

Динамика

Законы Ньютона

лекция 1

Динамика – раздел механики, в котором изучается движение тел под действием приложенных к ним сил.

Основной задачей динамики является определение закона движения тела по известным взаимодействиям с другими телами.

Обратная задача – по известному закону движения тела определить силы, действующие на него.



*«Тут покоится
сэр Исаак Ньютон,
дворянин, который
почти божественным
разумом первый
доказал с факелом
математики
движение планет,
пути комет,
и приливы океанов...
Пусть смертные
радуются, что
существовало такое
украшение рода
человеческого».*

Могила Исаака Ньютона (1643-1727)
Вестминстерское аббатство



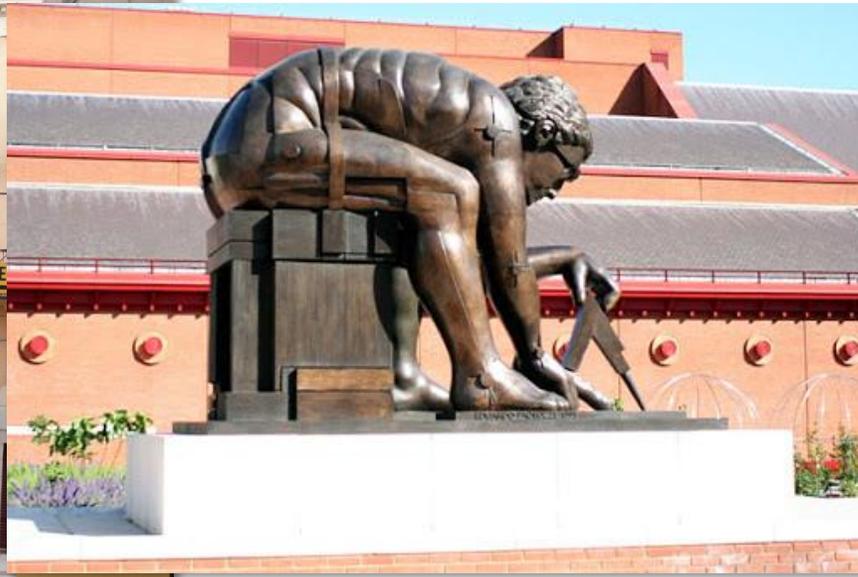
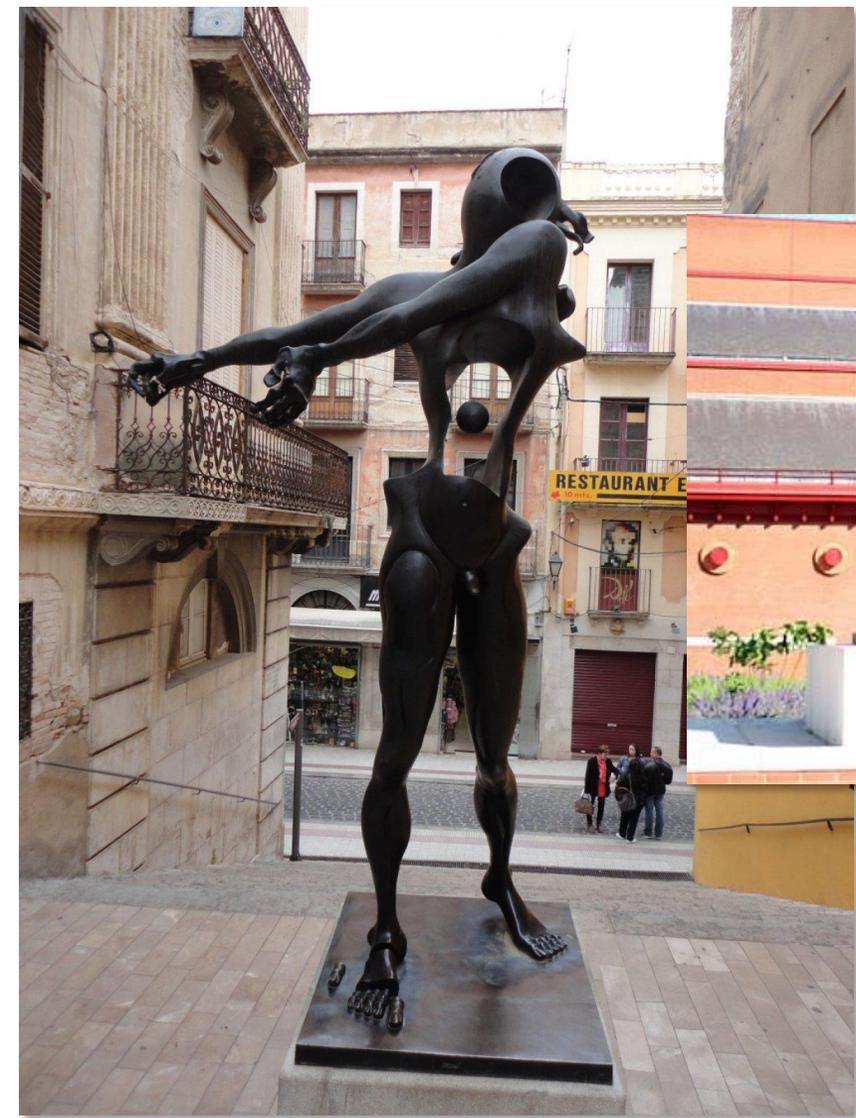
Памятник Ньютону
в церкви колледжа Троицы
в Кембридже.

Он был тем, кто исследовал различия световых лучей и проистекающие из них различные свойства цветов, о которых прежде никто и не подозревал.

Прилежный, хитроумный и верный истолкователь природы, древности и Святого Писания, он утверждал своей философией величие всемогущего творца, а нравом насаждал требуемую Евангелием простоту.

«Разумом он превосходил род человеческий».

Памятники Ньютону



Великобритания, 19-ое мая 2016:
Исаак Ньютон. Eduardo Paolozzi
в Британской библиотеке в
Лондоне.

Почтение Ньютону. Сальвадор Дали
Испания. Север Каталонии

*«Не знаю, как меня воспринимает мир,
но сам себе я кажусь только мальчиком,
играющим на морском берегу, который
развлекается тем, что время от времени
отыскивает камешек более пёстрый, чем
другие, или красивую ракушку, в то время
как великий океан истины расстилается
передо мной неисследованным».*

*«Я не вижу ничего желательного в славе,
даже если бы я был способен заслужить её.
Это, возможно, увеличило бы число моих
знакомых, но это как раз то, чего я больше
всего стараюсь избегать».*

Исаак НЬЮТОН

PHILOSOPHIÆ
N A T U R A L I S
P R I N C I P I A
M A T H E M A T I C A .

Autore ꝑ S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. P E P Y S, Reg. Soc. P R Æ S E S.
Julii 5. 1686.

L O N D I N I,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

28 апреля 1686 года выход первого тома.
«Математические начала натурфилософии»

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДИНАМИКИ

1. Масса m является количественной мерой инертности тел.

Инертность — свойство разных тел по-разному изменять свою скорость под действием одной и той же силы. Единицей массы в СИ является килограмм.

Масса является мерой **гравитационного** взаимодействия тел.

$$m_{\text{ин}} = m_{\text{гр}}$$

Международный
эталон килограмма,
сделан в виде цилиндра,
имеющего диаметр
и высоту 39,17 мм.

Материал – сплав,
содержащий
90 % платины
и 10 % иридия.

Эталон хранится
в штаб-квартире
Международного бюро
мер и весов в Севре.



2. Сила – количественная мера взаимодействия тел. Следовательно, если на тело действует сила, то это означает, что есть второе тело, с которым оно взаимодействует.

Единицей силы в Международной системе единиц (СИ) является Ньютон.

В СИ

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{кг} \cdot \mathbf{м}}{\mathbf{с}^2}$$

Основное утверждение механики:

любое изменение движения тела есть
результат действия на него других тел.

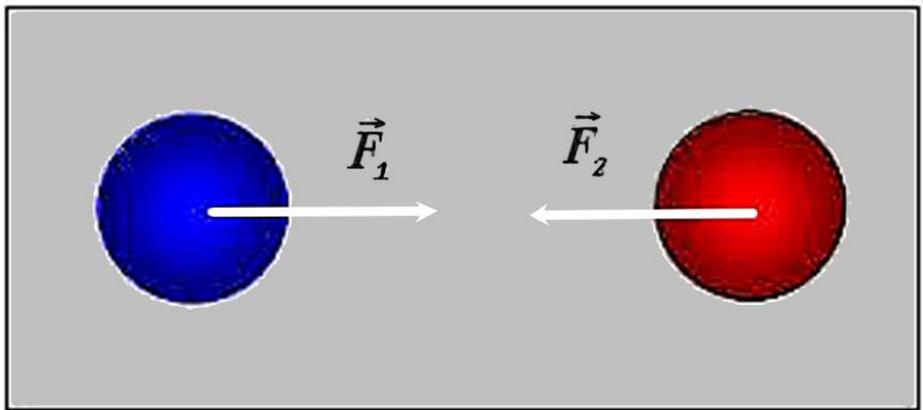
Воздействие одного тела на другое может
происходить при непосредственном
соприкосновении тел или посредством
силовых полей – поля тяготения,
электрическое и магнитное поля.

Силы в механике

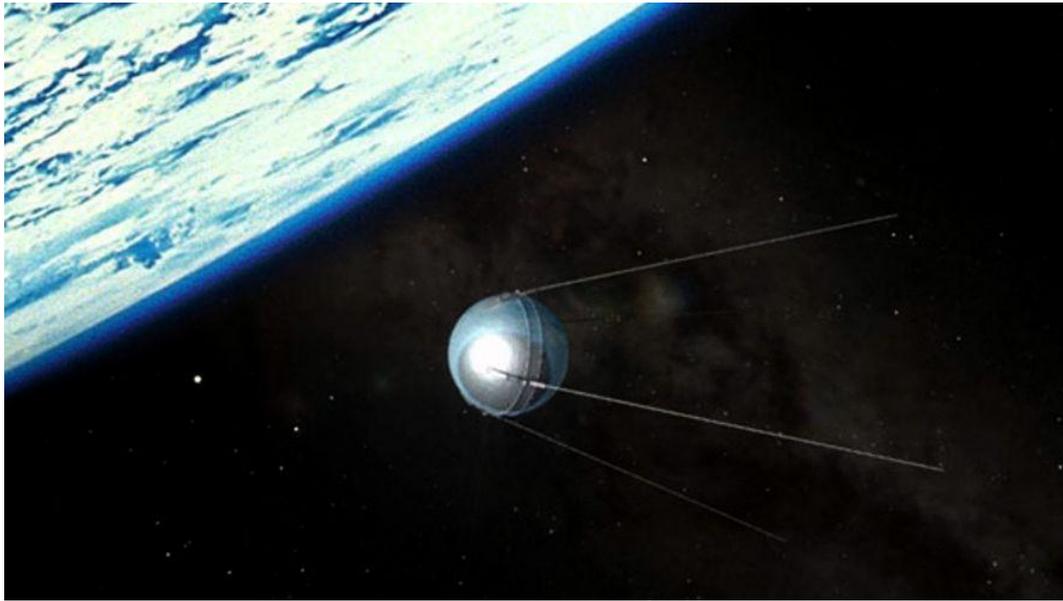
1) Сила тяготения.

Все тела притягиваются друг к другу.
Для материальных точек (или шаров)
закон всемирного тяготения:

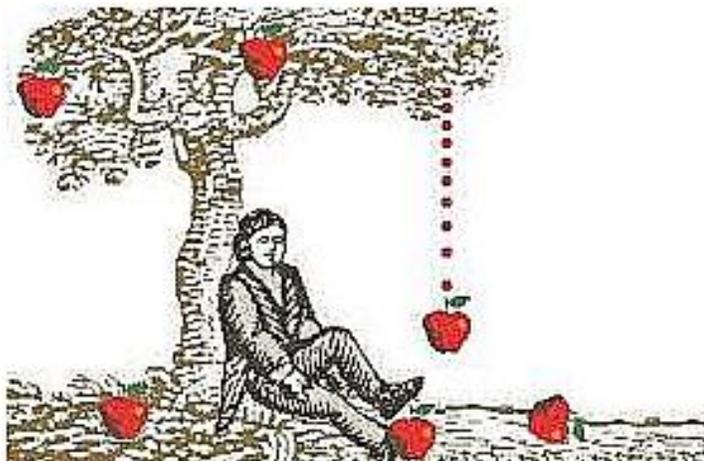
$$F = Gm_1m_2 / r_{12}^2$$



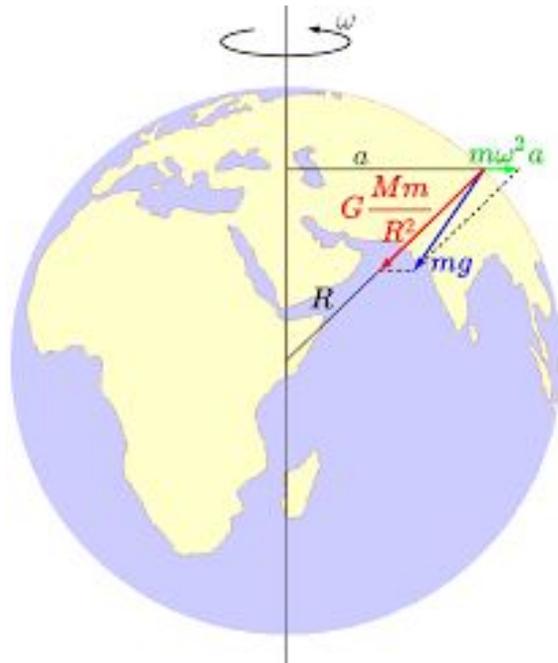
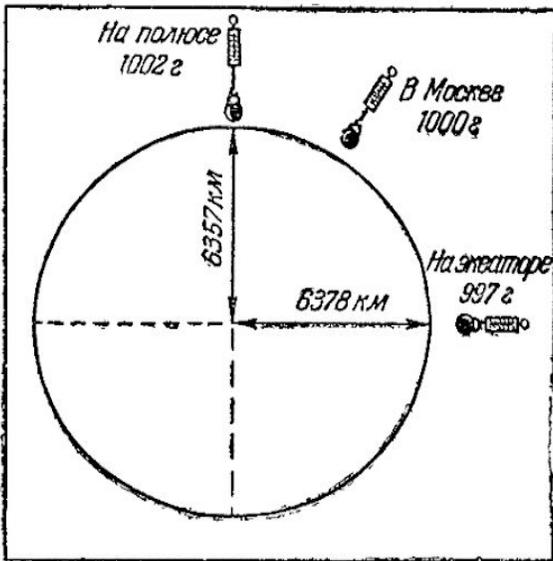
Если тело массы m находится над поверхностью Земли на высоте h , то на него действует *сила тяготения*, равная $F = GmM_3/(R_3 + h)^2$, где M_3 – масса Земли, R_3 – радиус Земли.



После обеда установилась тёплая погода, мы вышли в сад и пили чай в тени яблонь. Он (Ньютон) сказал мне, что мысль о гравитации пришла ему в голову, когда он точно так же сидел под деревом. Он находился в созерцательном настроении, когда неожиданно с ветки упало яблоко. *«Почему яблоки всегда падают перпендикулярно земле?»* – подумал он.

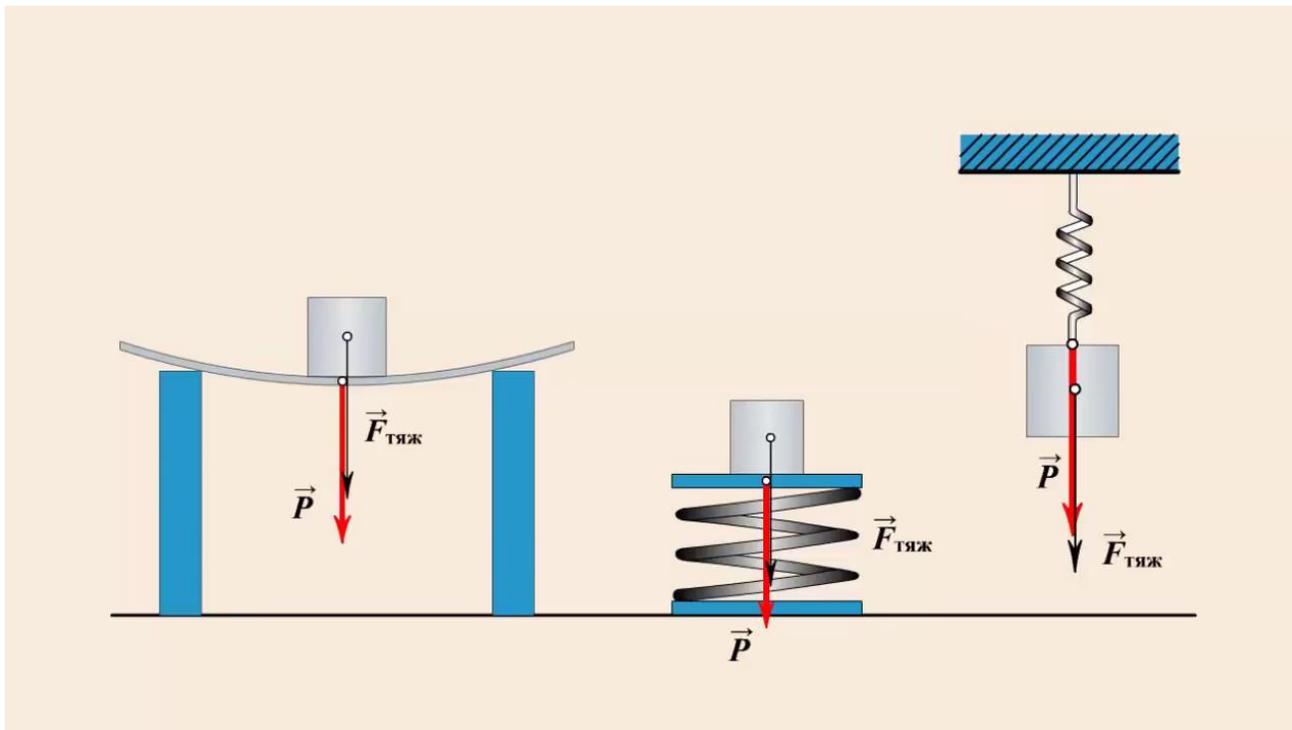


2) **Сила тяжести F_T** определяется силой притяжения тела к Земле и тем, что Земля вращается вокруг собственной оси. В связи с малым значением угловой скорости вращения Земли ($\omega = 7,27 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$) сила тяжести мало отличается от силы тяготения. При $h \ll R_3$ ускорение, создаваемое силой тяжести, является ускорением свободного падения: $g = GM_3/R_3^2 = 9,82 \text{ м/с}^2$ на полюсе и $g = 9,78 \text{ м/с}^2$ на экваторе.



3) Весом тела называется сила, с которой тело, вследствие его притяжения Землей, действует на опору или растягивает подвес.

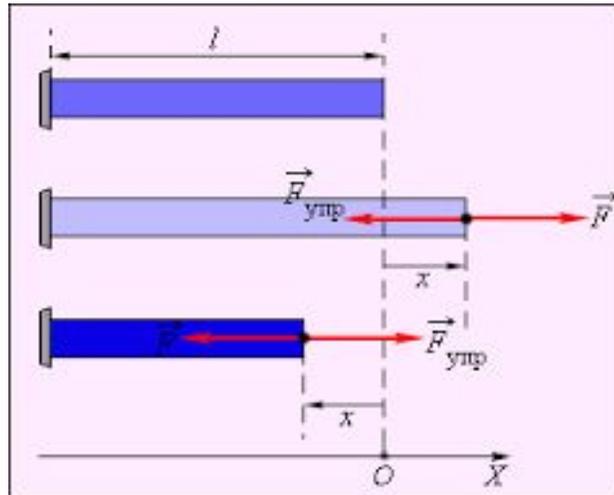
Эта сила приложена либо к опоре, либо к подвесу.



4) Сила, вызванная деформацией тел и препятствующая изменению объема тела, называется **силой упругости**. Деформация называется упругой, если после снятия внешнего воздействия тело возвращается в исходное состояние.

$$F_{\text{упр } x} = -kx, F_{\text{упр}} = +k|x|,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость), зависящий от свойств материала и геометрии деформируемого тела.



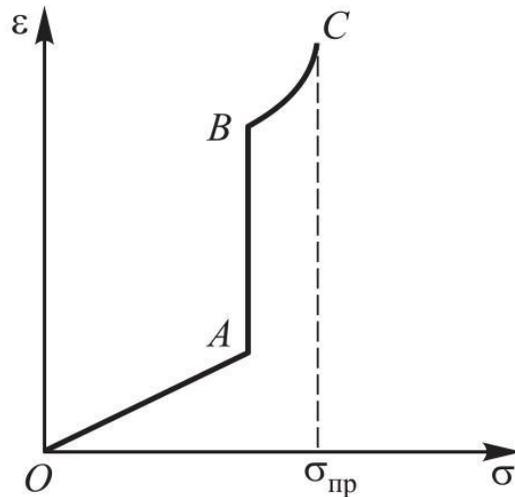
Для характеристики упругих свойств вещества вводится **модуль Юнга**.

Напряжение σ , $\sigma = F/S$.

Относительная деформация $\varepsilon = x/l_0$.

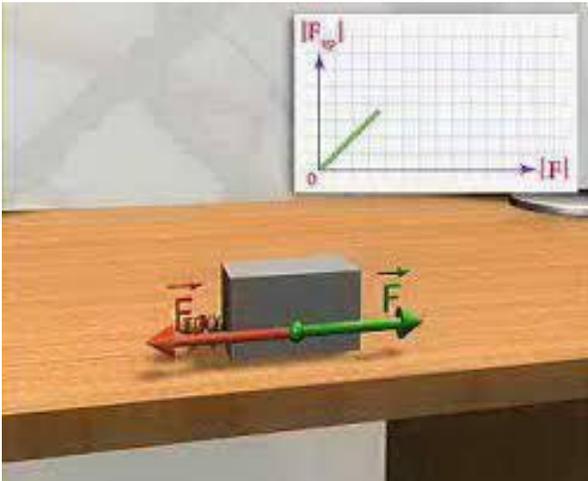
Закон Гука: $\varepsilon = (1/E)\sigma$.

Физический смысл модуля Юнга: величина E численно равна напряжению, возникающему в твердом теле при относительной деформации, равной единице.

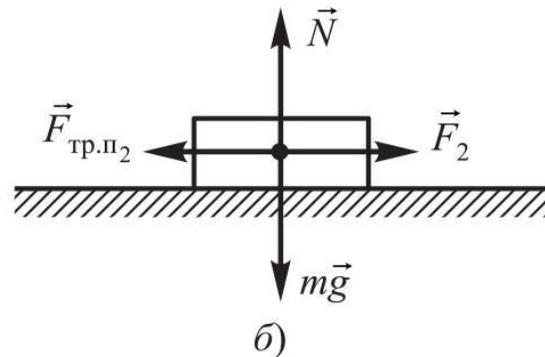
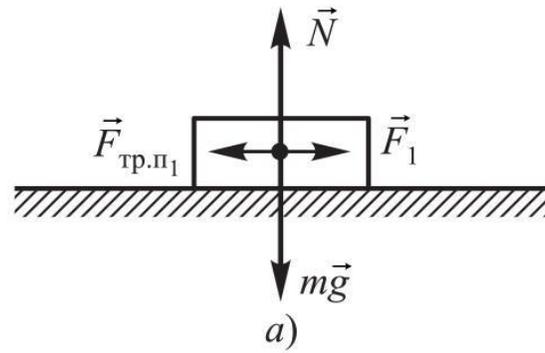


5) Сила трения. Трение, возникающее при относительном перемещении сухих поверхностей твердого тела, называется сухим трением.

Три вида **сухого** трения: трение покоя, скольжения и качения.



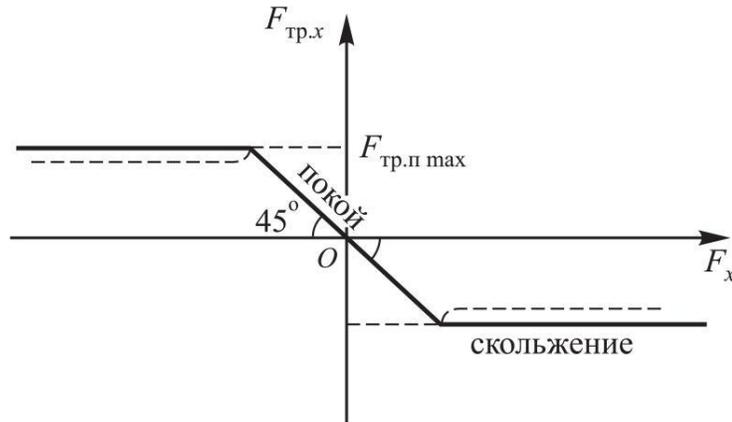
$$\vec{F}_{\text{тр.покоя}} = -\vec{F}$$



Сила трения скольжения определяется из соотношения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения, зависящий от шероховатости и от физических свойств соприкасающихся поверхностей, N – сила **нормальной** реакции опоры, эта сила определяет насколько тело прижато к поверхности, по которой оно движется.

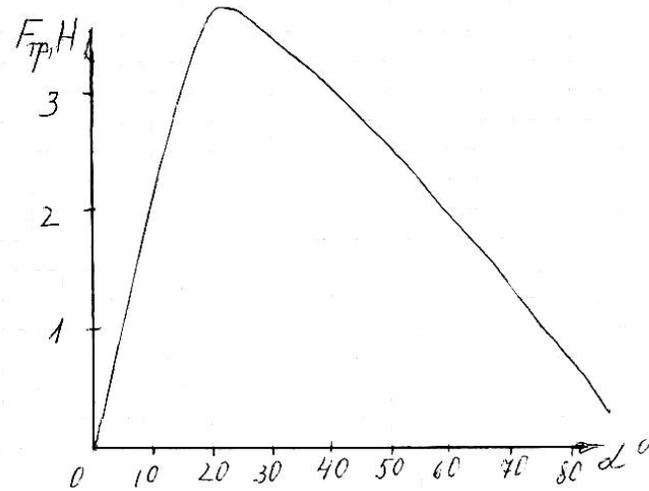
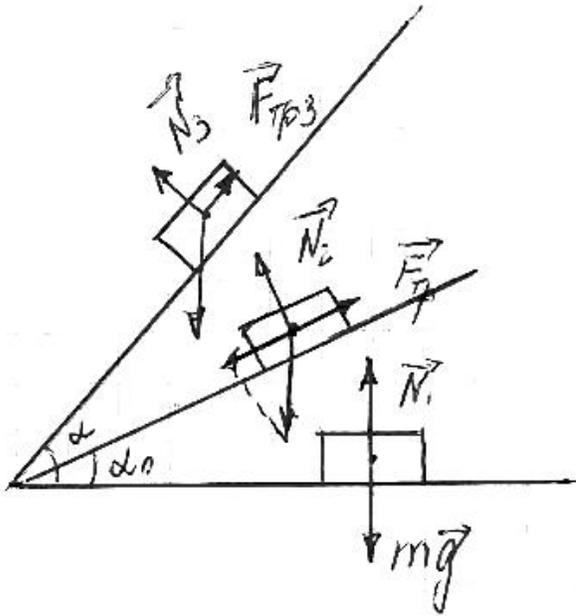
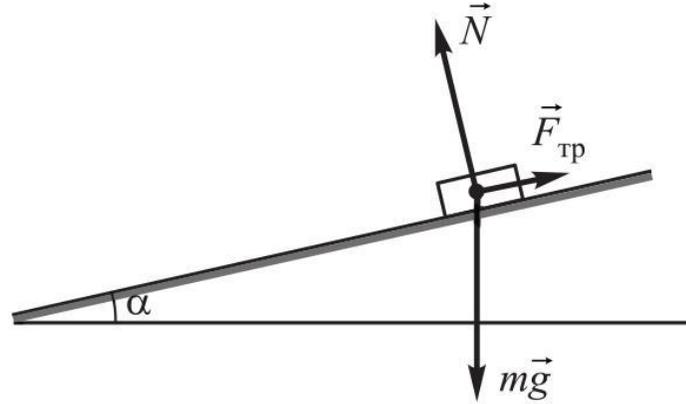


Сила трения покоя изменяется по величине от 0 до максимального значения $F_{\text{тр.покоя max}}$.

Зависимость силы трения от угла наклона доски

$$F_{\text{тр.п.}} = mg \cdot \sin \alpha$$

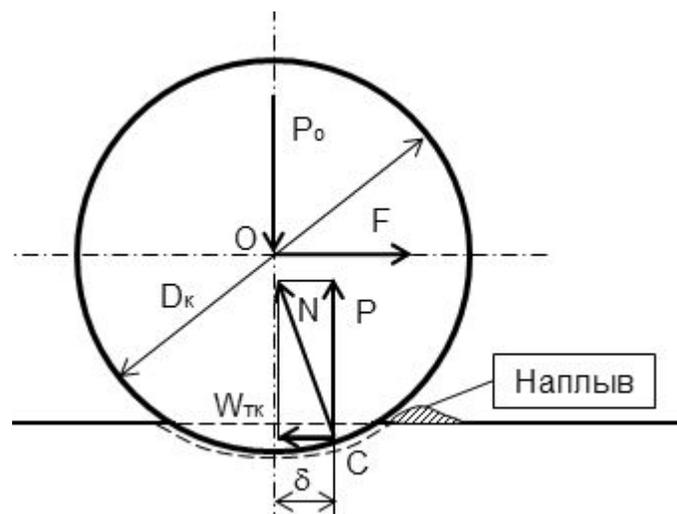
$$F_{\text{тр.ск.}} = \mu mg \cdot \cos \alpha$$



Сила трения качения мала по сравнению с силой трения скольжения. При больших скоростях сопротивление перекачиванию резко увеличивается и тогда следует считать силу трения равной силе трения скольжения.

Сила трения качения определяется деформацией колеса и опорной поверхности, а также адгезией (межмолекулярным взаимодействием).

Силы трения и упругости вызваны силами взаимодействия молекул.



Законы Ньютона

Первый закон Ньютона – закон инерции.

Стремление сохранять первоначальное состояние – явление инерции.



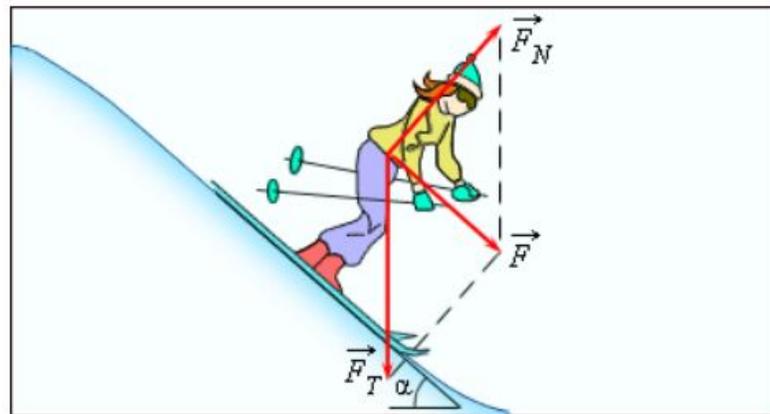
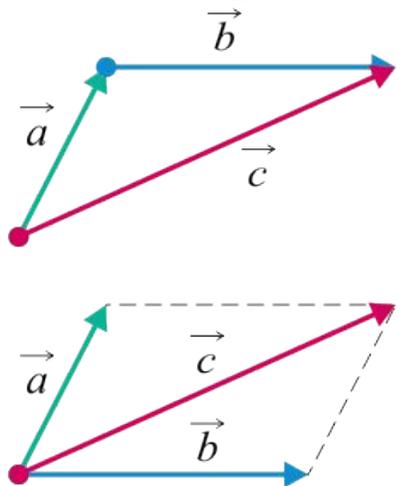
Второй закон Ньютона

Ускорение, с которым движется тело, прямо пропорционально силе, действующей на тело, и обратно пропорционально его массе и совпадает по направлению с действующей силой:

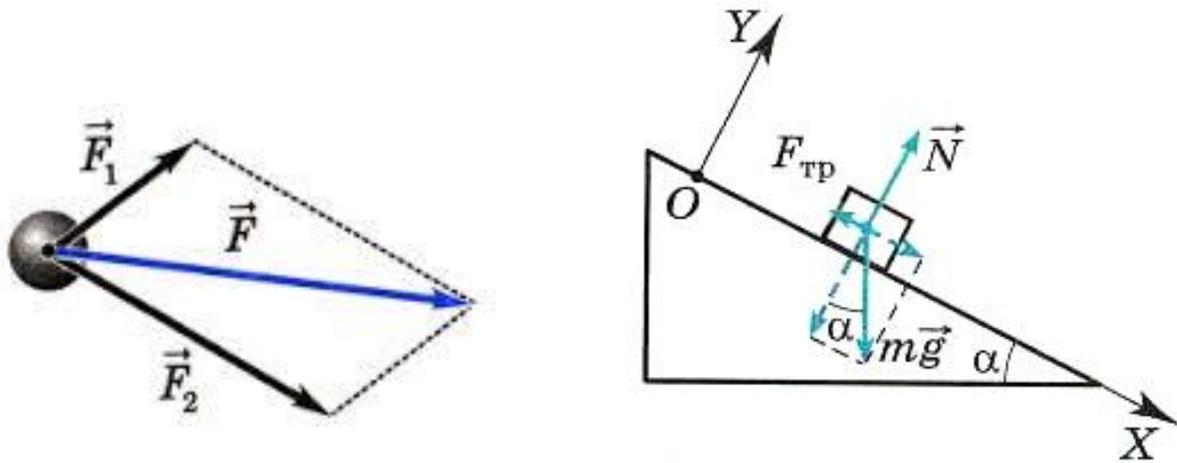
$$\vec{a} = \vec{F} / m.$$

$$\vec{F}_{\text{рез}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

$$m\vec{a}_{\text{цт}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

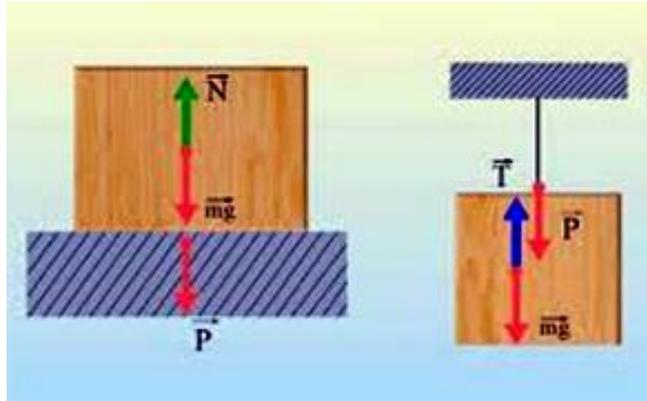


Принцип суперпозиции сил



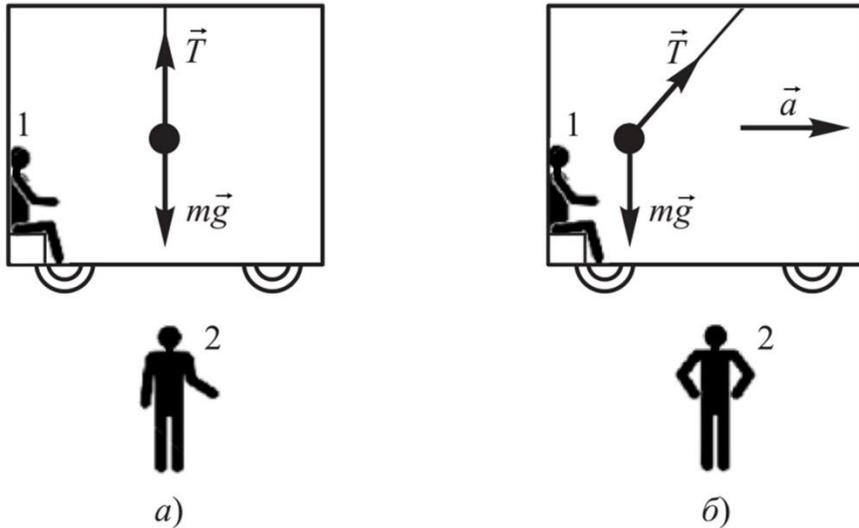
Третий закон Ньютона

Всякому действию всегда есть равное и противоположно направленное противодействие.



При взаимодействии двух тел A и B силы взаимодействия 1) равны по модулю, 2) противоположны по направлению, 3) направлены вдоль одной прямой, 4) приложены к разным телам 5) имеют одинаковую физическую природу и 6) время их действия одинаково.

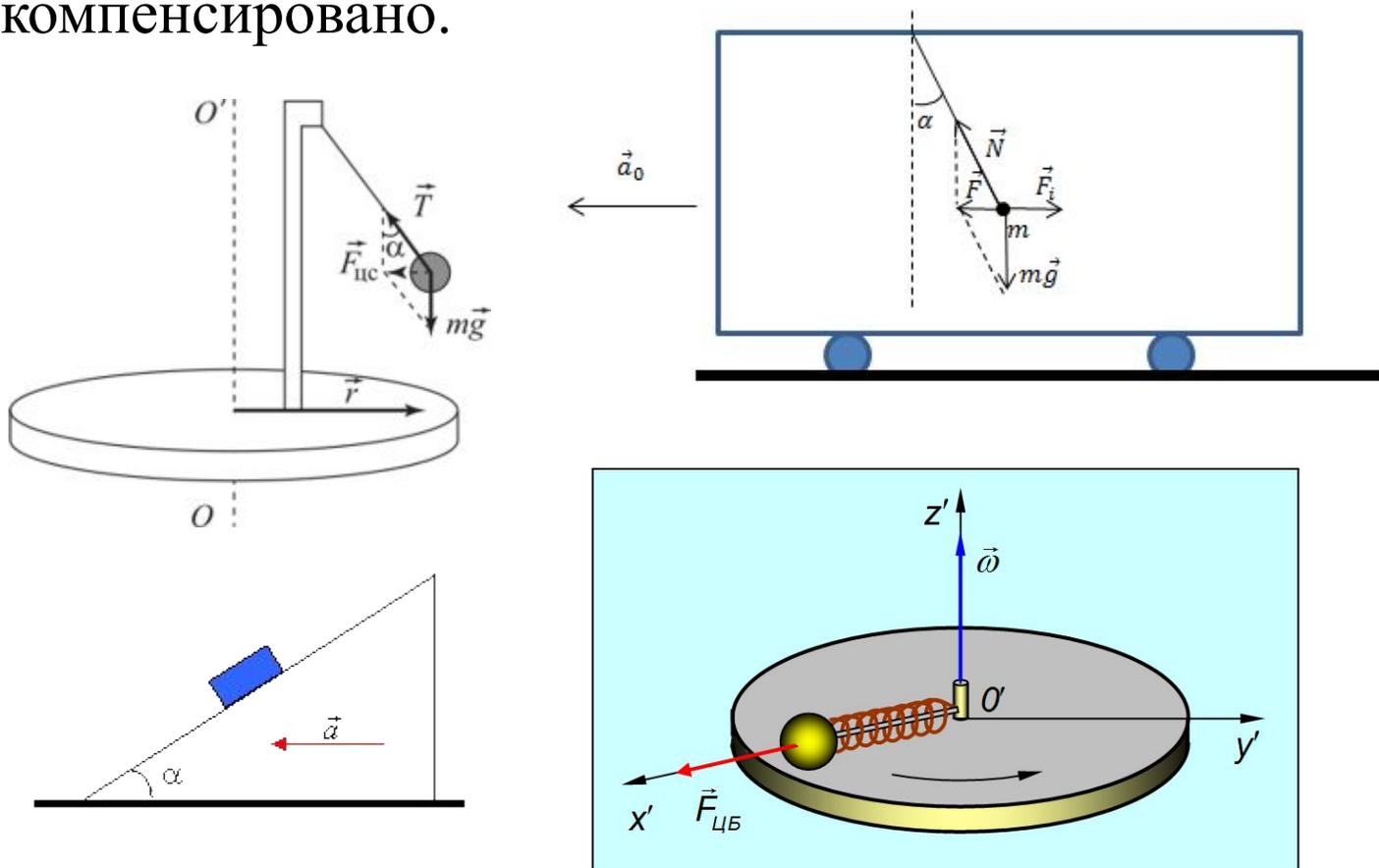
Первый закон Ньютона необходим для того, чтобы определить те системы отсчета, в которых справедливо основное утверждение механики.



Сила инерции. Эта сила не является результатом взаимодействия тел, а является результатом того, что мы рассматриваем движение тела относительно системы отсчета, движущейся с ускорением.

Первый закон Ньютона

Существуют такие системы отсчета, называемые *инерциальными*, в которых тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют силы или действие сил скомпенсировано.



Динамика

Законы Ньютона

лекция 2

Примеры решения задач

Задачи о движении тела делятся на два типа:

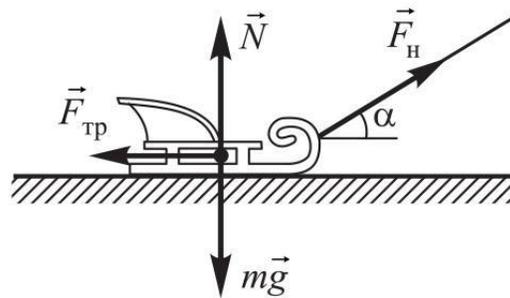
- 1) известны взаимодействия данного тела с другими телами, требуется определить ускорение тела, а также другие кинематические характеристики движения;
- 2) обратная задача – известно ускорение и часть сил, действующих на тело, требуется определить неизвестные силы.

План решения задач:

- 1) определить тела, с которыми данное тело взаимодействует;
- 2) сделать рисунок, на котором необходимо изобразить все силы, действующие на тело. При этом все силы должны быть приложены к центру масс тела, т.к. мы рассматриваем здесь только его поступательное движение;
- 3) выбрать систему отсчета, а затем систему координат;
- 4) записать уравнение согласно закону Ньютона сначала в векторной форме, а затем в проекциях на оси координат;
- 5) составить систему уравнений, при этом число уравнений должно быть равно числу неизвестных;
- 6) определить неизвестные физические величины;
- 7) проверить их наименование;
- 8) сделать расчет, при этом нужно всегда иметь в виду, что числовой ответ должен быть физически грамотным.

Задача 1. Санки массой 10 кг тянут за веревку силой 50 Н, направленной под углом 30° к горизонту. Определите ускорение санок. Коэффициент трения скольжения 0,03.

Решение.



$$\vec{m}\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{T}$$

$$\text{на ось } OX : ma_x = T \cos \alpha - F_{\text{тр}} \quad F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$\text{на ось } OY : 0 = N + T \sin \alpha - mg$$

$$N = mg - T \sin \alpha, \quad F_{\text{тр}} = \mu (mg - T \sin \alpha)$$

$$ma_x = T \cos \alpha - \mu (mg - T \sin \alpha)$$

$$a_x = \frac{T \cos \alpha - \mu (mg - T \sin \alpha)}{m} = 1/10 \text{ м/с}^2.$$

Задача 2. Лыжник начинает спускаться по склону, который образует угол 30° с горизонтом. Определите ускорение лыжника. Коэффициент трения скольжения $0,1$.

Решение.

На лыжника действуют силы:

$$\vec{F}_T = m\vec{g}, \vec{N}, \vec{F}_{тр}$$

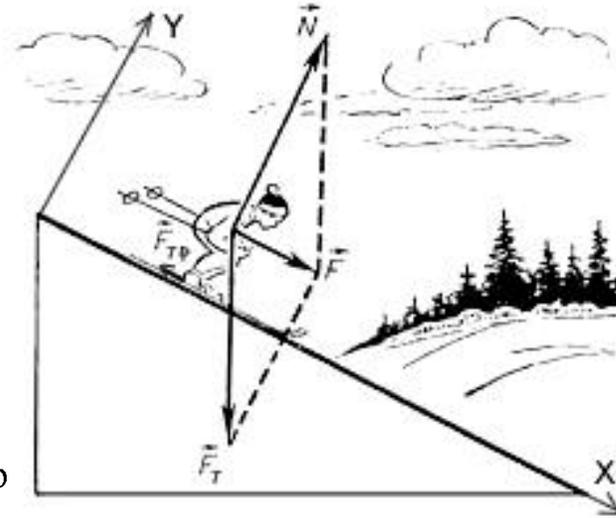
$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} \quad F_{тр} = \mu N$$

на ось Ox : $ma_x = mg \sin \alpha - F_{тр}$

на ось Oy : $0 = N - mg \cos \alpha$

$$ma_x = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a_x = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) =$$



Задача 3. Определите отношение времен подъема и спуска шайбы, запущенной вверх по ледяной горке с углом наклона 20° .

Начальная скорость шайбы 8 м/с .

Коэффициент трения равен $0,1$.

Решение.

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр.}}$$

При подъеме

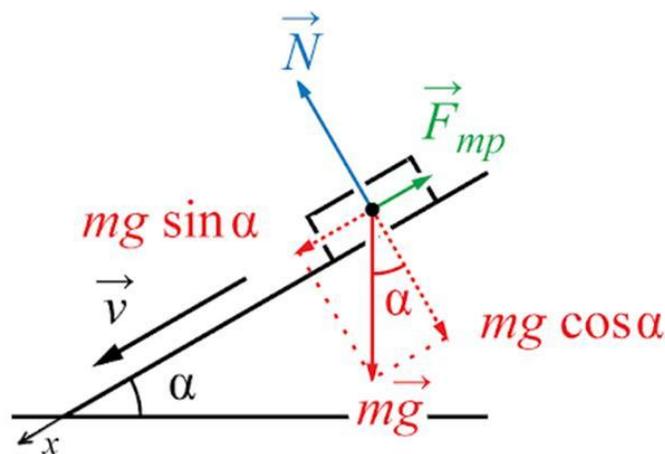
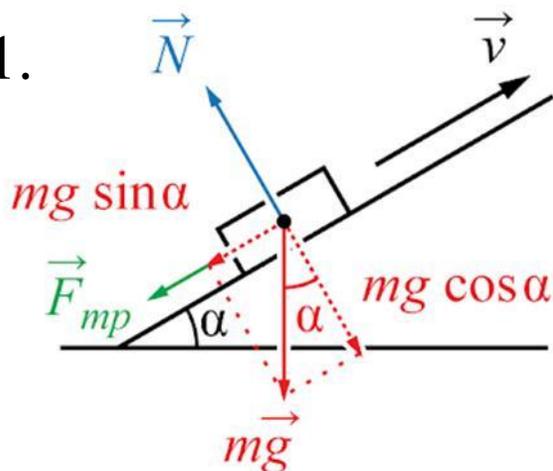
$$ma_{x1} = + mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_{x1} = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

При спуске

$$ma_{x2} = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$$

$$a_{x2} = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$



Уравнение движения шайбы
(движение вверх):

движение вверх

$$x = v_0 t + \frac{a_{x1} t^2}{2}$$

$$v_x = 0,0 = v_0 + a_{x1} t_{\text{под1}}$$

$$t_{\text{под1}} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$S = \frac{v_0^2}{2a_1} = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

при спуске

$$S = \frac{a_{\text{эф}} t^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{2}$$

$$t_{2cn} = \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2(\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha)}}$$

$$\frac{t_{1nod}}{t_{2cn}} = \frac{\sqrt{(\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha)}}{(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \sqrt{\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}} = 0,75$$

Задачи о движении системы тел

План решения задач динамики при рассмотрении системы тел такой же, как и для одного тела.

Необходимо рассматривать силы, действующие на каждое тело **в отдельности**, и также **для каждого тела** записывать уравнения динамики.

Примеры решения задач

Задача 4. Два бруска нижний массой 0,4 кг, а верхний массой 0,2 кг поместили на наклонную плоскость с углом наклона 45° , как показано на рисунке. Коэффициент трения нижнего бруска 1, верхнего – 0,1. Определите силу давления верхнего бруска на нижний.

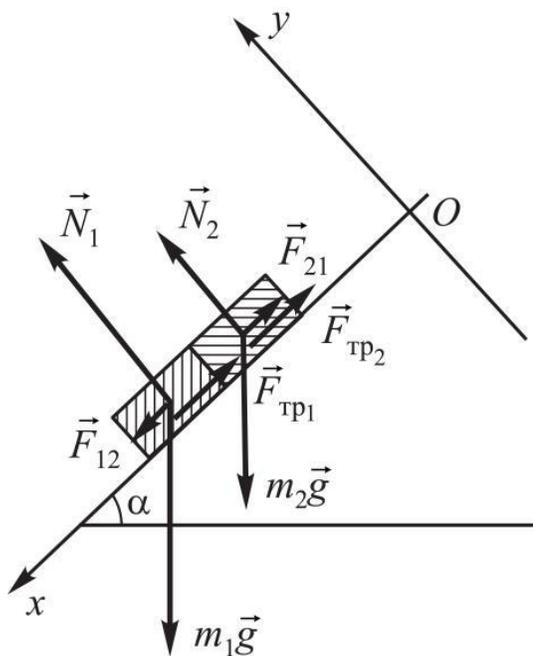
Решение.

$$m_1 a_1 = m_1 g + N_1 + F_{\text{тр}1} + F_{21}$$

$$m_2 a_2 = m_2 g + N_2 + F_{\text{тр}2} + F_{12}$$

$$a_1 = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha)$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha)$$



$$\text{на ось } OX : m_1 a = m_1 g \sin \alpha - F_{12} + F_{21}$$

$$m_2 a = m_2 g \sin \alpha - F_{21} - F_{12}$$

$$\text{на ось } OY : 0 = -m_1 g \cos \alpha + N_1$$

$$0 = -m_2 g \cos \alpha + N_2$$

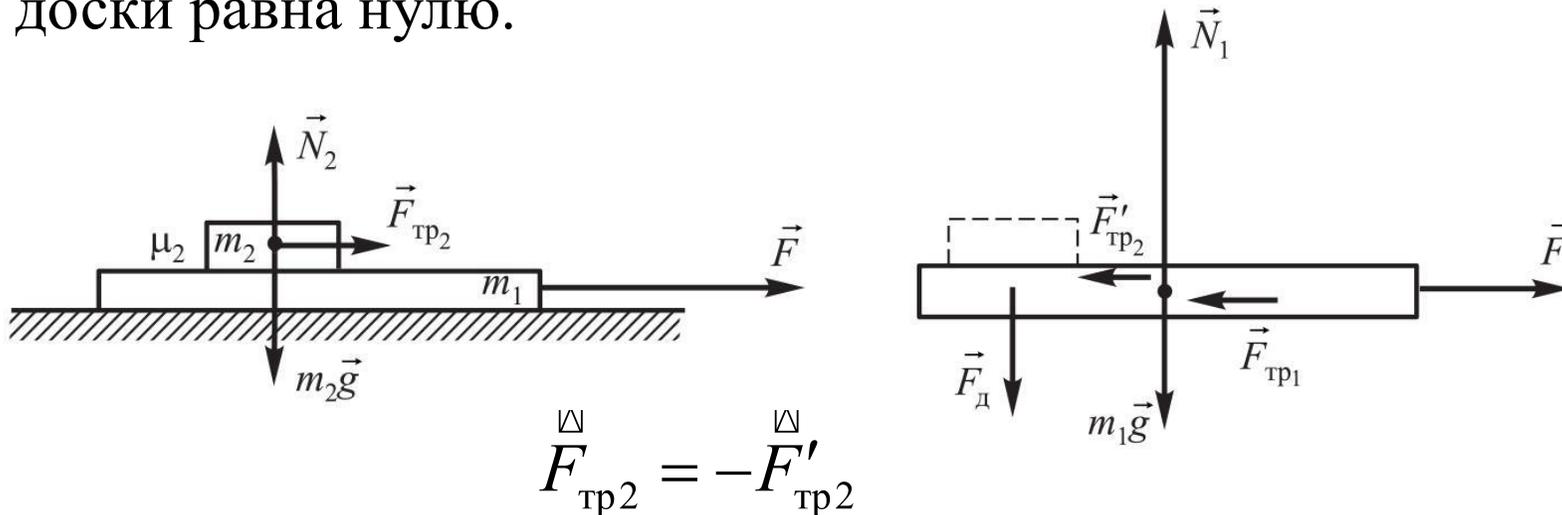
$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g \sin \alpha - \mu_1 m_1 \cos \alpha + F_{12} \\ m_2 a = m_2 g \sin \alpha - \mu_2 m_2 \cos \alpha + F_{12} \end{cases}$$

$$F_{12} = \frac{(\mu_1 - \mu_2) m_1 m_2 g \cos \alpha}{m_1 + m_2} = 0,83$$

Задача 5. На доске массой $m_1 = 1$ кг лежит брусок массой $m_2 = 200$ г. Определите, с какой максимальной горизонтальной силой можно тянуть доску, чтобы брусок не соскользнул с нее. Коэффициенты трения скольжения между доской и полом $\mu_1 = 0,2$; между доской и бруском $\mu_2 = 0,3$.

Решение.

$v_1 = v_2 = at$, скорость бруска относительно доски равна нулю.



$$m_1 a_1 = F_1 + m_1 g + F_2 + N + F + F'$$

$$m_2 a_2 = m_2 g + N_2 + F$$

$$m_1 a_1 = F_2 - F_T + F'$$

$$m_2 a_2 = F$$

$$0 = N_2 - m_2 g$$

$$0 = N_1 - F_D - m_1 g$$

$$F_D = -N_2$$

$$F_{T2} = \mu_2 m_2 g$$

$$F_{T1} = \mu_1 (m_1 + m_2) g$$

$$m_2 a_2 = \mu_2 m_2 g$$

$$m_1 a_1 = F - \mu_1 (m_1 + m_2) g - \mu_2 g m_2$$

$$a_1 = a_2 = a$$

$$m_1 a = F - \mu_1 (m_1 + m_2) g - \mu_2 g m_2$$

$$m_2 a = \mu_2 m_2 g$$

$$F = (m_1 + m_2)(\mu_1 + \mu_2) g$$

$$(F_{\text{тр. п.}} \leq F_{\text{тр. ск.}})$$

Задача 6. Система тел m_1 и m_2 движется вместе со столом с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$, направленным вертикально вверх. Массы тел равны $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, коэффициент трения $\mu = 0,2$. Чему равно натяжение нити T ? С каким ускорением должен двигаться стол, чтобы система этих тел была относительно него неподвижна?

Решение.

$$m_1 a_1 = T_1 + N + m_1 g + F$$

$$m_2 a_2 = T_2 + m_2 g$$

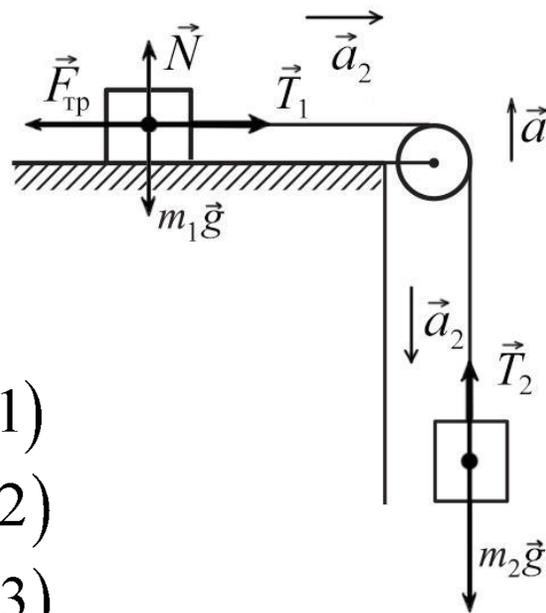
$$T_1 = T_2 = T$$

$$m_1 a_1 = \mu N \quad (1)$$

$$m_1 a = N - m_1 g \quad (2)$$

$$m_2 a = m_2 g - T \quad (3)$$

$$\mu N = m_1 (g + a)$$



$$m_1 a_1 = m_2 g - \mu m_1 (g + a)$$

$$m_2 (a_1 - a) = m_2 g - T$$

$$(m_1 + m_2) a_1 = m_2 a - \mu m_1 (g + a) + m_2 g$$

$$a_1 = \frac{(a + g)(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2}$$

В неинерциальной системе отсчета,
связанной со столом

$$m_1 a_{\text{ин1}} = T + N + m_1 g + F_{\text{тр}} + F_{\text{ин1}}$$

$$m_2 a_{\text{ин2}} = T + m_2 g + F_{\text{ин2}}$$

$$F_{\text{ин1}} = -m_1 a \quad F_{\text{ин2}} = -m_2 a$$

$$a_{\text{OTH}} = a_1$$

$$a_2 = -a_{\text{OTH}} + a$$

$$N = m_1(a + g); F_{\text{TP}} = \mu m_1(a + g)$$

$$m_1 a_{\text{OTH}} = T - \mu(a + g)m_1 \quad (4)$$

$$m_2(-a_{\text{OTH}} + a) = T - m_2 g$$

$$-m_2 a_{\text{OTH}} = T - m_2(g + a) \quad (5)$$

$$a_{\text{OTH}} = \frac{(m_2 - \mu m_1)(g + a)}{m_1 + m_2} \stackrel{HT}{=} \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)(g + a)}{m_1 + m_2} = 9,6$$

Динамика вращательного движения

Основные понятия

Момент силы относительно неподвижной оси вращения:

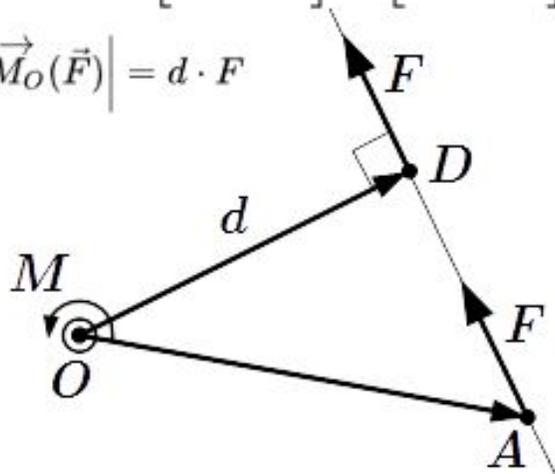
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M = F r \sin \alpha = F d = F_{\kappa} r$$

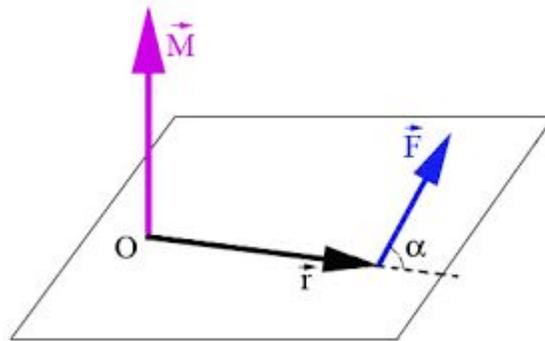
Сила и радиус вектор принадлежат одной плоскости

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = [\vec{OA} \times \vec{F}] = [\vec{OD} \times \vec{F}]$$

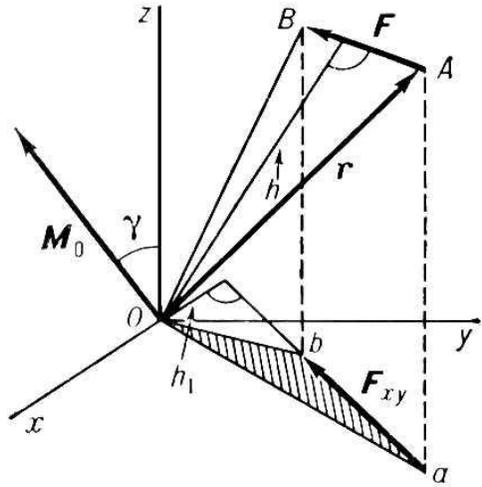
$$|\vec{M}_O(\vec{F})| = d \cdot F$$



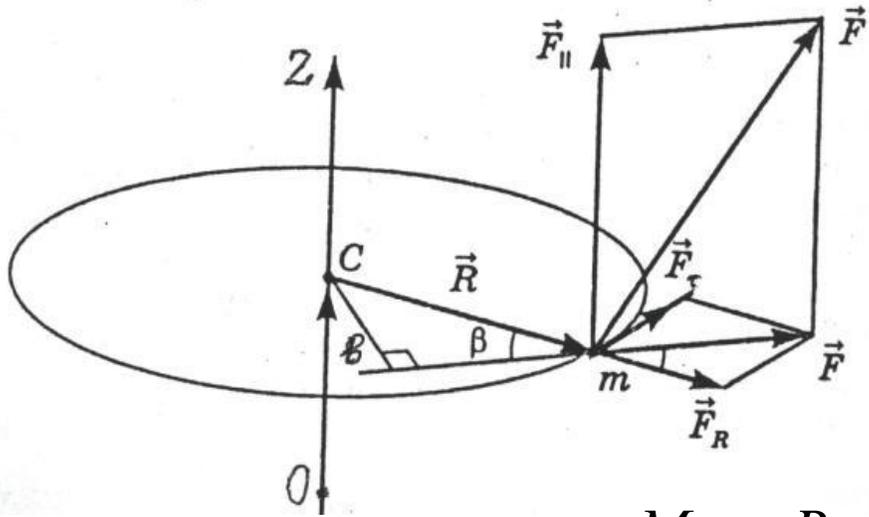
Момент силы перпендикулярен плоскости \vec{r} и \vec{F}



Момент силы относительно точки O



Знак момента силы относительно неподвижной оси вращения:



$$M_Z = R \cdot F_\tau > 0$$

Движение тела относительно неподвижной оси вращения

Сила направлена под углом к радиусу R

1. Проекция силы на плоскость $XY - F_{\text{внеш}}$
на ось $OZ - F_{\parallel}$ вызывает движение вдоль оси OZ .

2. Проекции силы F на оси OX и ось $OY - F_0$ и F_{\square}
, первая сила не вызывает вращения, т.к. прямая,

которой принадлежит

эта сила проходит через

ось вращения, а вторая

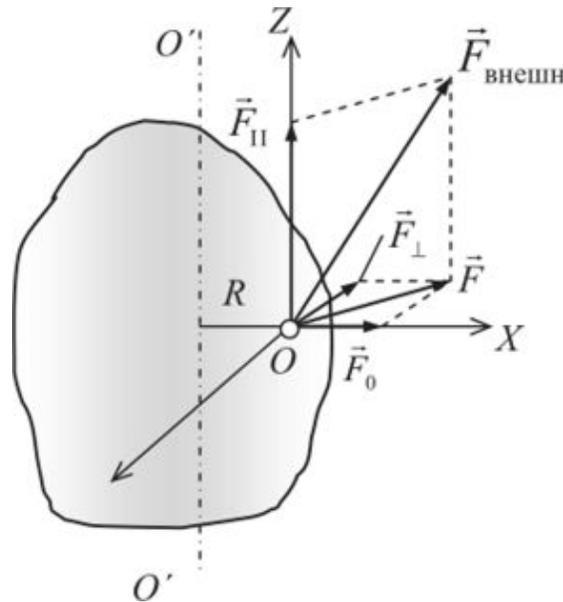
определяет ускорение

вращательного движения.

Момент этой силы равен

$M = R \cdot F_{\square}$ и направлен

вверх вдоль оси OZ .



Вывод основного закона динамики вращательного движения

Выделим в теле малый объем массой m_i , будем считать, что тело состоит из малых частей. Для выделенной массы запишем

$$m_i \vec{a}_i = \vec{F}_{i \text{ внеш}} + \vec{F}_{i \text{ внутр}}$$

$$m_i \vec{r}_i \times \vec{a}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_{i \text{ внеш}} + \vec{r}_i \times \vec{F}_{i \text{ внутр}}$$

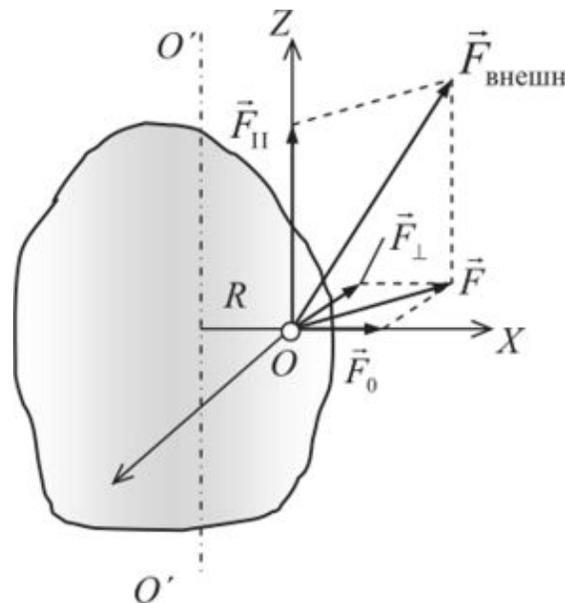
$$\vec{r}_i \times \vec{a}_i = \vec{r}_i \times (\boldsymbol{\varepsilon} \times \vec{r}_i) = r_i^2 \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$(m_i r_i^2) \boldsymbol{\varepsilon} = M_{i \text{ внеш}} + M_{i \text{ внутр}}$$

$$\left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \boldsymbol{\varepsilon} = \sum_i M_{i \text{ внеш}}$$

$$\sum_i M_{i \text{ внутр}} = 0$$

$$\left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \boldsymbol{\varepsilon} = \dot{M}$$



Момент инерции

Момент инерции системы материальных точек определяется суммой произведений масс всех точек на квадраты их расстояний до оси вращения.

При определении момента инерции твердого тела суммирование заменяется интегрированием.

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

$$dm = \rho dV$$

$$I = \int_V \rho r^2 dV$$

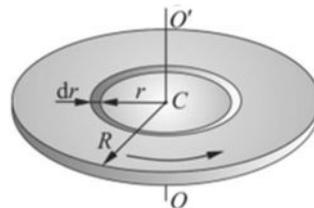
Момент инерции тела характеризует его инертность по отношению к вращательному движению.

Расчет момента инерции твердых тел

1. Однородный диск

$$dm = \rho 2\pi h r dr$$

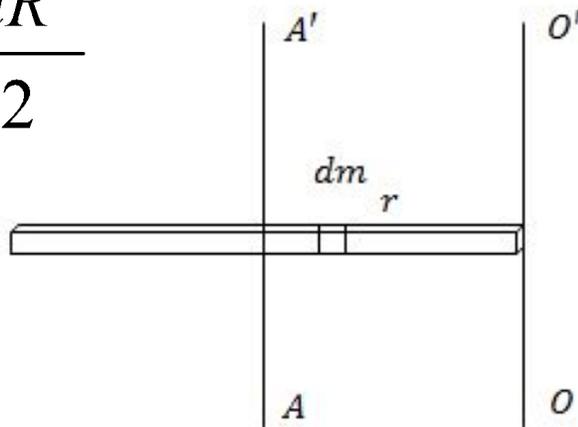
$$I = \rho 2\pi h \int_0^R r^3 dr = \rho 2\pi h \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{mR^2}{2}$$



2. Однородный стержень

$$dm = \rho s dx$$

$$I = \rho s \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \rho s \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-l/2}^{l/2} = \rho s \frac{l^3}{12} = \frac{ml^2}{12}$$



Теорема Штейнера

Момент инерции тела относительно произвольной неподвижной оси равен сумме момента инерции этого тела относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс тела и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями.

$$I_{AA'} = I_{OO'} + md^2$$

$I_{AA'}$ – искомый момент инерции относительно параллельной оси,

$I_{OO'}$ известный момент инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела,

масса тела,

расстояние между указанными осями

$$I_{AA'} = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{3}$$

Основной закон динамики вращательного движения

$$\sum \varepsilon = \frac{M}{I}$$

Задача 7. Через блок перекинута нерастяжимая нить, к которой привязаны два груза 4 и 2 кг. Определите ускорение, с которым движутся тела, а также их скорости в тот момент, когда разность высот, на которых находятся тела, станет равна 80 см. 1. Массами нити и блока пренебречь.

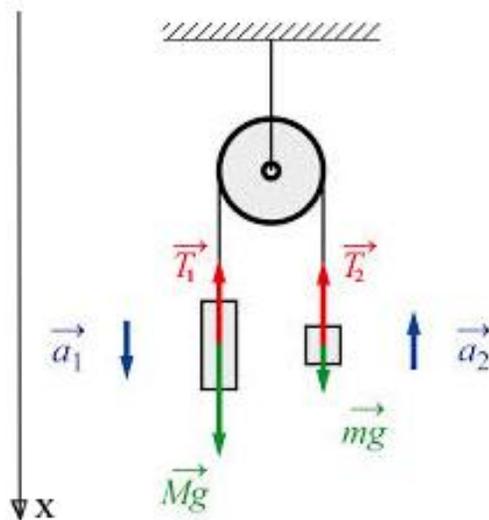
Решение.

$$M a_1 = mg + T_1$$

$$ma = Mg + T_2$$

$$Ma_{1x} = mg - T_1$$

$$ma_{2x} = Mg - T_2$$



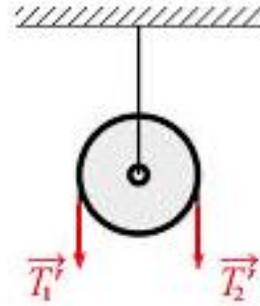
Нить нерастяжима $\rightarrow |a_{1x}| = |a_{2x}| = a; a_{1x} = -a; a_{2x} = a.$

Нить невесома $\rightarrow T_1 = T_1', T_2' = T_2$

Блок невесом $\rightarrow T_1' = T_2'$

$$T_1 = T_1' = T_2' = T_2 = T$$

$$\begin{cases} ma = T - mg, \\ Ma = Mg - T. \end{cases}$$



$$(M + m) a = m(M - m)g \quad a = \frac{M - m}{M + m} g$$

$$\frac{h}{2} = \frac{at^2}{2}, t = \sqrt{\frac{h}{a}} \quad v = at = \sqrt{ah} \quad v = \sqrt{\frac{M - m}{M + m} gh}$$

Задача 8. Через блок перекинута нерастяжимая нить,

к которой привязаны два груза $M = 4$ кг и 2 кг.

Определите ускорение, с которым движутся тела,

а также их скорости в тот момент, когда разность высот,

на которых находятся тела, станет равна $R = 80$ см.

Массами нити пренебречь. Масса блока а) равна 0;

б) равна 1 кг.

Решение.

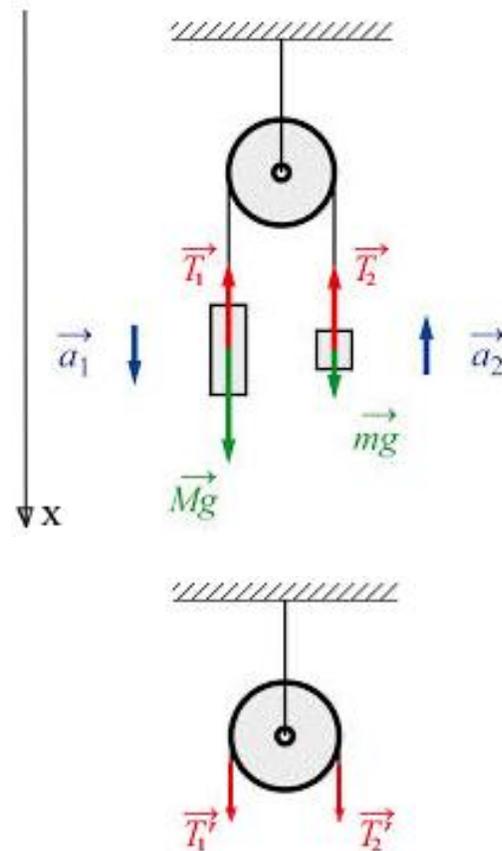
$$M \vec{a}_1 = M \vec{g} + \vec{T}_1$$

$$m \vec{a}_2 = m \vec{g} + \vec{T}_2$$

$$I \varepsilon = M_1 + M_2$$

$$\begin{cases} Ma = Mg - T_1 \\ ma = T_2 - mg \end{cases}$$

$$I \varepsilon = T_1 r - T_2 r \rightarrow \left(\frac{m_{\text{бл}} r^2}{2} \right) \frac{a}{r} = (T_1 - T_2) r$$



$$(m + M + m_{\text{обл}})a = (M - m)g$$

$$a = \frac{(M - m)g}{m + M + m_{\text{обл}}}$$

$$a_1 = \frac{1}{3}g$$

$$a_2 = \frac{2}{7}g$$

Задача 9. Через блок радиусом $r_2 = 15$ с перекинута нерастяжимая нить, к которой привязан груз $m = 4$ кг, на стержнях находятся грузики $m_0 = 200$ г, которые могут по ним перемещаться. Момент инерции блока $I = 2$ кг \cdot м², расстояние, на котором находятся грузики, равно $R = 20$ см. Определите ускорение, с которым опускается движется груз.

Решение.

$$I_{\text{бл}} = I + 4m_0R^2$$

$$I_{\text{бл}} \varepsilon = T \cdot r_2$$

$$ma = mg - T'$$

$$a = \varepsilon \cdot r_2$$

