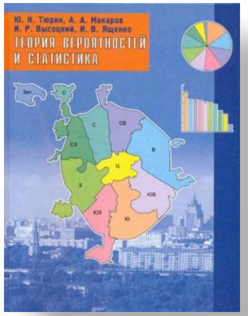
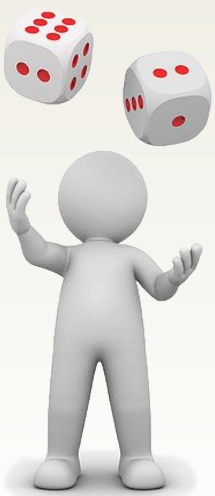
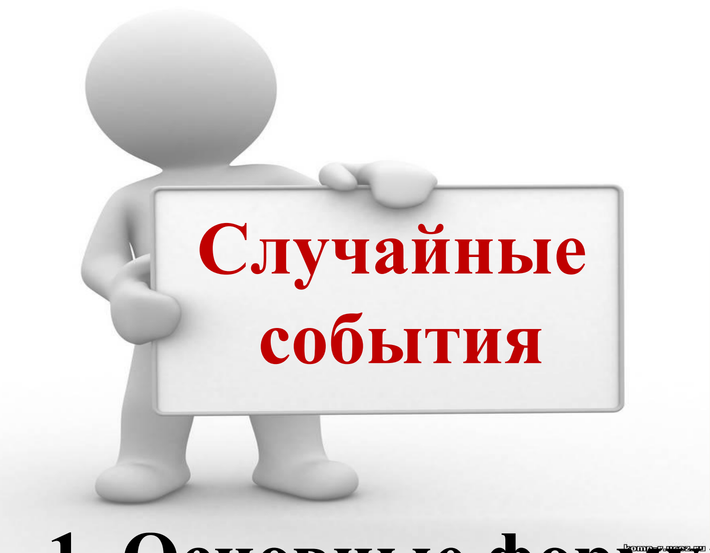


Теория вероятностей

Успех и неудача. Число успехов в испытаниях Бернулли.

Теория вероятностей





Теория вероятностей

Формулы

1. Основные формулы комбинаторики

а) **перестановки**

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (n-1) \cdot n$$

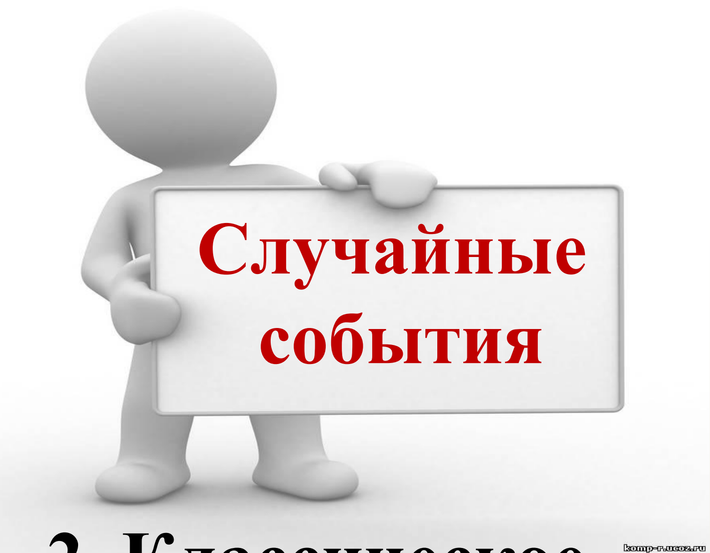
б) **размещения**

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

в) **сочетания**

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Теория вероятностей



Формулы

2. Классическое определение вероятности

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$$

, где m – число благоприятствующих событию A исходов, n – число всех элементарных равновозможных исходов

Независимые испытания. Формула Бернулли

При решении вероятностных задач часто приходится сталкиваться с ситуациями, в которых одно и тоже испытание повторяется многократно и исход каждого испытания независим от исходов других. Такой эксперимент еще называется ***схемой повторных независимых испытаний*** или ***схемой Бернулли***.

Независимые испытания. Формула Бернулли

Примеры повторных испытаний:

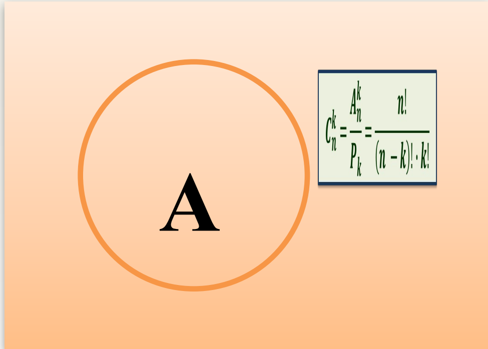
1) многократное извлечение из урны одного шара при условии, что вынутый шар после регистрации его цвета кладется обратно в урну;

2) повторение одним стрелком выстрелов по одной и той же мишени при условии, что вероятность удачного попадания при каждом выстреле принимается одинаковой

Независимые испытания. Формула Бернулли

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Проведем n испытаний Бернулли. Это означает, что все n испытаний независимы; вероятность появления события А в каждом отдельно взятом или единичном испытании постоянна и от испытания к испытанию не изменяется (т.е. испытания проводятся в одинаковых условиях).



Независимые испытания. Формула Бернулли

Сумма вероятностей всегда равна **1**.

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Тогда вероятность того, что событие *A* появится в этих *n* испытаниях ровно *k* раз, выражается ***формулой Бернулли***

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad q = 1 - p.$$

Распределение числа успехов (появлений события) носит название ***биномиального распределения***.

Формула Бернулли

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

вероятность появления события ровно k раз при n независимых испытаниях, p - вероятность появления события при одном испытании.

Примеры:

Пример 1. В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

Решение. Событие A – достали белый шар.

Тогда вероятности $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(\overline{A})=\frac{1}{3}$

По формуле Бернулли требуемая вероятность равна

$$P_4(2)=C_4^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$$

Примеры:

Пример 2. Определить вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше трех девочек. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

Решение.

Вероятность рождения девочки $p = \frac{1}{2}$, тогда $q = \frac{1}{2}$

Найдем вероятности того, что в семье нет девочек, родилась одна, две или три девочки:

$P_5(0) = q^5 = \frac{1}{32}$ $\quad P_5(1) = C_5^1 p^1 q^4 = \frac{5}{32}$ $\quad P_5(2) = C_5^2 p^2 q^3 = \frac{10}{32}$ $\quad P_5(3) = C_5^3 p^3 q^2 = \frac{10}{32}$

Следовательно, искомая вероятность

$$P = P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3) = \frac{13}{16}$$

Примеры:

Пример 3. Среди деталей, обрабатываемых рабочим, бывает в среднем 4% нестандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на испытание 30 деталей две будут нестандартными.

Решение. Здесь опыт заключается в проверке каждой из 30 деталей на качество. Событие А - «появление нестандартной детали», его вероятность p = 0,004 ,тогда q = 0,96. Отсюда по формуле Бернулли находим

$$P_{30}(2) = C_{30}^{2} \cdot 0,04^{2} \cdot 0,96^{28} \approx 0,202$$

Примеры:

Пример 4. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 20 выстрелов число удачных будет не менее 16 и не более 19.

Решение. Вычисляем по формуле Бернулли:

$$P_{20}(16 \le k \le 19) = P_{20}(16) + P_{20}(17) + P_{20}(18) + P_{20}(19) =$$
$$= C_{20}^{16} \cdot 0{,}9^{16} \cdot 0{,}1^{4} + C_{20}^{17} \cdot 0{,}9^{17} \cdot 0{,}1^{3} + C_{20}^{18} \cdot 0{,}9^{18} \cdot 0{,}1^{2} +$$
$$+ C_{20}^{19} \cdot 0{,}9^{19} \cdot 0{,}1 \ = 4{,}508 \cdot 0{,}9 = 0{,}834$$