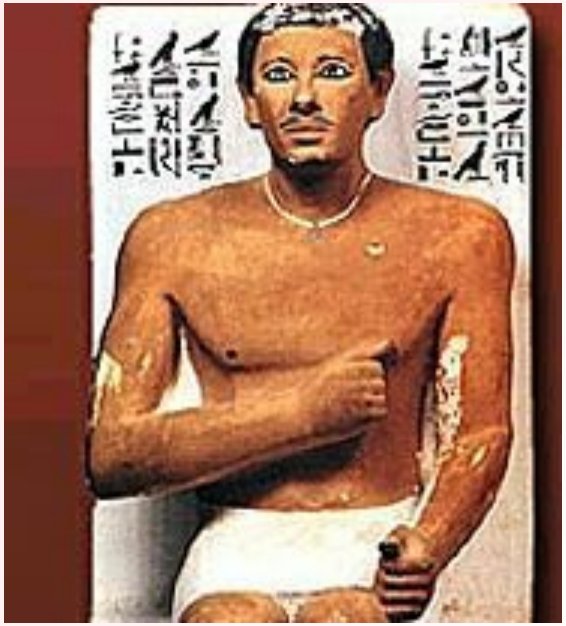
История развития учения об уравнениях.

Молодцов Тимофей
ученик 9 «Б» класса
МБОУ «Гимназия№11»
г. Бийск

История алгебры уходит своими корнями в древние времена. Задачи, связанные с уравнениями, решались ещё в Древнем Египте и Вавилоне. Теория уравнений интересовала и интересует математиков всех времён и народов.

Древне фальшивое правило для решения линейного уравнения



Вот задача

(куча) 7	. 8	. 2 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	16 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$
$\frac{1}{7}$ ... 1	.. 16 *	.. 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{2}$ 4	.... 9 $\frac{1}{2}$	Вместе 19.
	$\frac{1}{4}$ 2 *	Куча	
	$\frac{1}{8}$ 1 *	16 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$	

В Древнем Египте и Вавилоне использовался метод ложного положения («фальшивое правило»)
Подобные задачи мы теперь решаем уравнениями первой степени.
В папирусе Ахмеса 15 задач решается этим методом. Решение первой из них позволяет понять, как рассуждал автор.
№ 24 сборника Ахмеса:
«Куча. Ее седьмая часть
(подразумевается: «дают в сумме») равны 19.
Найти кучу».
Смысл решения Ахмеса легко понять.
Делается предположение, что, куча есть 7; тогда одна седьмая ее часть есть 1. Это записано в первом столбце.
Во втором столбце записано, что при предположении х=7 куча и ее одна седьмая часть дали бы 8 вместо 19. Удвоение предположения дает 16. Автор, в уме
Сумма этих трех чисел,, есть произведение первоначального предположения на 2+1/4+1/8 .
Итак, куча равна 16+1/2+1/8 .
В последнем столбце Ахмес делает проверку, в сумме получается 19, и решение заканчивается обычным для автора заключением: «Будет хорошо».

$$x + \frac{x}{7} = 19.$$

- Запись задачи нашими знаками выглядит так:

Способ решения, примененный Ахмесом, называется методом одного ложного положения. Этот метод применяли как египтяне, так и вавилоняне.

У разных народов применялся метод двух ложных положений. Арабами этот метод был механизирован и получил ту форму, в которой он перешел в учебники европейских народов, в том числе в «Арифметику» Магницкого. Магницкий называет способ решения «фальшивым правилом».

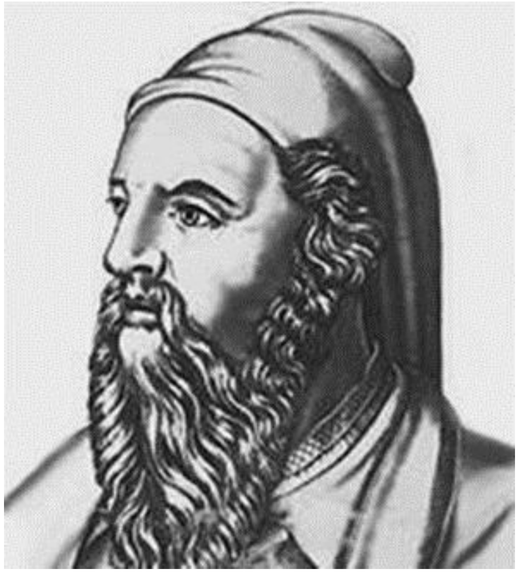
Геометрическая алгебра древних греков.

В Древней Греции была отчётливо выделена геометрия. С точки зрения 20 в. родоначальниками математики явились греки классического периода (6-4 вв. до н.э.).

Геометрия стала основой почти всей строгой математики по крайней мере до 1600. В 18 в строгая математика трактовалась как геометрия, и слово «геометр» было равнозначно слову «математик».

Одна из первых работ ученых того времени, которая дошла до нас, это трактат Диофанта Александрийского «Арифметика» (вероятно, 3 в.), в котором он уже довольно свободно оперирует с уравнениями 1-й и 2-й степеней; в зачаточной форме у него можно найти и употребление отрицательных чисел.

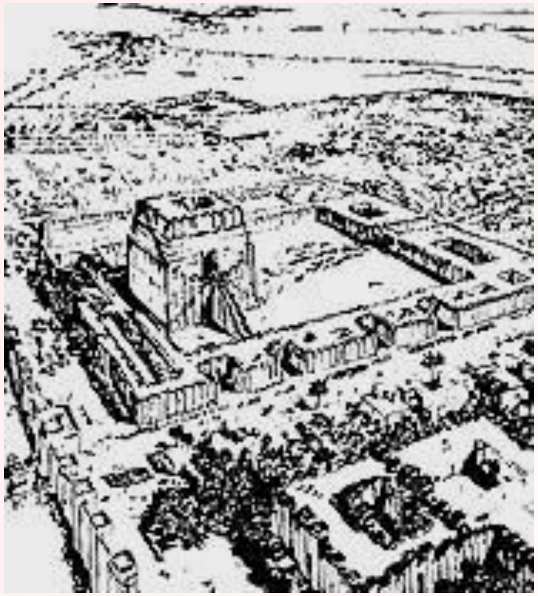
Дедуктивный характер греческой математики полностью сформировался ко времени Платона и Аристотеля. Изобретение дедуктивной математики принято приписывать Фалесу Милетскому (ок. 640–546 до н.э.), который, как и многие древнегреческие математики классического периода, был также философом.



Другим великим греком, с чьим именем связывают развитие математики, был Пифагор (ок. 585-500 до н.э.). Полагают, что он мог познакомиться с вавилонской и египетской математикой во время своих долгих странствий.Пифагор основал движение, расцвет которого приходится на период ок. 550-300 до н.э.

Пифагорейцы создали чистую математику в форме теории чисел и геометрии. Древние греки решали уравнения с неизвестными посредством геометрических построений. Ныне метод вычисления с помощью построений называется геометрической алгеброй. Приведение задач к геометрическому виду имело ряд важных последствий.

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне



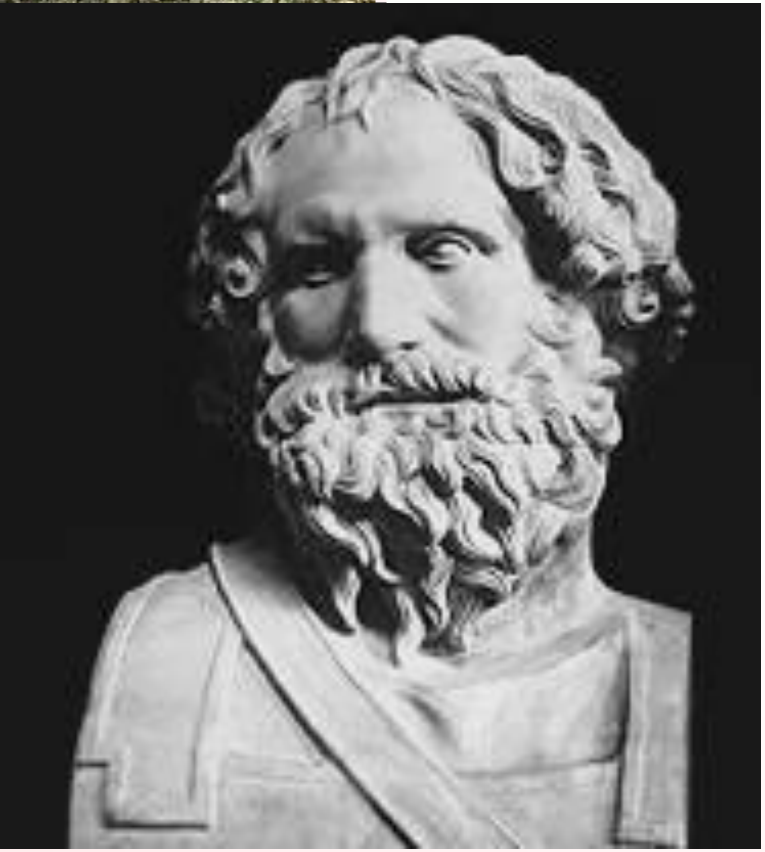
Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до н. э. вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:

$$x^2 + x = \frac{3}{4}, \quad x^2 - x = 14\frac{1}{2}.$$

Квадратные уравнения в эпоху эллинизма.


Математика эпохи эллинизма возникла в результате слияния классической греческой математики с математикой Вавилонии и Египта. В целом математики этого периода были больше склонны к решению чисто технических задач, чем к философии. Великие математики этого периода – Эратосфен, Архимед, Гиппарх, Птолемей, Диофант и Папп.

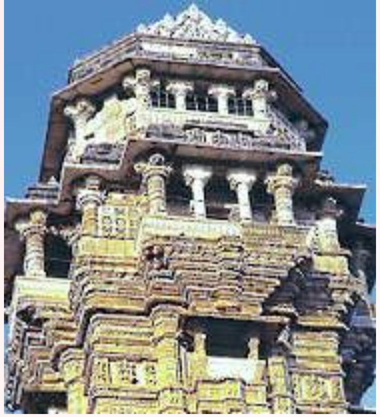


Знаменательной вехой в алгебре эпохи эллинизма стали работы Диофанта(ок. 250). Одно из главных его достижений связано с введением в алгебру начал символики. В своих работах Диофант не предлагал общих методов, он имел дело с конкретными положительными рациональными числами, а не с их буквенными обозначениями. Он заложил основы т.н. диофантова анализа – исследования неопределенных уравнений.

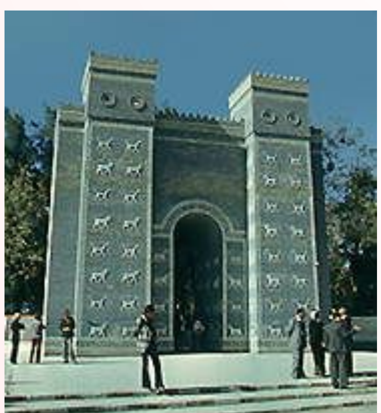
Гиппарху (ок.161–126до н.э.) мы обязаны изобретением тригонометрии.

Величайшим математиком древности был Архимед (ок. 287–212 до н.э.). Ему принадлежат формулировки многих теорем о площадях и объемах сложных фигур и тел, вполне строго доказанные им методом исчерпывания. Архимед доказал также несколько теорем, содержавших новые результаты геометрической алгебры. Ему принадлежит формулировка задачи о рассечении шара плоскостью так, чтобы объемы сегментов находились между собой в заданном отношении. Архимед решил эту задачу, отыскав пересечение параболы и равнобочной гиперболы.

Квадратные уравнения в средневековой Индии и странах арабского востока.





Наследие древнегреческой науки восприняли учёные средневекового Востока — Средней Азии, Месопотамии, Северной Африки. Около 800 индийская математика достигла

Багдада. Термин «алгебра» происходит от начала названия

книги Аль-джебр ва-л-мукабала (Восполнение и противопоставление), написанной в 830 астрономом и математиком аль-Хорезми. Другой выдающийся арабский математик, Ибн аль-Хайсам (ок. 965–1039) разработал способ получения алгебраических решений квадратных и кубических уравнений. Арабские математики, в их числе и Омар Хайям, умели решать некоторые кубические уравнения с помощью геометрических методов, используя конические сечения.

Арабские астрономы ввели в тригонометрию понятие тангенса и котангенса И все же самым важным вкладом арабов в математику стали их переводы и комментарии к великим творениям греков. Европа познакомилась с этими работами после завоевания арабами Северной Африки и Испании, а позднее труды греков были переведены на латынь.

Индийские математики впервые ввели нуль и как кардинальное число, и как символ отсутствия единиц в соответствующем разряде. Махавира (850 н.э.) установил правила операций с нулем, полагая, однако, что деление числа на нуль оставляет число неизменным.

Правильный ответ для случая деления числа на нуль был дан Бхаскарой, ему же принадлежат правила действий над иррациональными числами. Индийцы ввели понятие отрицательных чисел (для обозначения долгов). Самое раннее их использование нашли у Брахмагупты. Наша современная система счисления, основанная на позиционном принципе записи чисел и нуля, называется индо-арабской

Диофантовы уравнения.

ДИОФАНТ Александрийский (ок. 3в.)- древнегреческий математик.

В «Арифметике» Диофанта нет систематического изложения алгебры, однако в ней содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней.

При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.

Кстати, в одном из древних рукописных сборников задач в стихах жизнь Диофанта описывается в виде следующей алгебраической загадки, представляющей надгробную надпись на его могиле: Прах Диофанта гробница покоит; дивись ей—и камень Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребенком.
И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругою он обручился.
С нею пять лет проведя, сына дождался мудрец;
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил.
Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей.
Задача-загадка сводится к составлению и решению уравнения:

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

откуда x = 84 - столько лет жил Диофант.

В «Арифметике» 189 задач, каждая снабжена одним или несколькими решениями. Задачи ставятся в общем виде, затем берутся конкретные значения входящих в нее величин и даются решения.

Математические идеи, лежащие в основе вывода формулы для решения кубических уравнений.

Наиболее систематическое исследование задач, эквивалентных кубическим уравнениям, относится только к эпохе эллинизма. Архимед рассмотрел кубические уравнения вида x3 + ax + b = 0 при различных значениях a и b и дал метод их решения. Однако исследование кубических уравнений оставалось для греков трудной задачей, с которой, в ее общем виде никто, кроме Архимеда, не мог справиться.

КУБИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ - алгебраическое уравнение 3-й степени: *ax*3+ *bx*2+ *cx*+ *d* = 0, где *a* не равно нулю. Решение кубического уравнения (после замены *x*= *y*— *b*/3* *a*) может быть найдено по т. н. формуле Кардано.

Алгебраическое решение уравнения 3-й и 4-й степеней было найдено в 16 в. Для уравнения вида *x3*+ *px* + *q* = 0 оно даётся формулой:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Эта формула называется формулой Кардано, хотя вопрос о том, была ли она найдена самим Дж. Кардано или же заимствована им у других математиков, нельзя считать вполне решенным.

История открытия формулы для решения кубических уравнений.

В 16 веке профессор Сципион дель Ферро из Болоньи преодолел трудности, связанные с неудобными обозначениями неизвестных величин и действий над ними. Комбинируя решение квадратного уравнения с извлечением кубического корня, он сумел решить уравнение вида ($x^3 = px + q$). Оказалось, что оно имеет 3 разных корня, и что к нему сводится произвольное кубическое уравнение вида ($ax^3 + вx^3 + cx + d = 0$). Никколо Фонтана из Брешии по прозвищу Тарталья ("Заика") - разобрался в записях Ферро и начал применять кубические уравнения при составлении и решении новых алгебраических задач. В 1535 году, обсуждая итоги очередного турнира, Тарталья и Кардано заговорили о решении кубических уравнений. Тут Тарталья (нечаянно, или ради похвальбы) сообщил Кардано, что он знает способ решения кубических уравнений, открытый еще профессором Ферро. Кардано поделился им со своим лучшим учеником - Лодовико Феррари. Тот попробовал развить новую технику для решения уравнений степени 4 - и преуспел в этом деле. В 1545 году Кардано опубликовал книгу "Великое искусство", в которой дал полное решение уравнений-многочленов степени 3 или 4 и тех задач, которые к ним сводятся. Так способ решения кубического уравнения ($x^3 = px + q$) получил название «формула Кардано».

Уравнения четвертой степени

В начале 19 в. Н. Абель и Э. Галуа доказали, что уравнения степеней выше 4-й в общем случае в радикалах не решаются.

Галуа не ограничился этим отрицательным результатом, а положил начало более глубокой теории уравнений. Решение уравнения в радикалах равносильно сведению первоначального уравнения к цепи уравнений вида: *y*m = *a*. Сведение к таким уравнениям оказалось в общем случае невозможным. Теория Галуа продолжает развиваться вплоть до нашего времени.

Численное решение уравнений пошло иным путём. К численному решению уравнений сводятся многие задачи математики и её приложений.

Л. Феррари., итальянский математик нашёл способ решения алгебраических уравнений 4-й степени путём введения вспомогательной неизвестной, значение которой получается из кубического уравнения, составляемого по заданному уравнению.

В этой презентации отображены наиболее важные этапы истории развития учения об уравнениях вплоть до 19 века. Современными методам решения уравнений мы обязаны поискам древних ученых. Теория уравнений продолжает развиваться и в настоящее время.

*