

# ЛЕКЦИЯ

- ▶ Силовой анализ механизмов
- ▶ Основные задачи
- ▶ Силы, действующие на звенья механизма
- ▶ Реакции в кинематических парах.
- ▶ Принципы и последовательность силового расчёта
- ▶ Типовые расчёты групп Ассура

## Задачи силового анализа

Основными задачами силового анализа являются:

1. Определение реакций в кинематических парах. Знание этих реакций позволяет путём проведения расчетов на прочность и жесткость выбрать оптимальные размеры и форму звеньев механизма.
2. Определение уравновешивающих сил  $F_{ур}$  или моментов сил  $M_{ур}$ , которые нужно приложить к ведущим звеньям для удержания механизма в заданном положении либо для обеспечения требуемого движения ведущих звеньев. При этом считаются известными массы всех звеньев, все внешние силы и моменты, действующие на звенья, а также законы движения звеньев.

# *1. Движущие силы и моменты движущих сил*

К движущим силам  $F_{\partial}$  или моментам движущих сил  $M_{\partial}$  относят такие, которые обеспечивают движение механизма. Векторы движущих сил или совпадают с векторами скоростей тех точек звеньев механизмов, к которым они приложены, или составляют острые углы. Моменты движущих сил направлены в сторону угловой скорости звена (рис.5.1). С энергетической точки зрения работа движущих сил и моментов движущих сил  $A_{\partial}$  положительна

## ***2. Силы сопротивления и моменты сил сопротивления***

Силы сопротивления  $F_c$  или моменты этих сил  $M_c$  делятся на силы  $F_{n.c.}$  и моменты  $M_{n.c.}$  полезных (или технологических) сопротивлений и силы  $F_{в.с.}$  и моменты  $M_{в.с.}$  вредных сопротивлений.

*Силами полезных сопротивлений*  $F_{n.c.}$  или моментами  $M_{n.c.}$  этих сил называют такие, для преодоления которых создана машина. С энергетической точки зрения работа сил полезных сопротивлений  $A_{n.c.}$  отрицательна.

К силам вредных сопротивлений  $F_{в.с.}$  относят силы трения в кинематических парах, силы аэродинамических сопротивлений и др., на преодоление этих сил затрачивается дополнительная работа сверх той, которая необходима для определения полезного сопротивления. Поэтому работа сил суммарных сопротивлений:

$$A_c = A_{н.с} + A_{в.с.}$$

Векторы сил  $F_c$  направлены в противоположную сторону векторов скоростей тех точек звеньев механизма, к которым они приложены, или составляют с ними тупые углы, а моменты сил сопротивления  $M_c$  направлены противоположно вращению звена (рисунок 5.1).

Деление сил на движущие и силы сопротивления имеет некоторую условность. Так силы тяжести звеньев при подъёме их центров масс оказываются силами сопротивлений, а при опускании центров — силами движущими; силы трения между шкивом и ремнём в ременной передаче являются движущими.

## ***Примеры сил.***

У двигателя внутреннего сгорания движущей силой  $F_{\delta}$  является давление расширяющегося газа на поршень. Силами сопротивления будут: сила трения в подшипниках и цилиндрах, сопротивление воздуха, сопротивление рабочей машины, которая приводится в движение двигателем, и т.п.

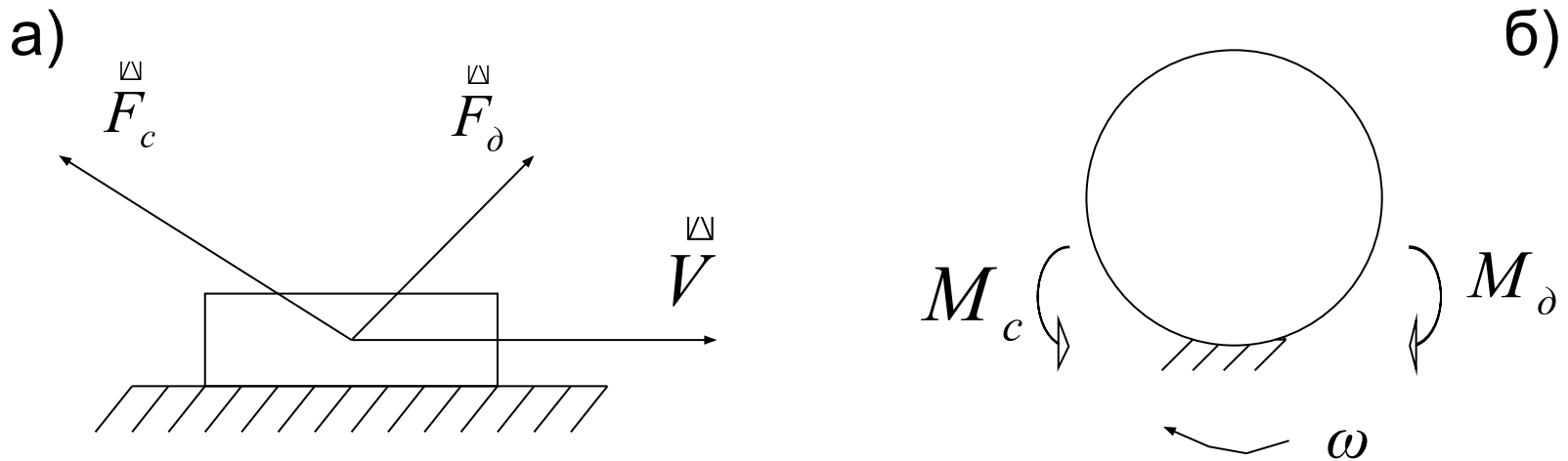


Рисунок 5.1

### 3. Силы инерции $F_u$ и моменты сил инерции $M_u$

Возникают при движении звеньев. В быстроходных механизмах по величине эти силы могут превосходить другие силы. Силы инерции, действующие на каждое звено механизма, приводятся к главному вектору и главному моменту инерционных сил

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_s \quad (5.1)$$

$$\vec{M}_u = -I_s\vec{\varepsilon} \quad (5.2)$$

где  $m$  – масса звена;

$a_s$  – ускорение центра массы звена;

$\varepsilon$  – угловое ускорение звена;

$I_s$  – момент инерции масс звена относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения звена.

Направление этих сил и моментов обратно направлениям соответствующих ускорений, а их работа за время рабочего цикла равна нулю (рисунок 5.2).

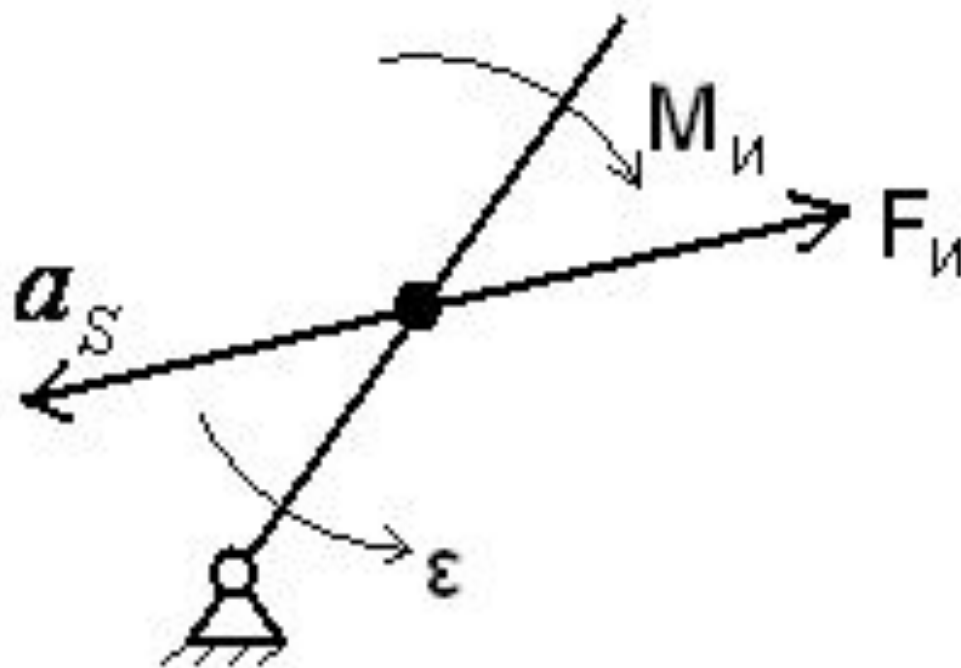


Рисунок 5.2



#### 4. Силы тяжести (веса) звеньев

Прикладываются в центре масс звена направлены вертикально вниз. Вычисляются по формуле:

$$G = m \cdot g, \quad (5.3)$$

где  $m$  – масса звена;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения.

#### Реакции в кинематических парах

Реакция  $R_{ij}$  – это усилие, с которым одно звено  $i$  воздействует на другое звено  $j$  в местах их соприкосновения или наоборот. При этом  $R_{ij} = -R_{ji}$

Реакция в кинематической паре характеризуется величиной, направлением и точкой приложения.

## Реакция во вращательной кинематической паре

Известна точка приложения реакции (рис. 5.3) и неизвестны направление и числовое значение реакции. Реакцию  $R_{ij}$  раскладывают на нормальную  $R_{ij}^n$  и касательную  $R_{ij}^\tau$  составляющие. При этом составляющая  $R_{ij}^n$  направлена вдоль звена, а составляющая  $R_{ij}^\tau$  – перпендикулярно к звену.

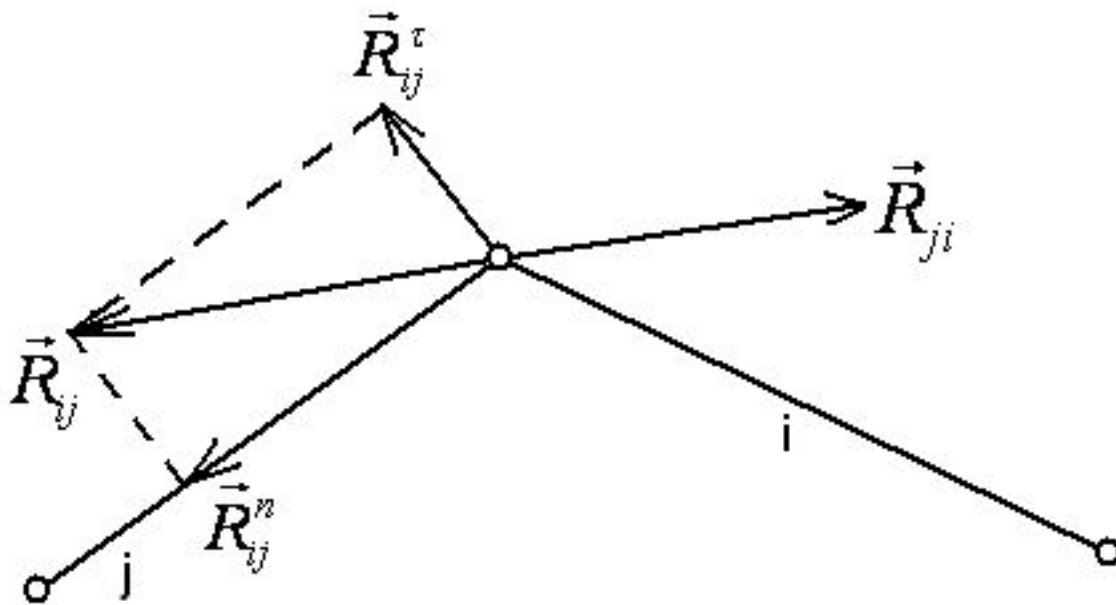


Рисунок 5.3

## Реакция в поступательной кинематической паре

Известно направление (рис.5.4) реакции  $(\vec{R}_{ij} \perp x - x)$  ,  
неизвестны её числовое значение и точка приложения.

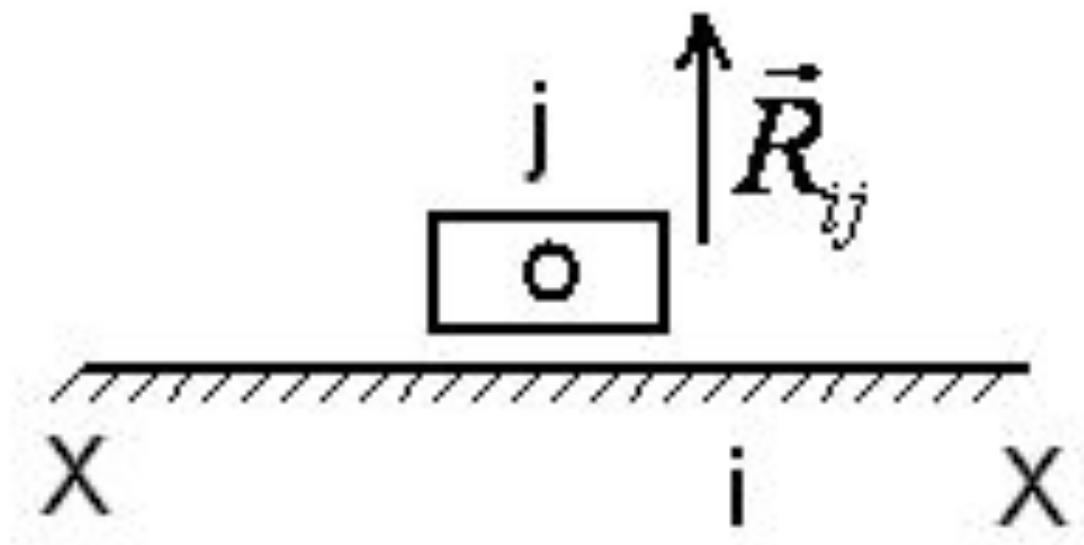


Рисунок 5.4

## *Реакция в высшей кинематической паре*

В высшей кинематической паре плоского механизма (рис. 5.5) известны точка приложения реакции и её направление (вдоль нормали  $n-n$ ), но неизвестно числовое значение реакции

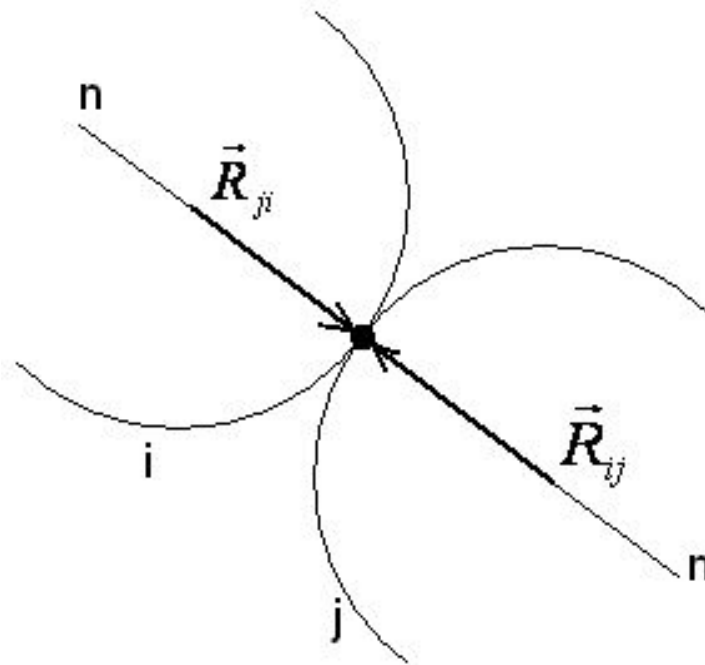


Рисунок 5.5

## *Принципы и последовательность силового расчета*

При силовом расчете механизма в число известных внешних сил, приложенных к его звеньям, входит инерционная нагрузка на звенья. Такой силовой расчет механизма называется ***кинетостатическим***.

При этом используются следующие принципы:

### **1. Принцип Даламбера:**

*Если ко всем внешним нагрузкам, действующим на звено механизма, присоединить силы инерции и моменты инерции, то под действием всех этих нагрузок звено можно рассматривать условно находящимся в равновесии.*

## **2. Принцип освобожденности от связей:**

*не нарушая движения или покоя системы, можно отбрасывать отдельные связи и прикладывать к системе соответствующие этим связям реакции.*

## **3. Группа Ассура является статически определимой кинематической цепью**

Для каждого подвижного звена группы Ассура можно написать три уравнения равновесия; для  $n$  звеньев число уравнений равновесия будет  $3n$ .

Реакция каждой низшей одноподвижной кинематической пары содержит два неизвестных. Следовательно, условие кинетостатической определимости имеет вид:

$$3n - 2p_1 = 0.$$

Это совпадает с условиями, которым удовлетворяют структурные группы Ассура. Следовательно, группы Ассура являются статически определенными системами.

Поэтому кинетостатический расчет ведут для отдельных групп Ассура механизма, начиная с последней (наиболее удаленной от начального механизма).

## *Порядок кинестатического расчета механизма*

1. Отсоединить последнюю группу Ассура от механизма и приложить к ней известные силы, в том числе силы и моменты инерции, а действие отброшенных звеньев заменить реакциями.

2. Определить значение касательной составляющей реакции во внешней вращательной кинематической паре. Для этого записать сумму моментов всех сил, действующих на *одно звено* группы Ассура, относительно внутренней кинематической пары.

$$\sum_{i=1}^n M_0(\overset{\boxtimes}{F}_i) + \sum_{i=1}^n M_0(\overset{\boxtimes}{R}_{ij}^{\tau}) = 0 \quad (5.3)$$

Из уравнения найти искомую реакцию.



3. Определить значение нормальной составляющей реакции во внешней поступательной кинематической паре. Для этого записать векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на *всю группу Ассура*.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i + \sum_{i=1}^n \vec{R}_{ij} = 0 \quad (5.4)$$

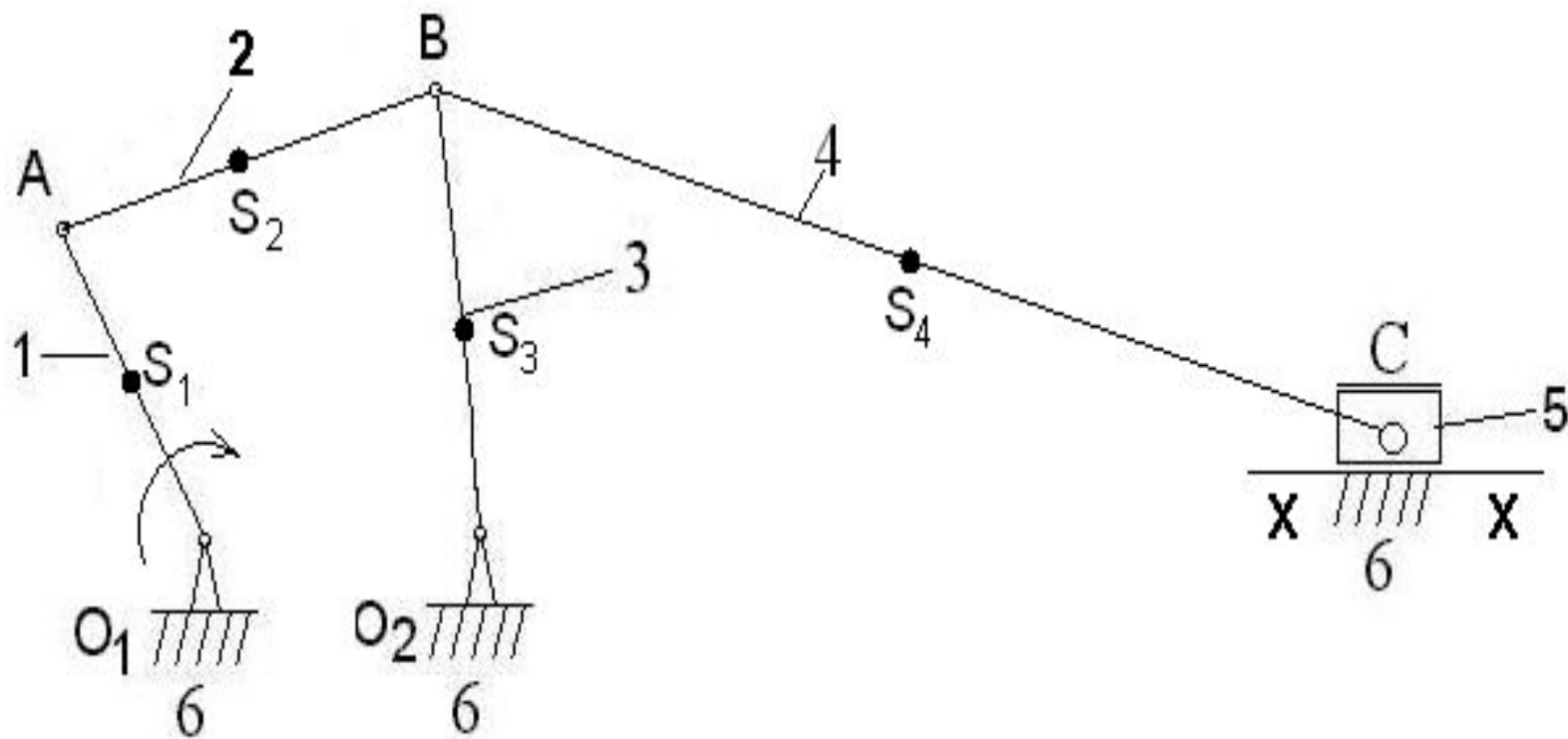
Данное уравнение решается графически путем построения плана сил.

4. Отсоединить предпоследнюю группу Ассура механизма и выполнить аналогичные расчеты, и так до тех пор, пока не останется начальный механизм.

5. Провести расчет начального механизма.



## *Силовой расчет рычажного шестизвенника*



*Силовой расчет группы Ассур вида ВВП*

**Дано:**

Массы звеньев:  $m_4 = 2$  кг,  $m_5 = 5$  кг.

Момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс звена 4:

$$I_{S_4} = 0,05 \text{ кгм}^2.$$

Ускорения центров масс звеньев:

$$a_C = 3,35 \text{ м/с}^2, \quad a_{S_4} = 3,5 \text{ м/с}^2.$$

Угловое ускорение звена 4:

$$\varepsilon_4 = 9,5 \text{ с}^{-2}.$$

Длина звена  $BC = 500$  мм.

Движущая сила  $F = 30$  н.

1). Определение сил тяжести звеньев:

$$G_4 = m_4 \cdot g = 2 \cdot 9,8 \cong 20 \text{ Н},$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 5 \cdot 9,8 \cong 50 \text{ Н},$$

2). Определение сил инерции:

$$F_{u_4} = m_4 \cdot a_{S_4} = 2 \cdot 3,5 = 7 \text{ Н},$$

$$F_{u_5} = m_5 \cdot a_C = 5 \cdot 3,35 = 16,75$$

Силы инерции направлены в противоположную сторону соответствующим ускорениям центров масс звеньев.

3). Определение момента инерции:

$$M_{u_4} = I_{S_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,05 \cdot 9,5 = 0,475 \text{ нм};$$

Момент инерции направлен в противоположную сторону угловому ускорению  $\dot{\varepsilon}_4$ .

Построим группу Ассура в масштабе 1:5.

Покажем все действующие на нее силы и неизвестные реакции  $R_{65}$ ,  $R_{34}^{\tau}$ ,  $R_{34}^{n}$ ,  $R_{54}$ .

**1. Определяем реакцию  $R_{34}^{\tau}$**

**34**

Составляем уравнение моментов всех сил,

действующих на звено 4, относительно точки С.

$$\sum_{i=1} M_C = 0$$

Находим реакцию  $R_{34}$

Длины плеч  $h_1$  и  $h_2$  измерены на расчетной схеме и умножены на масштаб.

**2. Определяем реакции  $R_{34}$  и  $R_{65}$**

Составляем векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на всю группу Ассура.

$$\sum_{i=1}^n F_i = 0 \quad \frac{H}{мм}$$

Выбираем масштаб плана сил  $\mu_F = 0,5$

Вычисляем величины отрезков, соответствующих векторам сил. Данные заносим в таблицу 1.

*Строим план сил.* В соответствии с векторным уравнением откладываем отрезки, соответствующие векторам  $\overline{G}_4, \overline{G}_5, \overline{F}_{\dot{4}}, \overline{F}_{\dot{5}}, \overline{F}, \overline{R}_{34}^{\tau}$ .

Начать построение необходимо с вектора  $\overline{R}_{34}^{\tau}$ . Далее строим векторы в любом порядке. Затем из начала вектора  $\overline{R}_{34}^{\tau}$  проводим направление вектора  $\overline{R}_{34}^n$ , а из конца последнего вектора проводим направление  $\overline{R}_{65}$

Пересекаясь, эти направления замыкают многоугольник сил. Измеряя на плане сил отрезки, соответствующие векторам  $\overline{R}_{34}, \overline{R}_{34}^n, \overline{R}_{65}$ , и умножая их на масштаб  $\mu_F$ , получим значение этих реакций.

Данные заносятся в таблицу 1.





### 3. Определяем реакцию $R_{54}$ .

Составляем векторное уравнение равновесия всех сил, действующих *звено 4*:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

Выбираем масштаб плана сил  $\mu_F = 0,5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ .

Строим план сил. В соответствии с векторным уравнением откладываем отрезки, соответствующие векторам  $\vec{G}_4, \vec{F}_{u4}, \vec{R}_{34}$ .

Векторы можно откладывать в любом порядке. Соединяя начало первого вектора и конец последнего, получаем многоугольник сил и отрезок, определяющий реакцию  $R_{54}$ .

Измеряя его длину и умножая на масштаб  $\mu_F$ , получим величину реакции  $R_{54}$ . Реакция

$$\vec{R}_{54} = -\vec{R}_{45}$$

#### 4. Определяем место расположения реакции $R_{65}$

Составим уравнение моментов всех сил, действующих на звено 5, относительно точки  $C$ :

$$\sum_{i=1}^n M_C = 0$$

Находим расстояние  $x$ .

#### Силовой расчет группы Ассура вида ВВВ.

**Дано:**

Массы звеньев:  $m_2 = 3$  кг,  $m_3 = 3$  кг.

Моменты инерции относительно оси, проходящей через центр масс звеньев 2 и 3:

$$I_{S_2} = 0,05 \text{ кгм}^2,$$

$$I_{S_3} = 0,06 \text{ кгм}^2.$$

Ускорения центров масс звеньев 2 и 3:

$$a_{S_2} = 5,45 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_{S_3} = 2,45 \text{ м/с}^2 .$$

Угловое ускорение звеньев 2 и 3:  $\varepsilon_2 = 4,5 \text{ с}^{-2}$ ;  $\varepsilon_3 = 8,1 \text{ с}^{-2}$ ,

Длины звеньев  $AB = 200 \text{ мм}$ ,  $BO_2 = 185 \text{ мм}$ .

1). Определение сил тяжести звеньев:

$$G_2 = m_2 \cdot g = 3 \cdot 9,8 \cong 30 \text{ н},$$

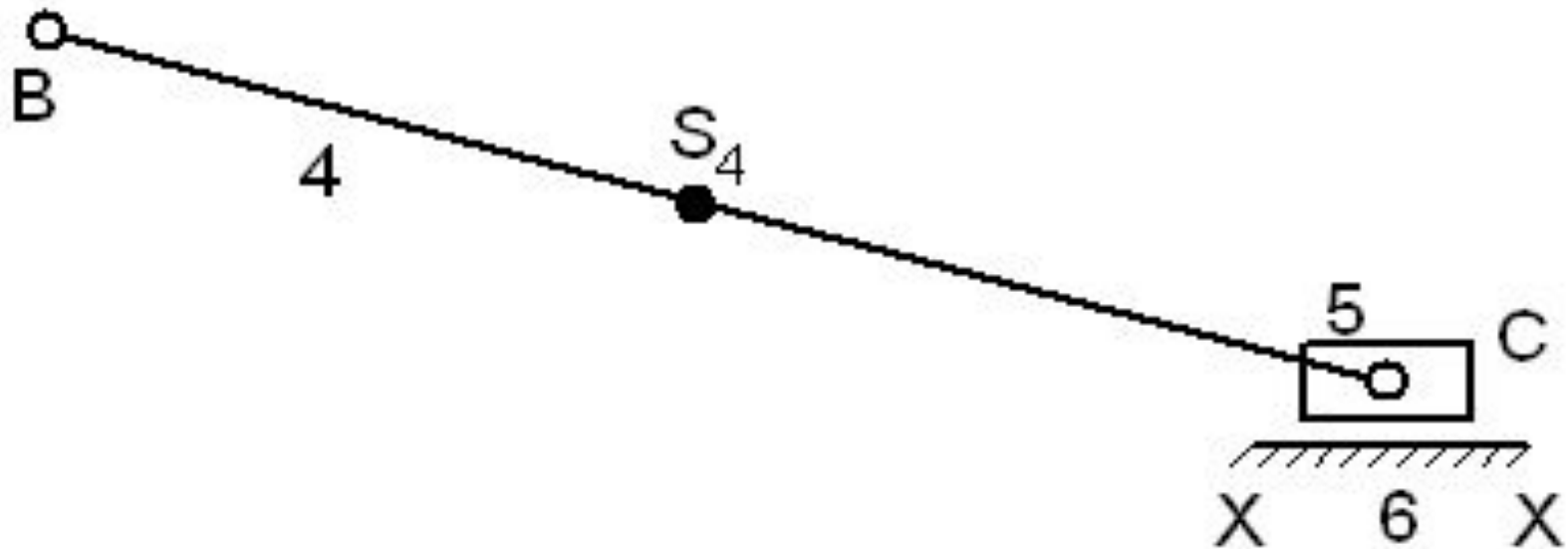
$$G_3 = m_3 \cdot g = 3 \cdot 9,8 \cong 30 \text{ н},$$

2). Определение сил инерции:

$$F_{u_2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 3 \cdot 5,45 = 16,35 \text{ н};$$

$$F_{u_3} = m_3 \cdot a_{S_3} = 3 \cdot 2,45 = 7,35 \text{ н},$$

*Группа Ассура вида ВВП (масштаб 1:5)*



$$\mu_F = 0,5 \frac{H}{MM}$$

Силы инерции направлены в противоположную сторону соответствующим ускорениям центров масс звеньев.

3). Определение моментов инерции:

$$M_{u_2} = I_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,05 \cdot 4,5 = 0,225 \text{ нм};$$

$$M_{u_3} = I_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,06 \cdot 8,1 = 0,486 \text{ нм}.$$

Моменты инерции направлены в противоположные стороны соответствующим угловым ускорениям.

Построим группу Ассур в масштабе 1:3.

Покажем все действующие на нее силы (в том числе реакцию

$$\overset{\sphericalangle}{R}_{43} = -\overset{\sphericalangle}{R}_{34}) \text{ и неизвестные реакции } R_{12}^{\tau}, R_{12}^n, R_{36}^{\tau}, R_{36}^n.$$

## 1. Определяем реакцию $R_{12}^t$

Составим уравнение моментов всех сил, действующих на **звено 2**, относительно точки В:

$$\sum M_B = 0.$$

Находим реакцию  $R_{12}^{i=1}$

## 2. Определяем реакцию $R_t$

63

Составляем уравнение моментов всех сил, действующих на **звено 3**, относительно точки В.

$$\sum_{i=1}^n M_B = 0$$

Находим реакцию  $R^r_{63}$ .

Длины плеч  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  и  $h_4$  измеряются на расчетной схеме и умножаются на масштаб.

**3. Определяем реакции  $R^n_{12}$  и  $R^n_{63}$ .**

Составляем векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на *всю группу Ассура*:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0, \quad \frac{H}{MM}$$

Выбираем масштаб плана сил  $\mu_F = 0,5$





Строим план сил. В соответствии с векторным уравнением откладываем отрезки, соответствующие векторам

$$\overset{\sphericalangle}{G}_2, \overset{\sphericalangle}{G}_3, \overset{\sphericalangle}{F}_{\dot{2}}, \overset{\sphericalangle}{F}_{\dot{3}}, \overset{\sphericalangle}{R}_{12}^{\tau}, \overset{\sphericalangle}{R}_{63}^{\tau}, \overset{\sphericalangle}{R}_{43}$$

Начать построение необходимо с вектора  $\overset{\sphericalangle}{R}_{12}^{\tau}$ . Остальные векторы можно откладывать в любом порядке, но обязательно закончить построение вектором  $\overset{\sphericalangle}{R}_{63}^{\tau}$ . Затем из начала вектора  $\overset{\sphericalangle}{R}_{12}^{\tau}$  проводим направление вектора  $\overset{\sphericalangle}{R}_{12}^n$ , а из конца вектора  $\overset{\sphericalangle}{R}_{63}^{\tau}$  — проводим направление вектора  $\overset{\sphericalangle}{R}_{63}^n$ .

Пересекаясь, эти направления замыкают многоугольник сил.

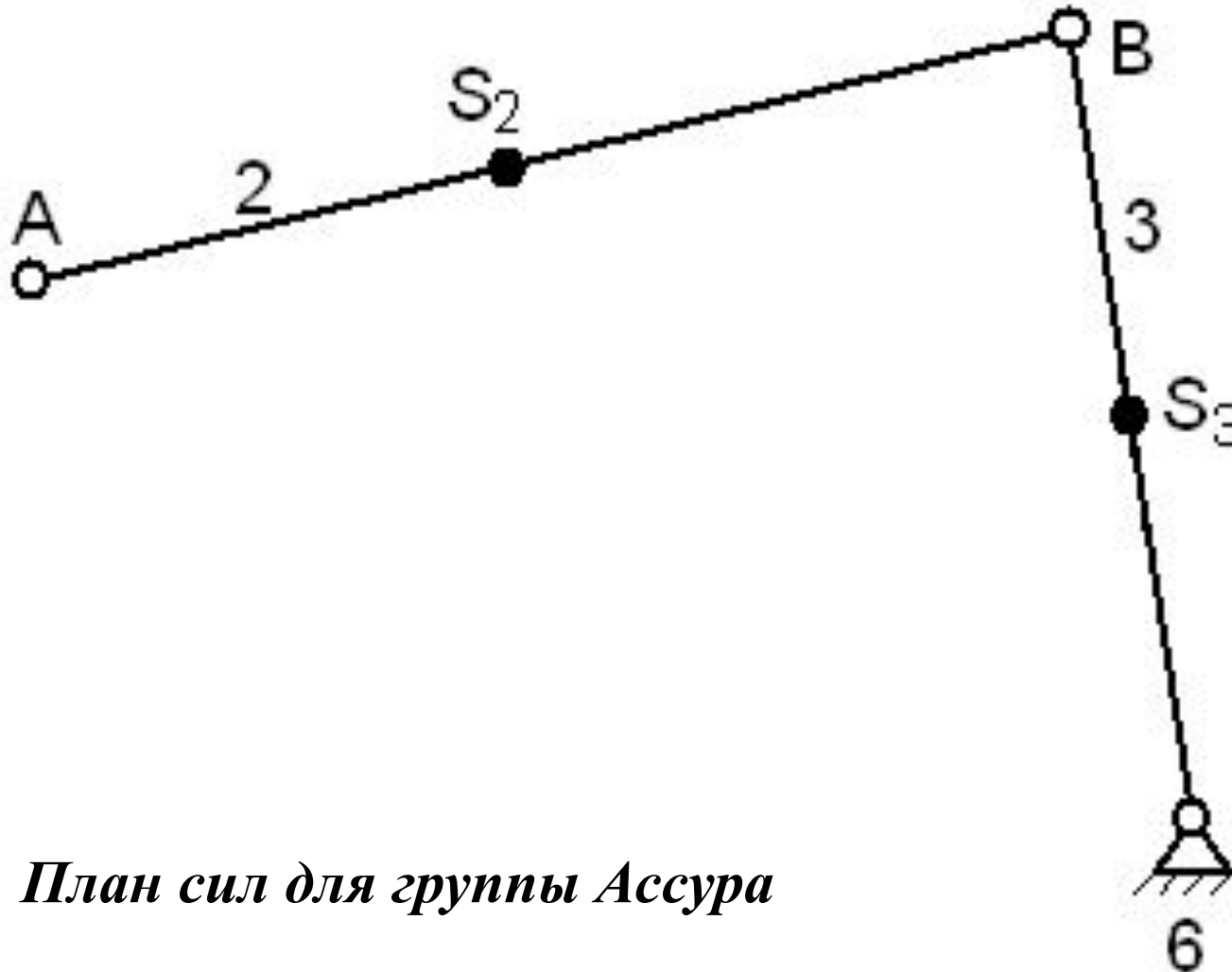
Измеряя на плане сил отрезки, соответствующие векторам

$\overset{\sphericalangle}{R}_{12}^n, \overset{\sphericalangle}{R}_{63}^n, \overset{\sphericalangle}{R}_{12}, \overset{\sphericalangle}{R}_{63}$  и умножая их на масштаб  $\mu_F$ , получим значение этих реакций.

Данные заносятся в таблицу 2.

*Группа Ассура ВВВ (масштаб 1:3)*

$$\mu_F = 0,5 \frac{H}{MM}$$



*План сил для группы Ассура*

