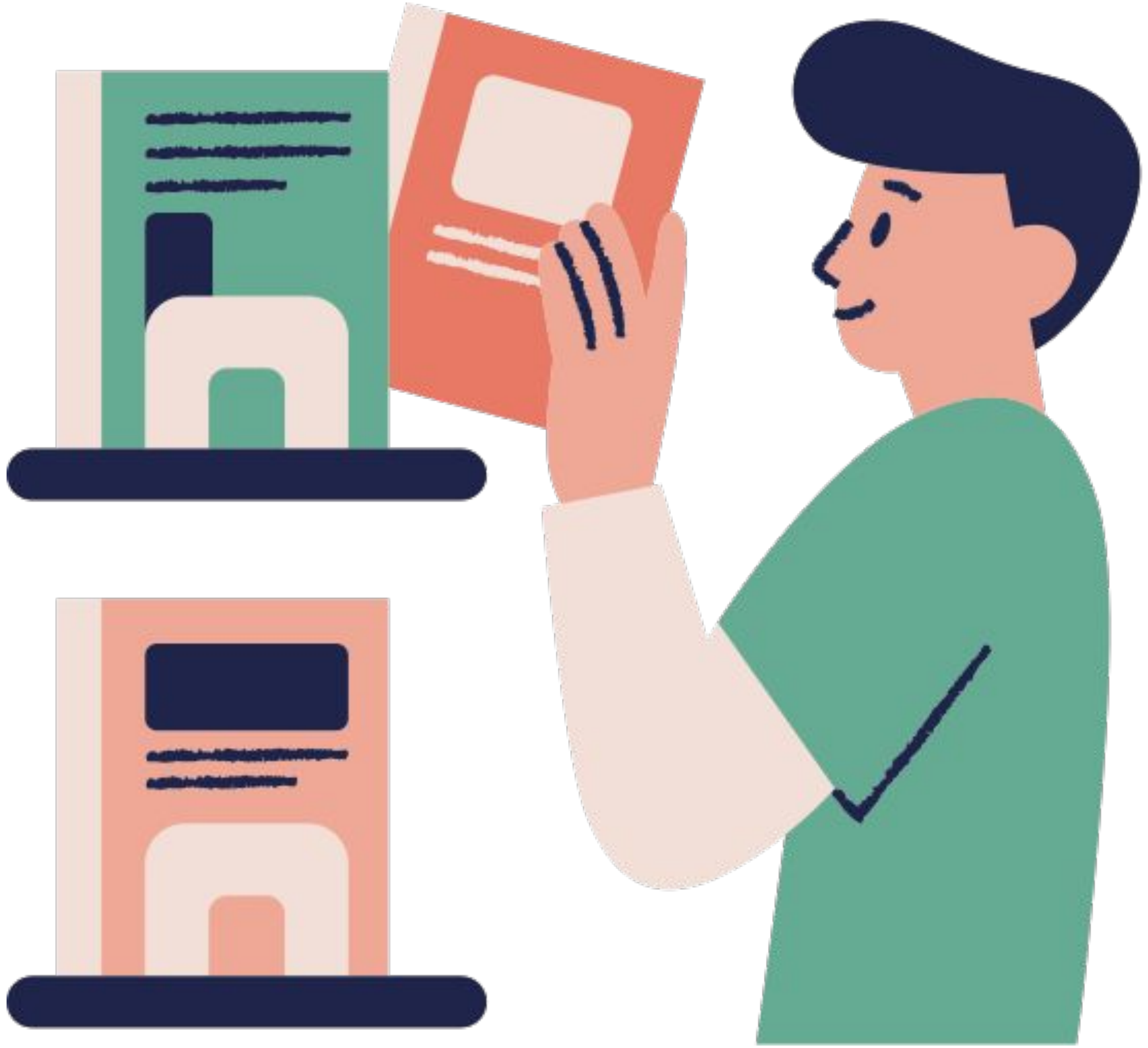


вероятность и статистика

9 класс

глава XVI

Испытания Бернулли

Испытание Бернулли, или просто испытание - это простой случайный опыт, в котором всего два возможных элементарных события: успех и неудача. Пример испытания - бросание монеты. Из таких простых опытов можно составлять гораздо более сложные.

В этой главе:

испытания до наступления первого успеха

серия, состоящая из заданного количества испытаний

случайный выбор из конечного множества

вероятности событий в испытаниях бернулли

успех и неудача. Испытания до первого успеха

§ 64

В теории вероятности и статистике испытание Бернулли представляет собой случайный эксперимент с ровно двумя возможными исходами, "успехом" и "неудачей", при котором вероятность успеха одинакова при каждом проведении эксперимента. Он назван в честь Якоба Бернулли, швейцарского

Вероятность того, что испытание Бернулли закончится успехом, обычно обозначают буквой p,

вероятность неудачи - буквой q.

Числа p и q в сумме дают единицу, поэтому $q = 1 - p$

Чтобы в испытании было действительно два возможных события, будем считать, что $0 < p < 1$ и $0 < q < 1$

Случайные опыты, в которых много элементарных событий, часто можно свести к изучению испытаний Бернулли.

Рассмотрим опыты, в которых одинаковые испытания проводятся до наступления первого успеха. Как только успех случился, испытания прекращаются. Примеры таких опытов.

- Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орёл.
- Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не собьёт её.
- Мобильный телефон в условиях слабой связи пытается отправить СМС.
- Фрагмент файла (пакет) загружается из Интернета на компьютер. Попытки повторяются до тех пор, пока загрузка не пройдёт без ошибок.

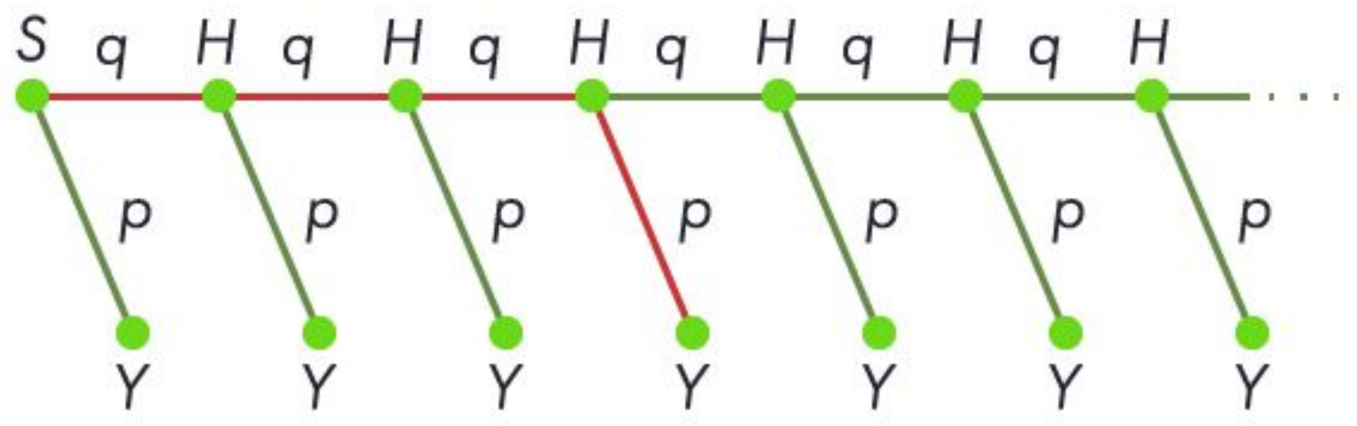
Мы будем предполагать, что в каждом испытании вероятность успеха неизменно равна p и что все испытания независимы. Исследуем такой

Обозначим неудачу буквой Н, а успех — буквой У. Тогда элементарными событиями являются последовательности

У, НУ, ННУ, НННУ, ННННУ и т. д.

Будем считать, что попытки могут продолжаться сколь угодно долго. Значит, теоретически в этом опыте бесконечно много элементарных событий.

Элементарные события изображаются цепочками, ведущими из точки S к конечным вершинам. Например, элементарное событие НННУ (три неудачи и затем успех) изображается в этом дереве цепочкой SНННУ (выделена красным цветом).



Несложно нарисовать начальный фрагмент дерева такого опыта (стр. 69)

Пользуясь правилом умножения, можно найти вероятность каждого элементарного события:

$P\,(У) = p$

$P\,(НУ) = qp$

$P\,(ННУ) = qqp = q^2 p$

$P\,(НННУ) = qqqp = q^3 p$

общая формула: вероятность элементарного события ннн...ну, в котором перед успехом случилось ровно k

k неудач

неудач, равна

$$P\,(\underbrace{ННН...НУ}_{k\ \text{неудач}}) = q^k p$$

Стрелок стреляет по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом отдельном выстреле p = 0,2. Какова вероятность того, что стрелку понадобится ровно 2 выстрела?

решение:

Вероятность события НУ - сначала промах, а затем попадание - равна $qp = 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}16$.

Стрелок стреляет по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом отдельном выстреле p = 0,2. Какова вероятность того, что стрелку понадобится не больше пяти выстрелов?

решение:

Событию А “не больше пяти выстрелов” благоприятствуют элементарные события У, НУ, ННУ, НННУ и ННННУ. Сложим их вероятности

$$P(A) = p + qp + q^2 p + q^3 p + q^4 p \approx 0{,}672.$$

Работаем в тетради

1. Таня бросила кубик, загадав, что выпадет больше четырех очков. Является ли этот эксперимент испытанием Бернулли? Что является успехом, а что – неудачей в данном испытании? Найдите p и q.

2. Коля бросает игральный кубик до тех пор, пока на нем не выпадет шестёрка. Найти вероятность того, что это произойдёт на пятом броске.

3. Игральную кость бросают до тех пор, пока не выпадет шестёрка. Найдите вероятность того, что будет сделано:

а) ровно 2 броска;

б) ровно 3 броска;

в) ровно 6 бросков;

г) не более 4 бросков.