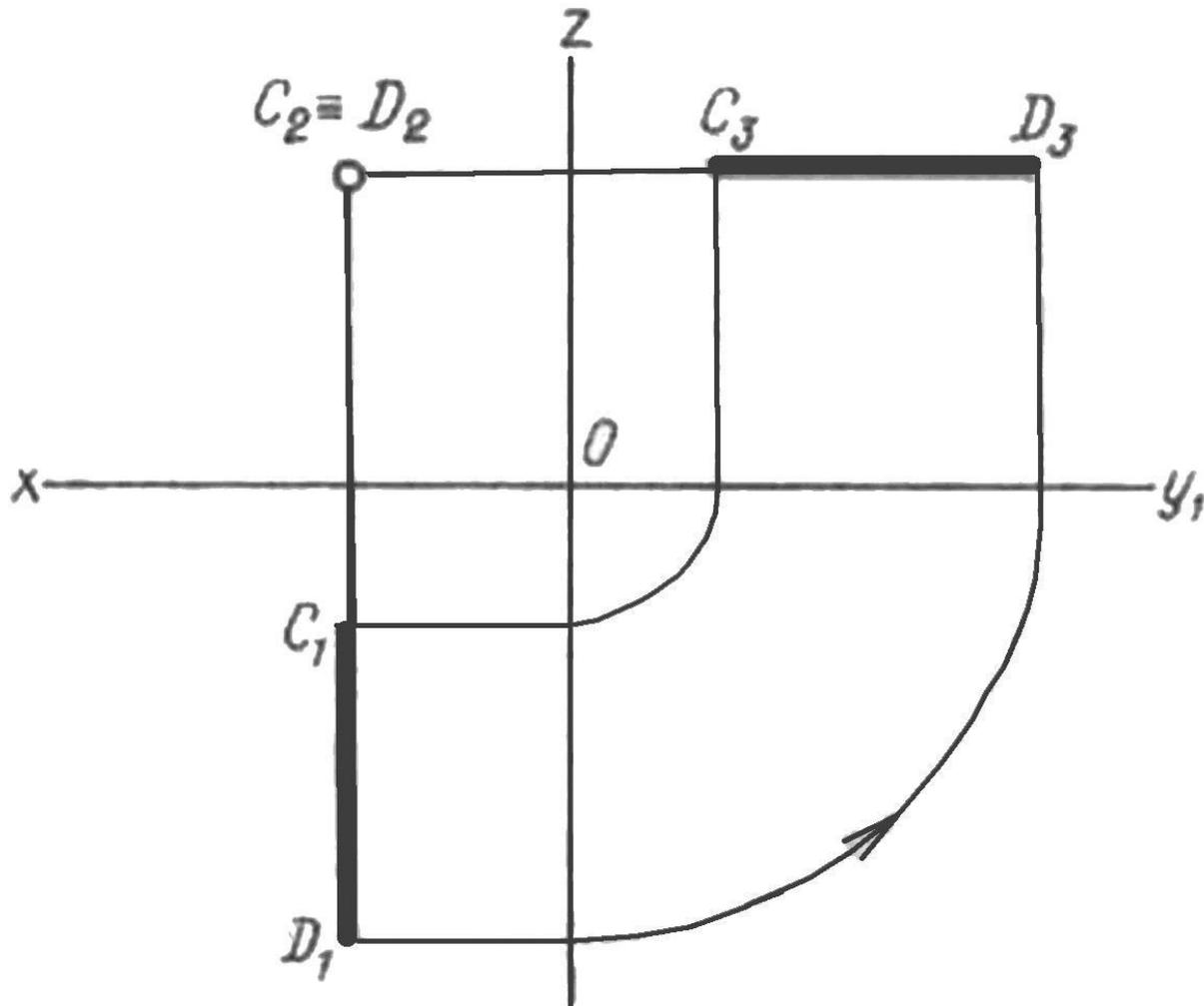
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (прямые частного положения)

- Прямые **ПРОЕКЦИРУЮЩИЕ** – прямые, перпендикулярные одной из плоскостей проекций:
 - ГОРИЗОНТАЛЬНО ПРОЕКЦИРУЮЩАЯ, прямая \perp **П1**
 - ФРОНТАЛЬНО ПРОЕКЦИРУЮЩАЯ, прямая \perp **П2**
 - ПРОФИЛЬНО ПРОЕКЦИРУЮЩАЯ, прямая \perp **П3**

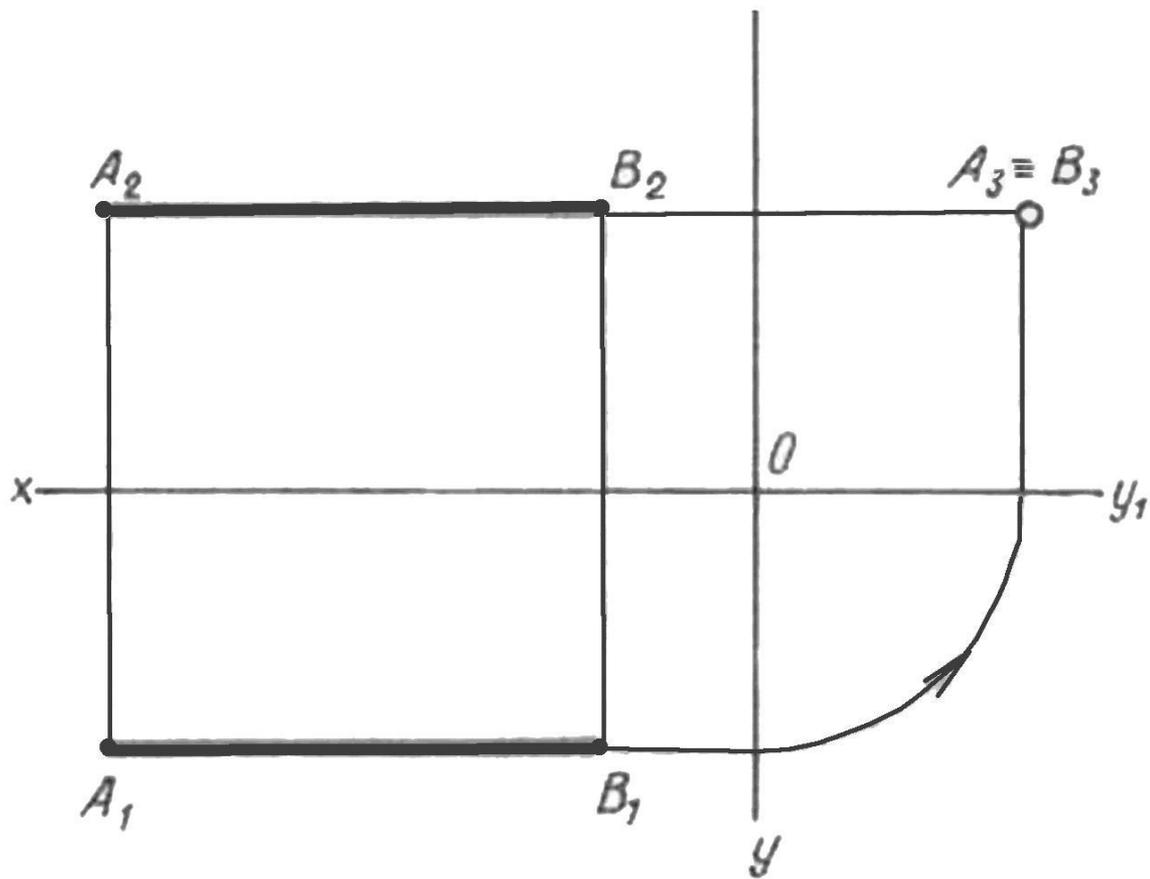
- **Горизонтально проецирующая** – прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций (Π_1) и проецируется в точку; во фронтальной (Π_2) и профильной (Π_3) – проецируется в прямую, параллельную оси (OZ).



- **Фронтально проецирующая** – прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций (Π_2) и проецируется в точку; в горизонтальной (Π_1) и профильной (Π_3) – проецируется в прямую, параллельную оси (OY).



- **Профильно проецирующая** – прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций (Π_3) и проецируется в точку; в горизонтальной (Π_1) и фронтальной (Π_2) – проецируется в прямую, параллельную оси (OX).



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (следы прямой)

Следы прямой на плоскостях проекций.

СЛЕД ПРЯМОЙ – *точка пересечения прямой с плоскостями проекций.*

Прямая общего положения имеет:

горизонтальный, фронтальный, профильный след.

M ($M_x; M_y$) – *горизонтальный след прямой;*

N ($N_x; N_y$) – *фронтальный след прямой.*

Следы прямой строятся как точки пересечения прямой в пространстве со своими проекциями.

На эпюре *горизонтальный след (M):* продолжить фронтальную проекцию до оси (OX) – (M_x) – и восстановить перпендикуляр до пересечения с горизонтальной проекцией прямой.

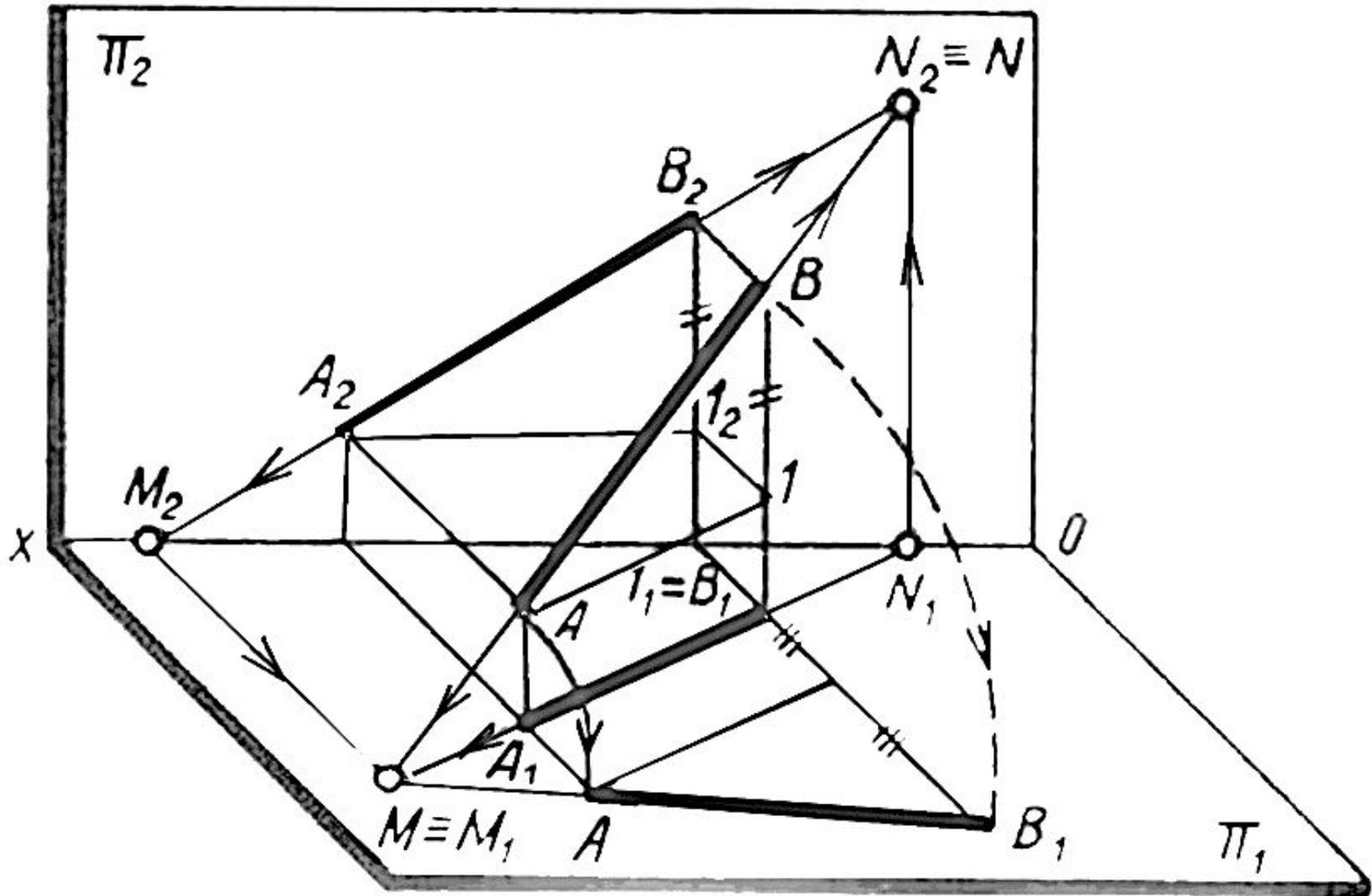
На эпюре *фронтальный след (N):* продолжить горизонтальную проекцию прямой до оси (OX) – (N_x) – и восстановить перпендикуляр до пересечения с фронтальной проекцией прямой.

След прямой – это точка, в которой прямая переходит из одной четверти плоскости в другую.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (следы прямой)

Следы прямой на плоскостях проекций.

Следы прямой строятся как точки пересечения прямой в пространстве со своими проекциями.

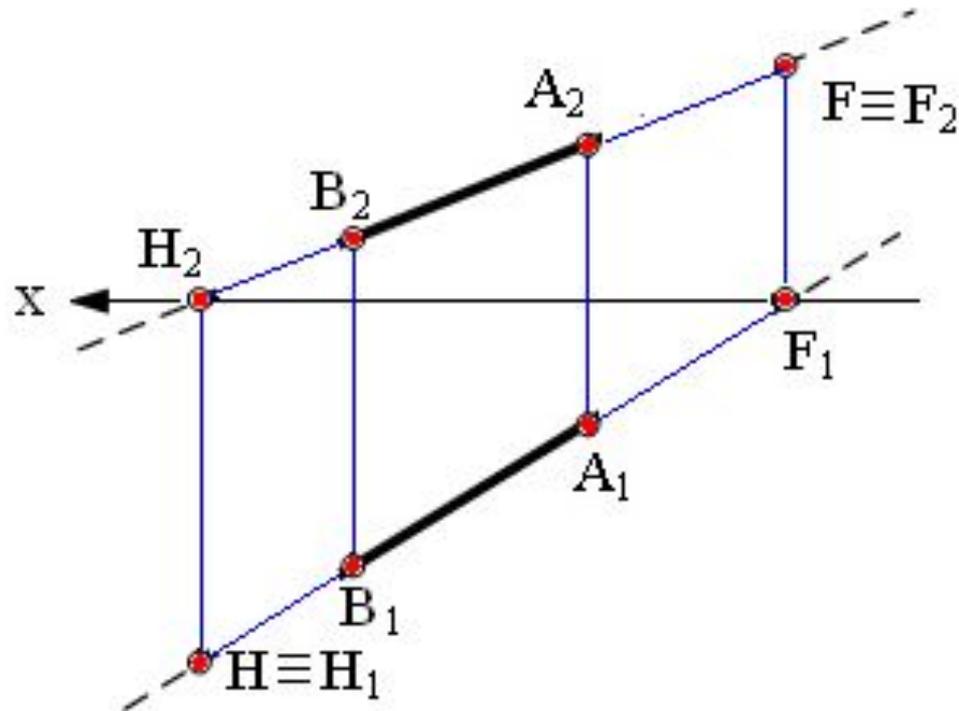


Построение горизонтального следа прямой АВ :

1) продлить фронтальную проекцию прямой до пересечения с осью Ox в точке H_2 (H_2 – фронтальная проекция следа H);

2) провести из H_2 вертикальную линию связи до пересечения с горизонтальной проекцией прямой в точке H_1 (точка H_1 – горизонтальная проекция следа - сам след H).

Аналогично определяют фронтальный след прямой.



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (натуральной величины)

Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения.

Длина отрезка прямой определяется по двум его проекциям, при помощи дополнительного *построения прямоугольного треугольника* на основе одной из проекций отрезка прямой.

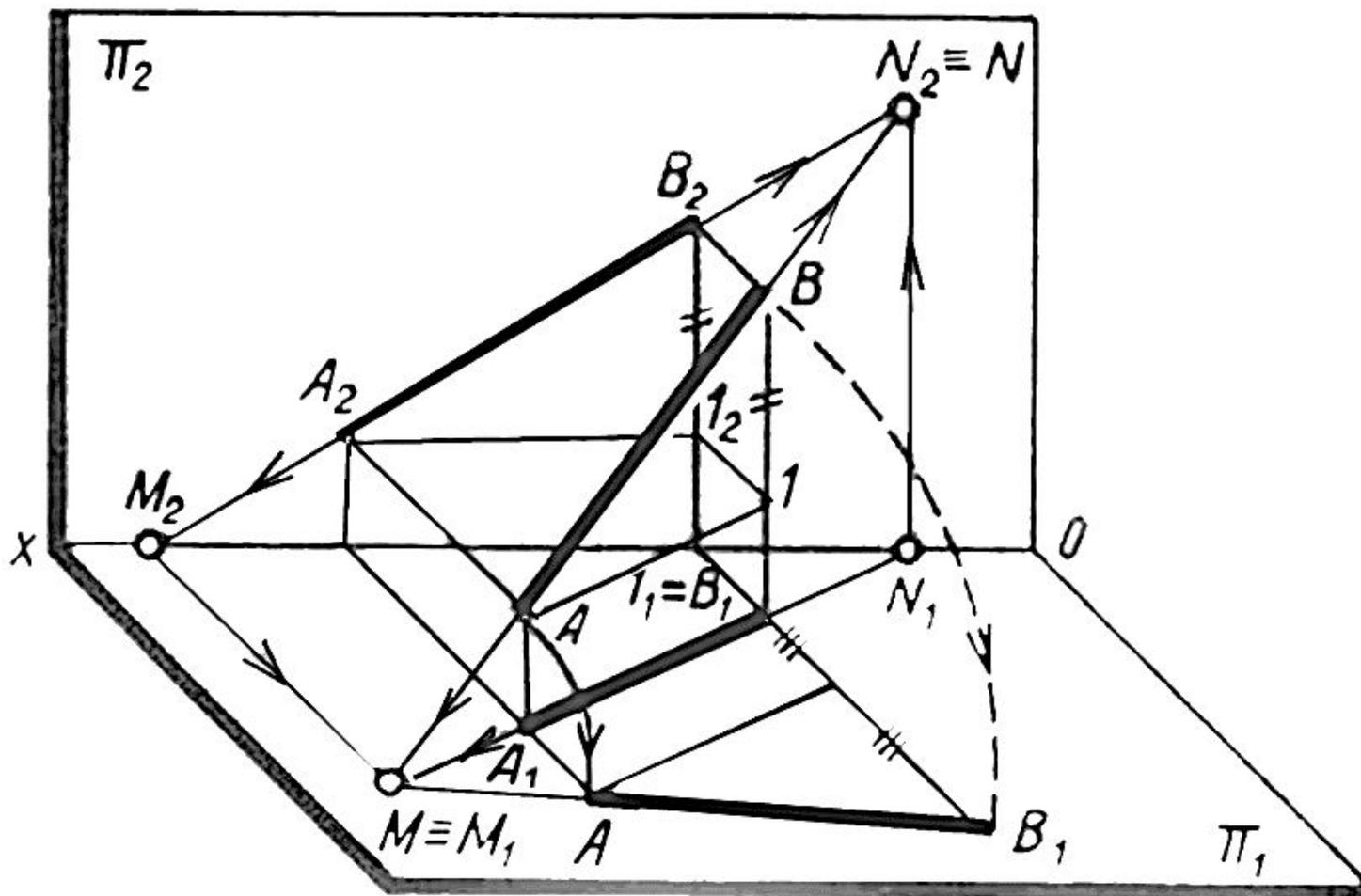
Первый катет – луч, параллельный оси (OX), проведённый из одной точки отрезка;

второй катет – это разность расстояния от второй точки отрезка до плоскости проекций и расстояния от плоскости проекций до точки пересечения катетов.

И дальнейшее проектирование этого прямоугольного треугольника параллельно другой плоскости проекций, где гипотенуза и будет натуральной величиной отрезка прямой общего положения.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (натуральная величина прямой)

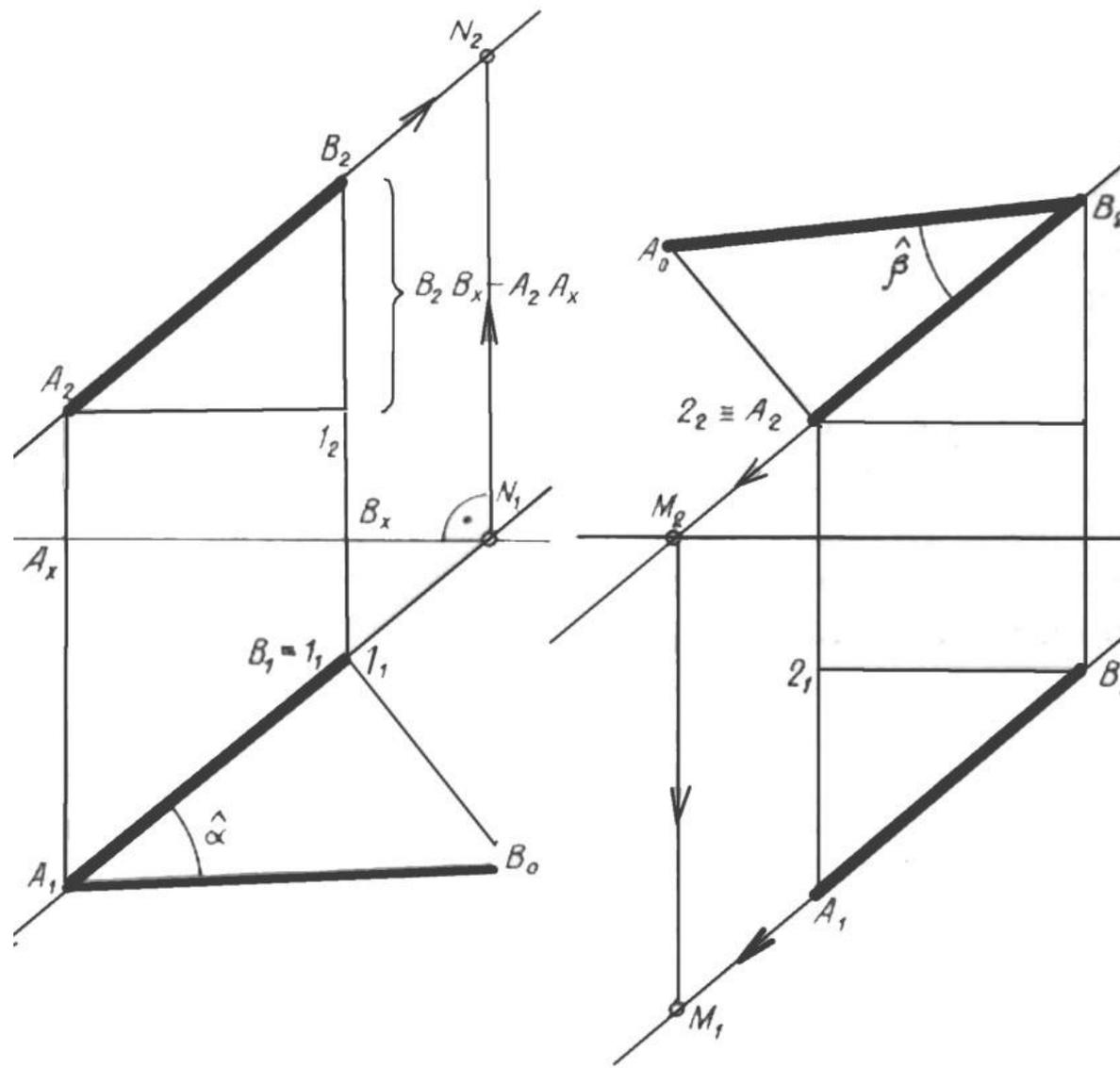
Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения.



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (натуральная величина прямой)

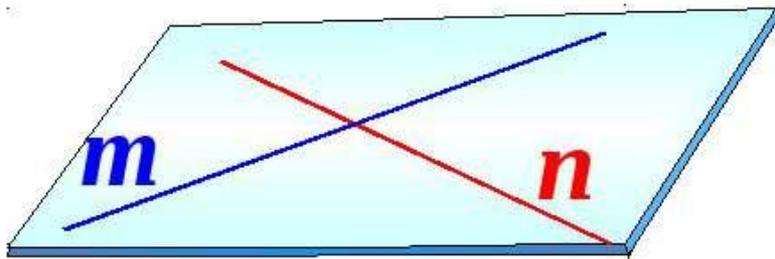
Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения.

- $[A_1B_0]$ = н.в. $[AB]$
- $[A_0B_2]$ = н.в. $[AB]$



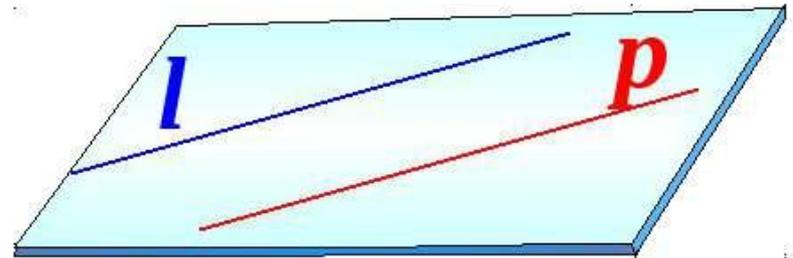
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (взаимное положение прямых)

Прямые в пространстве могут быть *параллельными*, *пересекающимися* и *скрещивающимися*.



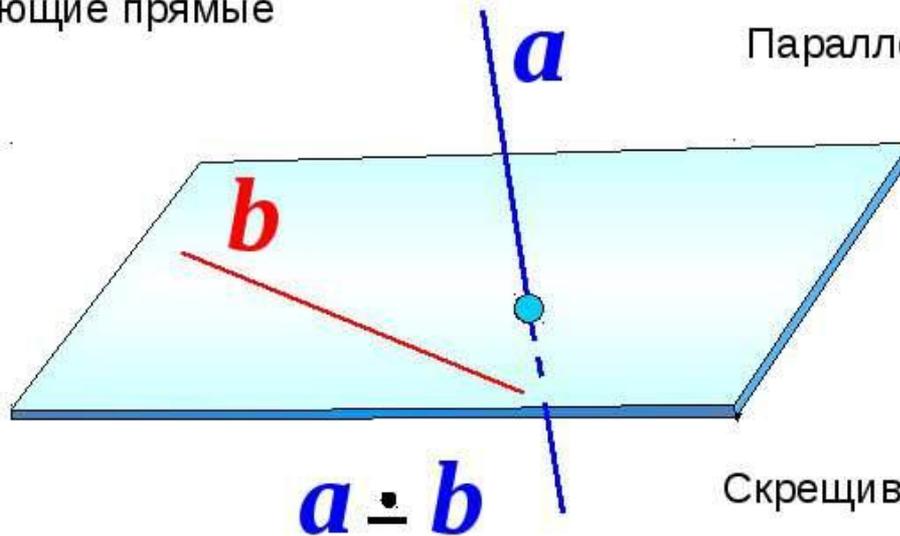
$$n \cap m$$

Пересекающиеся прямые



$$l \parallel p$$

Параллельные прямые



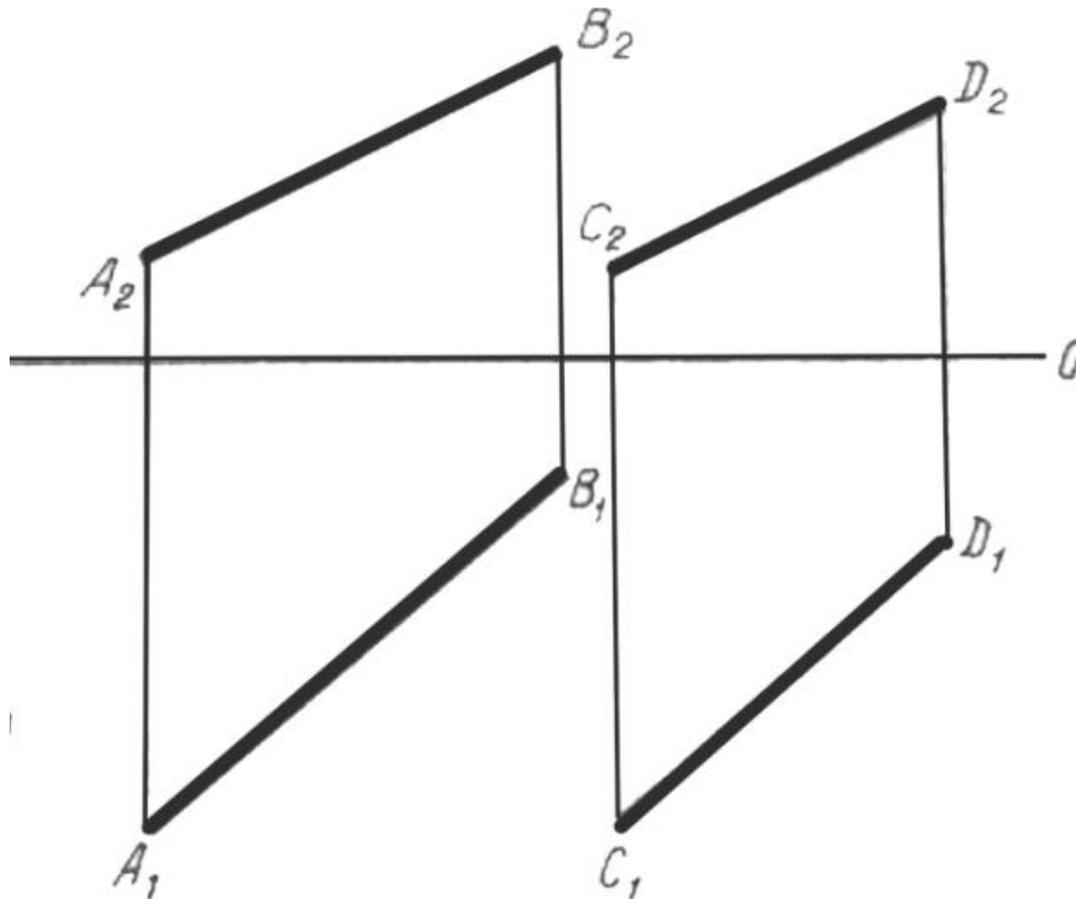
$$a \neq b$$

Скрещивающиеся прямые

Параллельные прямые:

- Прямые, находящиеся в одной плоскости.
- Одноимённые проекции параллельных прямых параллельны.

$$AB // CD; A_1B_1 // C_1D_1; A_2B_2 // C_2D_2.$$



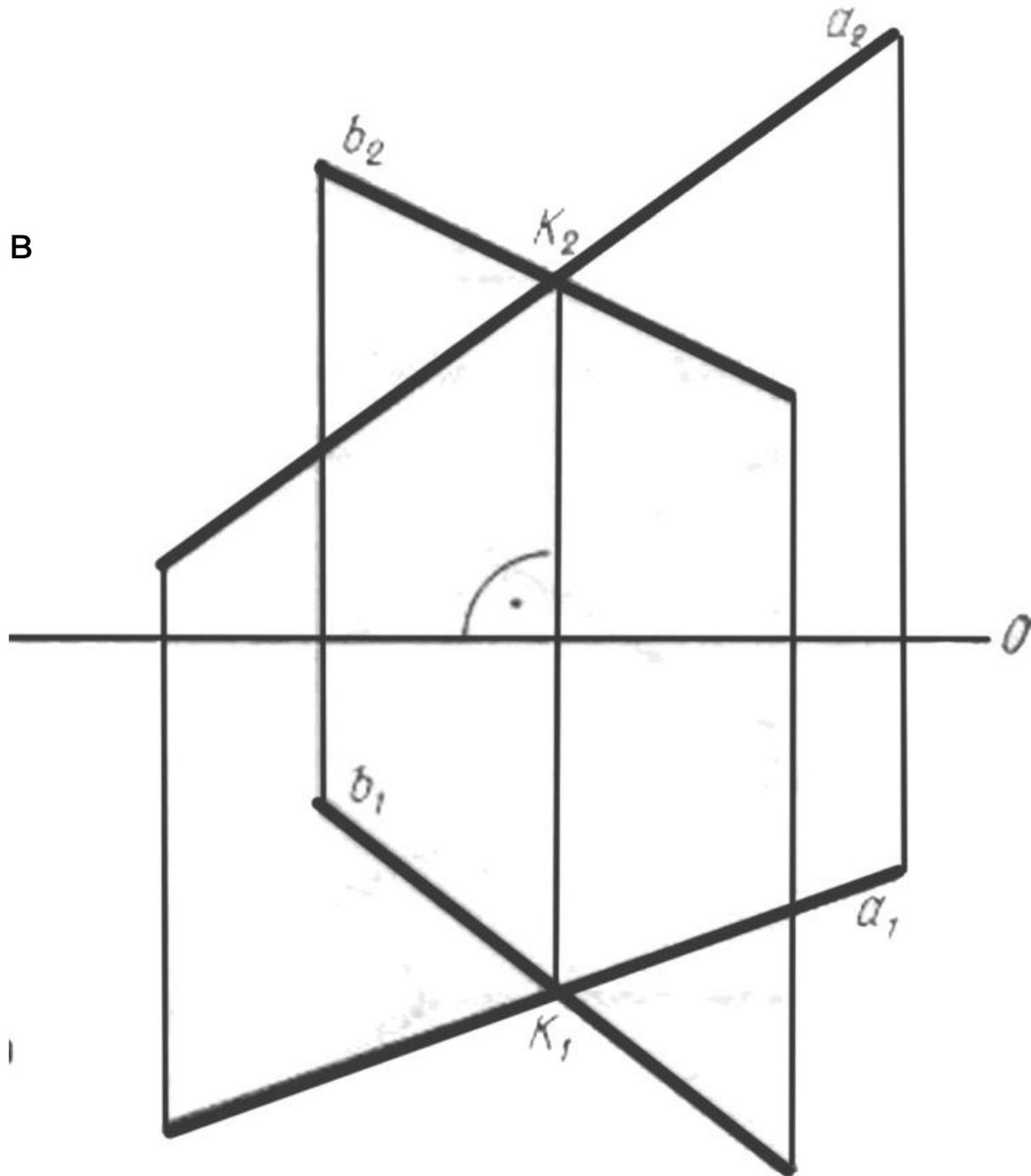
Пересекающиеся прямые:

– Прямые, находящиеся в одной плоскости.

– Точка пересечения прямых лежит на одной линии связи.

$$a \cap b = K;$$

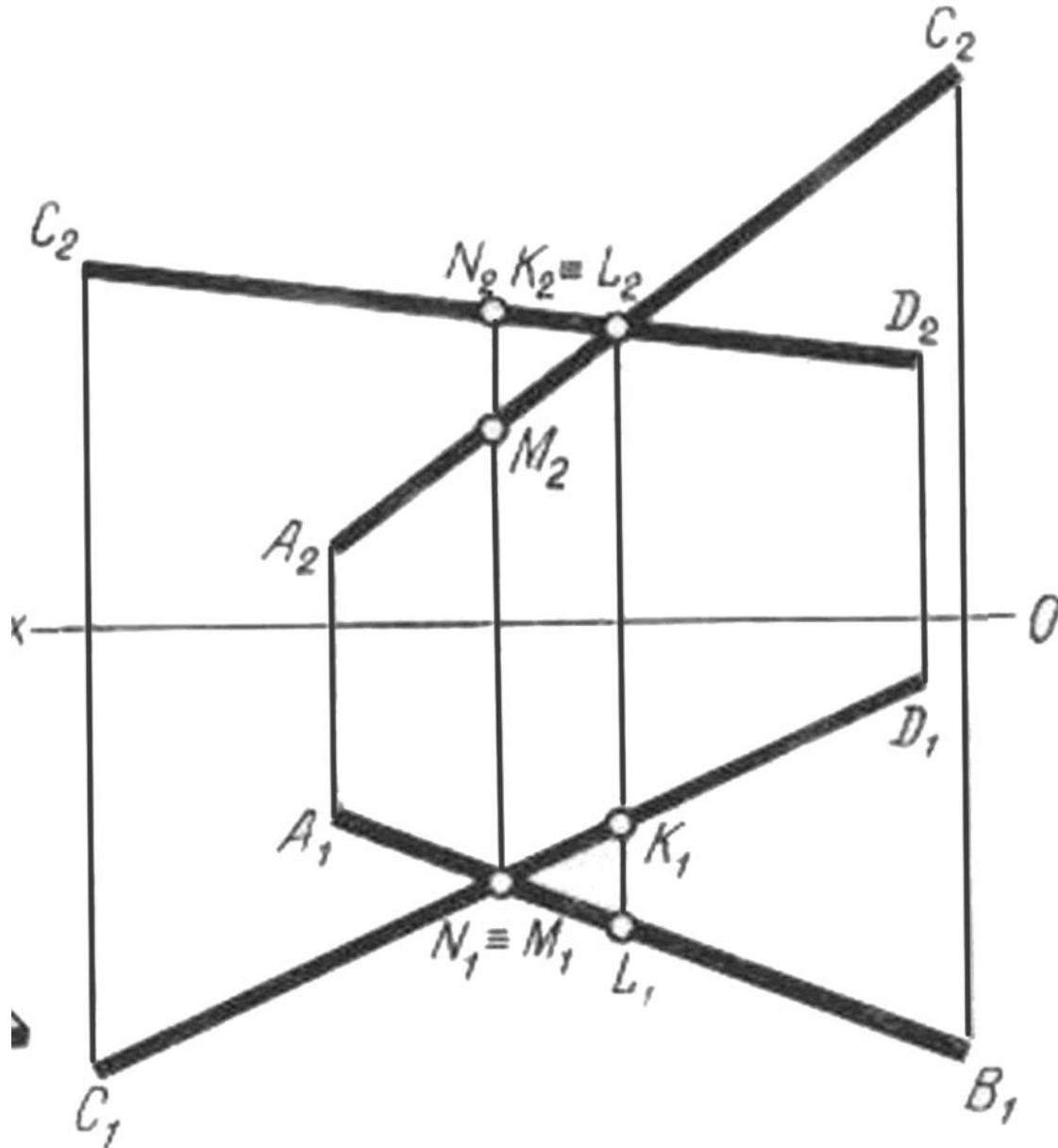
$$a_1 \cap b_1 = K_1; a_2 \cap b_2 = K_2$$
$$K_1 \rightarrow K_2$$



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (взаимное положение прямых)

Скрещивающиеся прямые:

- Прямые, находящиеся в различных плоскостях.
- Одноимённые проекции скрещивающихся прямых могут пересекаться, но точки их пересечения не лежат на одной линии связи.
- Проекциям точек пересечения скрещивающихся прямых соответствуют в пространстве различные две точки.



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ (взаимное положение прямых)

Скрещивающиеся прямые:

*-Точки скрещивающихся прямых, лежащие попарно на проецирующих прямых, называются **конкурирующими**.*

По **конкурирующим точкам** определяется видимость прямых или плоскостей, т.е. взаимное расположение:

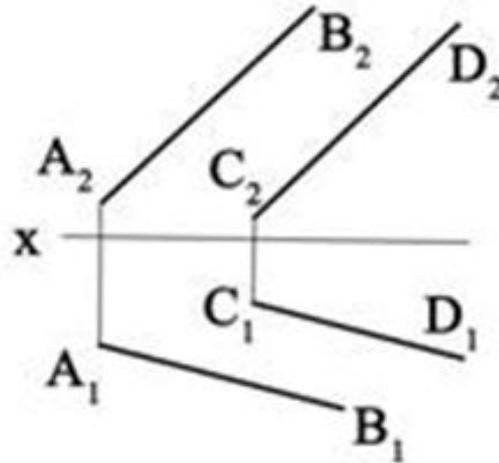
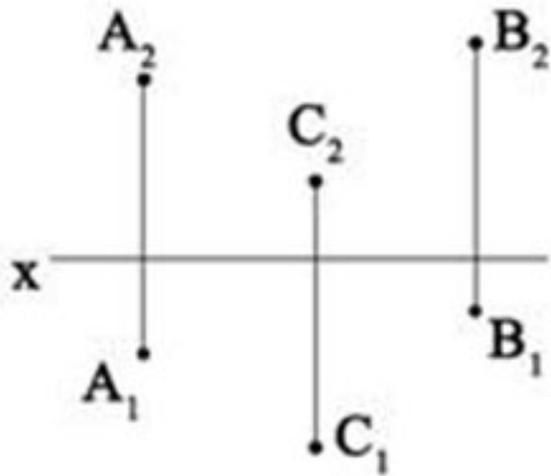
- «ВЫШЕ – НИЖЕ» - по координатам высоты, на оси OZ, (координата больше - выше, координата меньше - ниже).
- «БЛИЖЕ – ДАЛЬШЕ» - по координатам глубины, на оси OU, (координата больше – ближе, координата меньше – дальше, относительно зрителя).

ПЛОСКОСТЬ

Способы задания плоскости в пространстве:

- 1 – тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- 2 – прямой и точкой, не принадлежащей этой прямой;
- 3 – двумя параллельными прямыми;
- 4 – двумя пересекающимися прямыми;
- 5 – любой плоской фигурой;
- 6 – *следами* плоскости на плоскостях проекций.

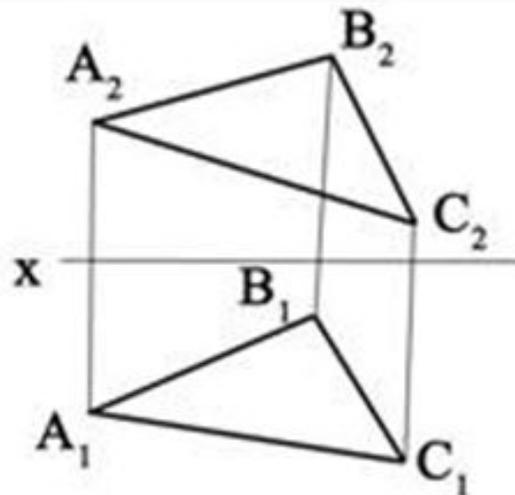
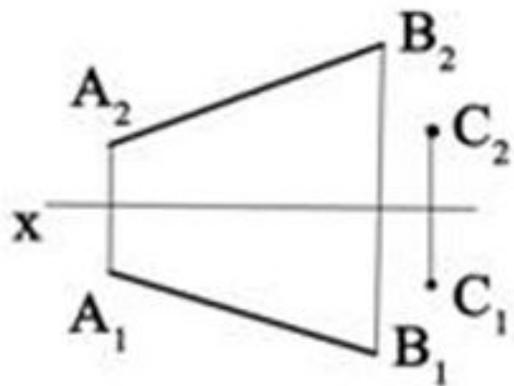
СЛЕДЫ плоскости – линии пересечения плоскости с плоскостями проекций.



1) $\Gamma(A;B;C)$

2) $Q(C;(AB))$

3) $E((AB) \cap (CD))$

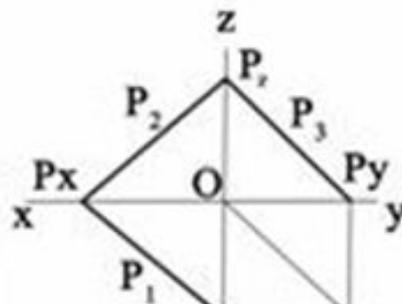
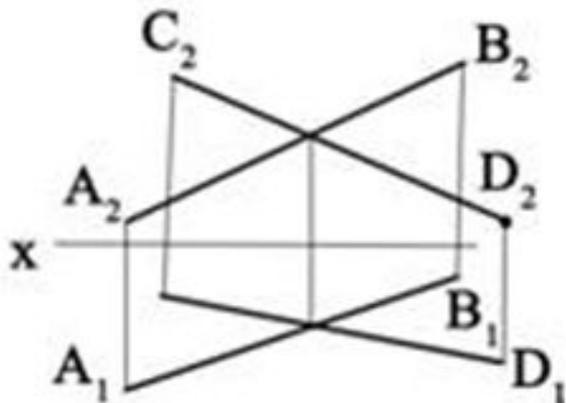


4) Φ

$((AB) // (CD))$

5) $\Delta(ABC)$

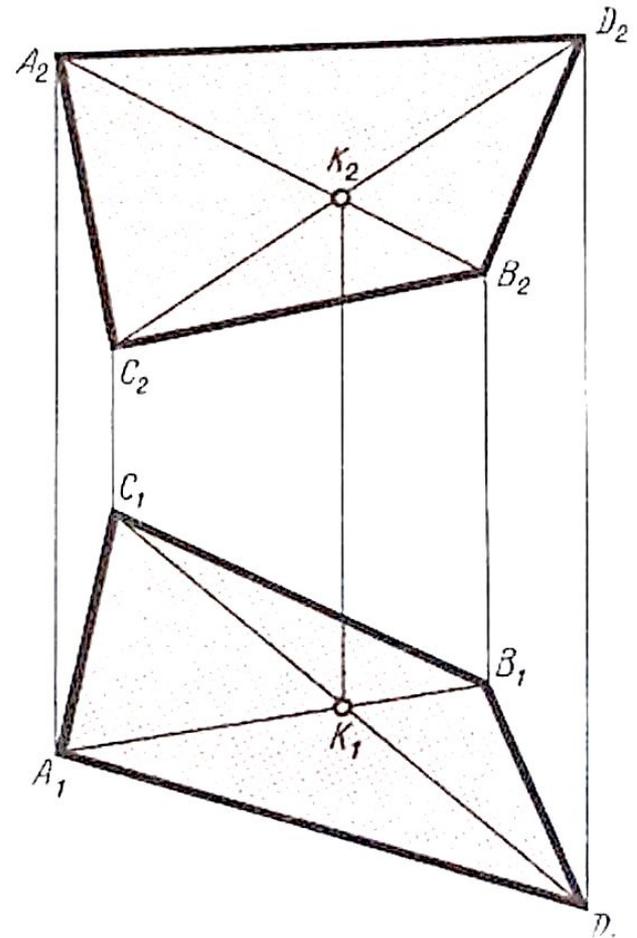
6) $\Sigma(p_2; p_1)$



ПЛОСКОСТЬ

В зависимости от положения плоскости в пространстве относительно плоскостей проекций плоскости бывают ОБЩЕГО и ЧАСТНОГО положения.

ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ – плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций. Проецируется во все плоскости проекций *с искажением*.



ПЛОСКОСТЬ (плоскости частного положения)

ПЛОСКОСТЬ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ – плоскость параллельная или перпендикулярная одной из плоскостей проекций. Различают плоскости УРОВНЯ и ПРОЕЦИРУЮЩИЕ.

Плоскость **УРОВНЯ** – *плоскость, перпендикулярная к двум плоскостям проекций и параллельна третьей.* На параллельную плоскость проекций плоскость уровня проецируется в *натуральную величину.*

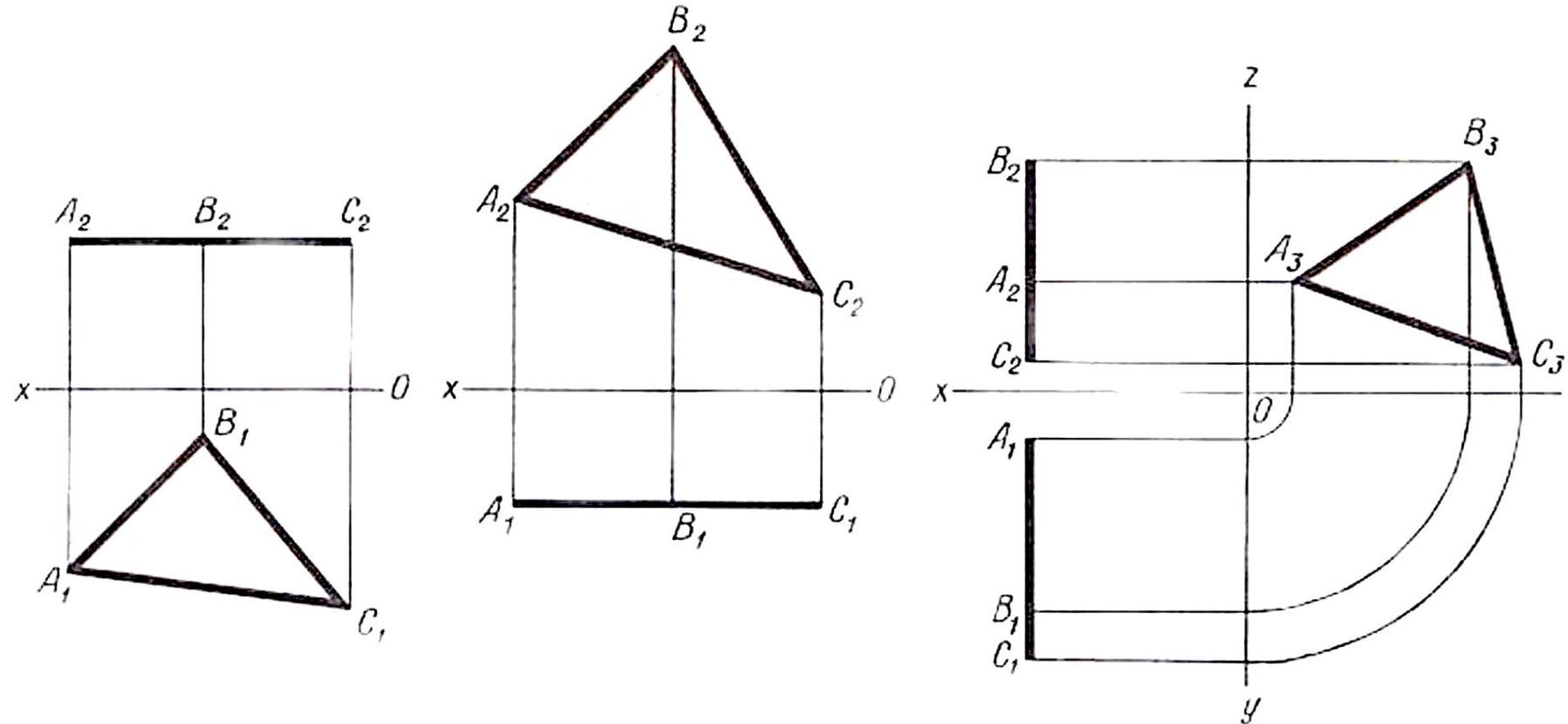
– **горизонтальная пл-сть уровня** – параллельна П1, перпендикулярна П2 и П3.

– **фронтальная пл-сть уровня** – параллельна П2, перпендикулярна П1 и П3.

– **профильная пл-сть уровня** – параллельна П3, перпендикулярна П1 и П2.

Плоскости уровня

На параллельную плоскость проекций **плоскость уровня** проецируется в *натуральную величину*.



ПЛОСКОСТЬ

(плоскости частного положения)

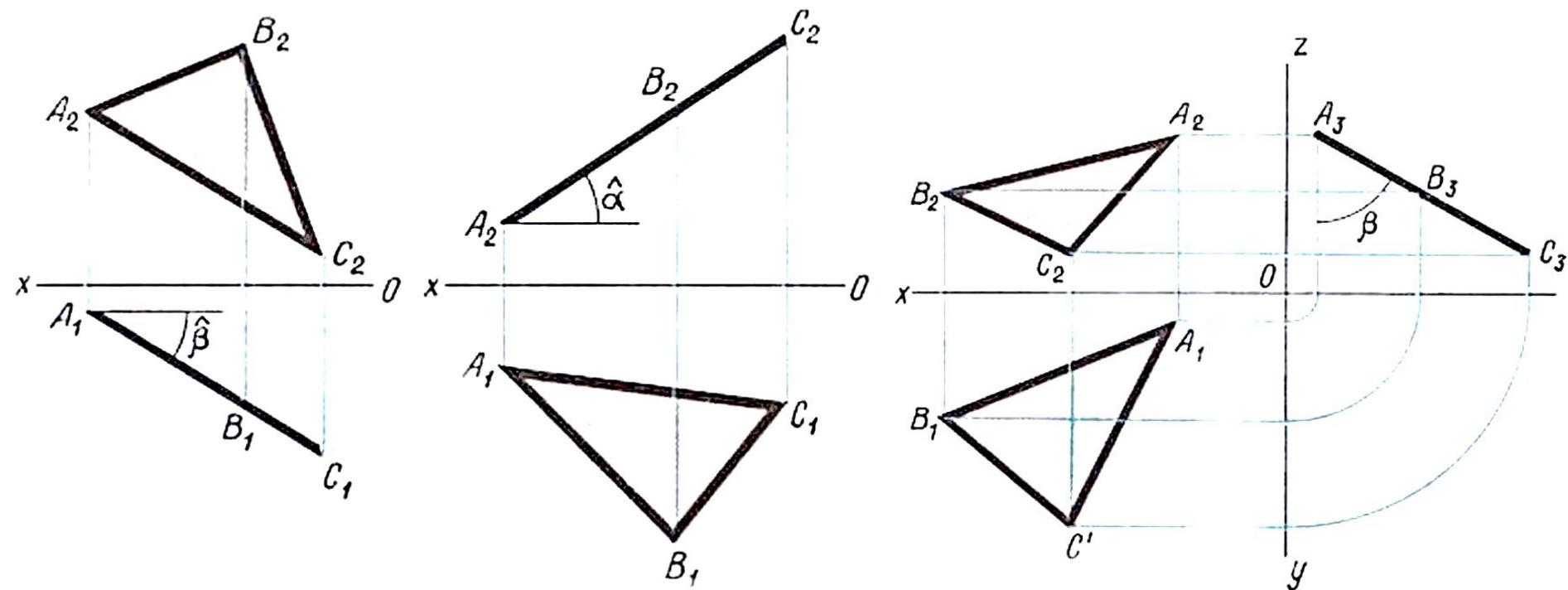
ПРОЕЦИРУЮЩАЯ плоскость – *плоскость, перпендикулярная к одной плоскости проекций, к двум другим расположена под произвольным углом, с искажением.*

Перпендикулярно, т.е. под углом 90° – значит всё множество точек плоскости проецируется на перпендикулярную пл-сть проекций в линию.

- ***горизонтально проецирующая пл-сть*** – перпендикулярна П1;
- ***фронтально проецирующая пл-сть*** – перпендикулярна П2;
- ***профильно проецирующая пл-сть*** – перпендикулярна П3.

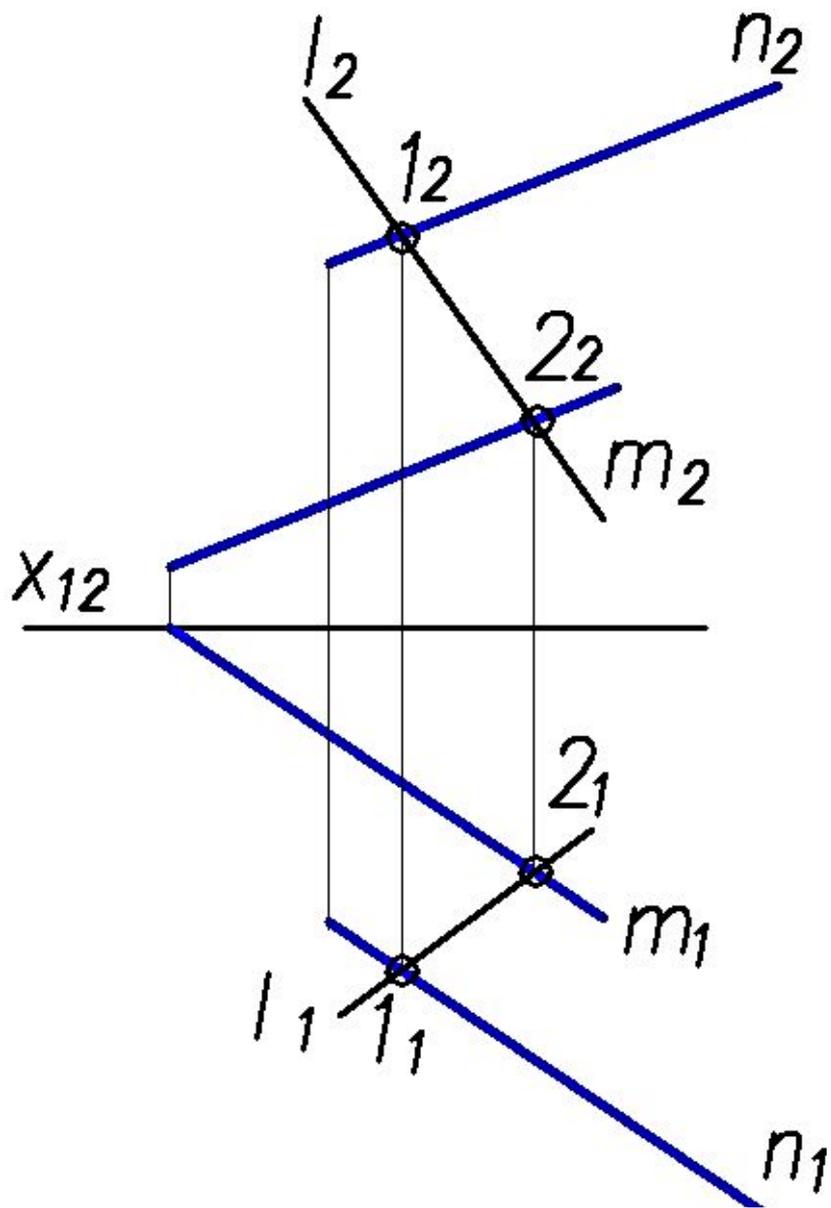
Проецирующие плоскости

Ни на одной плоскости проекций плоскости не видны в натуральную величину.



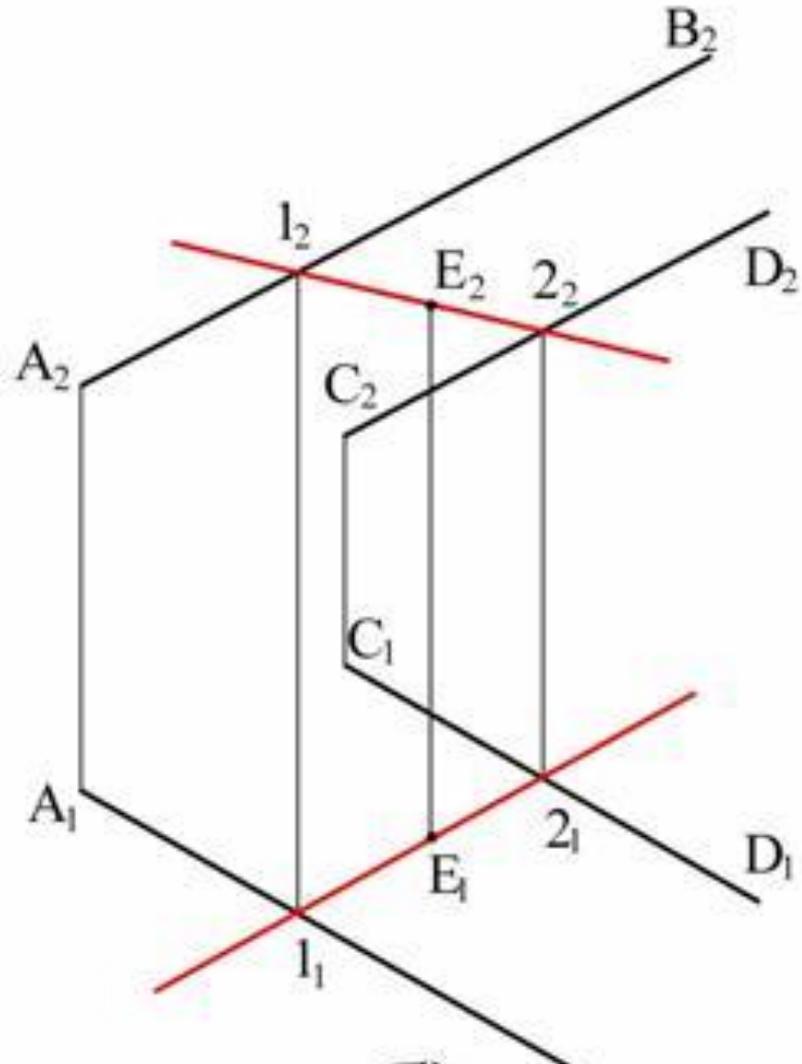
ЛИНИЯ В ПЛОСКОСТИ

*Прямая, проходящая
через две точки
плоскости,
принадлежит этой
плоскости.*



ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

Точка принадлежит плоскости, если она расположена на прямой, принадлежащей данной плоскости.



ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

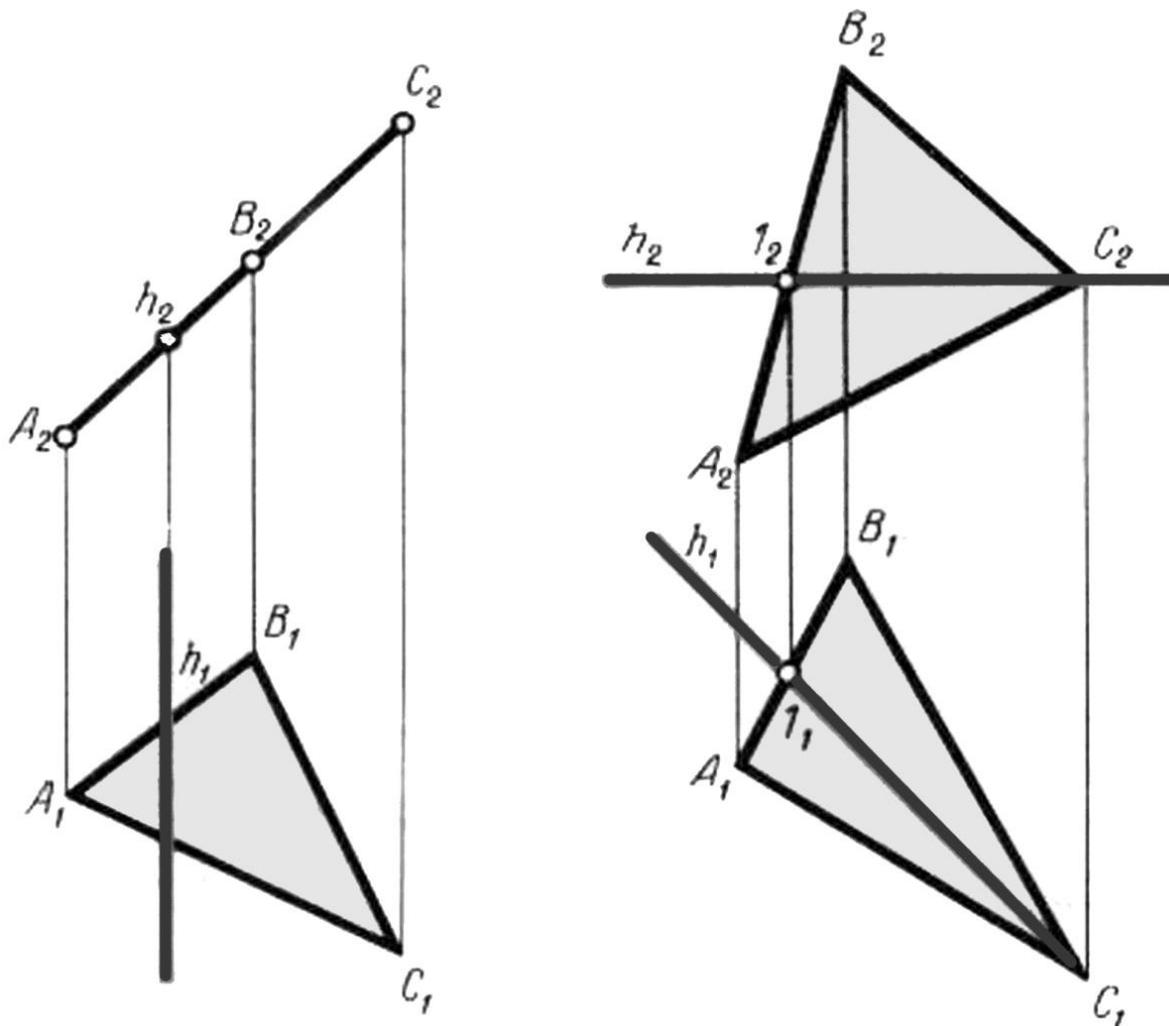
Главные линии плоскости – это линии, лежащие в плоскости и параллельные какой-либо плоскости проекций.

Горизонталь плоскости h

- прямая, лежащая в плоскости и $\parallel \Pi_1$.

Фронтальная проекция
- во фронтально проецирующей плоскости $h_2 \perp$ оси x является точкой.

- в плоскости общего положения $h_2 \parallel$ оси ox

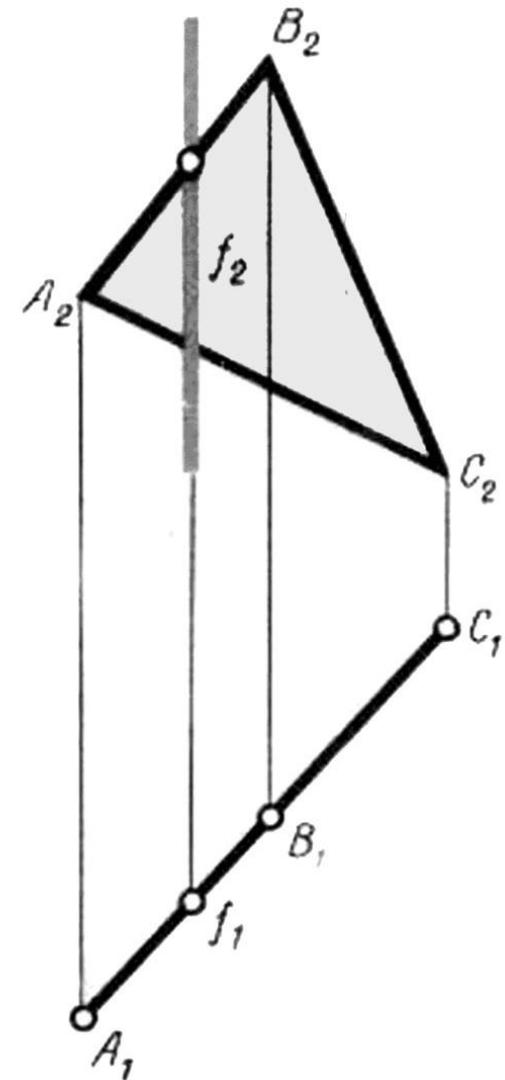
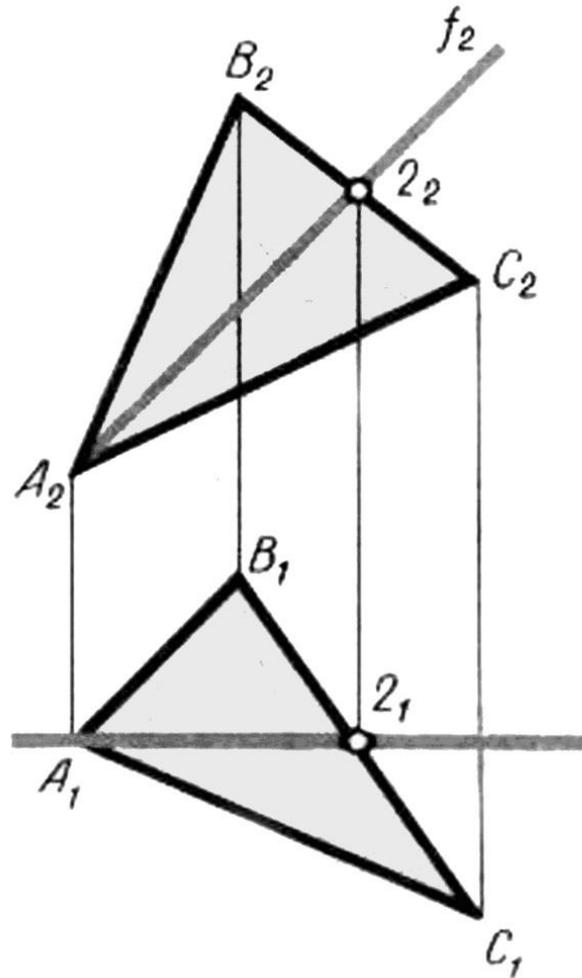


ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

Фронталь плоскости f -
прямая, лежащая в
плоскости и $\parallel \Pi_2$.

- Горизонтальная проекция
в плоскости общего
положения $f_1 \parallel$ оси x ;

- в горизонтально
проецирующей плоскости
 $f_1 \perp$ оси x является точкой.

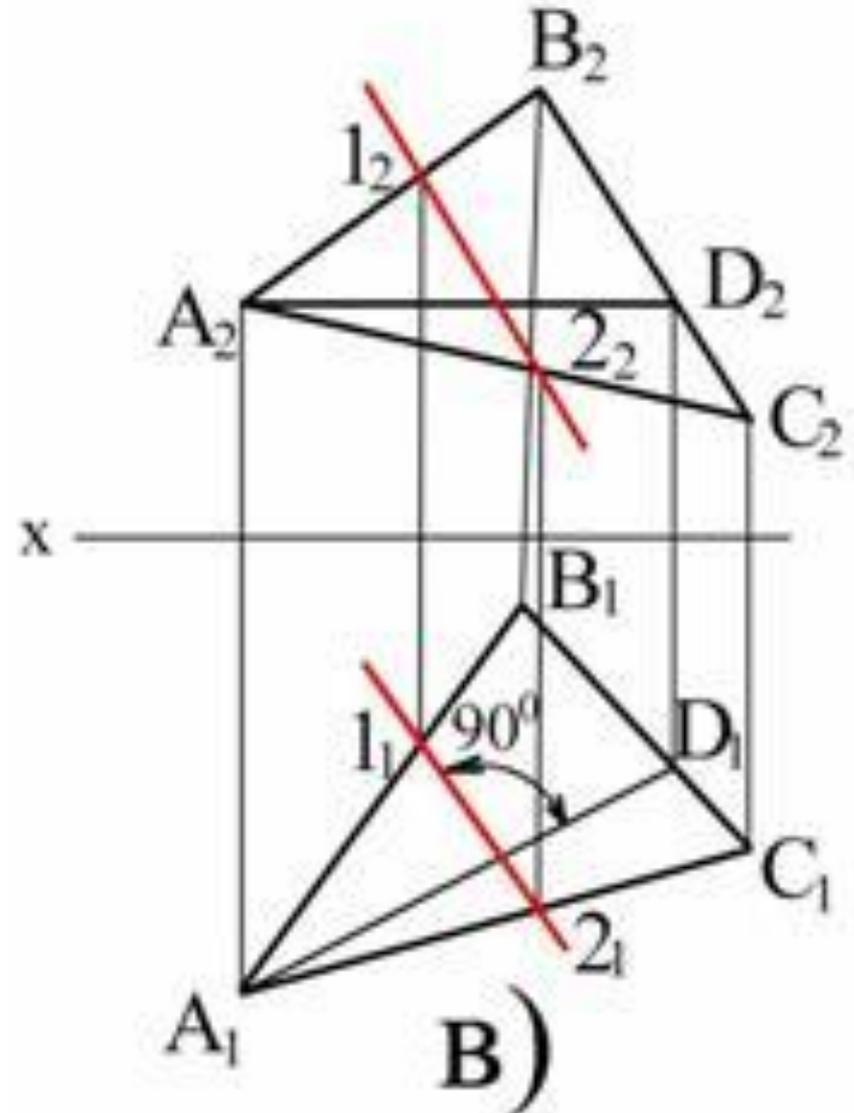


ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО СКАТА ПЛОСКОСТИ.

Прямая плоскости, перпендикулярная горизонталям этой плоскости.

Горизонтальная проекция линии ската составляет прямой угол с горизонтальными проекциями горизонталей плоскости.

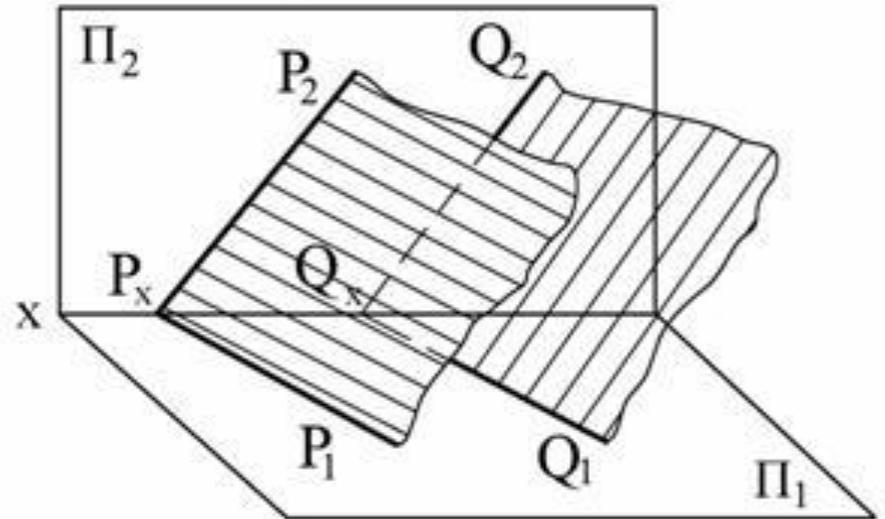
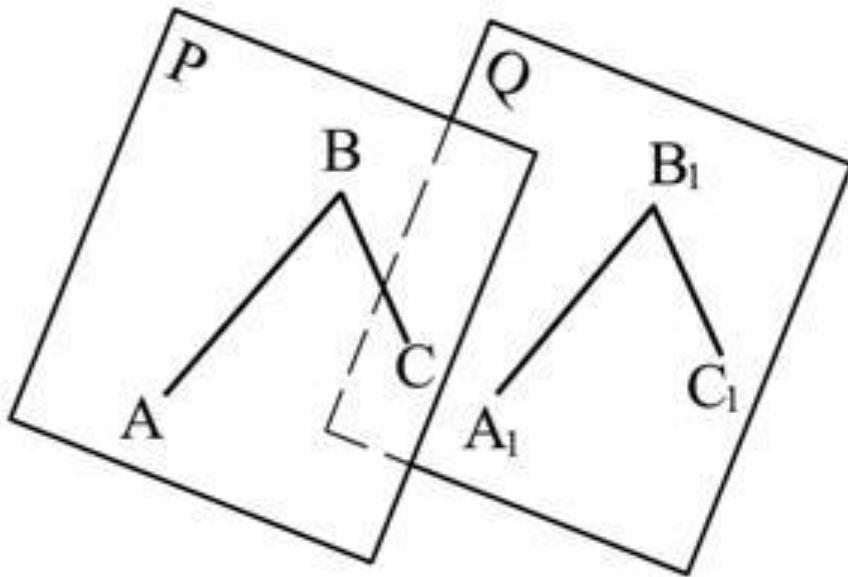
Линия ската применяется для определения угла наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций



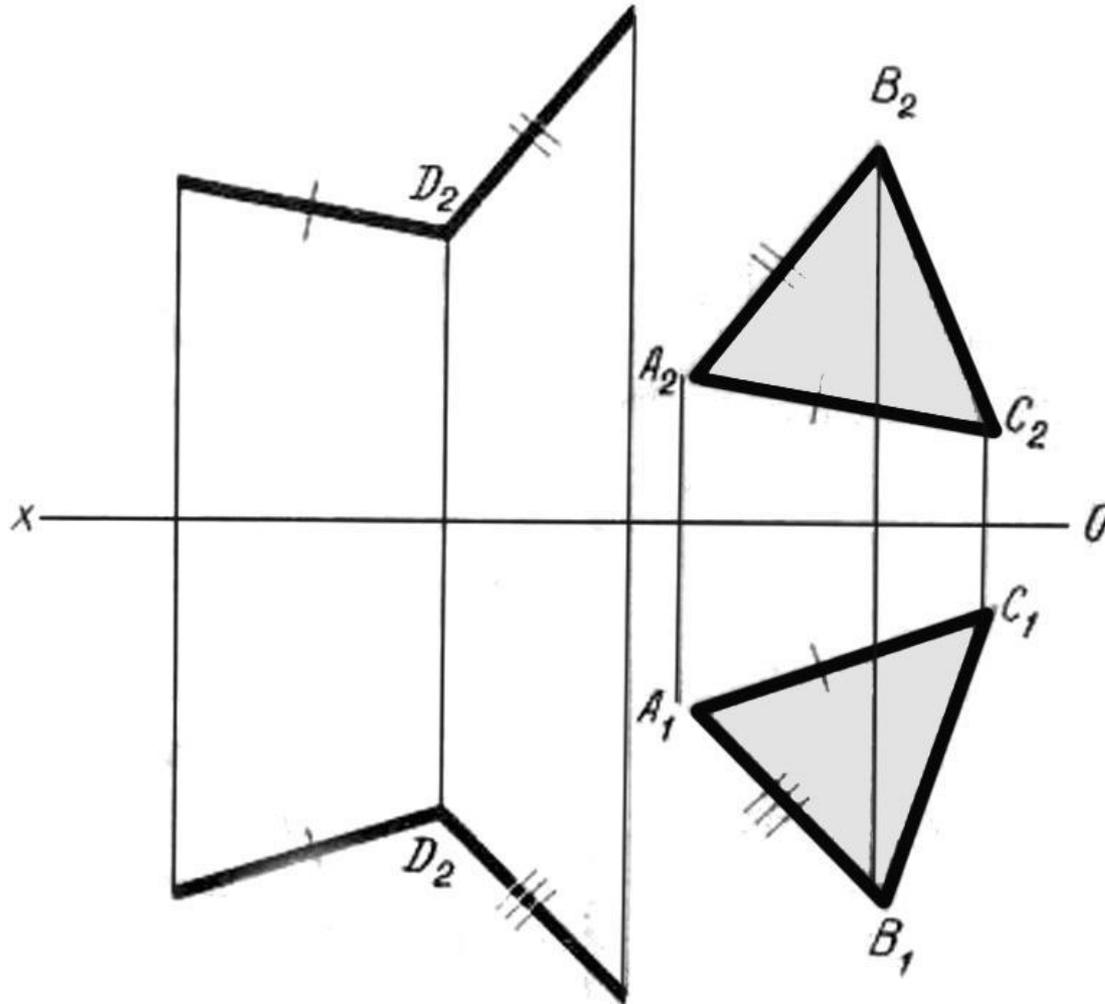
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

Параллельные плоскости

Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости



Параллельные плоскости



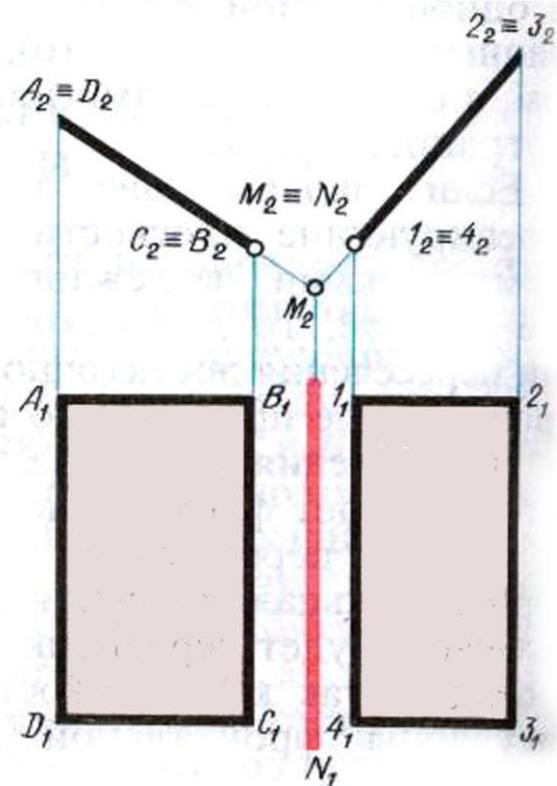
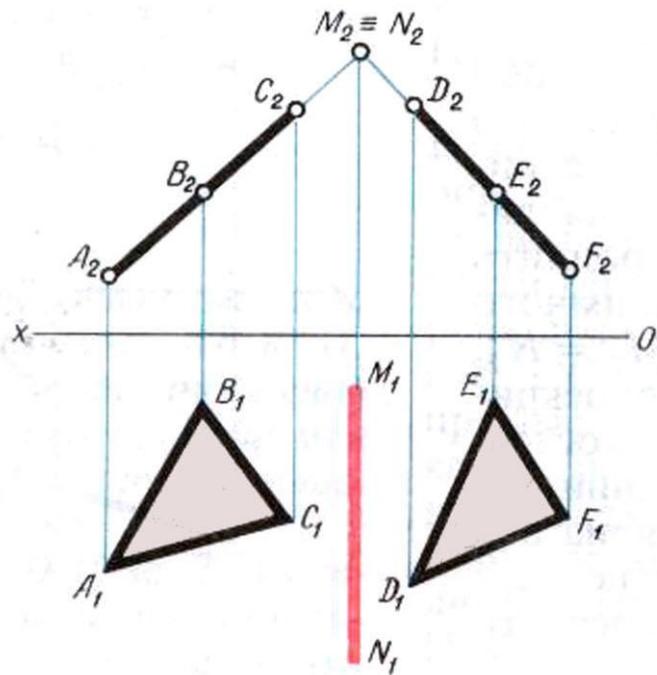
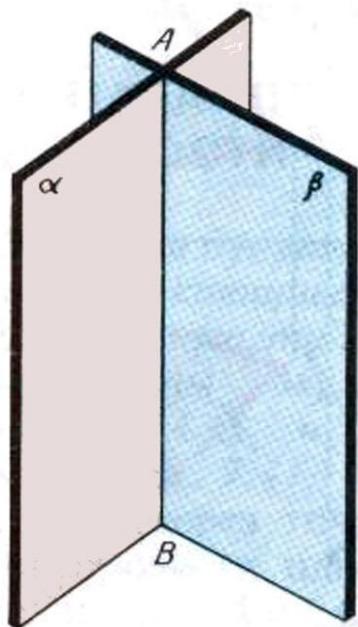
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

Пересечение двух плоскостей

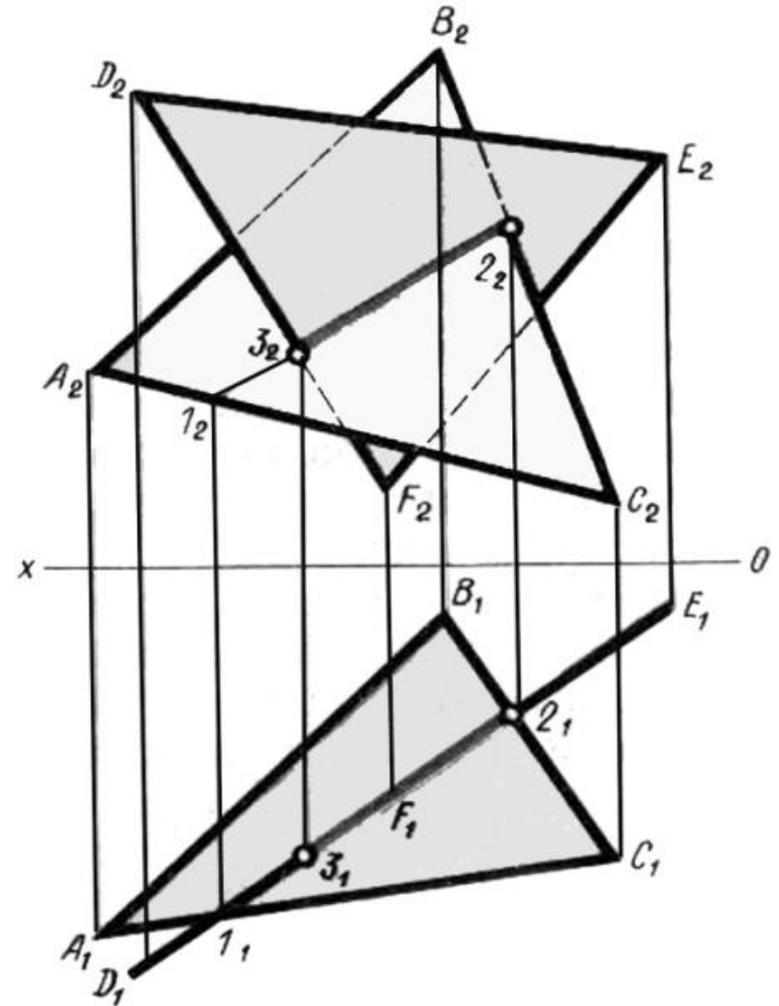
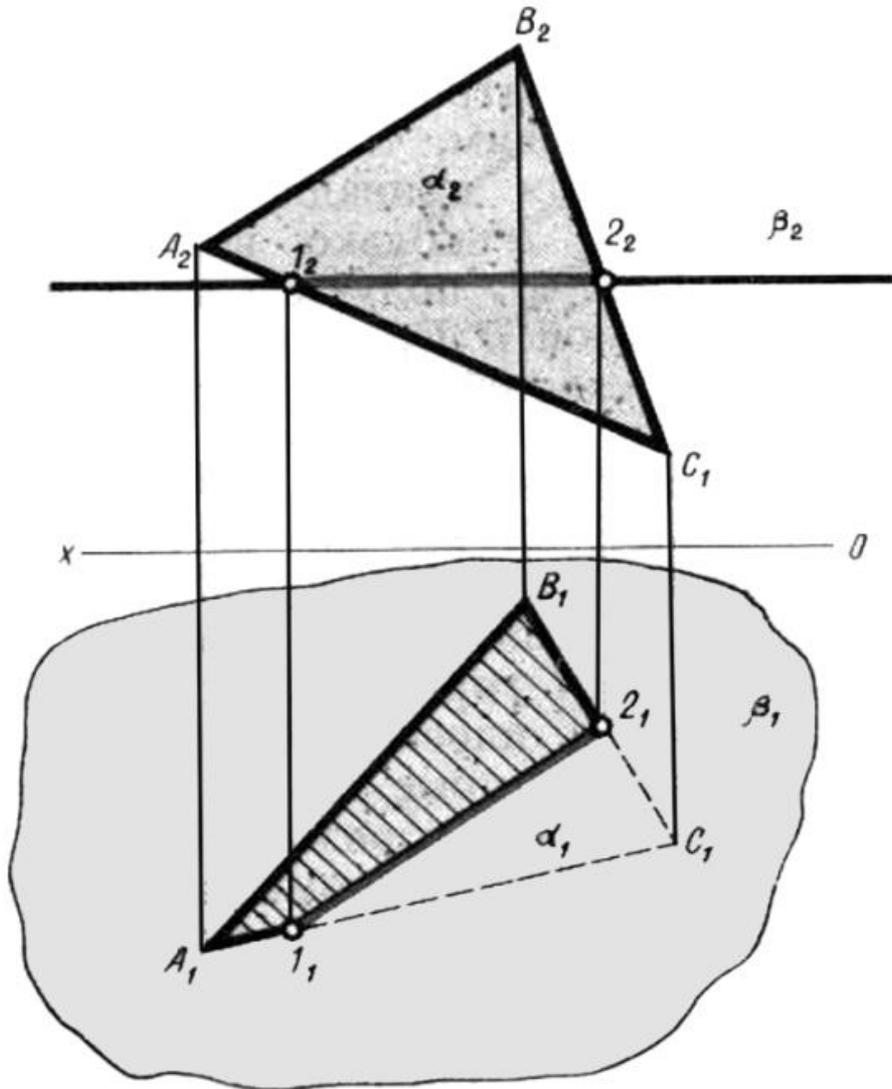
Если плоскости не параллельны, то они обязательно пересекутся

- 1) Обе плоскости занимают частное положение
- 2) Одна плоскость занимает частное положение, другая общее положение
- 3) Обе плоскости занимают общее положение

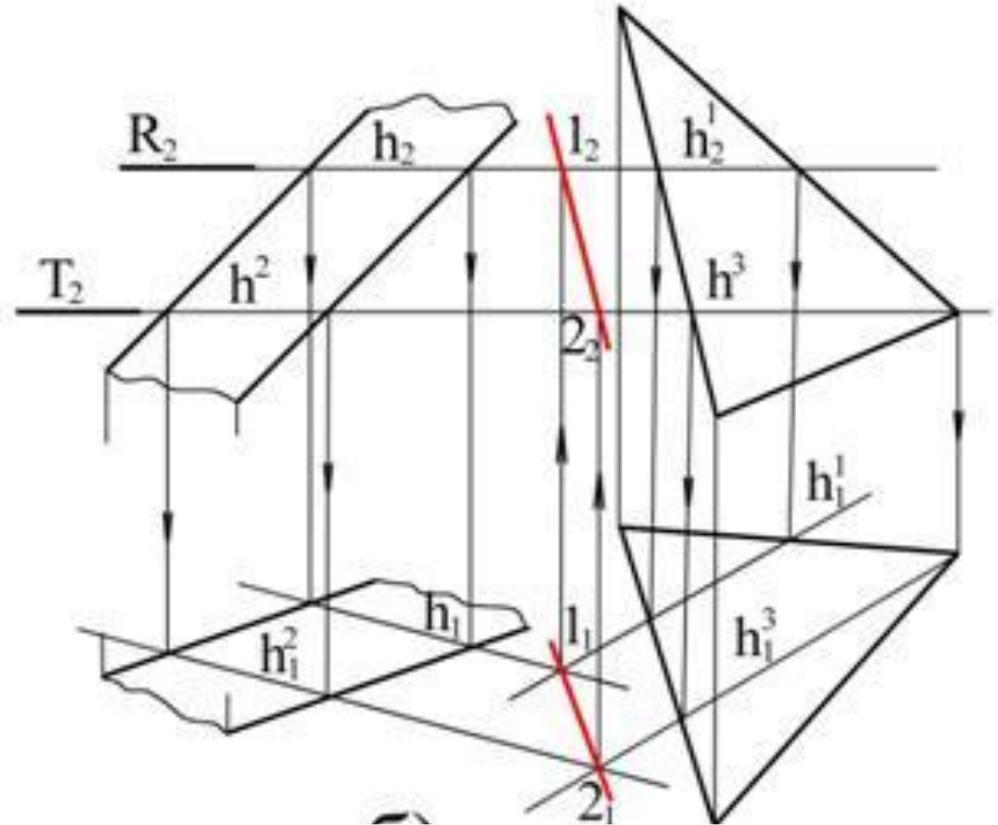
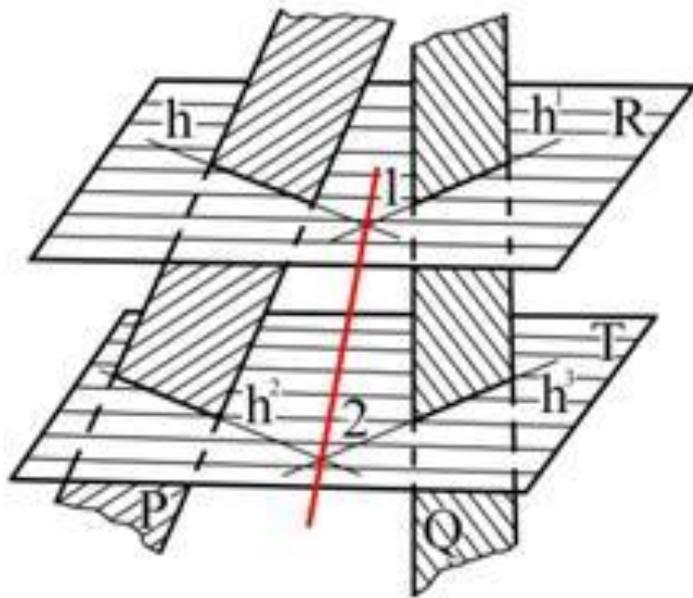
1) Обе плоскости занимают частное положение



2) Одна плоскость занимает частное положение, другая общее положение



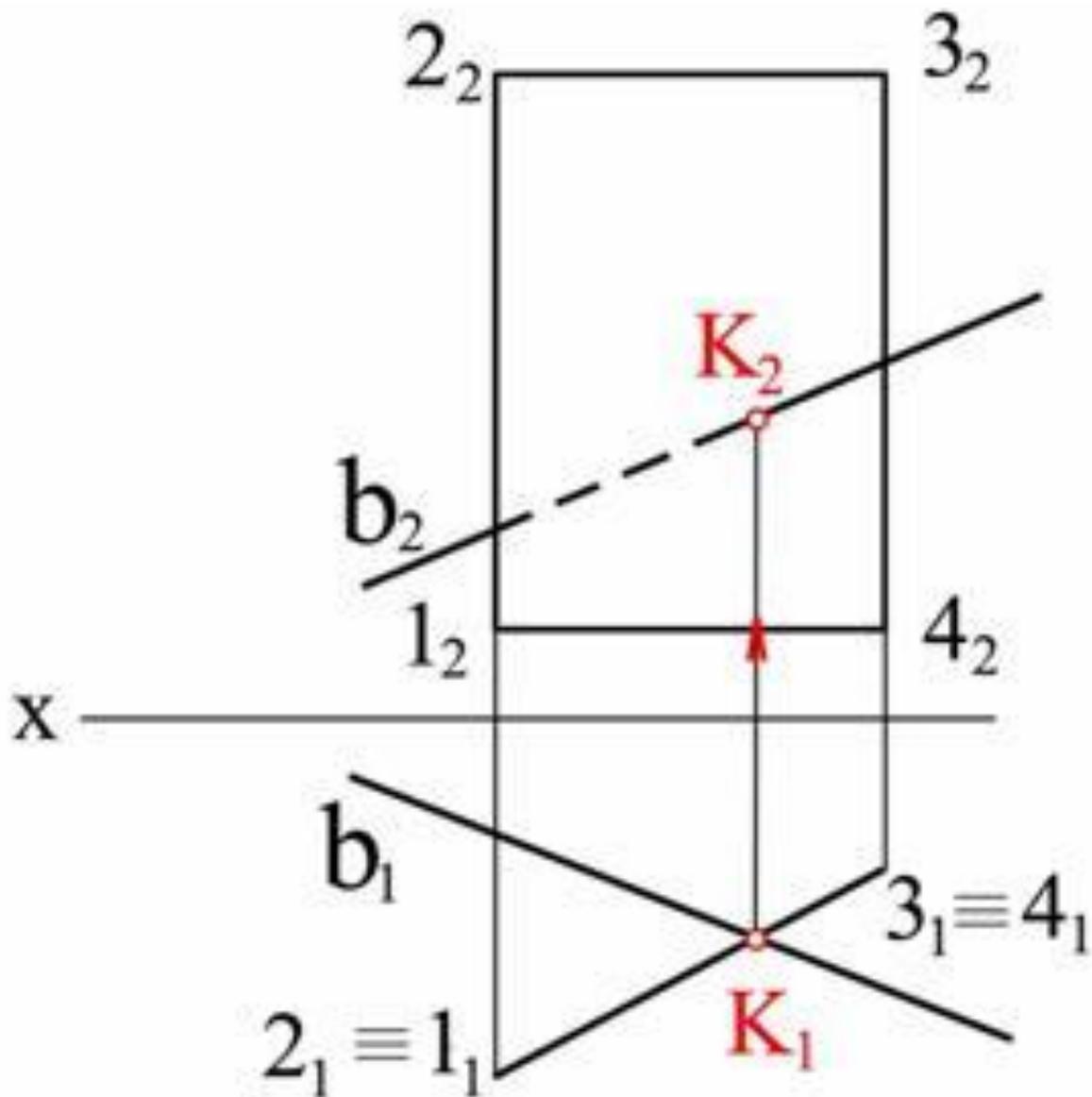
3) Обе плоскости занимают общее положение



ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

Пересечение прямой и плоскости

Если прямая не параллельна плоскости, то она пересекает её под некоторым углом.

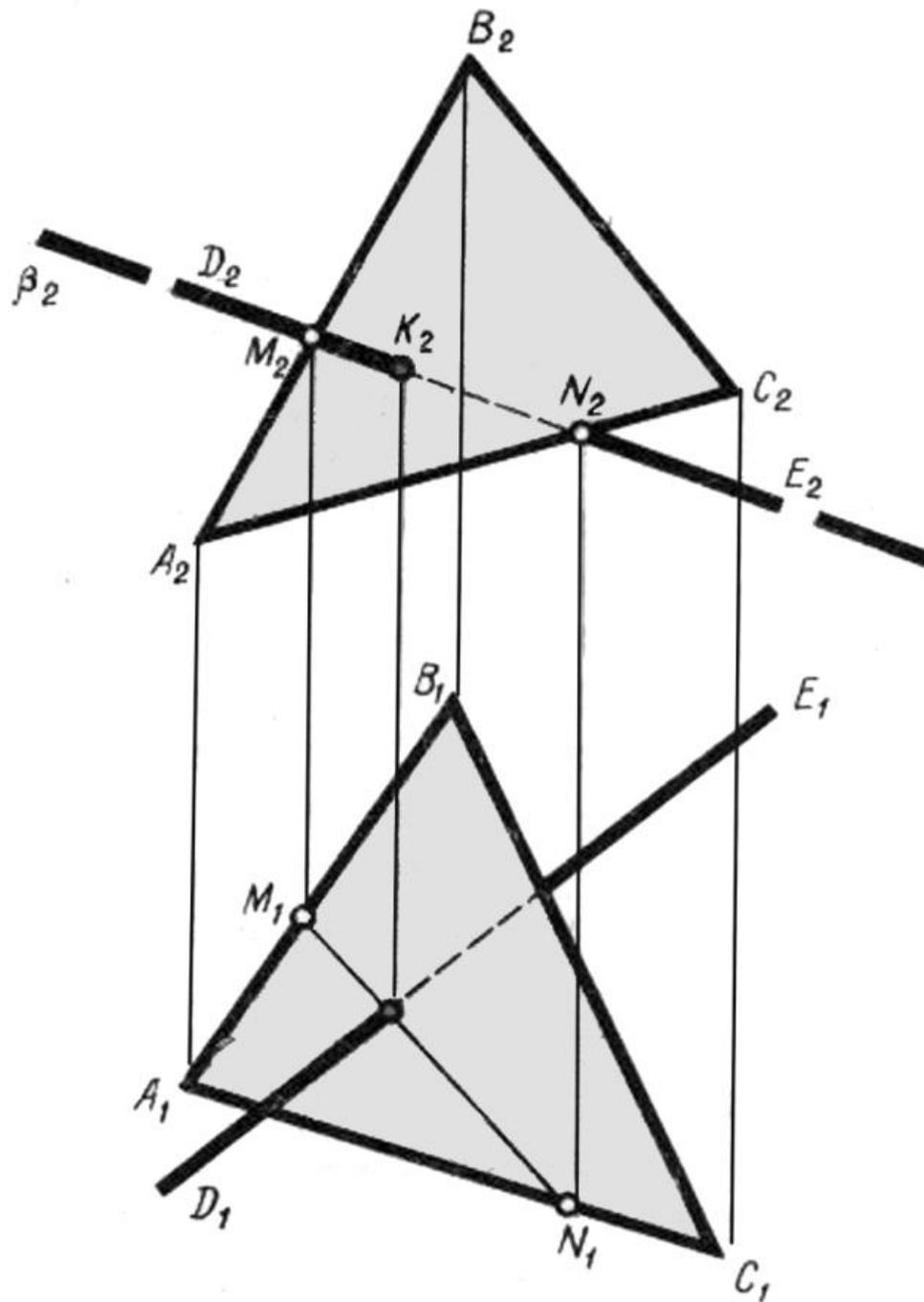


ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

Пересечение прямой и плоскости

Если прямая не
параллельна плоскости,
то она пересекает её под
некоторым углом.

Видимость определяется
при помощи
конкурирующих точек



ПОВЕРХНОСТИ

Геометрические поверхности образованы движением в пространстве прямой или кривой линии (образующей).

По признаку направляющих (прямые, ломанные, кривые), поверхности бывают гранные или кривыми.

Часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностью, называется ТЕЛОМ.

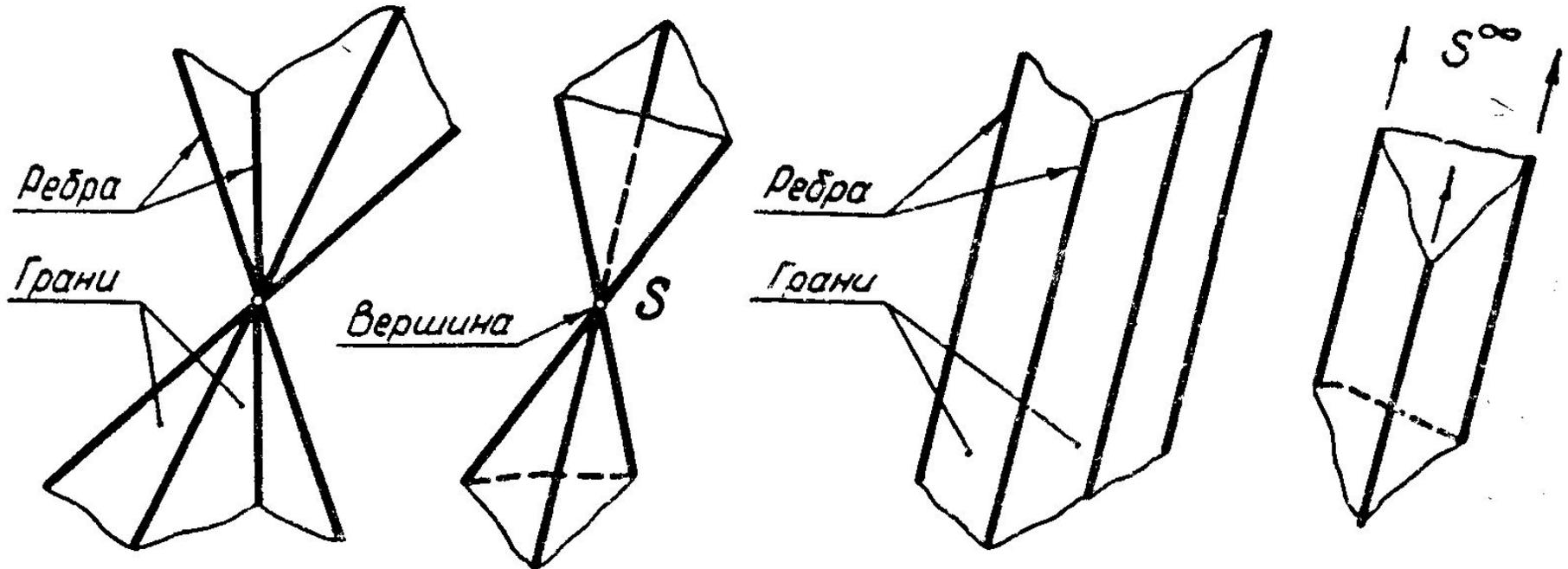
Геометрические тела – МНОГОГРАННИКИ и ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ.

МНОГОГРАННИКИ – тело, ограниченное плоскими многоугольниками - призма, пирамида и т.д. (название многогранника зависит от многоугольника, лежащего в основании)

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ – вращение плоской фигуры вокруг оси:
Цилиндр, конус, сфера, тор...

Многогранные поверхности.

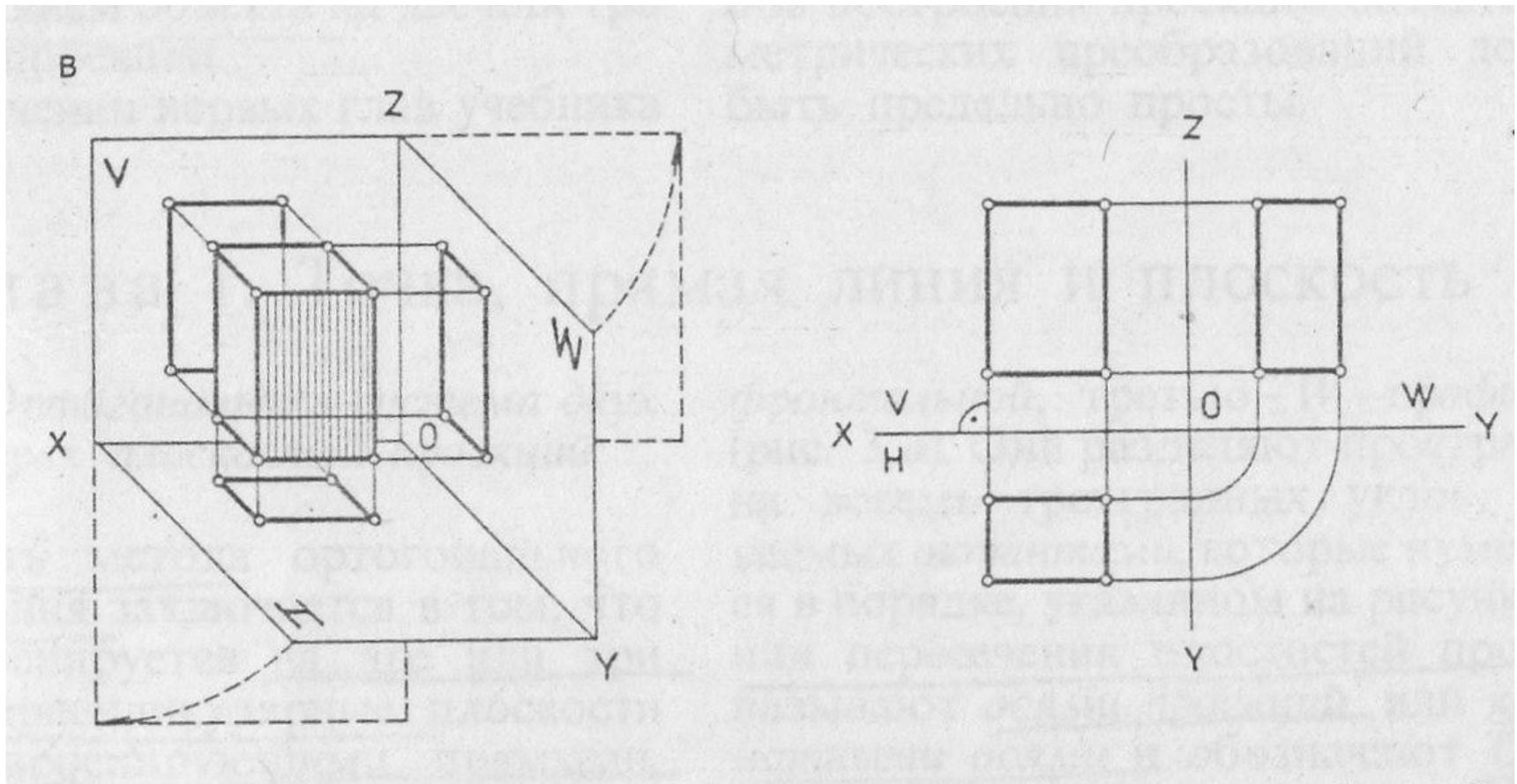
Поверхность, образованная частями попарно пересекающихся плоскостей, называется многогранной.

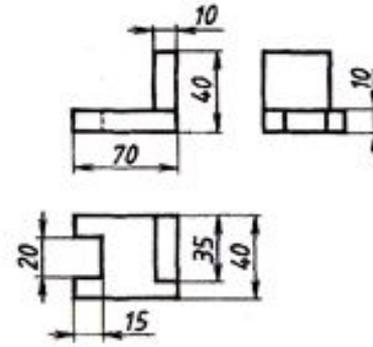
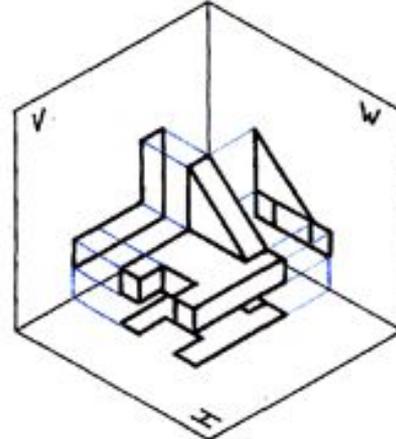
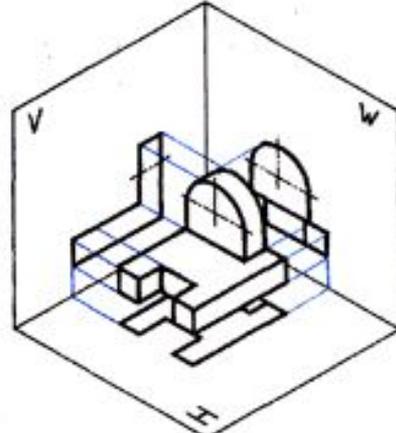
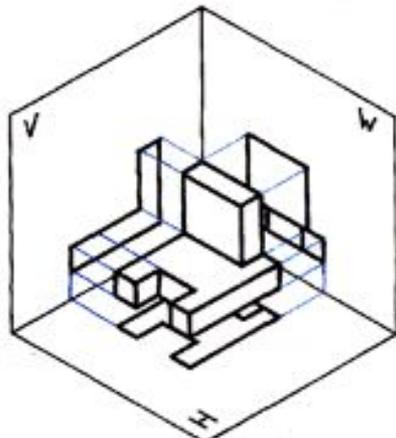


Многогранник, одна грань которого многоугольник – основание, а остальные – треугольники, имеющие общую вершину, - пирамида.

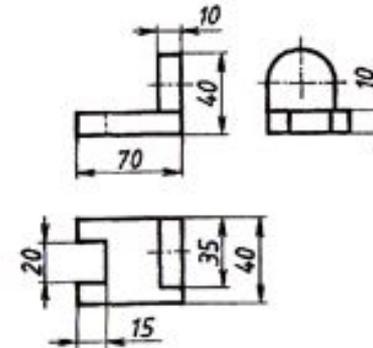
Многогранник, все грани которого – плоские фигуры (многоугольники), называется многогранником.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ГРАННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

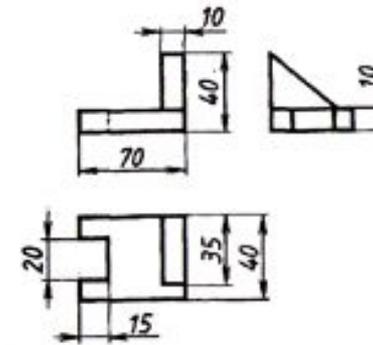




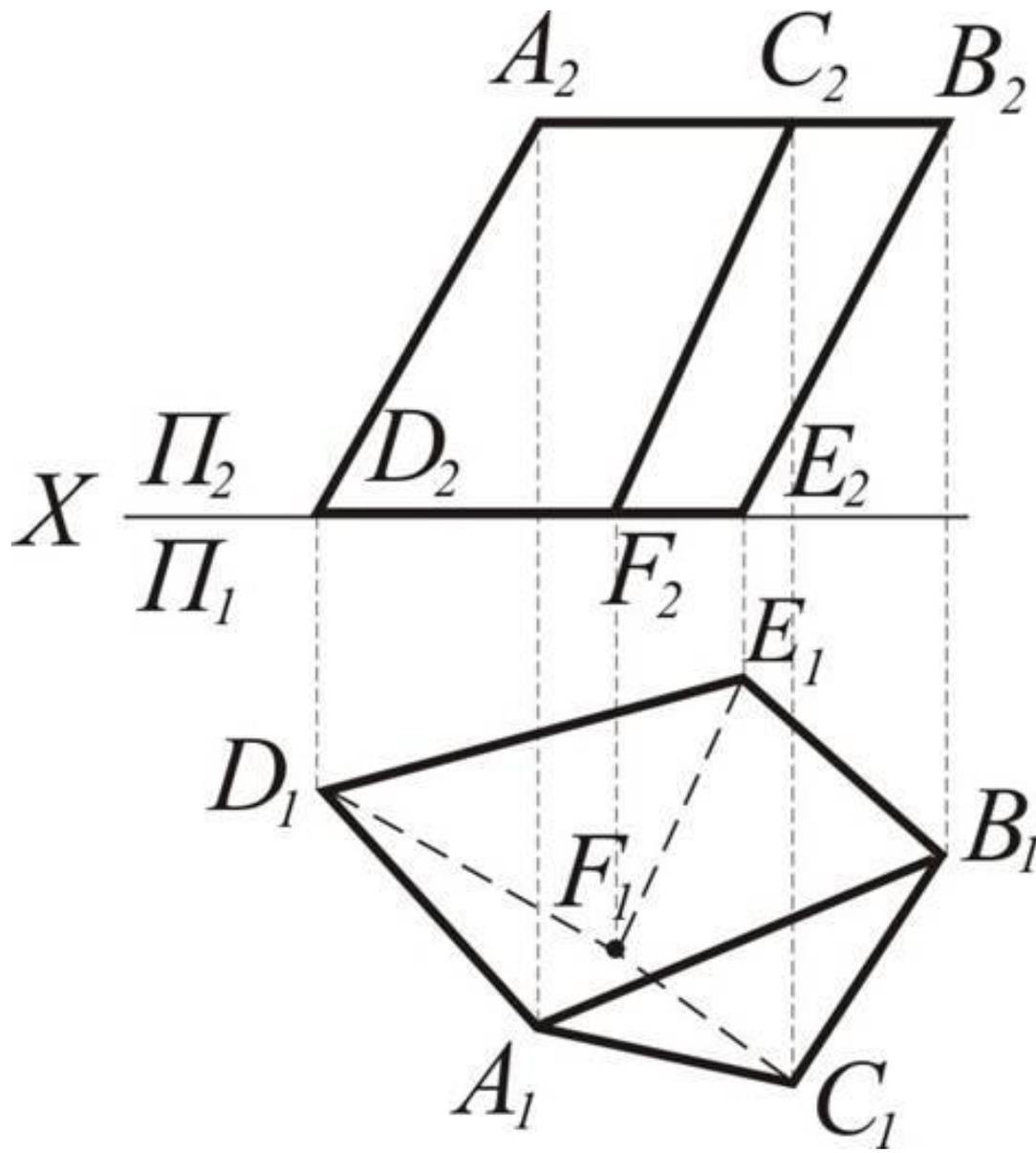
a)



b)

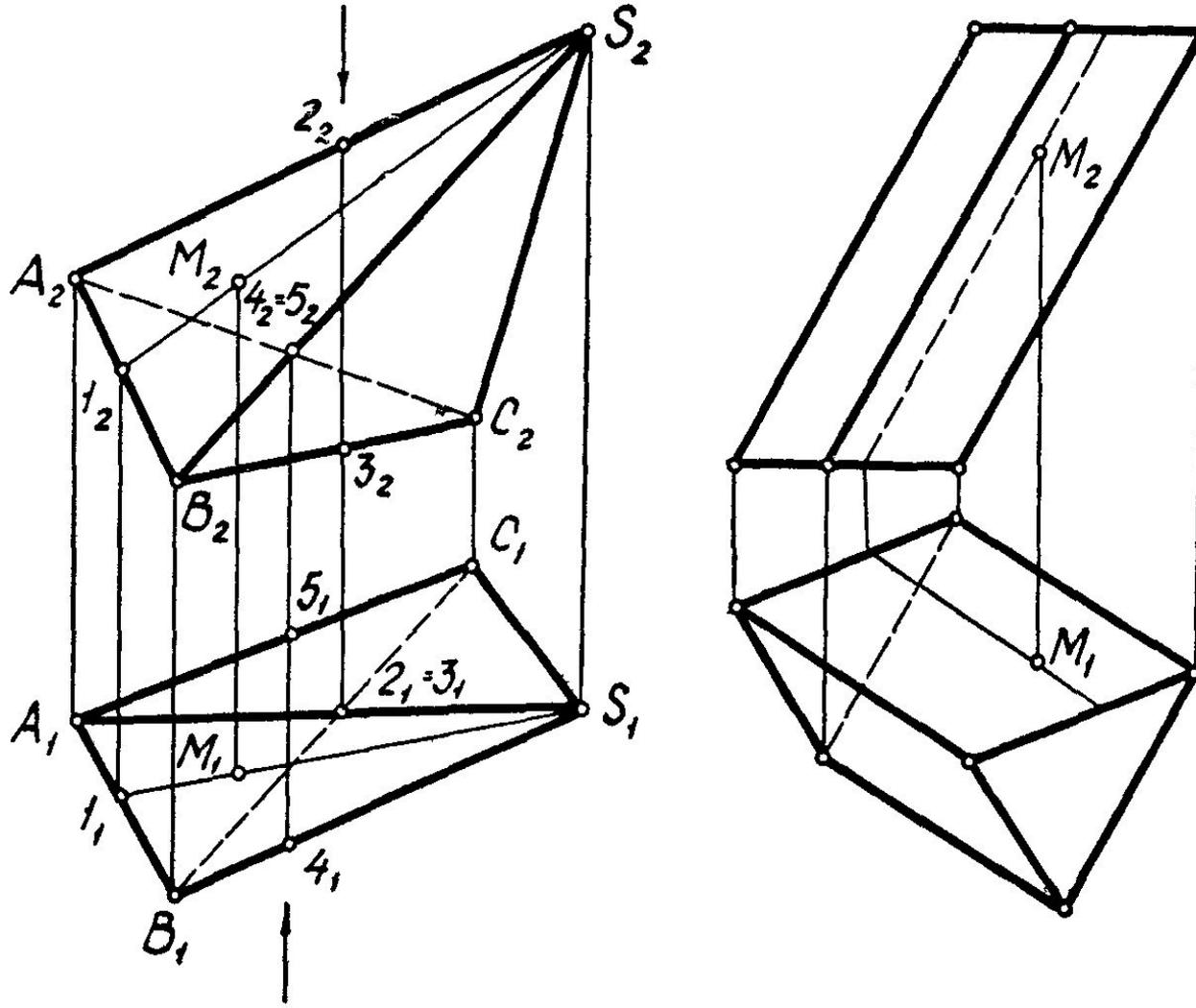


c)



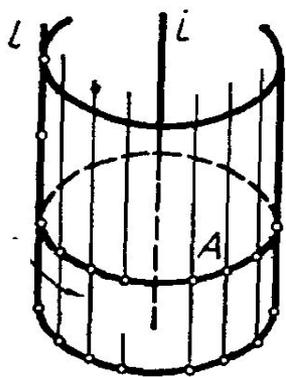
ПОВЕРХНОСТИ

Гранные поверхности. Правильные и неправильные пирамиды и призмы. Задаются рядом точек и прямых.

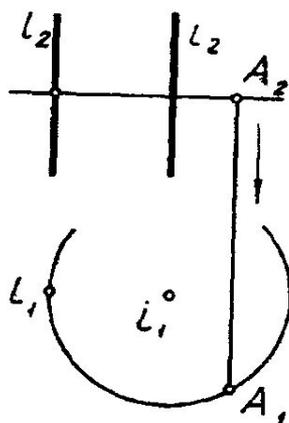


ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

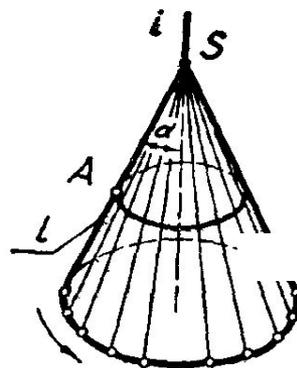
Примеры определителей для простейших поверхностей.



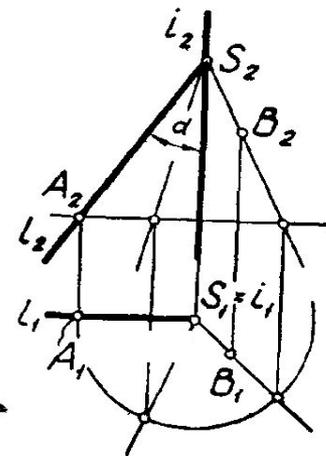
а



б

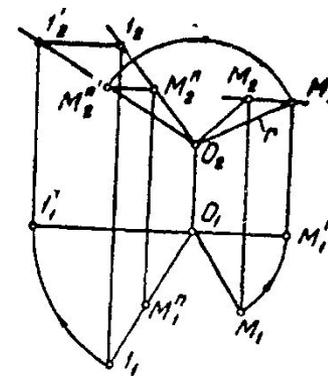
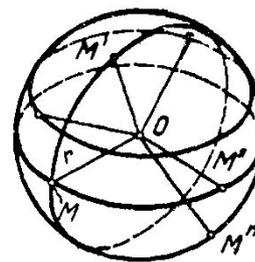


а

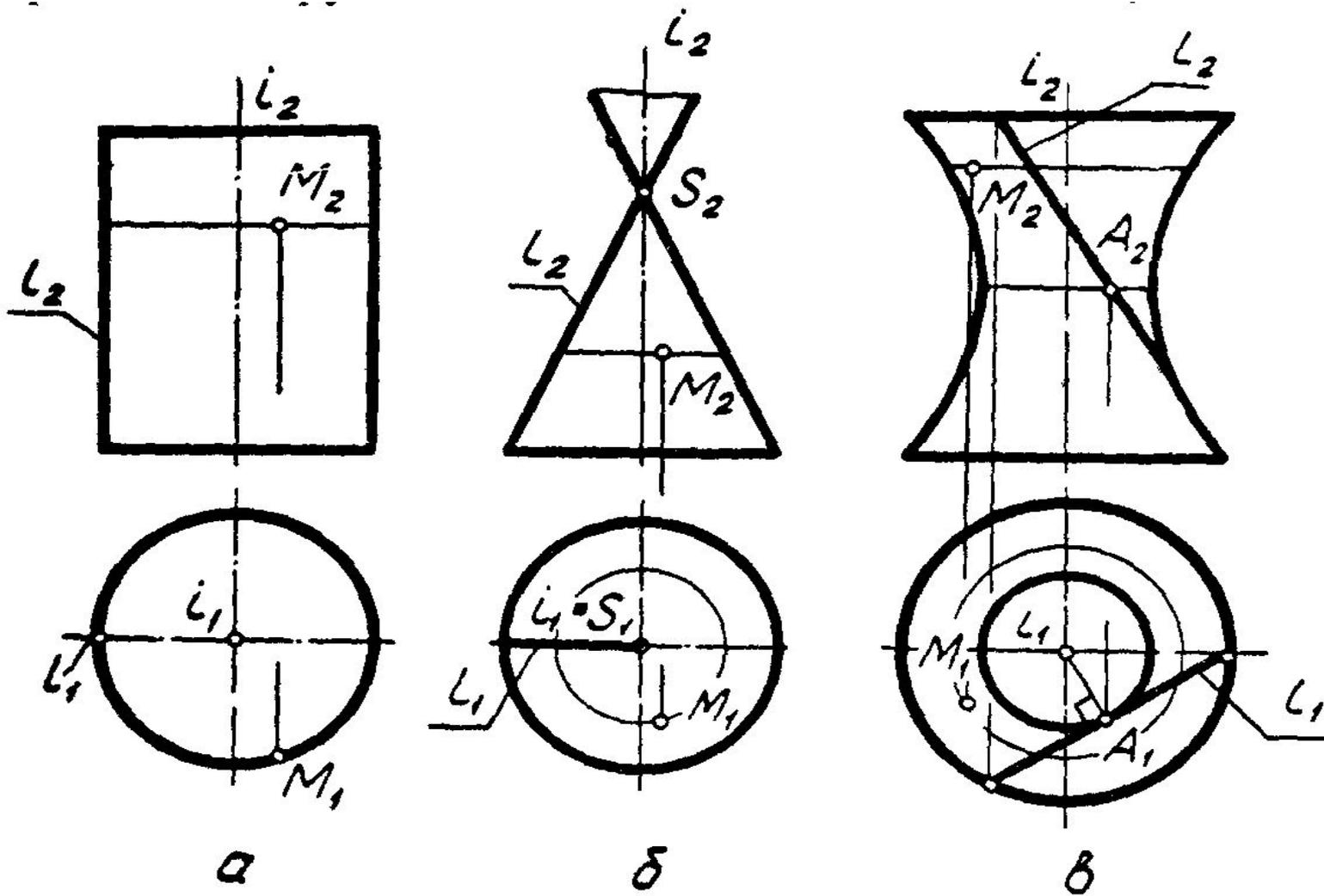


б

- 1) - цилиндрическая поверхность вращения.
- 2) - коническая поверхность вращения.
- 3) - сфера

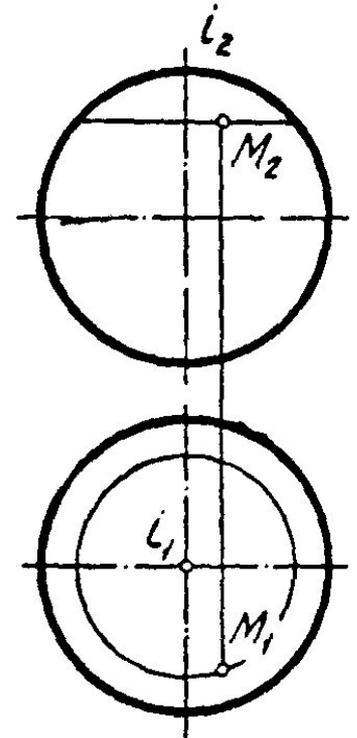
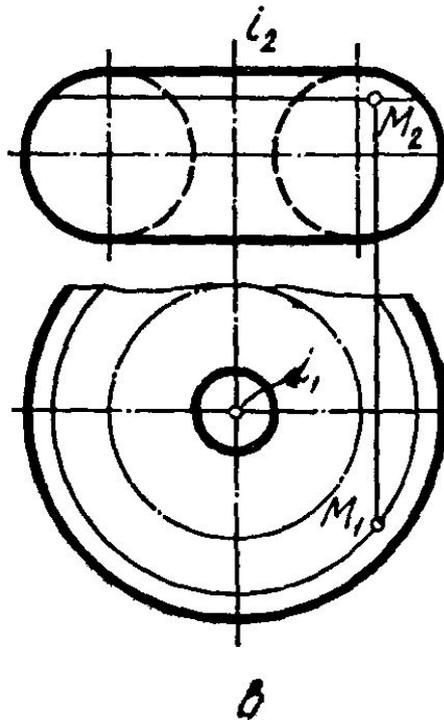
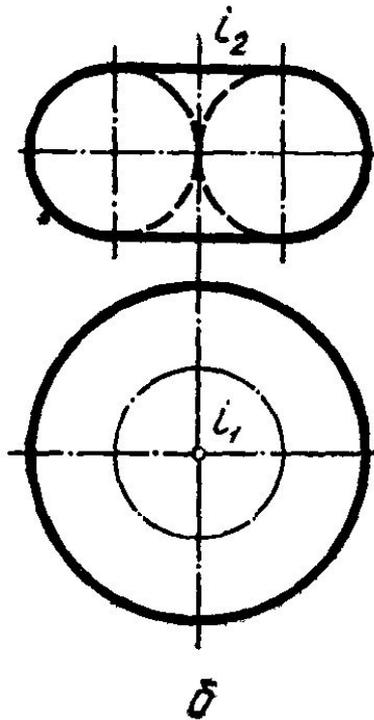
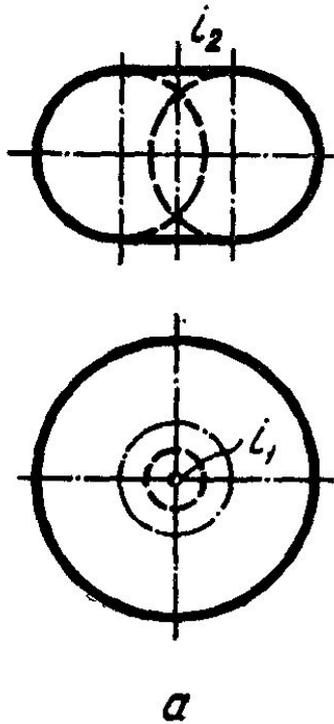


ПОВЕРХНОСТИ, ОБРАЗУЕМЫЕ ВРАЩЕНИЕМ ПРЯМОЙ ЛИНИИ ВОКРУГ ОСИ



а)- цилиндр; б) конус ; в)- однополостный гиперboloид вращения

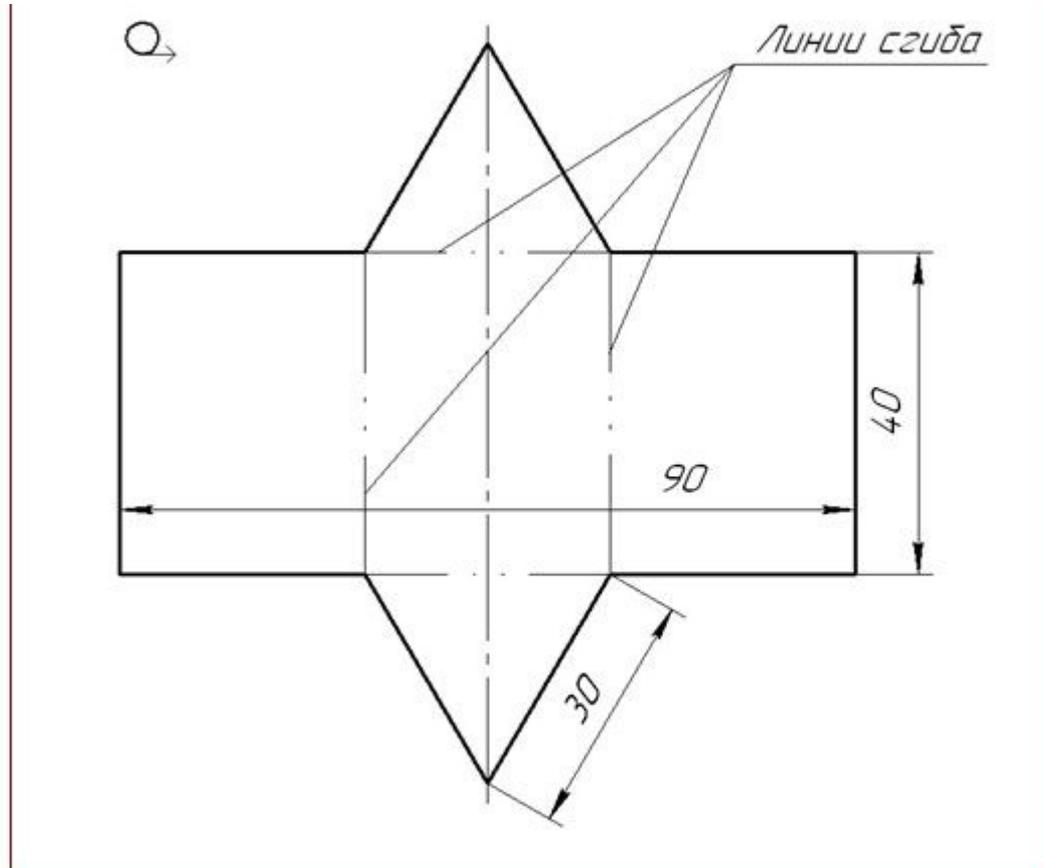
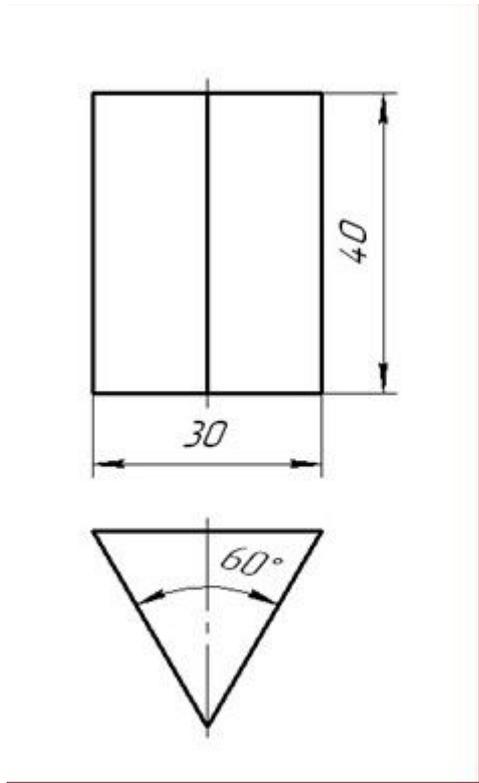
ПОВЕРХНОСТИ, ОБРАЗУЕМЫЕ ВРАЩЕНИЕМ ОКРУЖНОСТИ



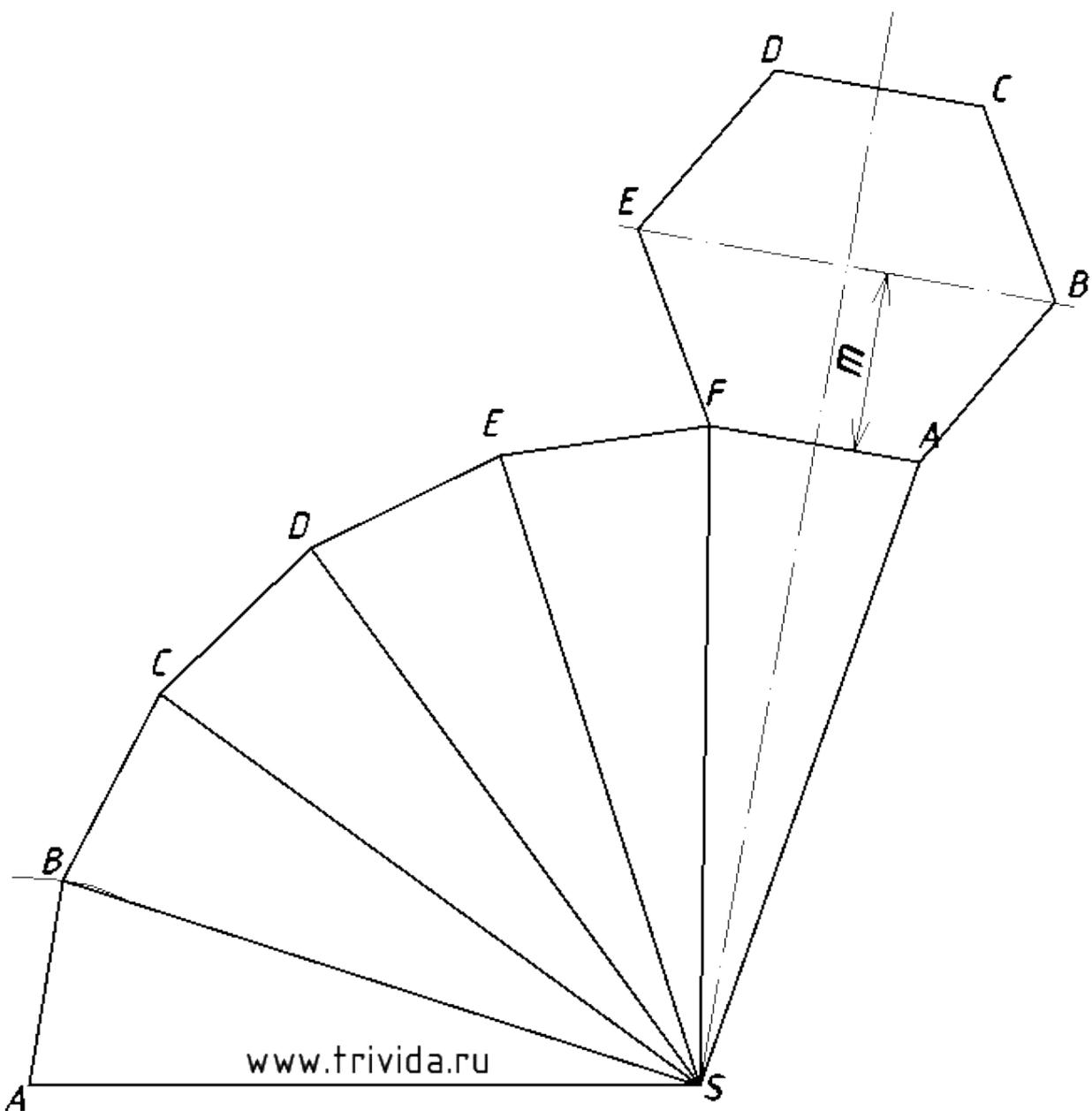
Тор

Сфера

Построение развертки правильной треугольной призмы



Развертка состоит из прямоугольников – боковые грани призмы, и правильных треугольников – основания призмы



www.trivida.ru

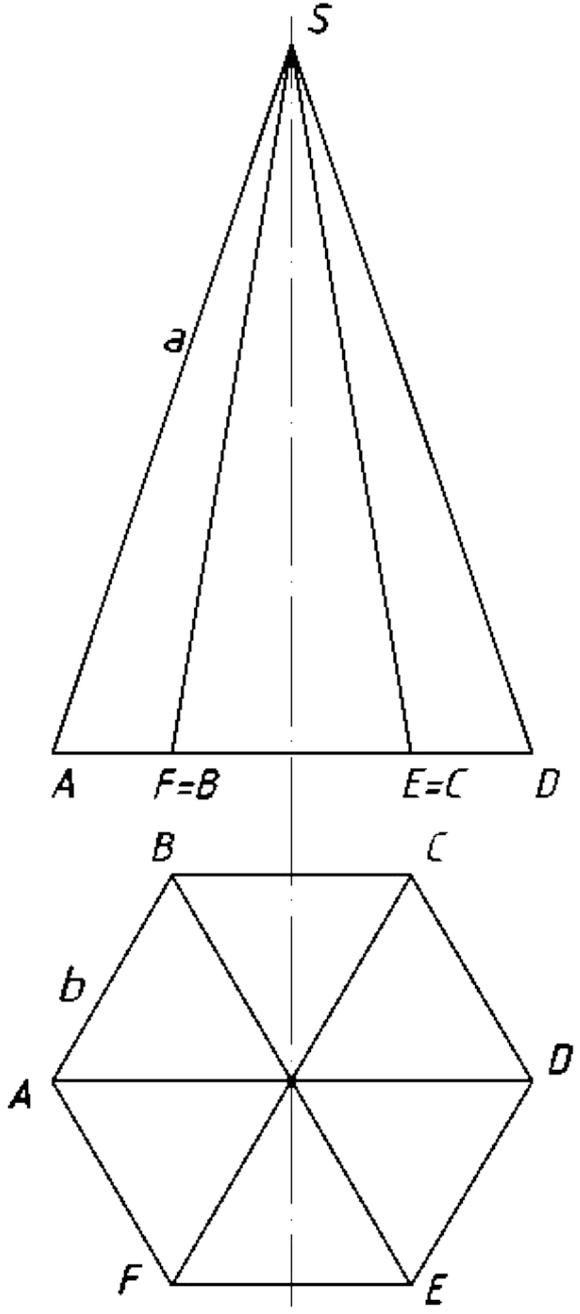
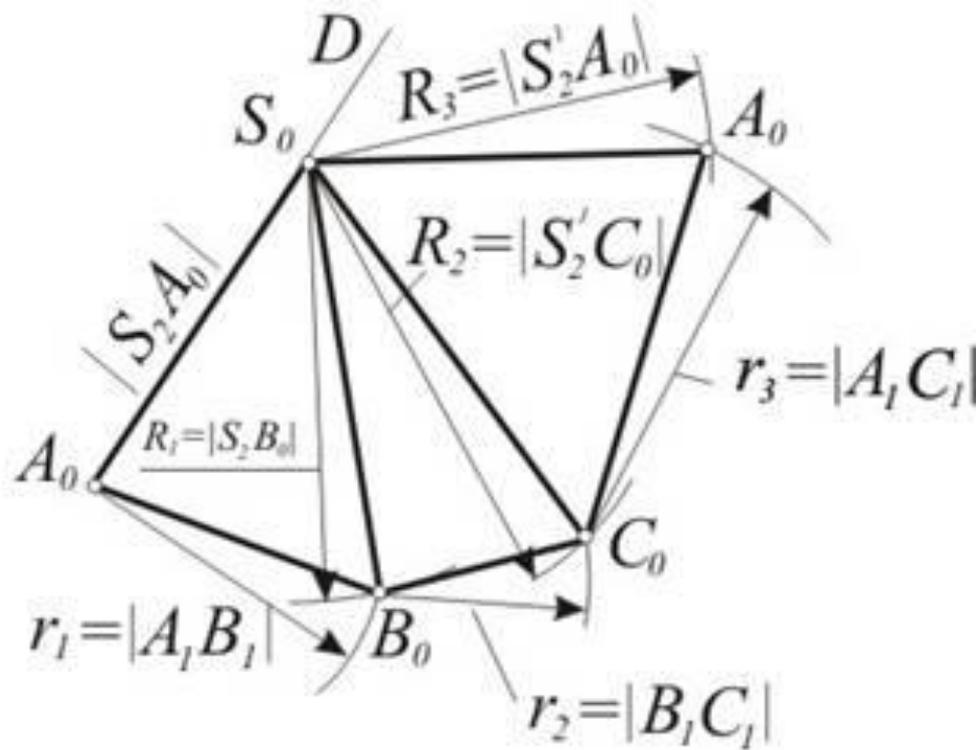
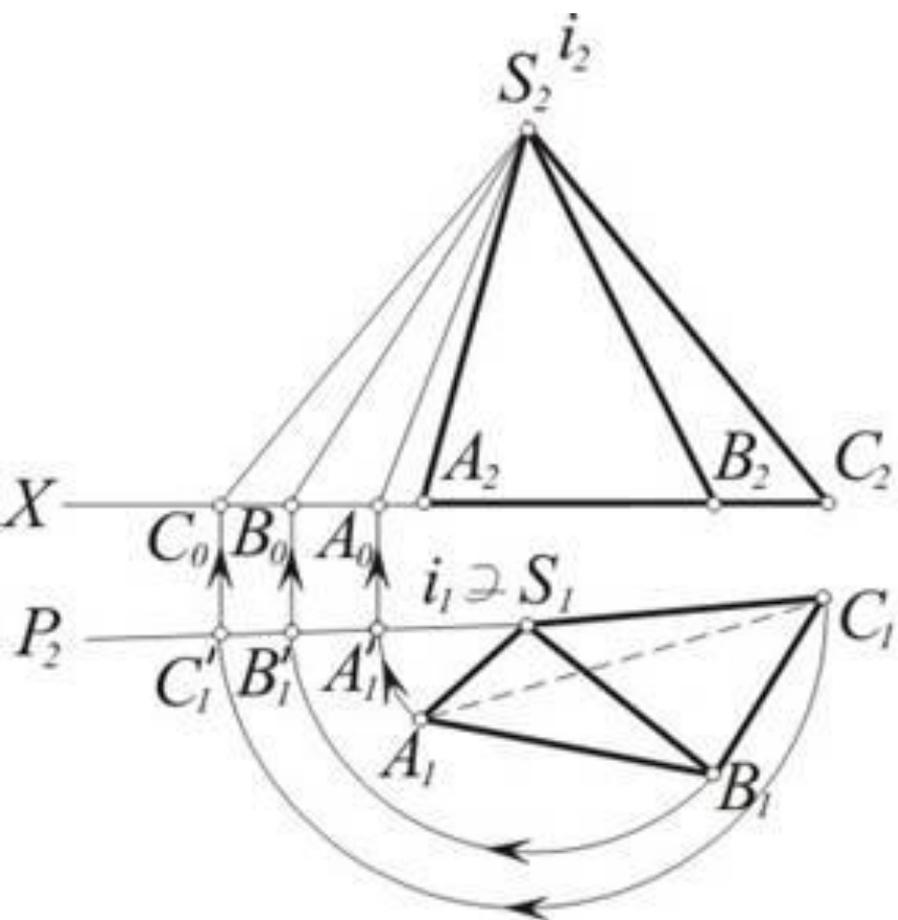


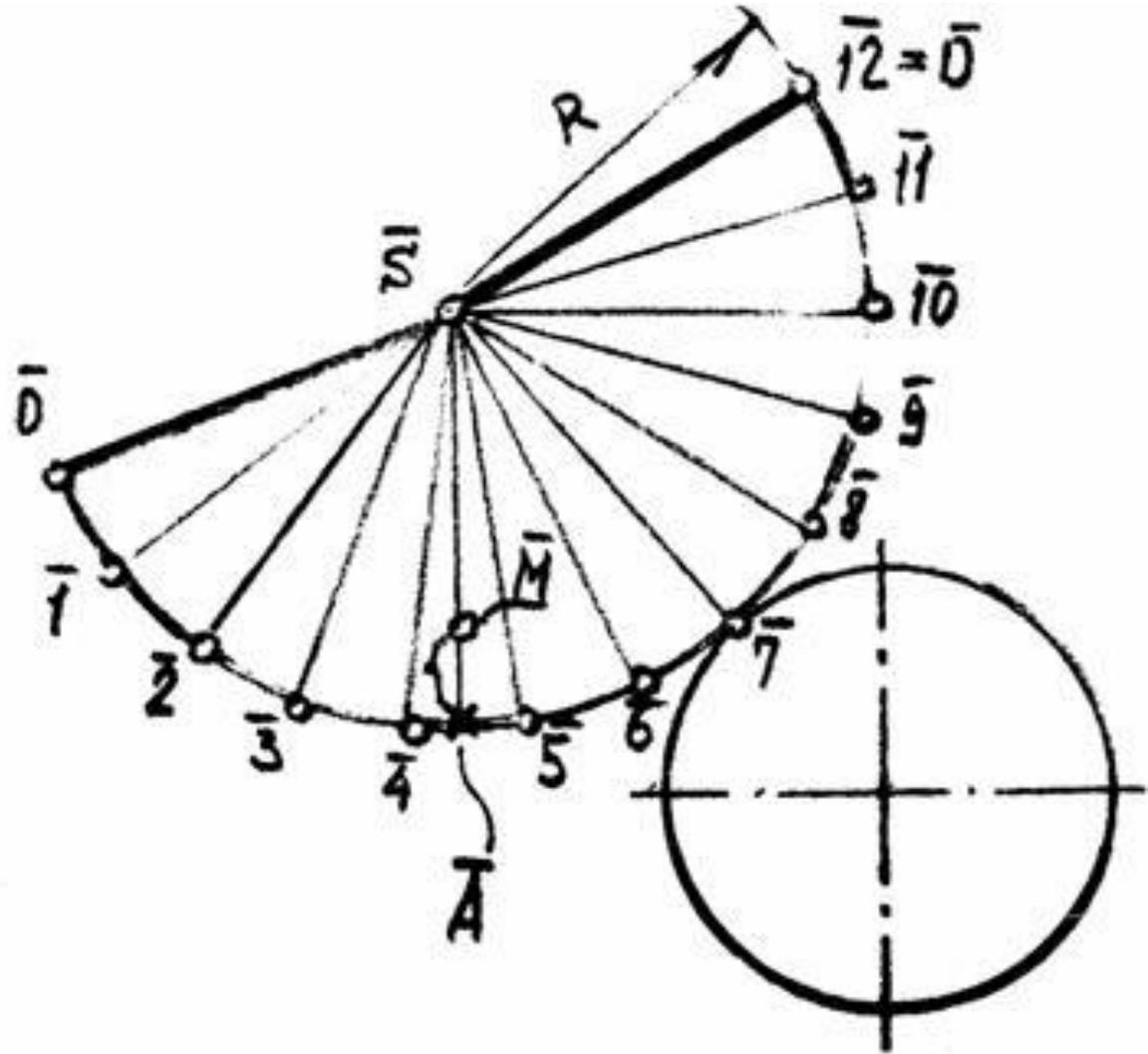
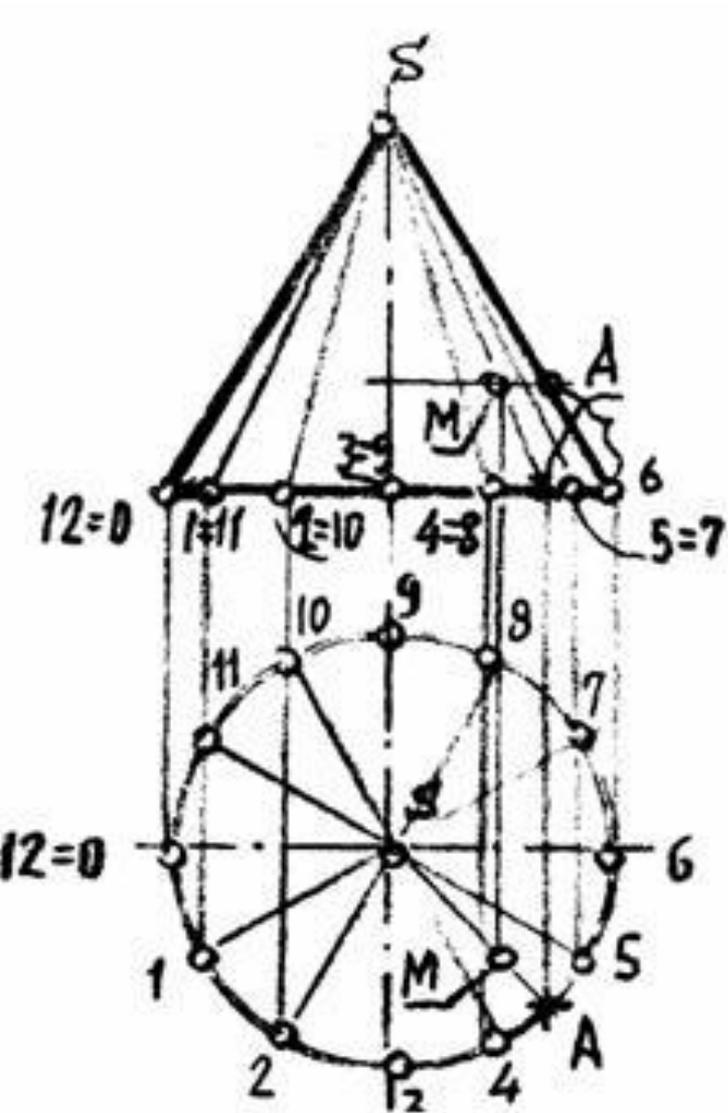
Рис.5

РАЗВЕРТКА МНОГОГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ МЕТОДОМ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (триангуляции)

Натуральную величину ребер находим методом вращения.

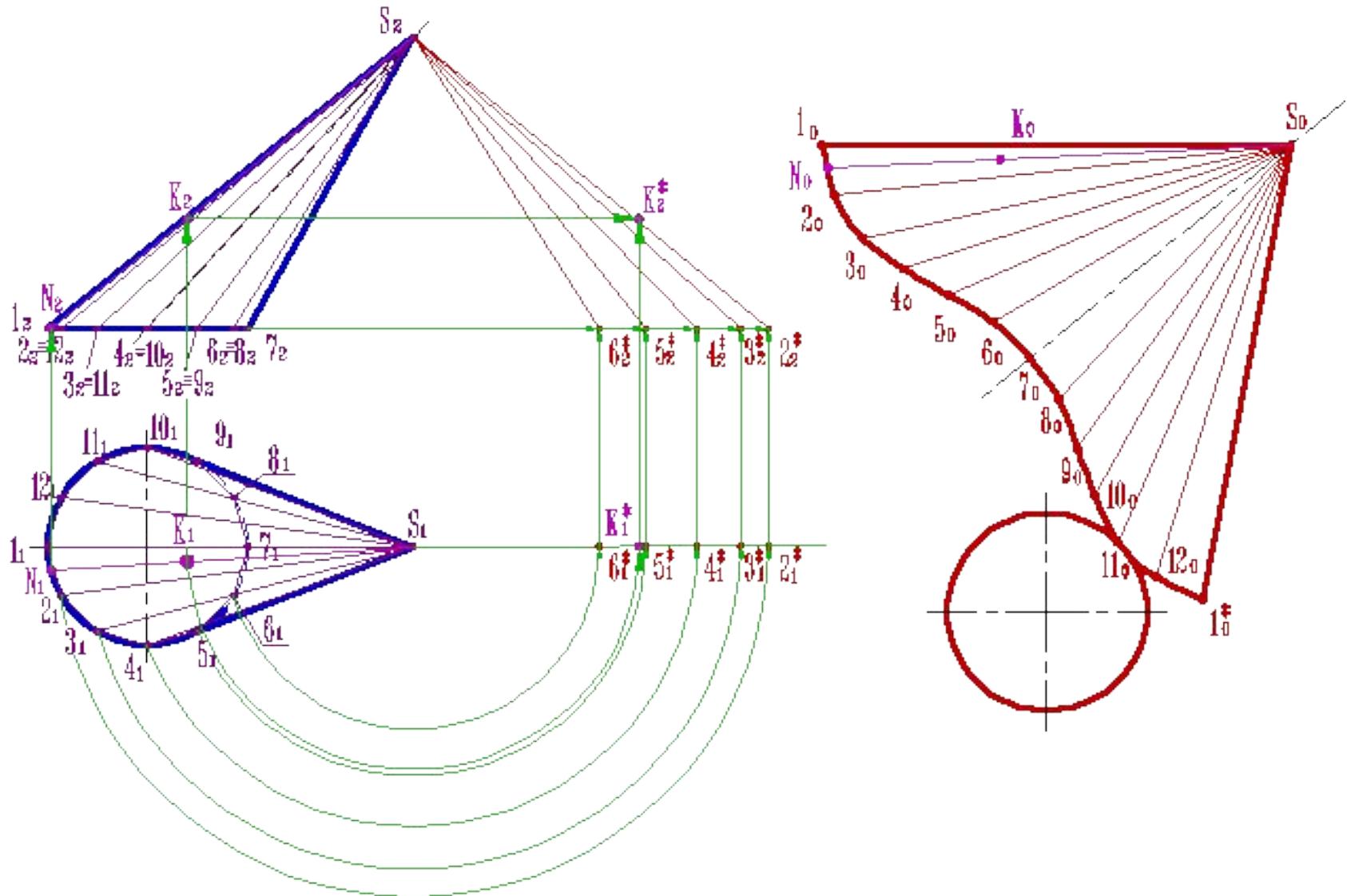


РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ (прямой конус)

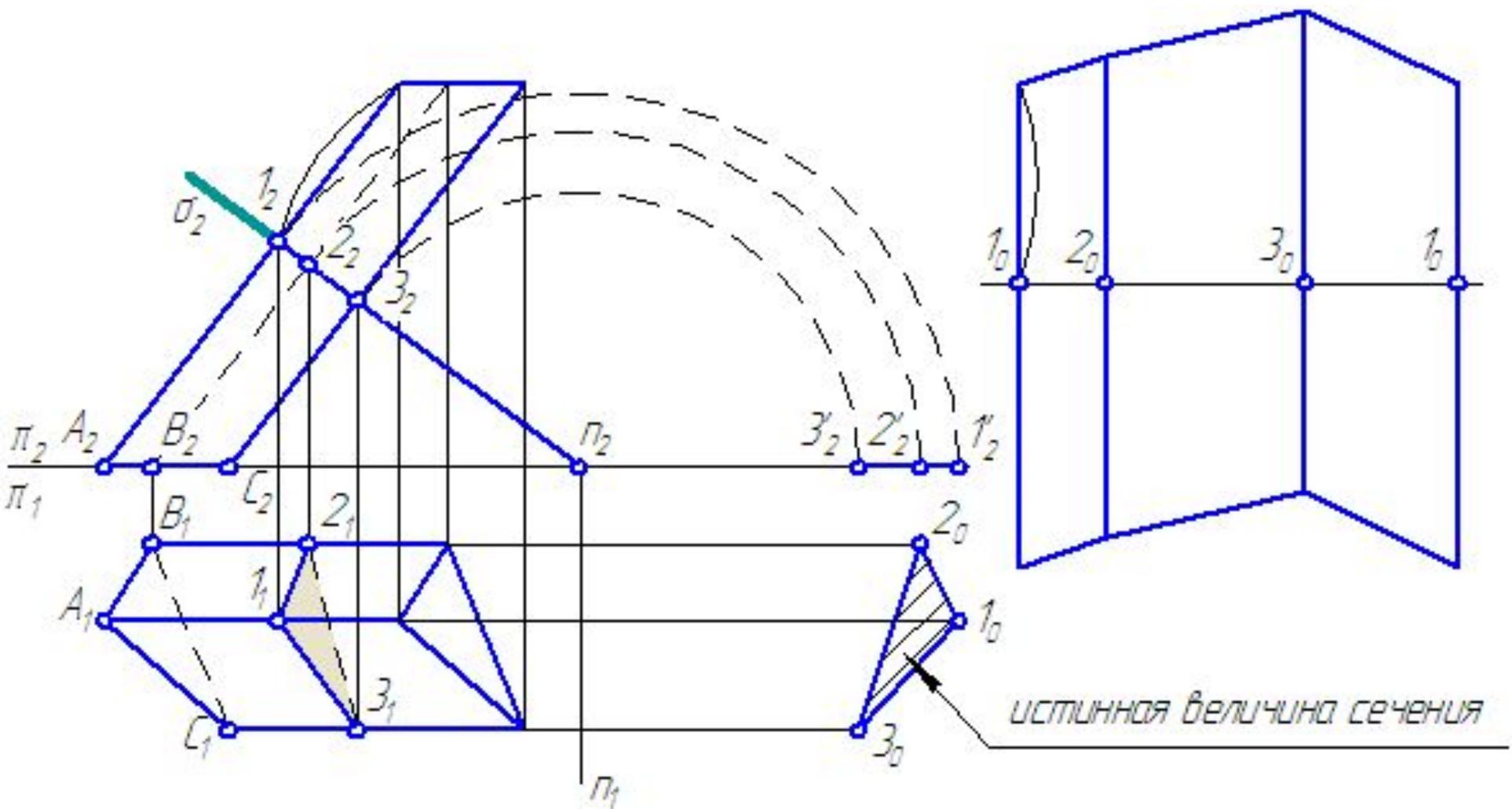


РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ (наклонный конус)

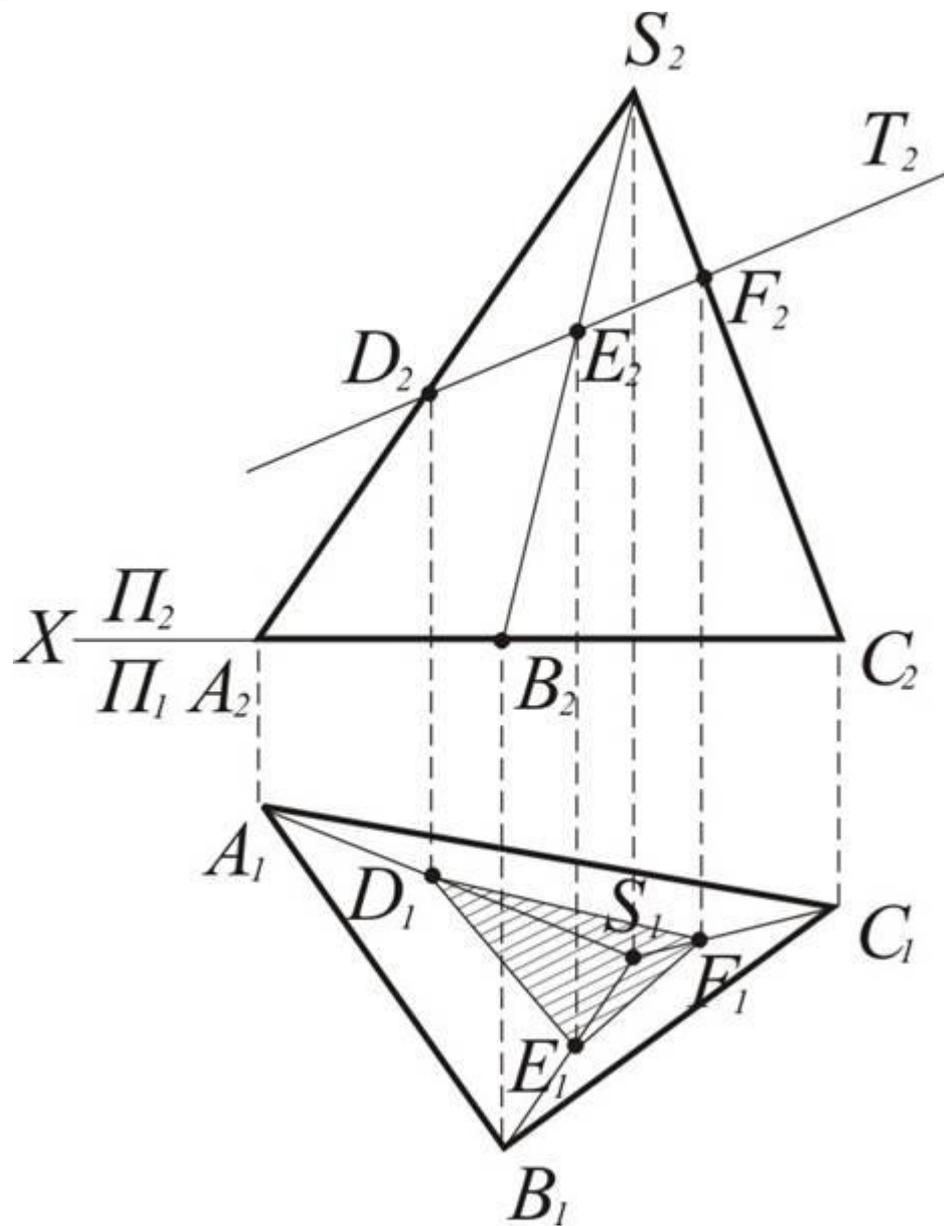
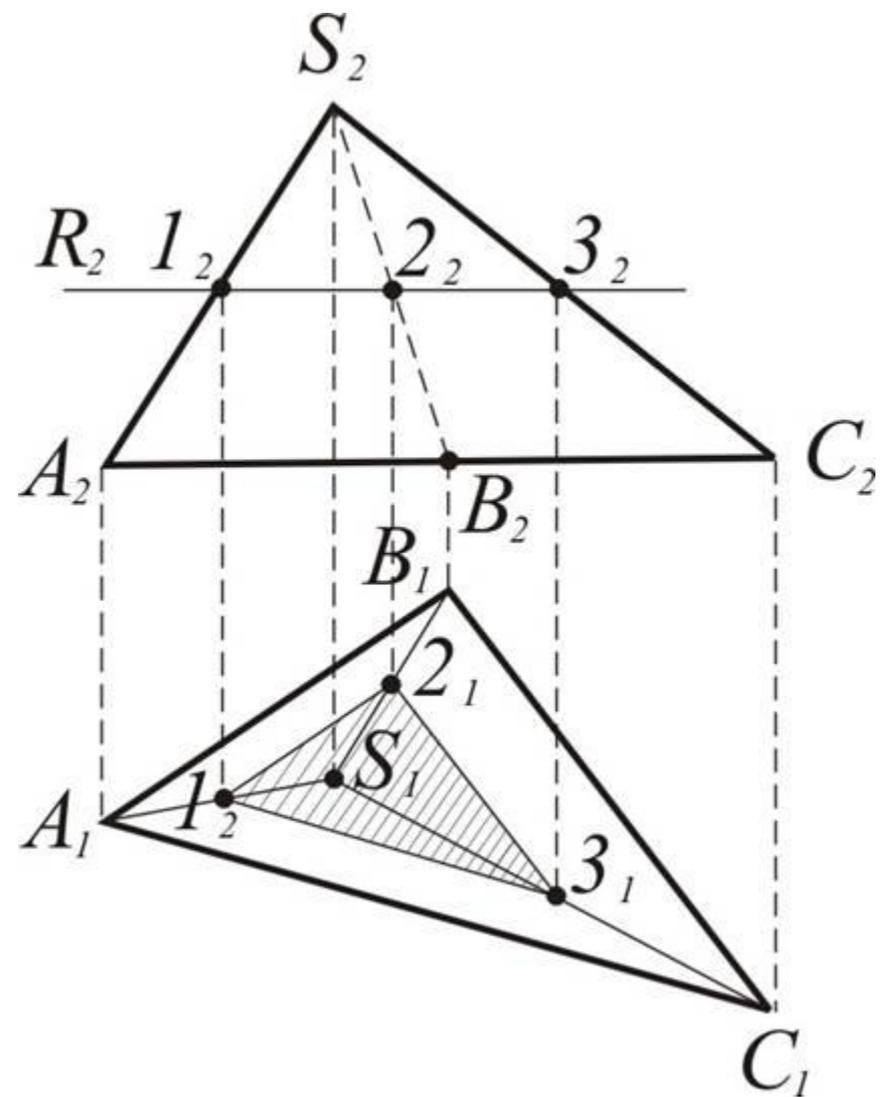
Натуральную величину ребер находим методом вращения.



РАЗВЕРТКА НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ



СЕЧЕНИЕ ГРАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

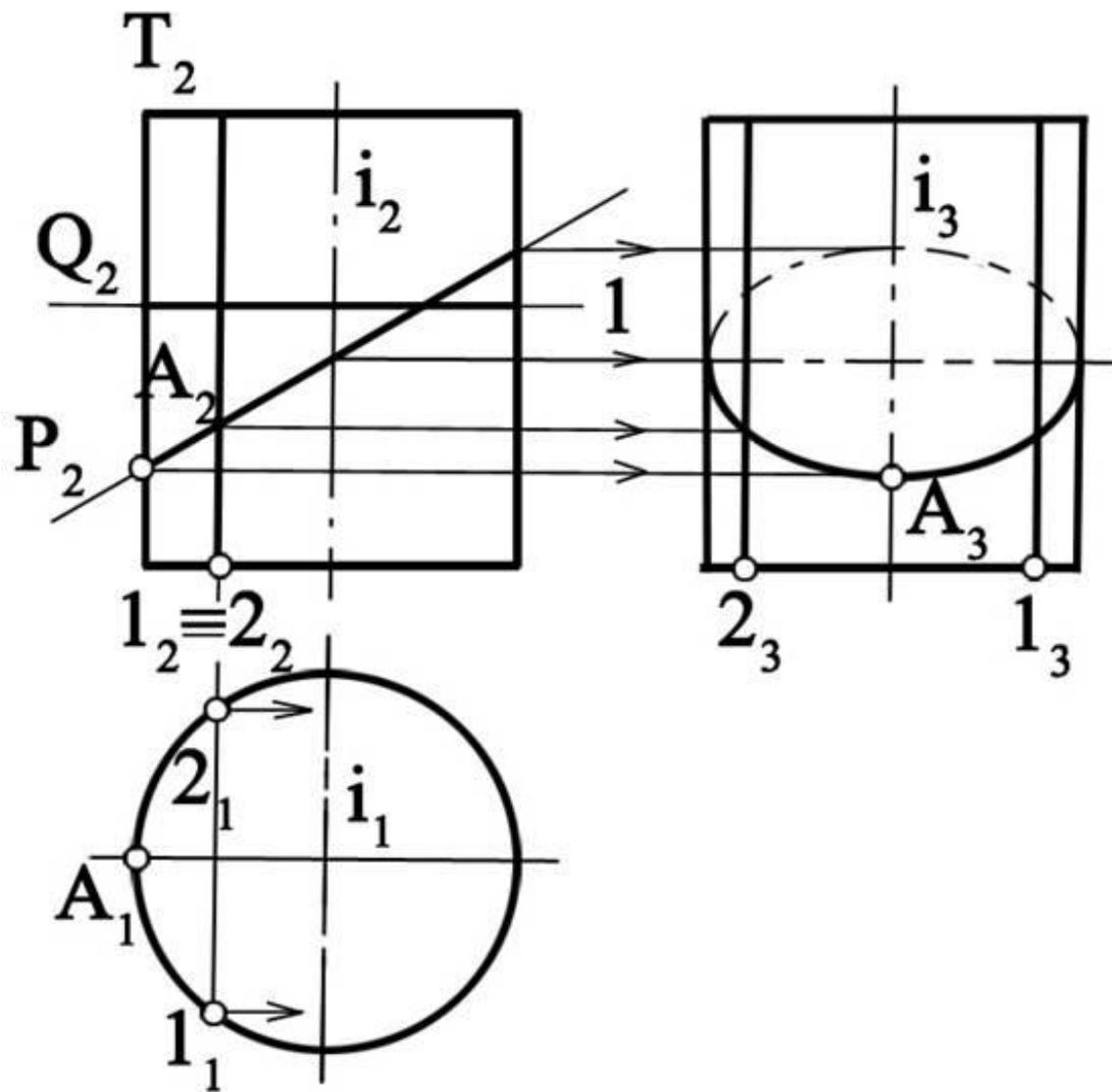


Пересечение
цилиндра плоскостью

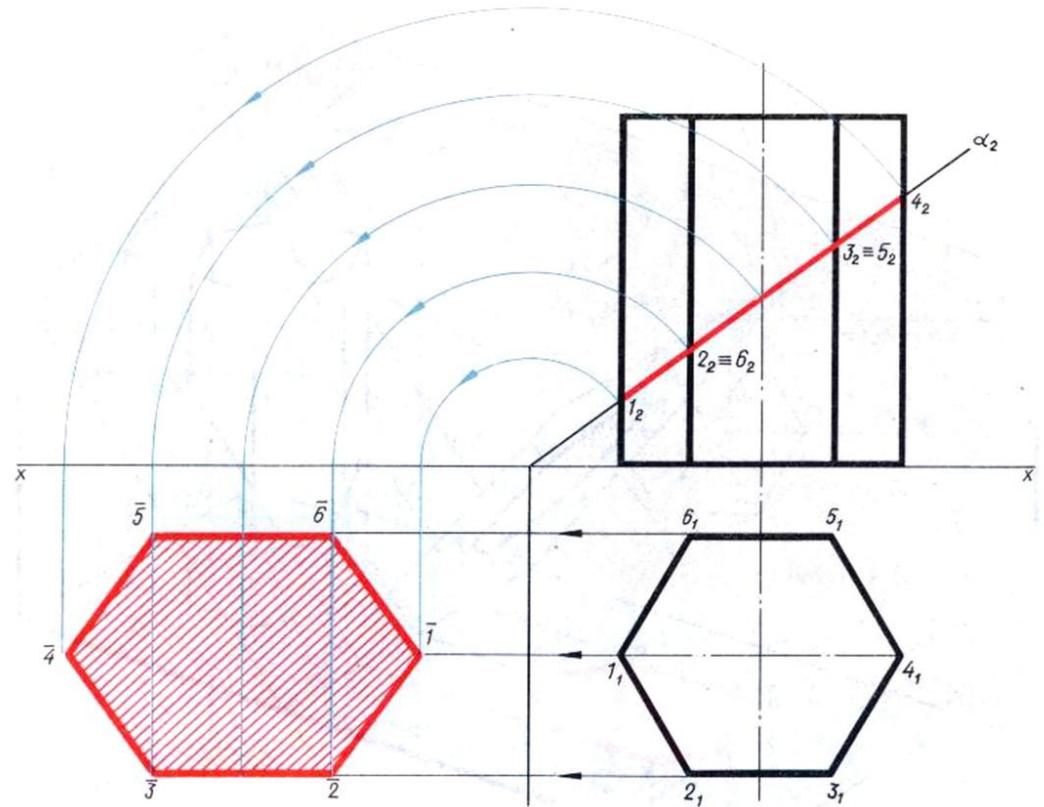
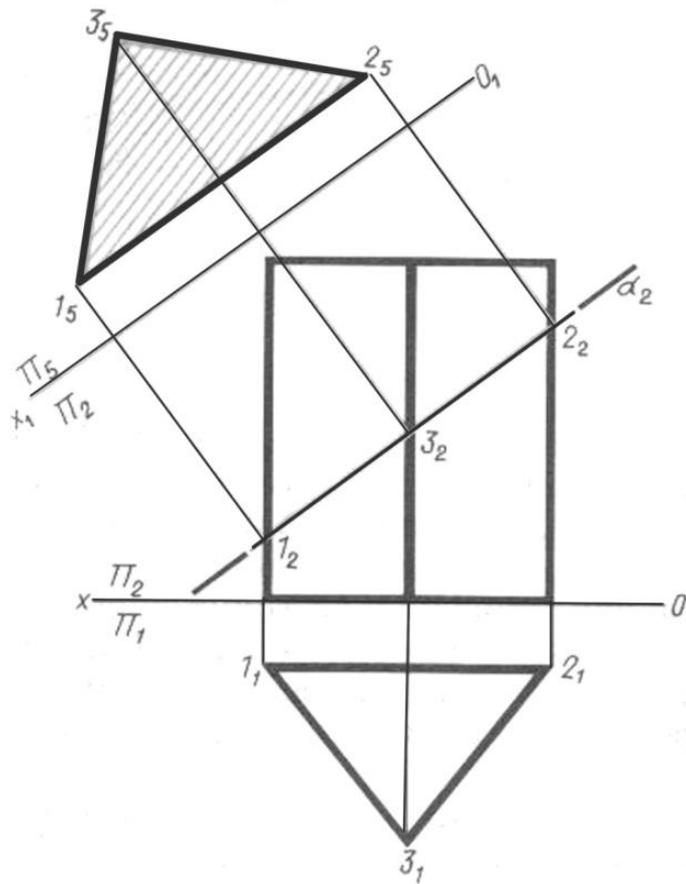
Фронтальная пл-ть -
прямоугольник

Горизонтальная пл-ть -
окружность

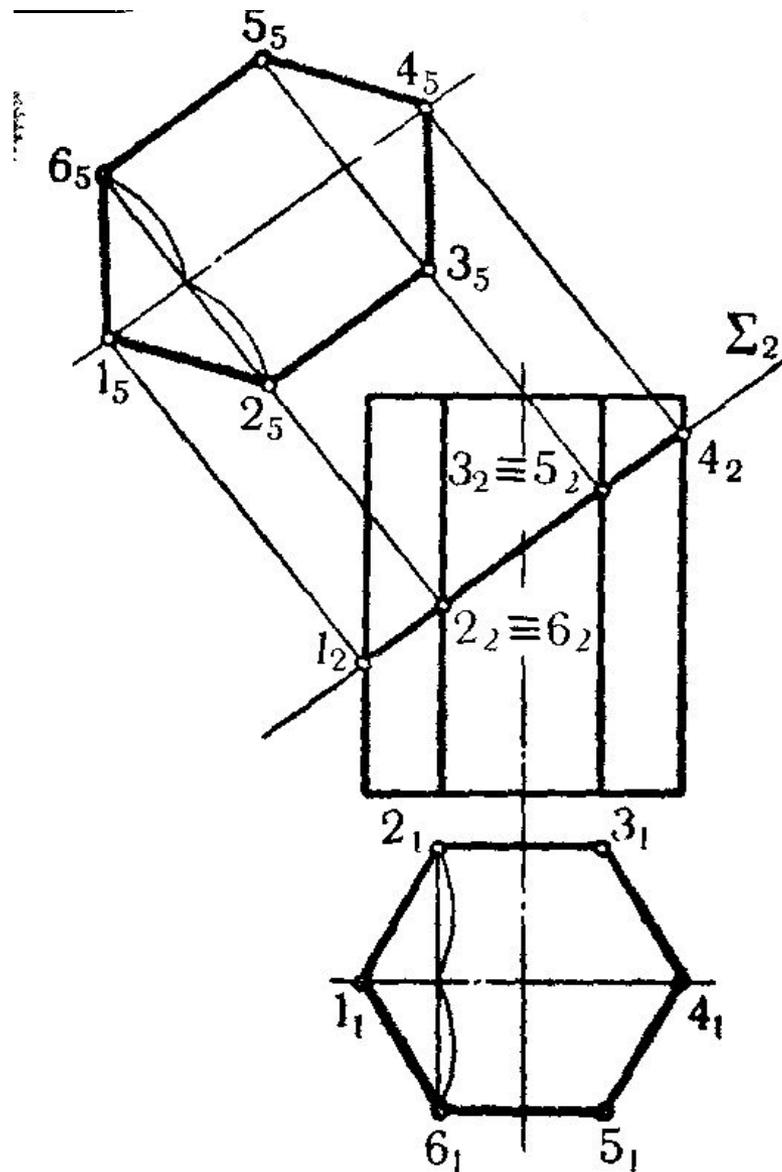
Профильная пл-ть -
эллипс



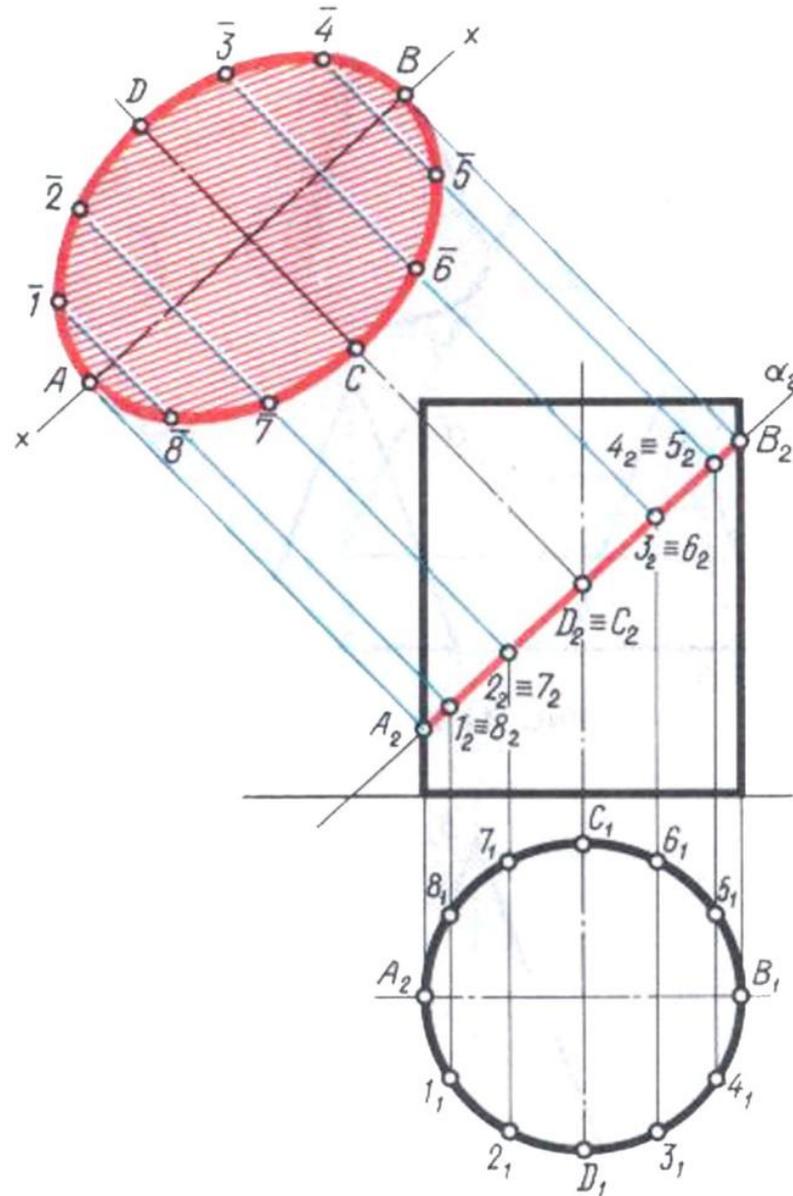
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКА ПЛОСКОСТЬЮ

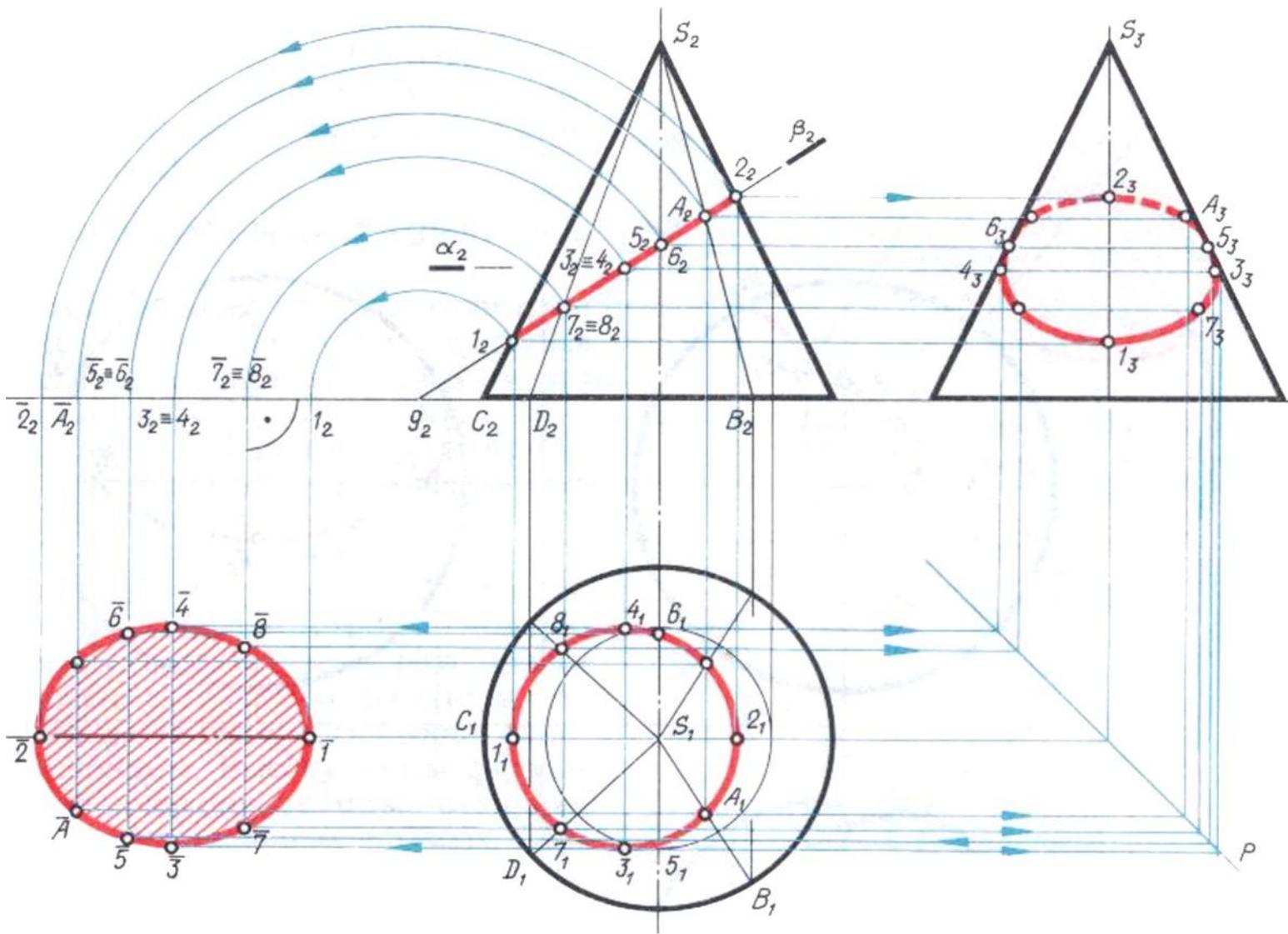


ШЕСТИГРАННАЯ ПРИЗМА ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

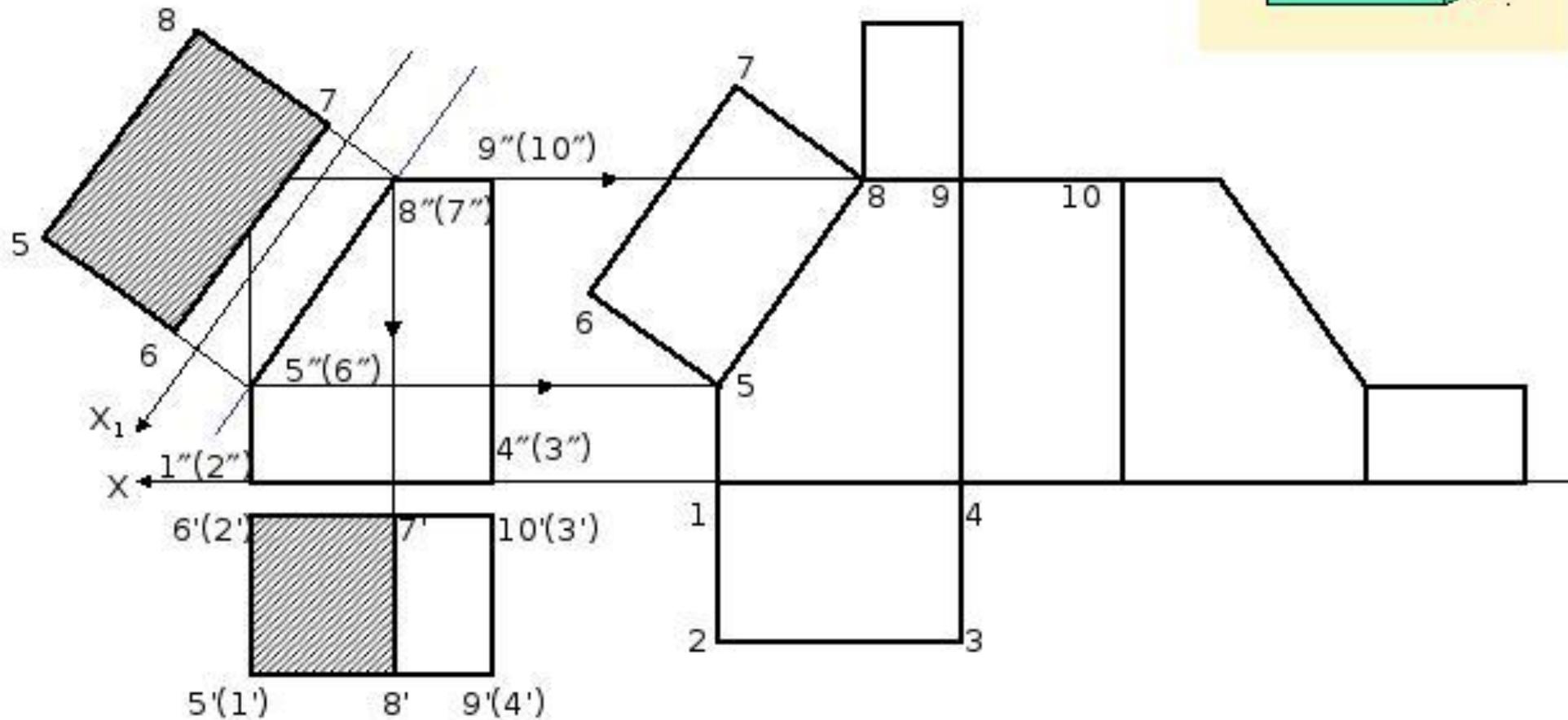
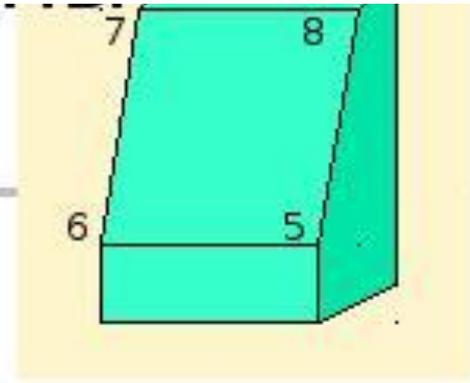


ПРЯМОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКИ

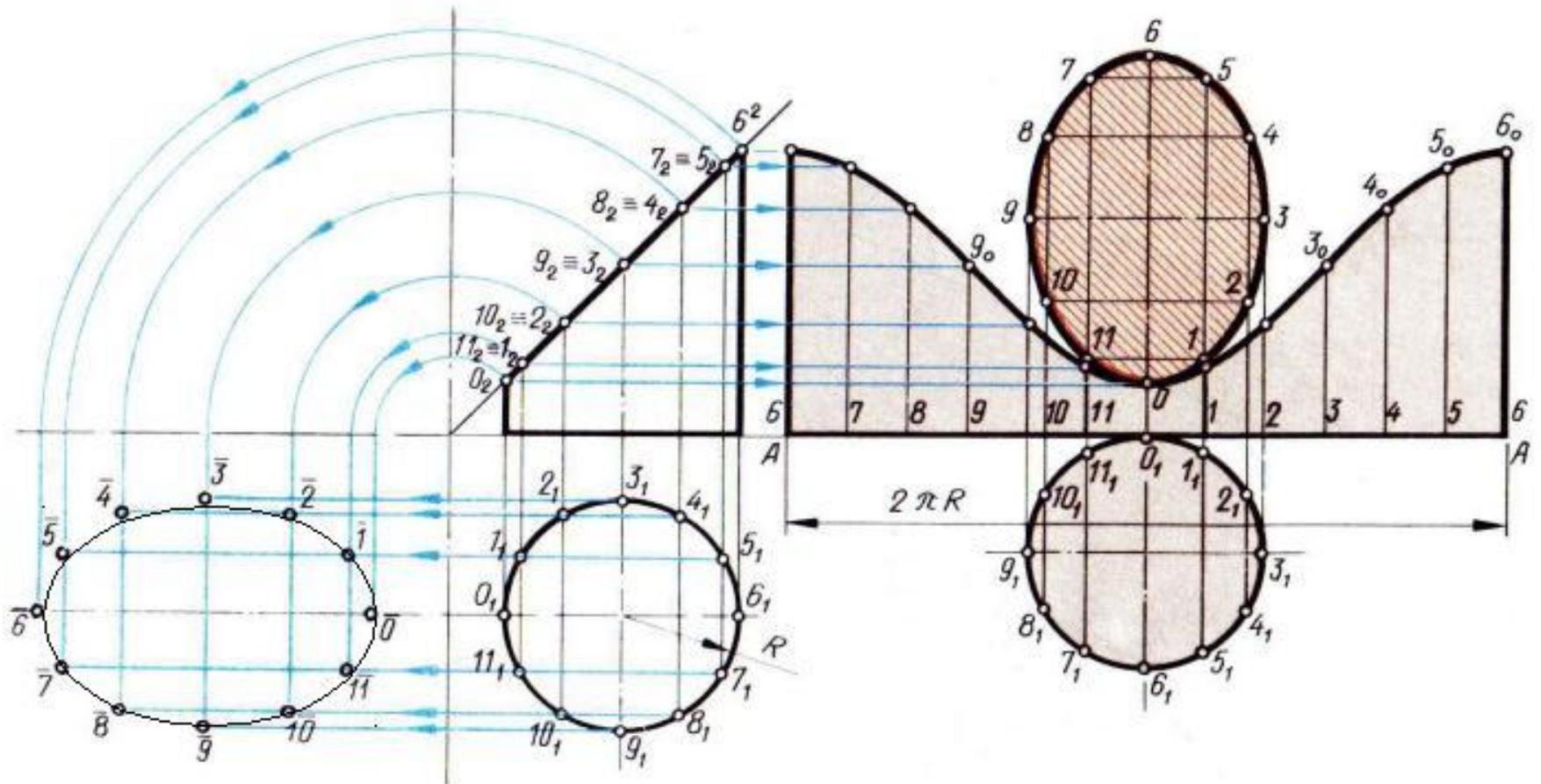




РАЗВЕРТКА УСЕЧЕННОЙ ПРИЗМЫ



СЕЧЕНИЕ ПРЯМОГО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА И ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТКИ



Если плоскость пересекает коническую поверхность:

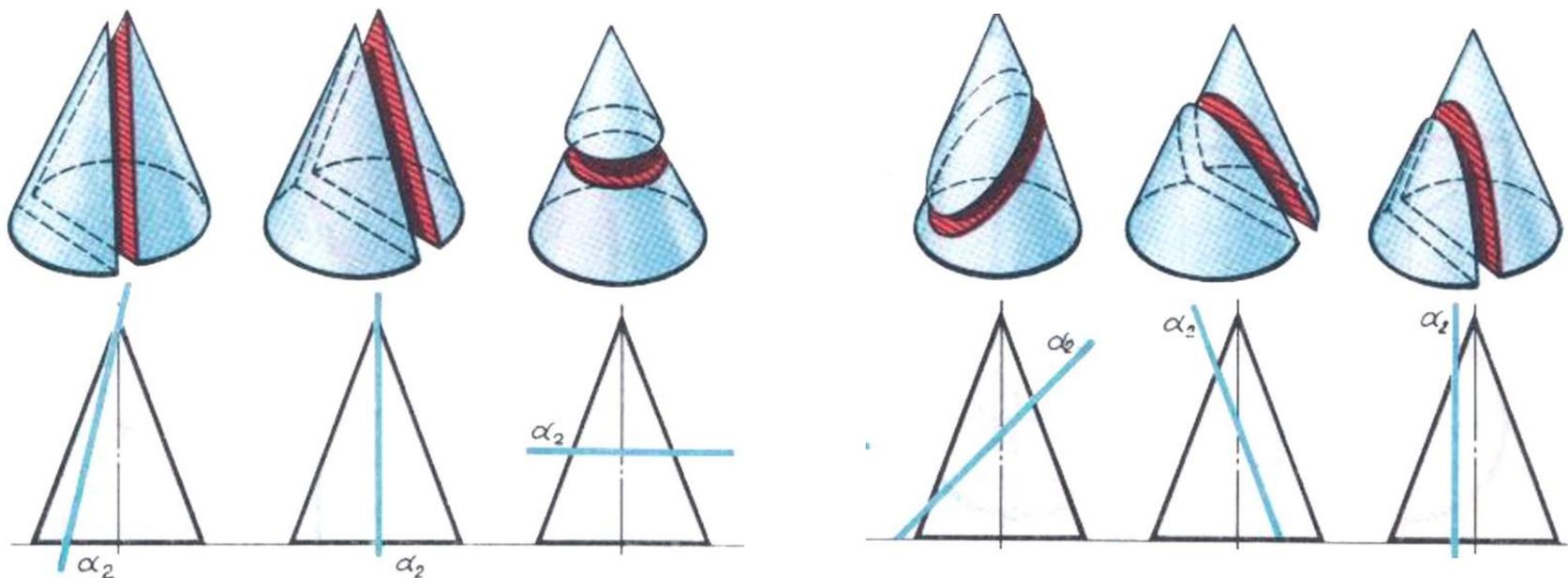
$\Phi \cap \Gamma = n$ (треугольник)

$\Phi \cap \Delta = l$ (окружность)

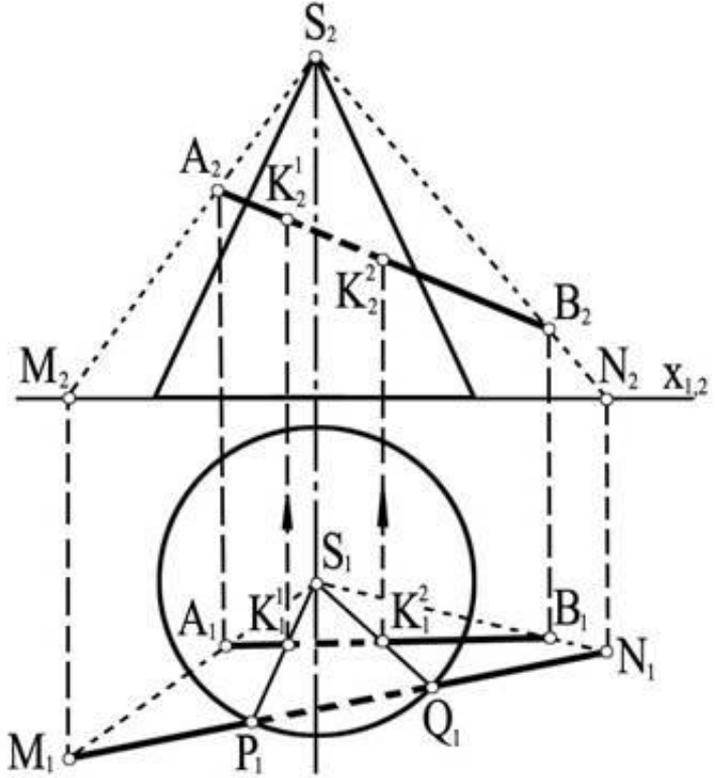
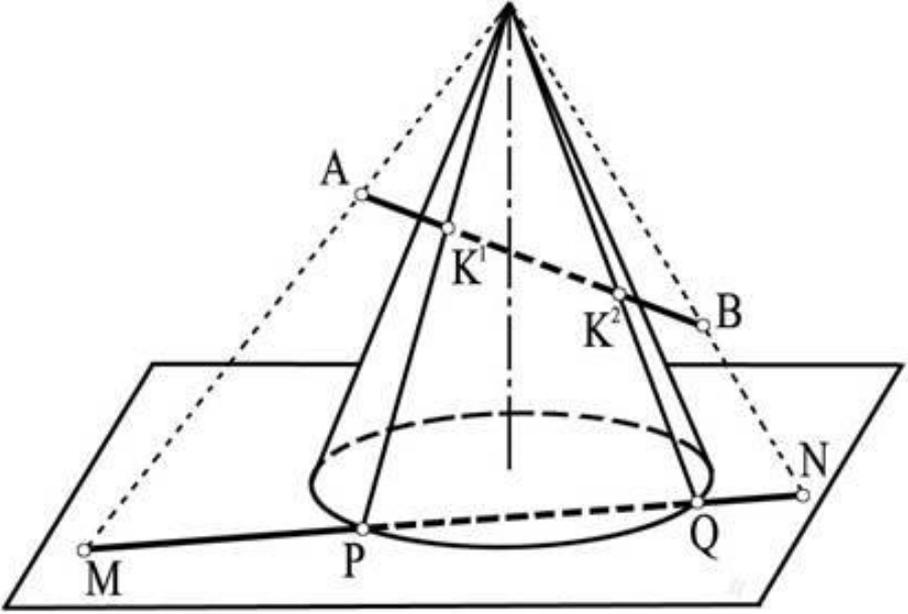
$\Phi \cap Q = m$ (эллипс)

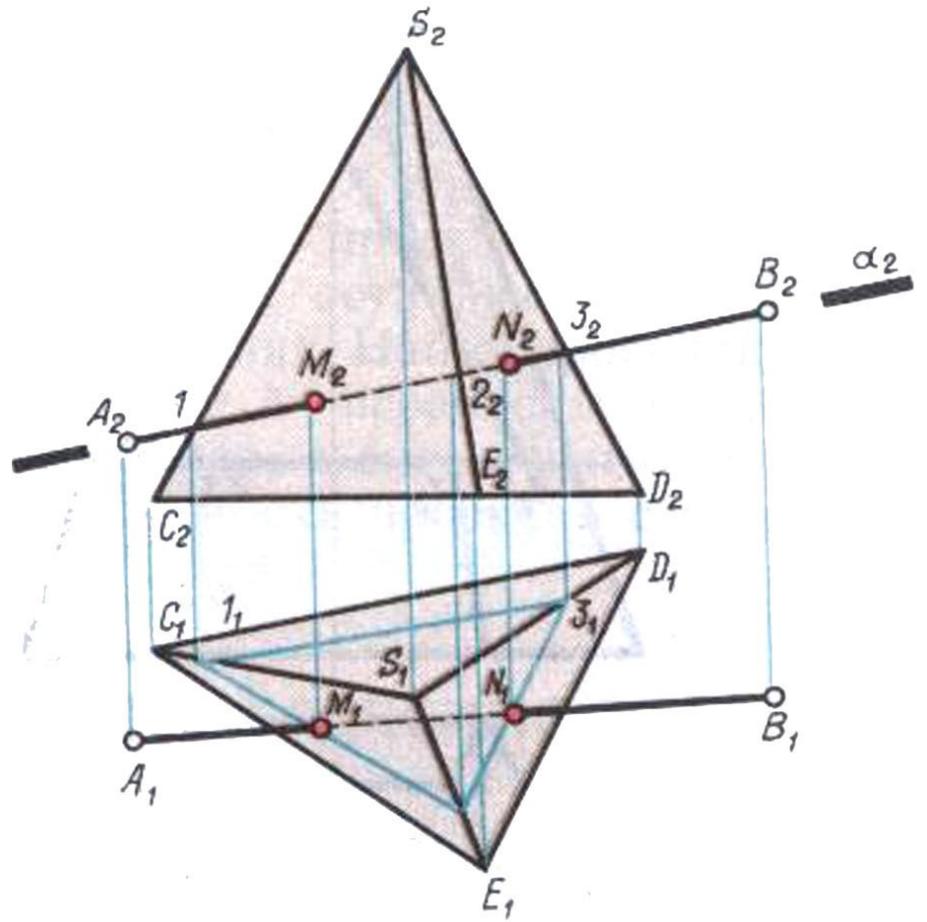
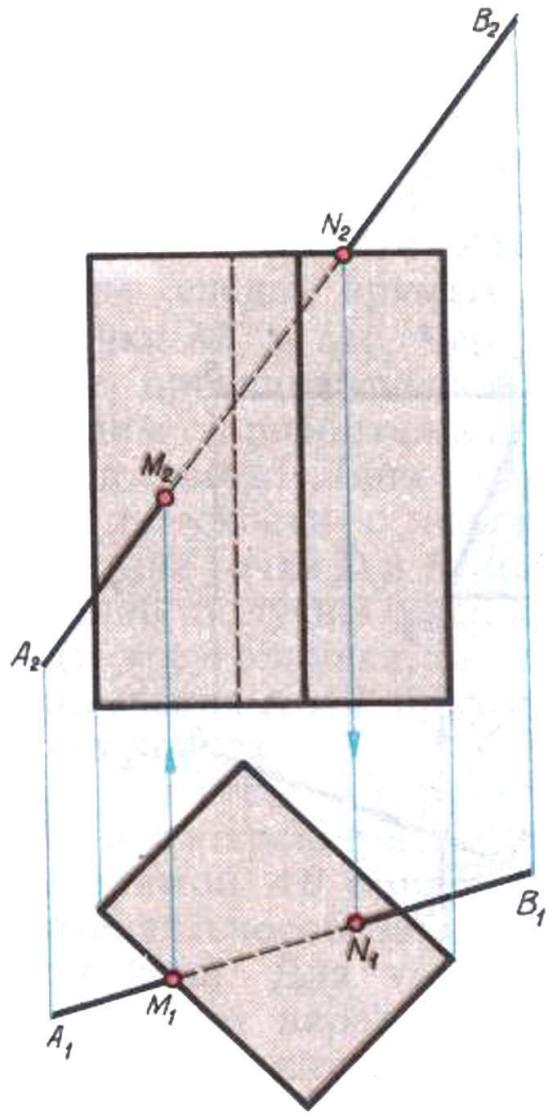
$\Phi \cap G = c$ (парабола)

$\Phi \cap \beta = d$ (гипербола)

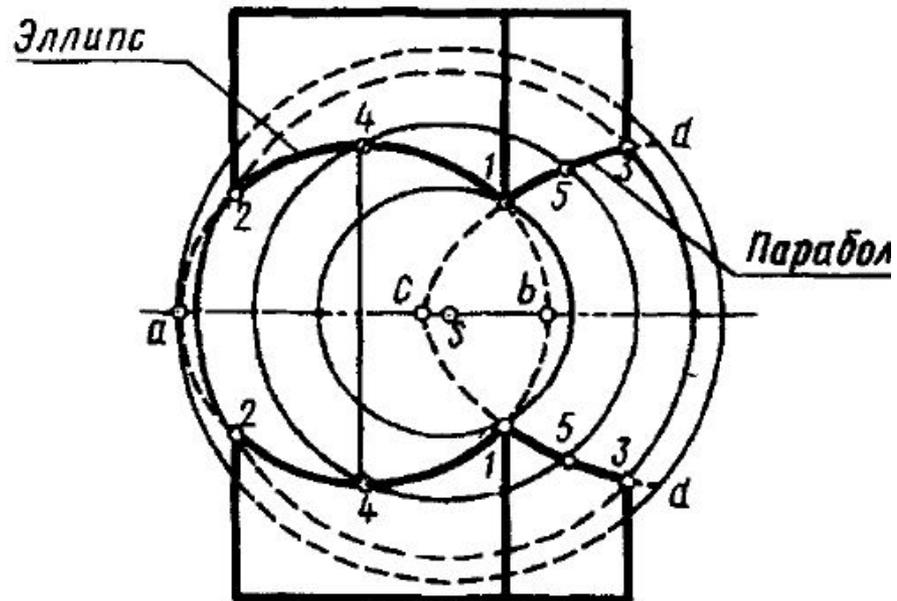
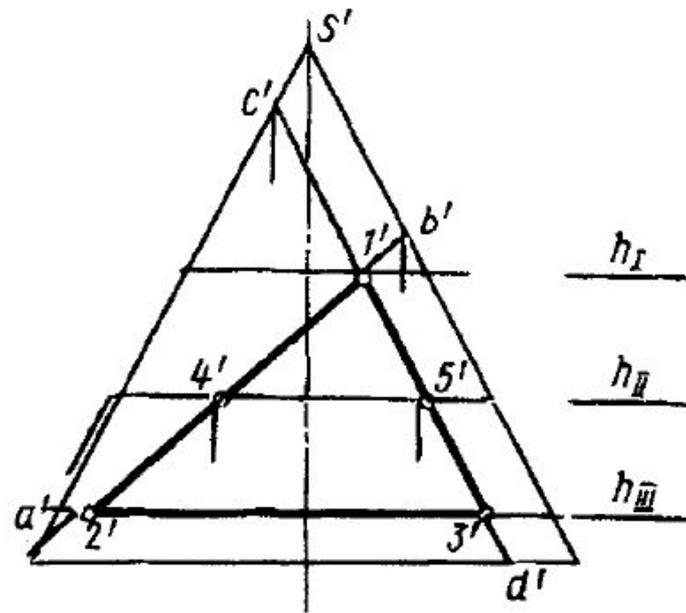


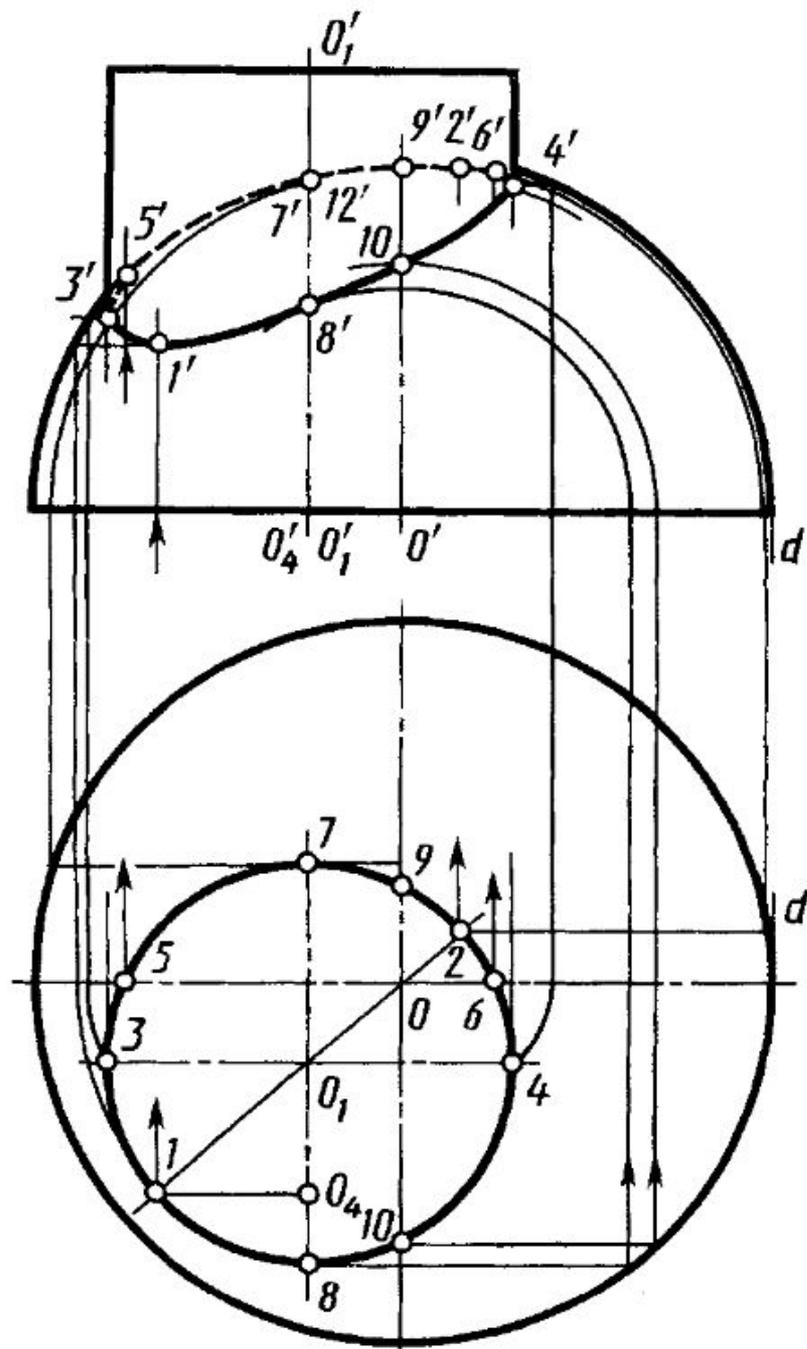
Найти точки пересечения прямой AB с поверхностью конуса. Проведем через прямую AB вспомогательную плоскость ABS , проходящую через вершину конуса. Найдем горизонтальные следы прямых SA и SB . Точки M и N определяют плоскость, пересекающуюся с конусом. Точки K_1 и K_2 пересечения этих образующих с прямой AB являются искомыми точками. Горизонтальный след вспомогательной плоскости мог не пересечься с основанием конуса или только прикоснуться к нему. В этом случае прямая AB не пересеклась бы с поверхностью конуса или только прикоснулась бы к нему.

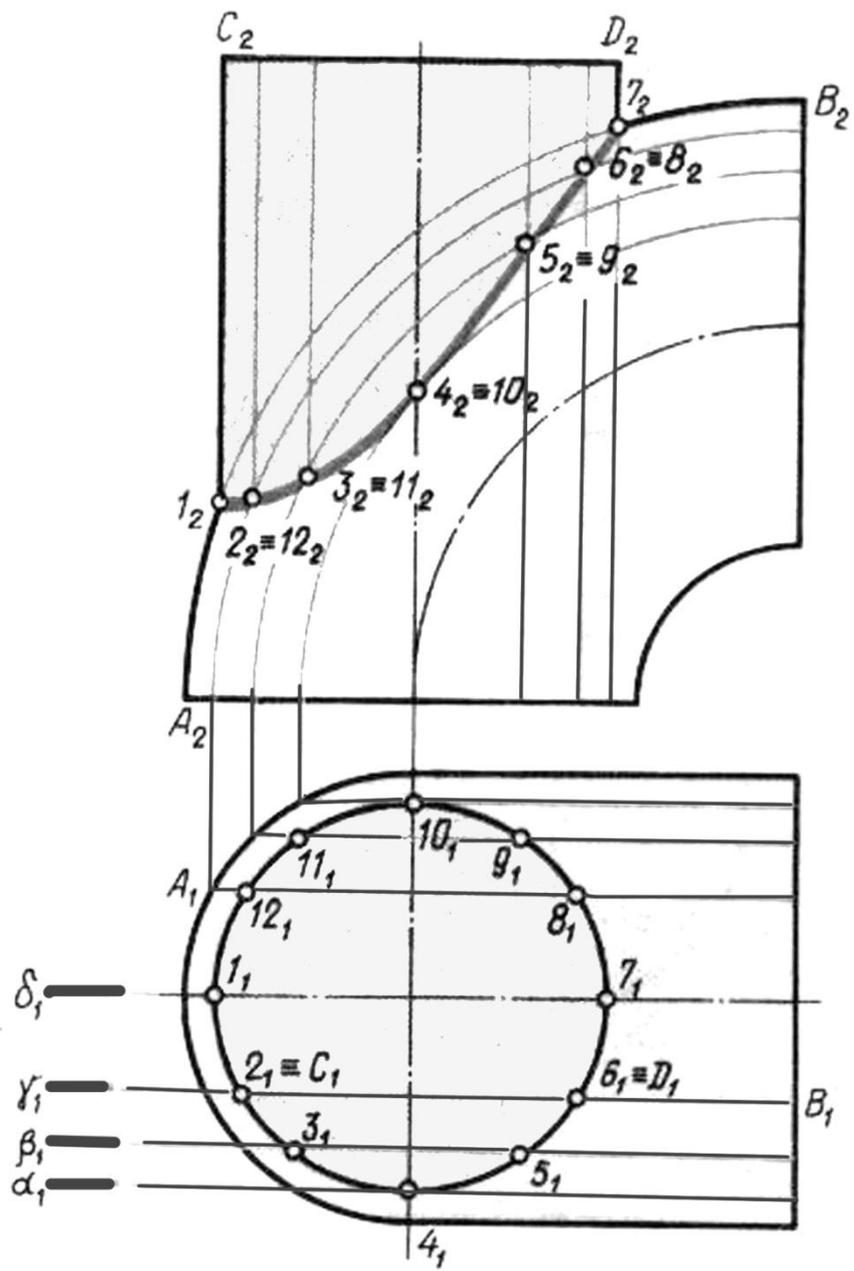




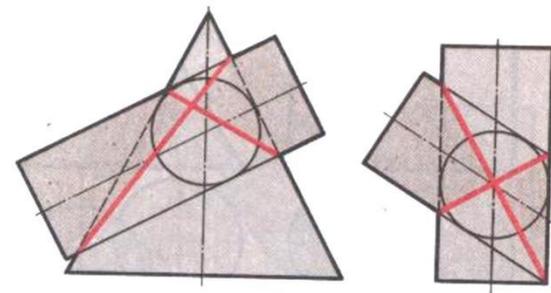
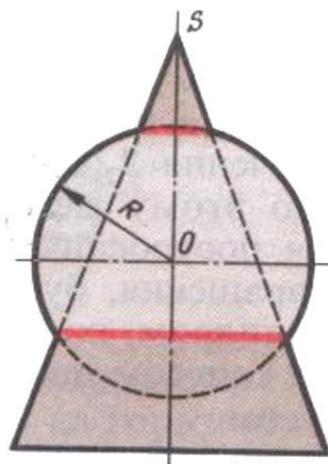
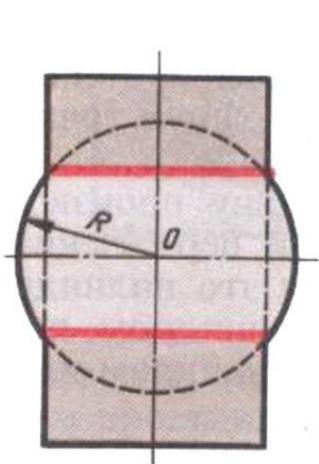
ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ



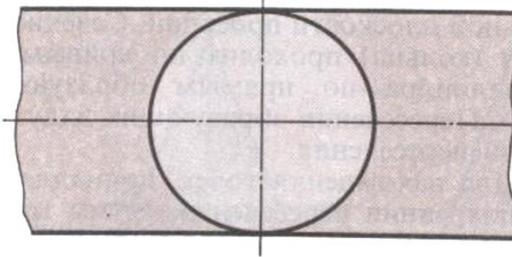
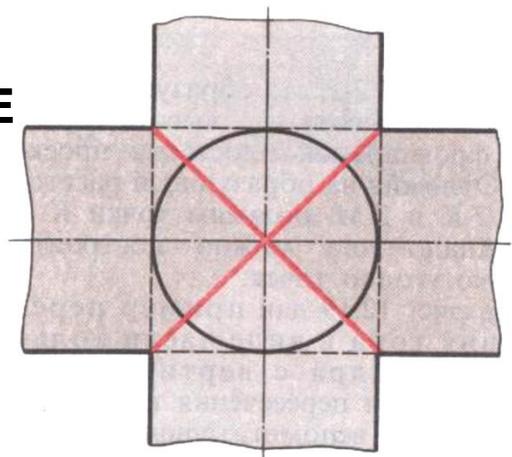
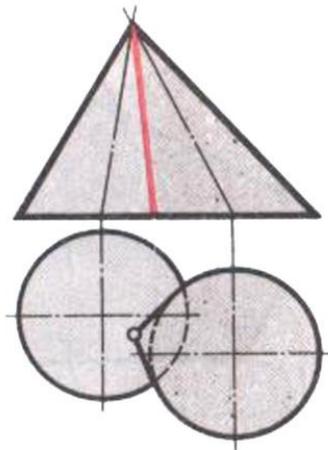
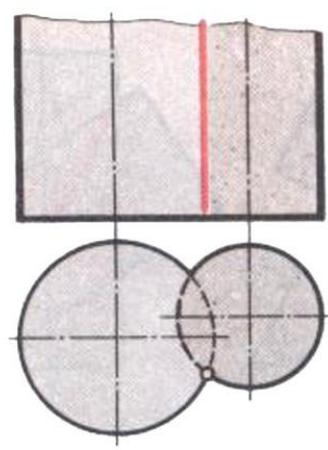




ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ



ВЗАИМНОЕ



Способ вспомогательных секущих сфер

Этот способ применяется только в тех случаях, когда тела имеют общую плоскость симметрии, расположенную параллельно какой-либо плоскости проекций, в этом случае оси поверхностей будут пересекаться.

Если сфера имеет центр на оси заданной поверхности вращения и пересекает эту поверхность, то линия пересечения будет окружностью.

Если к тому же ось вращения заданной поверхности параллельна одной из плоскостей проекций, то указанная окружность проецируется на эту плоскость в отрезок прямой, перпендикулярной проекции оси вращения на ту же плоскость.

