

22.12.2023



# Случайная изменчивость

## Случайная изменчивость (примеры)

**7 класс**

**Урок 16**

## Повторение (выполнить)

1. Дан числовой ряд 12,2,11,3,7,10,3.

Найдите:

а) среднее арифметическое ряда,

б) размах,

в) моду,

г) медиану ряда.

Решение.

Упорядочим числа:

а) Среднее арифметическое =

б) Размах ряда =

в) Мода ряда = 3 (чаще всего встречающееся значение)

г) Медиана ряда =

# Случайная изменчивость

Величины, с которыми мы имеем дело в жизни, как правило, изменчивы.

Изменчивой величиной является время пути от дома до школы каждого школьника, курс валюты, вес плитки шоколада, температура воздуха и так далее. Причины изменчивости чаще всего известны нам лишь частично или неизвестны вовсе. Поэтому, говоря об изменчивости, часто добавляют прилагательное «случайная».

**(записать)**

***Случайная изменчивость* – непостоянство величины, обусловленное действием случайных причин (факторов), часть из которых может быть неизвестна.**

# Примеры случайной изменчивости

**Пример 1.** На рис. 1 показаны авиарейсы Москва — Санкт-Петербург с одного из сайтов. Продолжительность разных рейсов (время в пути) существенно

Рис. 1. Рейсы Москва – С.-Петербург








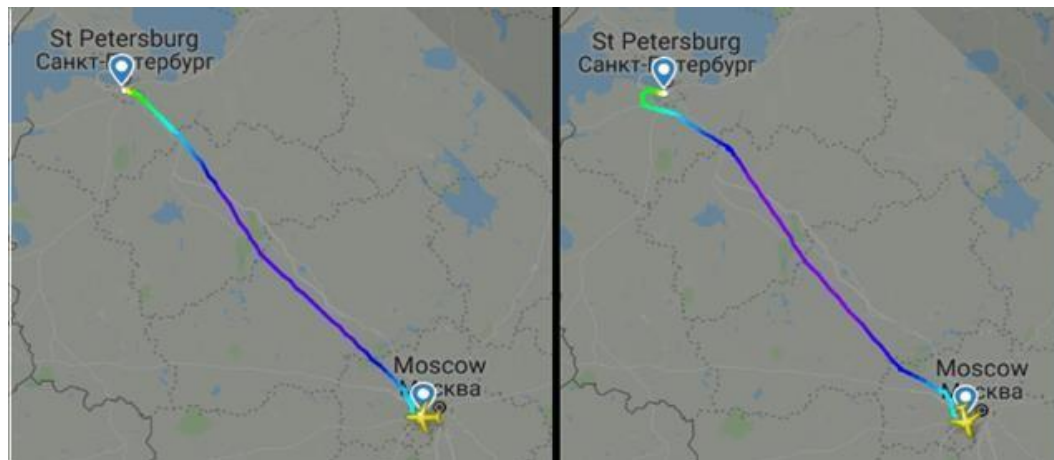
Москва	MOW	↔	Санкт-Петербург	LED
22:45	✈		00:05	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	SVO		LED	11 янв 2019, пт
				
18:25	✈		19:45	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	SVO		LED	10 янв 2019, чт
				
22:30	✈		00:20	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	DME		LED	11 янв 2019, пт
				
17:30	✈		19:10	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	DME		LED	10 янв 2019, чт
				
23:40	✈		01:25	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	DME		LED	11 янв 2019, пт
				
19:00	✈		20:30	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	VKO		LED	10 янв 2019, чт
				
15:40	✈		17:05	
Москва	○		Санкт-Петербург	
10 янв 2019, чт	VKO		LED	10 янв 2019, чт
				

Рис. 2. Разные траектории полета самолёта по маршруту Внуково – Пулково



Например, рейс UTA383 компании Utair ежедневно вылетает из Москвы (Внуково) в Санкт-Петербург. По расписанию вылет в 19:00, а посадка в 20:30. В таблице (см. рис. 3) показаны данные о времени перелёта (с момента взлёта до посадки) этого рейса в течении недели с 8 по 14 января 2019 г.

Рис. 3. Продолжительность полёта (последняя колонка) одного и того же рейса в течение недели

14 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	B735 (VQ-BPO)	1:04
13 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	B735 (VQ-BJU)	1:10
12 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	B735 (VQ-BJL)	1:02
11 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	B735 (VQ-BJL)	1:08
10 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	—	1:03
09 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	B734 (VQ-BIG)	1:05
08 Jan 2019	Moscow (VKO)	St. Petersburg (LED)	B735 (VP-BXQ)	1:04

# Примеры случайной изменчивости

## Пример 2. Колебания напряжения в бытовых электрических сетях

В России номинальное напряжение в бытовых электросетях 220 В. Возьмем бытовой вольтметр и будем измерять напряжение в розетке через каждые 10–15 секунд на протяжении нескольких минут.

Получается набор данных (см. таблицу).



225 В,	227 В,	225 В,	228 В,	225 В,
228 В,	218 В,	217 В,	218 В,	220 В,
223 В,	225 В,	216 В,	222 В,	224 В,
220 В,	218 В,	221 В,	220 В,	216 В,
214 В,	219 В,	231 В,	228 В,	227 В.



- Заметим, что в измерениях напряжения последняя цифра все время изменяется на две-три единицы. Поэтому берут среднее значение быстро меняющихся показаний вольтметра. Оно редко равно 220.
- Напряжение сети понижается в моменты, когда в квартире или в доме включаются дополнительные электрические приборы.
- Моменты включения и выключения электроприборов являются случайными и приводят к случайной изменчивости напряжения.
- Электрические приборы при небольших отклонениях напряжения от 220 работают исправно, а при значительных колебаниях напряжения могут прийти в негодность.

## Пример 2. Колебания напряжения в бытовых электрических сетях

**(выполнить)**

225 В,	227 В,	225 В,	228 В,	225 В,
228 В,	218 В,	217 В,	218 В,	220 В,
223 В,	225 В,	216 В,	222 В,	224 В,
220 В,	218 В,	221 В,	220 В,	216 В,
214 В,	219 В,	231 В,	228 В,	227 В.

- 1) Найдите самое минимальное значение
- 2) Найдите самое максимальное значение
- 3) Найдите среднее значение
- 4) Найдите частоту случаев, когда напряжение в сети больше номинального.

# Примеры случайной изменчивости

## Пример 3. Массовое производство.

На упаковках продуктовых товаров всегда указывается номинальная<sup>2</sup> масса (например, пачка сливочного масла – обычно – 200 г, шоколадный батончик – 50 г, йогурт – 150 г, мыло – 90 г) или номинальный объём (молоко – 1 л, соевый соус – 150 мл, шампунь – 280 мл). Это совсем не значит, что масса (или объём) будет в точности соответствовать номиналу.

Количество товара в упаковке – величина, подверженная случайной изменчивости. Отклонения от нормы происходят из-за износа и плохой настройки оборудования, неоднородности сырья и множества других факторов.

Номинальная масса – значение, к которому стремится производство. Товар, имеющий массу, сильно отличающуюся от номинала, считается бракованным.

Допустимое отклонение зависит от типа товара, а также от принятых стандартов качества на производстве.



# Примеры случайной изменчивости

## Пример 4.

На обертке обычного шоколадного батончика написано, что его масса 50 граммов. Это — номинальная масса или **номинальный вес**. Ребята купили десять батончиков и взвесили их. Они получили следующие 10 значений (в граммах):

49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 49,8; 50,1.

Только один батончик весил в точности 50 г. Некоторые батончики весили больше, другие — меньше. В ряде случаев отклонения превышали 1,5 г.

Чтобы понять, всегда ли наблюдается такое явление, ребята купили и взвесили еще одну партию из десяти батончиков. Вот какие значения (в граммах) они получили для второй партии:

49,7; 48,8; 51,4; 49,1; 49,6; 50,9; 48,5; 52,0; 50,7; 50,6.



### Упражнения

7. Найдите наибольший и наименьший веса взвешенных шоколадных батончиков в первой партии.
8. Найдите наибольшее абсолютное отклонение от номинального веса батончика в первой партии.
9. Найдите средний вес шоколадного батончика в первой партии. Убедитесь, что он мало отличается от 50 г.
10. Найдите средний вес батончика во второй партии.
11. Убедитесь, что средние веса батончиков в первой и второй партиях мало отличаются друг от друга и от номинального веса.
12. Сколько в каждой партии батончиков, вес которых превышает 50 г? Сколько таких батончиков в обеих партиях? Какую долю и какой процент они составляют?
13. Вес батончика, который вы покупаете, может быть больше или меньше номинального. Можно ли считать, что шансы этих событий равны, если судить по результатам наших взвешиваний?

# Примеры случайной изменчивости

## Пример 4. Массовое производство (выполнить)

Рис. 5. Таблица для записи решения задачи

№	1 партия	отклонение	2 партия	отклонение
1	49,1		49,7	
2	50,0		48,8	
3	49,7;		51,4	
4	50,5		49,1	
5	48,1		49,6	
6	50,3		50,0	
7	49,7		48,5	
8	51,6		52,0	
9	49,8		50,7	
10	50,1		50,6	
наименьший вес				
наибольший вес				
средний вес				

# Примеры случайной изменчивости

## Пример 4. Массовое производство

Ситуация встречается при массовом производстве различных изделий.

Если отклонение не сильно отличается от заданного стандарта, т. е. находится в пределах установленной нормы (допуска), то такое изделие считается годным.

Такие изделия идут в продажу или дальнейшее производство.

Изделия, для которых отклонения превышают допуск, считаются бракованными.

Вес шоколадного батончика отличается от номинальной массы 50г (на обертке написано), при взвешивании отличается на 1, 5 грамма. .

## Выводы и итоги урока.

В жизни в основном мы имеем дело с изменчивыми величинами. Чаще всего причины изменчивости известны лишь частично. Поэтому мы говорим о *случайной изменчивости*. Изменчивость проявляется повсеместно: в биологии, в производстве товаров и даже в повседневной жизни. В производстве или при измерениях изменчивость часто связана с проявлением ошибок или отклонений: *систематических* и *случайных*. Систематическая ошибка не создает разброса данных, но приводит к значительному отличию среднего значения от номинального (массы, объема, напряжения в сети и т.п.). Случайные ошибки разнонаправлены – они дают отклонения то в меньшую, то в большую сторону, компенсируя друг друга. Поэтому случайные ошибки создают рассеивание значений, но мало влияют на среднее.

# Домашнее задание

## Приложение

**Выполнить Пример 5.** В таблице представлены данные об урожайности зерновых культур в России с 1992 по 2018 гг. в весе после доработки.

Урожайность зерновых культур в России в 1992-2018 гг. (вес после доработки), ц/га									
Год	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Урожайность	18,0	17,1	15,3	13,1	14,9	17,8	12,9	14,4	15,6
Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Урожайность	19,4	19,6	17,8	18,8	18,5	18,9	19,8	23,8	22,7
Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Урожайность	18,3	22,4	18,3	22,0	24,1	24,7	27,4	29,7	25,5

1. Является ли урожайность зерновых культур в разные годы постоянной величиной?
2. Какие причины могут влиять на урожайность? Какие из этих факторов можно назвать случайными?
3. По данным таблицы постройте столбиковую диаграмму.
4. Вычислите средние урожайности зерновых в периоды 1992 – 2000 гг., 2001 – 2009 гг., 2010 – 2018 гг. Сравните между собой полученные результаты.
5. Составьте таблицу отклонений ежегодной урожайности в 1992 – 2000 гг., 2001 – 2009 гг., 2010 – 2018 гг. от средней урожайности за соответствующие девятилетние периоды. Сравните дисперсии этих периодов.
6. Что больше подвержено изменчивости: средняя урожайность за девять последовательных лет или урожайность в отдельные годы?

**Спасибо за урок!**

До встречи на следующем!