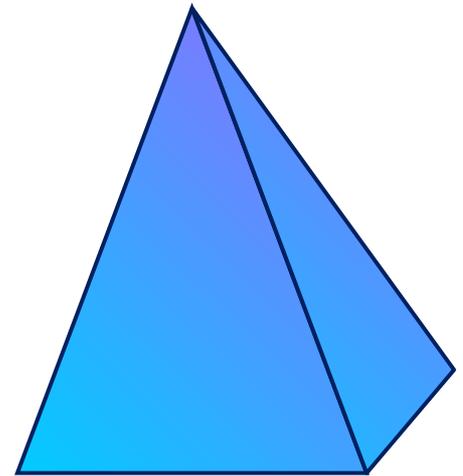
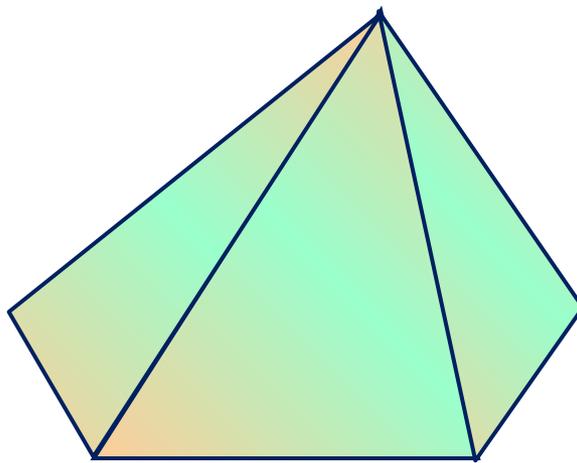
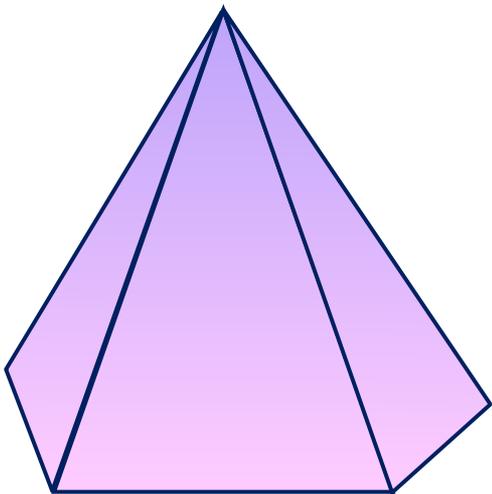
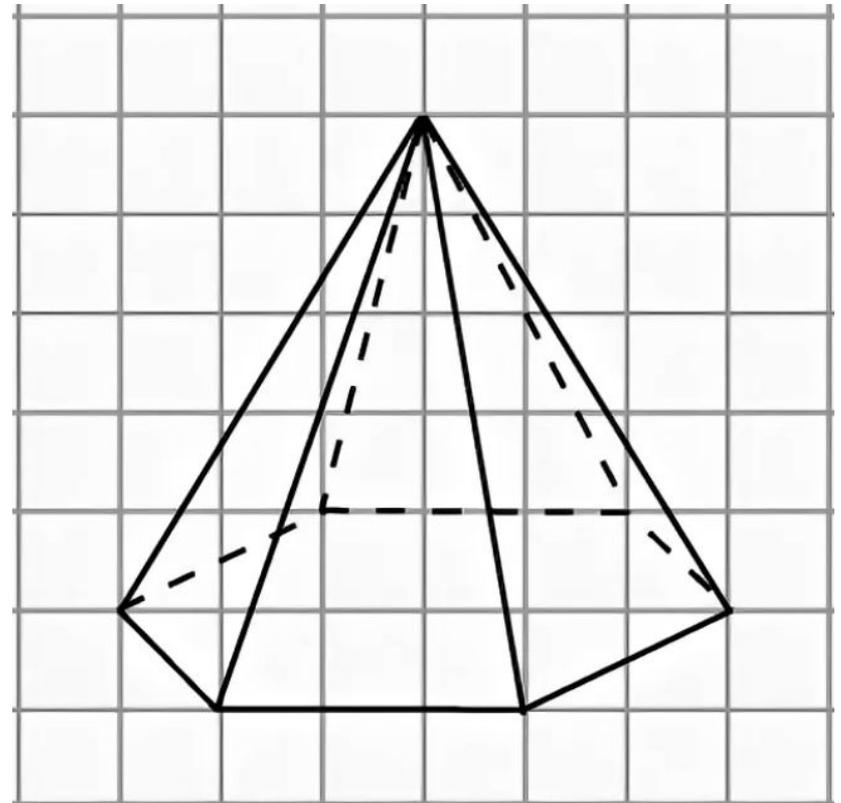
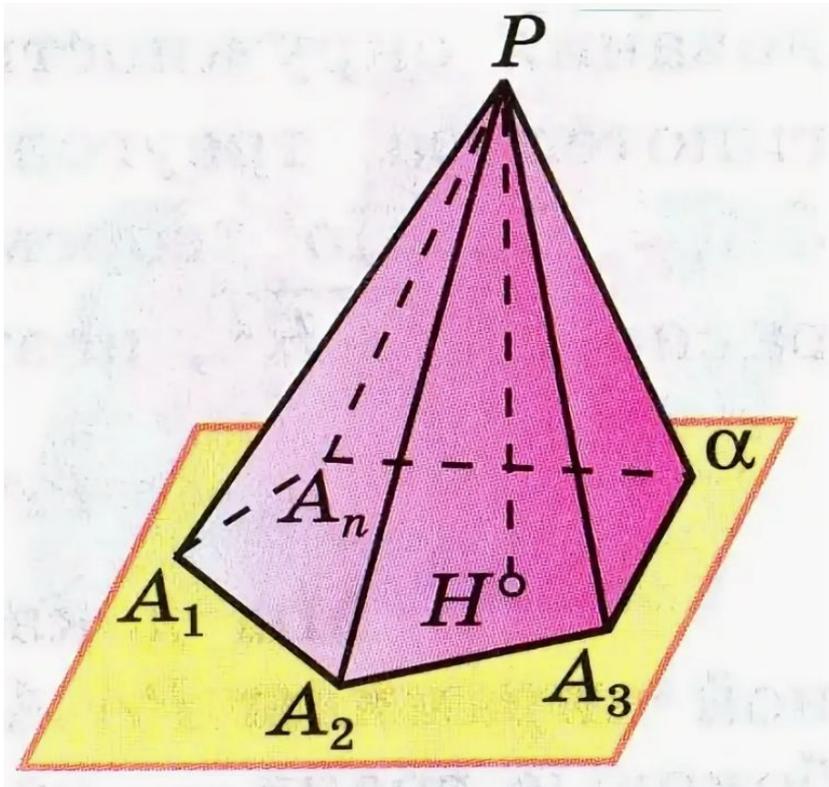


# ПИРАМИДА

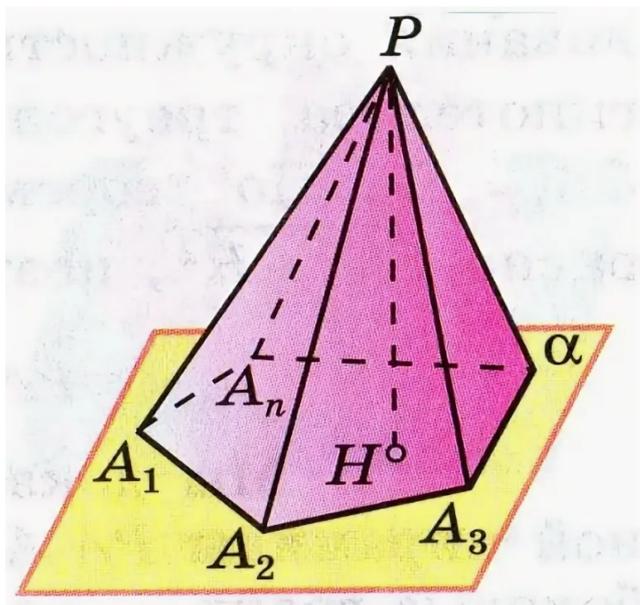


**Определение:** многогранник, составленный из  $n$  -угольника  $A_1A_2\dots A_n$  и  $n$  треугольников называется **пирамидой**.



**Обозначение:**  $PA_1A_2\dots A_n$  – называется  $n$ -угольной пирамидой.

# Элементы пирамиды

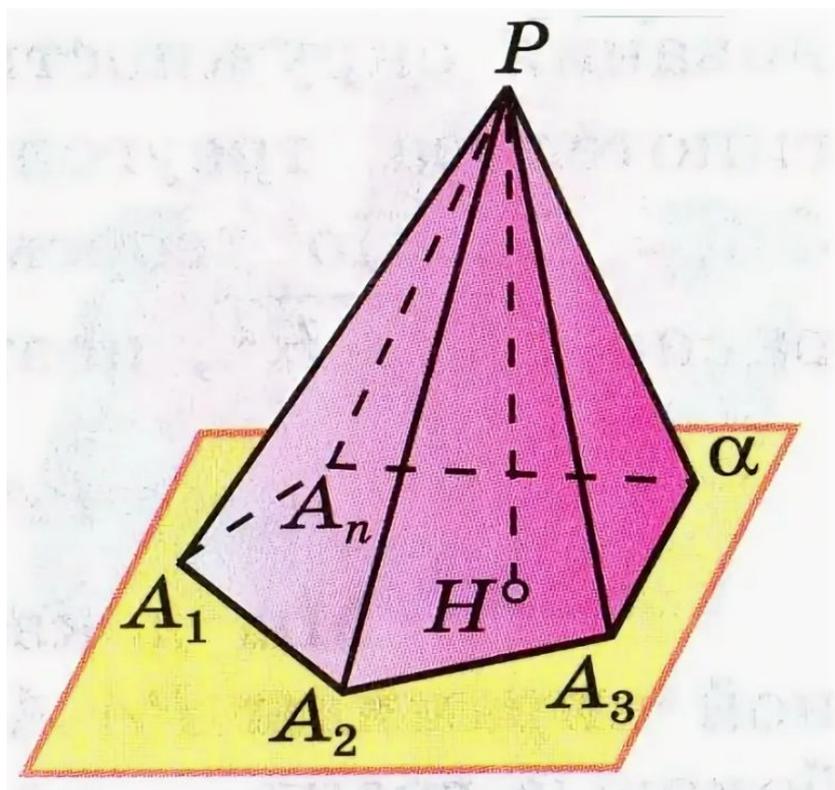


Многоугольник  $A_1A_2\dots A_n$  называется **основанием** пирамиды.

Треугольники  $A_1PA_2$ ,  $A_2PA_3$ , ...,  $A_nPA_1$  – **боковыми гранями** пирамиды.

Точка  $P$  называется **вершиной** пирамиды.

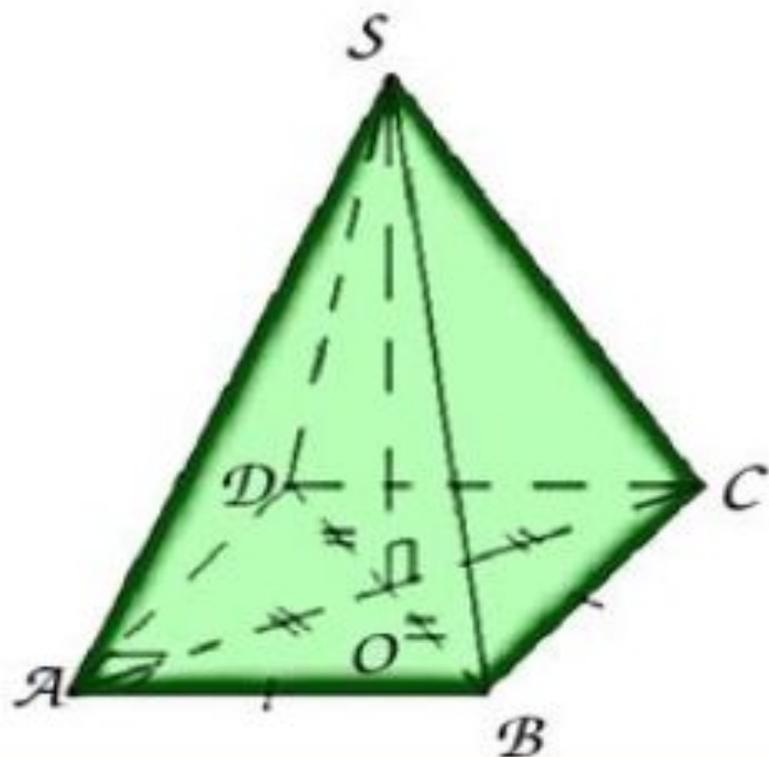
Отрезки  $PA_1$ ,  $PA_2$ , ...,  $PA_n$  – её **боковыми ребрами**.



**Определение:**  
перпендикуляр,  
проведенный из вершины  
пирамиды к плоскости  
основания, называется  
**высотой** пирамиды.

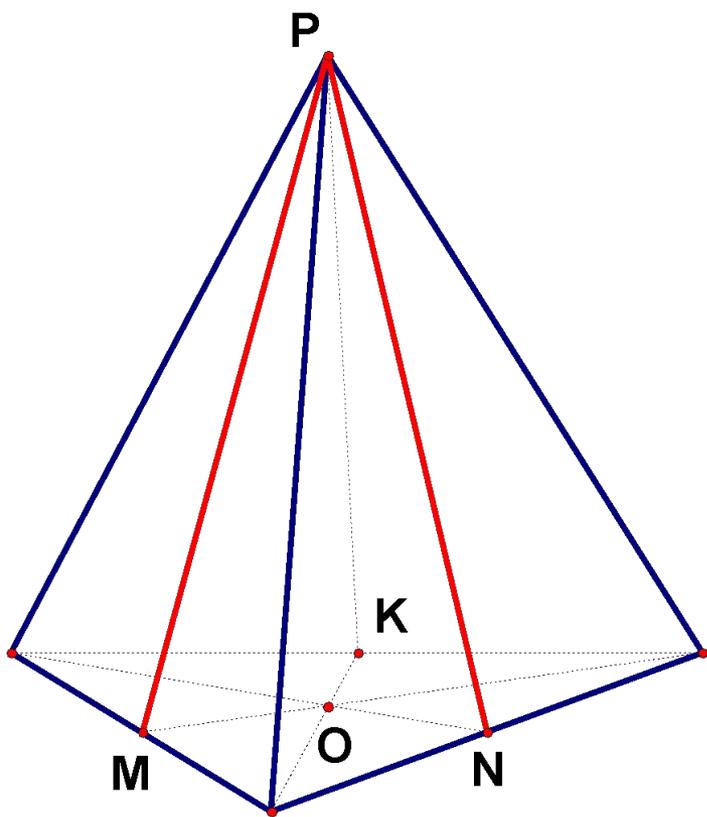
$$PH \perp (A_1A_2A_3)$$

# Правильная пирамида

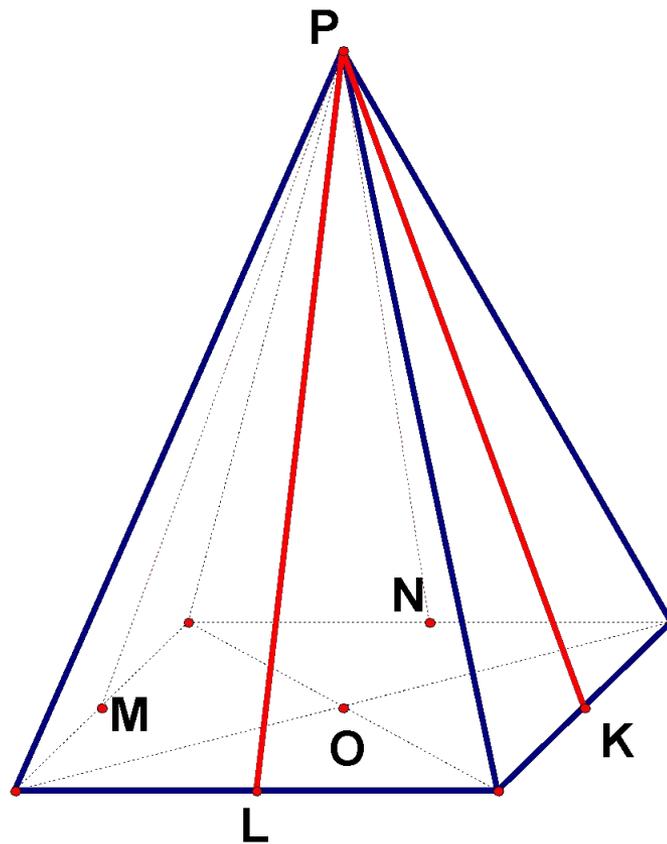


**Определение:** пирамида называется *правильной*, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

**Определение:** высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из её вершины называется **апофемой**.

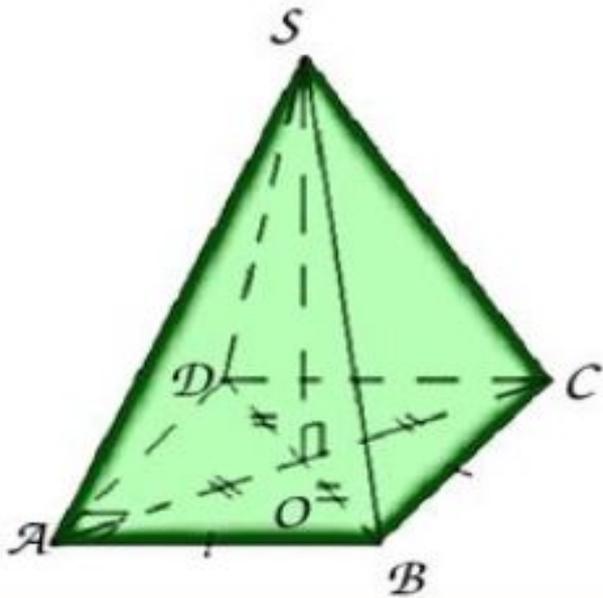


*PM, PN, PK - апофемы*



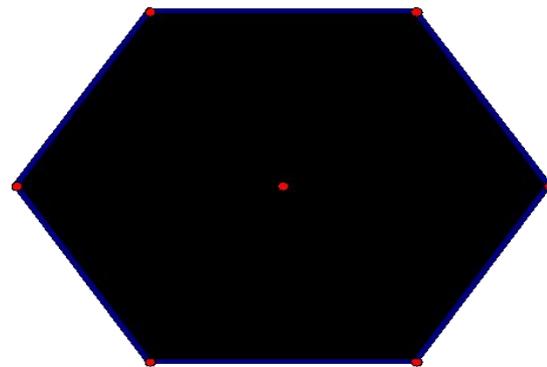
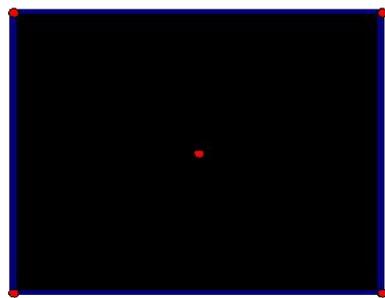
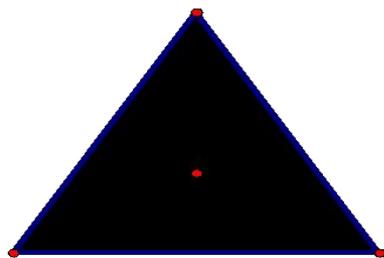
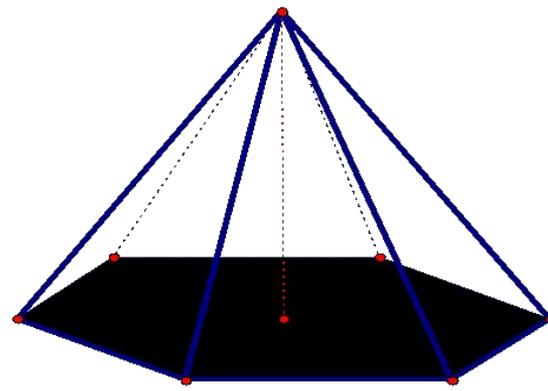
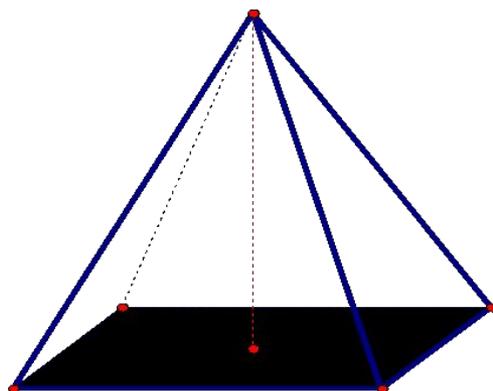
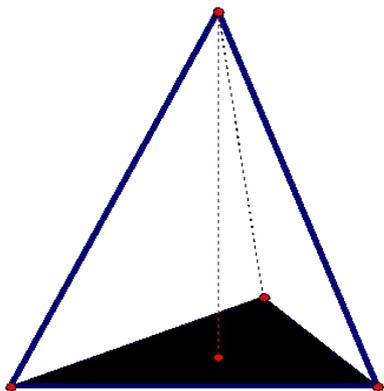
*PL, PK, PN, PM - апофемы*

# Свойства правильной пирамиды



- . Все боковые ребра правильной пирамиды равны.
- . Боковые грани правильной пирамиды являются равными равнобедренными треугольниками.
- . Все апофемы правильной пирамиды равны друг другу.

# Правильные пирамиды



треугольная  
пирамида

четырёхугольная  
пирамида

шестиугольная  
пирамида

# Площадь поверхности пирамиды

Площадью **полной поверхности** ( $S_{\text{полн}}$ ) пирамиды называется сумма площадей всех её граней.

Площадью **боковой поверхности** ( $S_{\text{бок}}$ ) пирамиды называется сумма площадей её боковых граней.

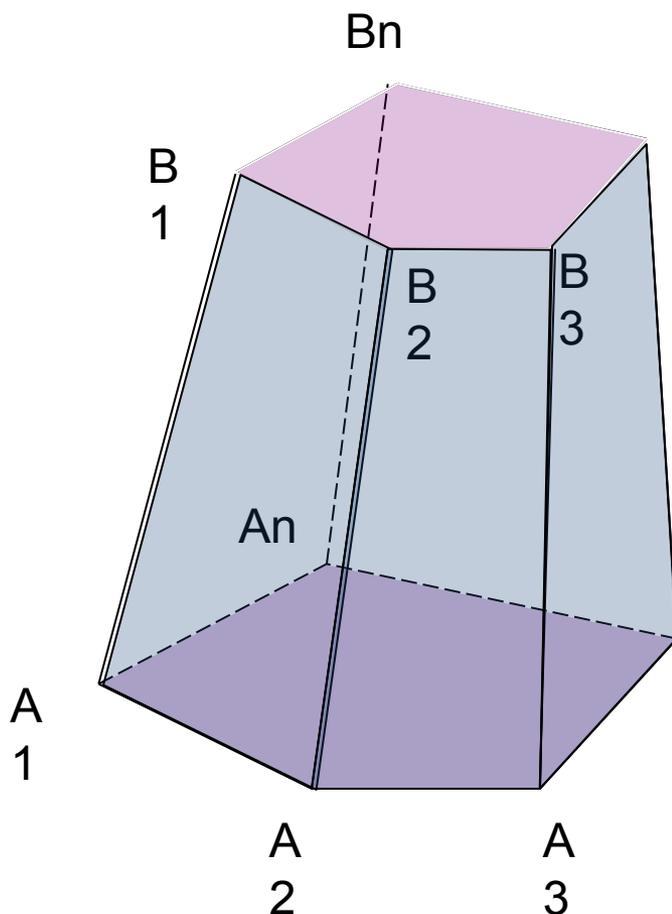
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

# Теорема о площади боковой поверхности правильной пирамиды

**Теорема.** Площадь *боковой поверхности* правильной пирамиды равна половине произведения *периметра основания* на *апофему*.

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot d$$

# Усеченная пирамида



**Основания усеченной пирамиды**

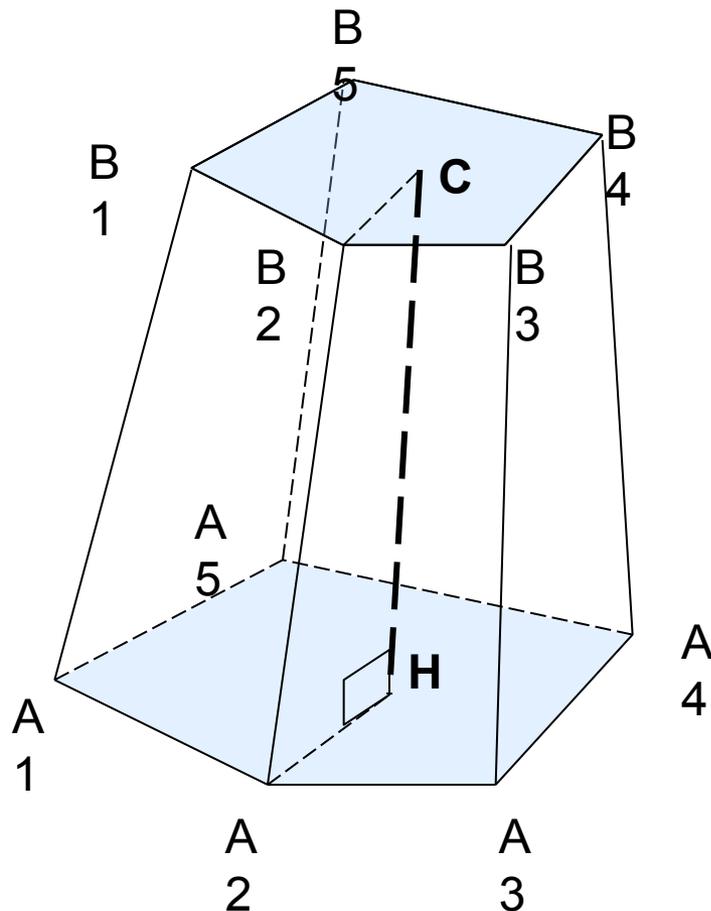
$A_1A_2A_3\dots A_n, B_1B_2B_3\dots B_n$

**Боковые грани усеченной пирамиды**

$A_1B_1B_2A_2, A_2B_2B_3A_3, \dots, A_1B_1B_nA_n$

**Боковые ребра усеченной пирамиды**

$A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, \dots, A_nB_n$

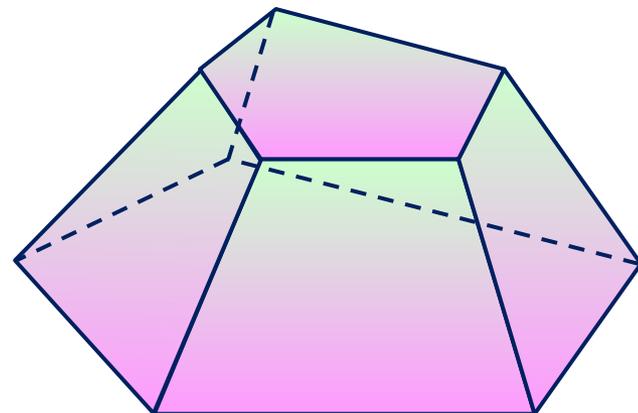
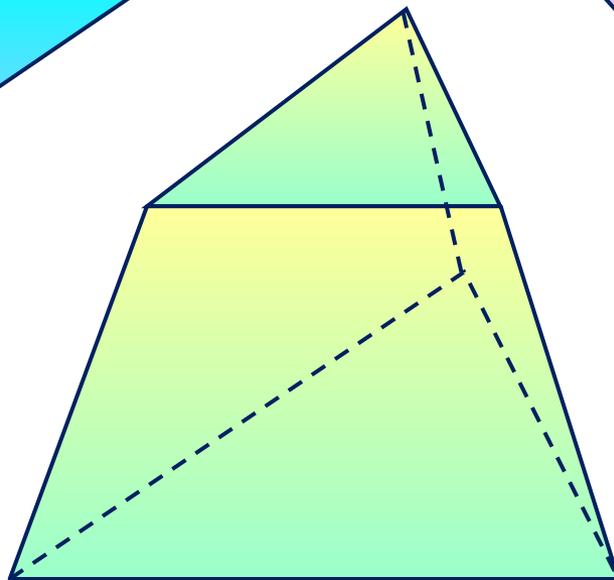
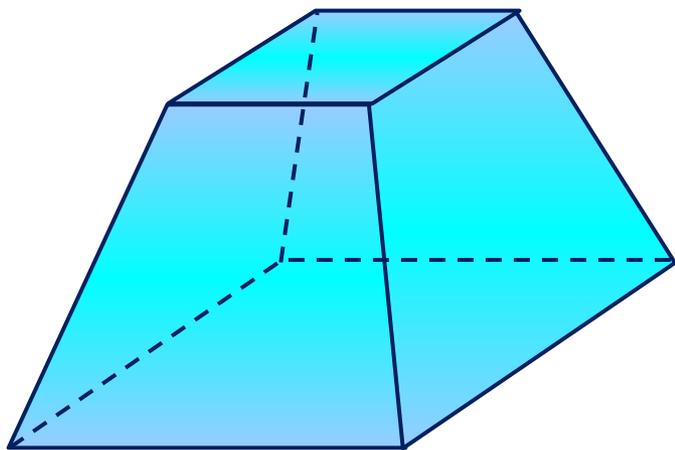


**Определение:**

перпендикуляр,  
проведенный из какой-  
нибудь точки одного  
основания к плоскости  
другого основания,  
называется **высотой**  
усеченной пирамиды.

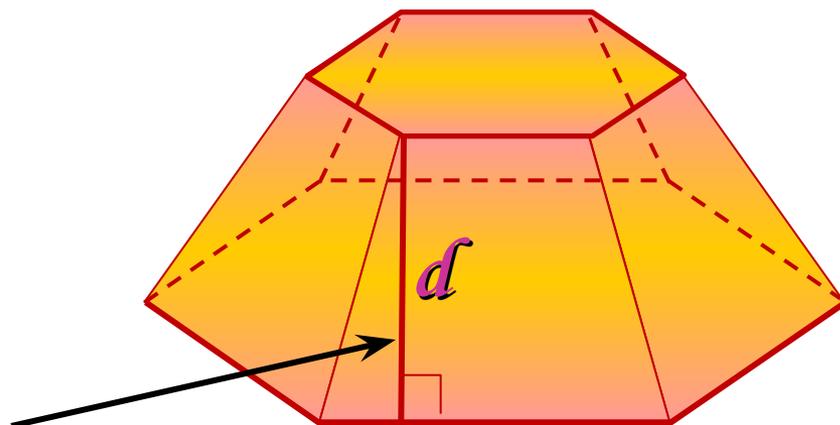
Отрезок  $SN$  является  
высотой усеченной  
пирамиды.

Все боковые грани усеченной пирамиды - *трапеции*



**Определение:** усеченная пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

Апофема  $d$   
правильной  
усеченной пирамиды



# Площадь поверхности усеченной пирамиды

Площадью **полной поверхности** ( $S_{\text{полн}}$ ) ( )  
усеченной пирамиды называется сумма  
площадей всех её граней.

Площадью **боковой поверхности** ( $S_{\text{бок}}$ ) ( )  
усеченной пирамиды называется сумма  
площадей её боковых граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

# Теорема о площади боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

**Теорема:** площадь **боковой поверхности** правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы **периметров оснований** на **апофему**.

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2) d$$

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**