

Лекция 3

1. Механика

1.3. Работа и энергия

Механическая работа. Мощность. Энергия. Связь энергии и работы. Работа по изменению скорости тела. Кинетическая энергия. Консервативные силы. Работа сил трения и упругих сил. Потенциальная энергия. Полная механическая энергия тела. Закон сохранения механической энергии. Диссипативные системы. Коэффициент полезного действия.

Механическая работа

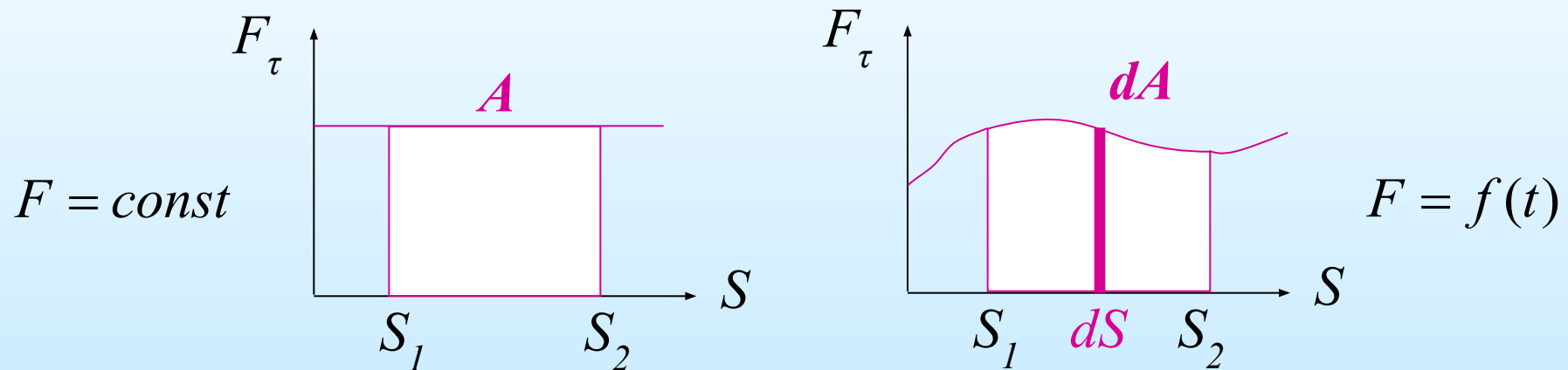
Элементарной работой силы на бесконечно малом перемещении называется скалярная физическая величина, характеризующая изменение состояния тела, и численно равная скалярному произведению силы и вектора перемещения.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos \alpha = F_{\tau} \cdot dr = F_{\tau} \cdot dS \quad A = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot \cos \alpha \cdot dS$$

Если сила постоянна, то работа есть произведение пути, пройденного телом, и проекции силы на направление движения.

$$A = F \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$$

Работа может быть положительна, если сила движущая, и отрицательна, если сила сопротивления. **Сила, перпендикулярная направлению движения, работы не совершает!**



Мощность

Мощностью называется скалярная физическая величина, характеризующая быстроту изменения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

$$\begin{array}{l} \text{Средняя} \\ \text{мощность} \end{array} \quad N_{cp} = \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \quad \begin{array}{l} \text{Мгновенная} \\ \text{мощность} \end{array}$$

$$\text{Если } F = \text{const, то} \quad N = \frac{dA}{dt} = \frac{d(F_{\tau} \cdot S)}{dt} = F_{\tau} \frac{dS}{dt} = F_{\tau} \cdot v = F \cdot v \cdot \cos \varphi$$

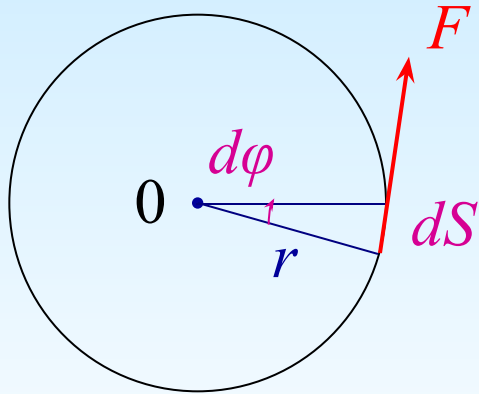
Единица работы

За единицу работы 1 Дж (Джоуль) принята работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м.

Единица мощности

За единицу мощности 1 Вт (Ватт) принята такая мощность, если за время 1 сек совершается работа 1 Дж.

Работа при вращательном движении



$$dA = F_{\tau} \cdot dS = F_{\tau} \cdot r \cdot d\varphi = M \cdot d\varphi$$

Работа силы, действующей на твердое тело при его вращении вокруг неподвижной оси, равна произведению момента этой силы на угол поворота тела.

Если момент силы постоянен, то $A_{ep} = M \cdot \Delta\varphi$

Мощность при вращательном движении

Средняя мощность $N_{cp} = \frac{\Delta A_{ep}}{\Delta t}$ $N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_{ep}}{\Delta t} = \frac{dA_{ep}}{dt}$ Мгновенная мощность

Если $M = \text{const}$, то $N = \frac{dA_{ep}}{dt} = \frac{d(M \cdot \varphi)}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M \cdot \omega$

Механическая энергия

Механической энергией называется скалярная физическая величина, характеризующая способность механического движения превращаться в другие виды движения и зависящая от параметров механического состояния тела.

Энергия — функция состояния механических параметров состояния тела.

Функция состояния — такая физическая величина, изменение которой при переходе тела из одного состояния в другое не зависит от путей перехода, а определяется только параметрами начального и конечного состояний.

$$E = f(x, y, z, v) = E_k(v) + E_n(x, y, z)$$

Кинетическая энергия

Часть механической энергии, зависящая только от скорости движения тела в пространстве, называется кинетической энергией.

Потенциальная энергия

Часть механической энергии, зависящая от относительного расположения взаимодействующих тел или их частей в пространстве, называется потенциальной энергией.

Связь кинетической энергии и работы

1. Поступательное движение

Изменение кинетической энергии тела при его переходе из одного состояния в другое равно работе силы (или их равнодействующей) в процессе этого перехода.

$$\Delta E_k = A = \int_1^2 F_\tau dS = \int_1^2 ma_\tau dS = \int_1^2 m \frac{dv}{dt} dS = m \int_1^2 \frac{dS}{dt} dv = m \int_0^v v dv = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая энергия движущегося тела равна половине произведения его массы на квадрат скорости.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Если A положительна, то энергия тела возрастает, т.е. тела, совершающие работу над нашим телом, отдают ему энергию.

Если A отрицательна, то энергия уменьшается, т.е. наоборот, тело отдает энергию окружающим телам, совершая над ними работу.

Если начальная скорость не равнялась нулю:

$$A = \Delta E_{кин} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Работа, совершаемая телом в процессе движения, равна разности его кинетических энергий в конце и начале пути.

2. Вращательное движение

$$\Delta E_{\kappa} = A = \int_1^2 M d\varphi = \int_1^2 J \varepsilon d\varphi = \int_1^2 J \frac{d\omega}{dt} d\varphi = J \int_1^2 \frac{d\varphi}{dt} d\omega = J \int_0^{\omega} \omega d\omega = \frac{J\omega^2}{2}$$

Кинетическая энергия вращающегося тела равна половине произведения момента инерции тела на квадрат угловой скорости.

$$E_{\kappa} = \frac{J\omega^2}{2}$$

Если начальная угловая скорость не равнялась нулю:

$$A = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$$

Работа, совершаемая телом в процессе вращения, равна разности его кинетических энергий в конце и начале углового пути.

Потенциальная энергия

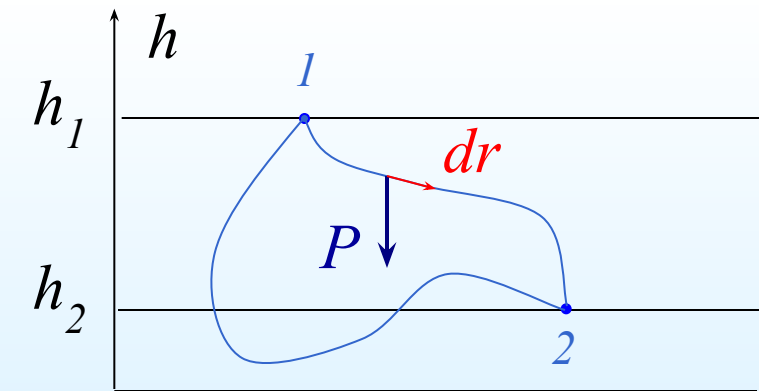
Часть механической энергии, зависящая от относительного расположения взаимодействующих тел или их частей в пространстве, называется потенциальной энергией.

Консервативные силы

Консервативными называются силы, величина и направление которых не зависит никак от скорости (времени), а зависит только от положения тел.

Это силы тяжести, упругости, электростатические.

а) Работа сила тяжести



$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 P dr \cos \alpha = P \int_1^2 dr \cos \alpha = \\ &= P \int_1^2 (-dh) = -P \int_1^2 dh = -P(h_2 - h_1) = \\ &= Ph_1 - Ph_2 = mgh_1 - mgh_2 \end{aligned}$$

Работа, совершаемая силой тяжести при изменении высоты тела над уровнем Земли, зависит только от начального и конечного положения тела и не зависит от траектории его движения.

Консервативные силы (другое определение)

Силы, работа которых не зависит от формы пути, а зависит только от начального и конечного положения тела, называются консервативными.

Неконсервативные силы

Силы, работа которых зависит от формы пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, называются неконсервативными. Пример: сила трения.

Связь потенциальной энергии и работы

Работа, совершаемая силой тяжести при изменении относительного расположения тела и Земли, равна убыли потенциальной энергии этой системы.

$$\Delta E_n = A = mgh_1 - mgh_2$$

$$E_n = mgh$$

Потенциальная энергия тела, поднятого на некоторую высоту над нулевым уровнем, равна работе силы тяжести при падении тела с этой высоты до нулевого уровня.

б) Работа сила упругости

$$\Delta E_n = A = \int_{x_1}^{x_2} F_{\text{упр}} dx = \int_{x_1}^{x_2} (-kx) dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \right) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

$$E_n = \frac{kx^2}{2}$$

Потенциальная энергия сжатой пружины равна произведению половины коэффициента упругости (жесткости пружины) на квадрат величины ее деформации.

Закон сохранения энергии

Полная механическая энергия **замкнутой системы** тел остается неизменной при любых движениях тел системы.

$$E = E_k + E_n = \text{const}$$

Диссипативные системы

Диссипативными называются системы с исчезающей энергией за счет работы против неконсервативных сил.

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{A_{\text{затраченная}}} = \frac{N_{\text{полезная}}}{N_{\text{затраченная}}} \leq 1$$

Выражается в процентах.