Приближенные вычисления. Приближенное значение величины и погрешности приближений

Результаты различных измерений, проводимых на практике, как бы тщательно не проводились, всегда подвержены различным *погрешностям*.

Изучением погрешности и их оценками занимается наука, которая называется ***теорией ошибок***, а операции, производимые над величинами, измеренными с погрешностями – ***приближенными вычислениями***.

Точные значения величины дают истинную величину, а *приближенные* – приблизительно.

Метод границ приближенного значения величины

При определении веса какой-нибудь детали с помощью ряда взвешиваний получаем приближенные значения веса этой детали, как с *недостатком*, так и с *избытком*.

Если при значениях развесов $a_1, a_2, \ldots.. a_n$, каждый раз вес детали оказывался больше этих значений, а при значениях развесов $b_1, b_2, \ldots.. b_n$ – меньше, то числа $a_1, a_2, \ldots.. a_n$ представляют вес детали с недостатком, а числа $b_1, b_2, \ldots.. b_n$ – с избытком.

Обозначим вес детали через m. Тогда в результате взвешивания получаем следующие неравенства:

Наибольшее из чисел a_1, a_2, … a_n называют *нижней границей* величины m, а наименьшее из чисел b_1, b_2, ….. b_n – *верхней границей*.

Обозначим a нижнюю границу
величины m,
а через b – верхнюю,
будем иметь
$$a < m < b.$$

<u>Пример 1</u><u>:</u>

Пусть $3,8 < x < 4,2$.

Найти границы выражения:

а) $3x$;

б) $-2x+5$

Пример 2:

Пусть известны границы некоторой величины x:

$6{,}2 < x < 8{,}4.$

Найти границы величины $1/x$.

Если:

$\mathbf{m_1 < a < m_2}$ и

$\mathbf{n_1 < b < n_2}$, то

границу суммы $\mathbf{a+b}$ находим по теореме о почленном сложении числовых неравенств:

$m_1+n_1 < a + b < m_2+n_2$.

Пример 3:

Найти границы суммы a+b, если

$1,2 < a < 1,4$ и

$-1,5 < b < -1,1$.

Если:

$\mathbf{m_1 < a < m_2}$ и

$\mathbf{n_1 < b < n_2}$, то

границу разности **a-b** находим воспользовавшись равенством

$a-b=a+(-b)$.

В результате получим:

$m_1-n_2 < a + (-b) < m_2-n_1$.

Пример 4:
Найти границу разности a-b, если
$-3{,}2 < a < -2{,}8$ и
$1{,}5 < b < 1{,}7$.

Если:

$\mathbf{m_1 < a < m_2}$ и

$\mathbf{n_1 < b < n_2}$, то

границу произведения **ab**

находим :

$m_1 n_1 < a\,b < m_2 n_2$.

Пример 5:
Найти границы произведения ab, если
$2{,}1 < a < 2{,}6$ и
$1{,}2 < b < 1{,}4$.

Если:

$m_1 < a < m_2$ и

$n_1 < b < n_2$,

то границу **частного a/b** находим в виде произведения: $a*(1/b)$ в результате получим:

$\mathbf{m_1/n_2 < a/b < m_2/n_1}$.

Пример 6:

Найти границы частного a/b, если

$3{,}8 < a < 2{,}4$ и

$2{,}4 < b < 2{,}6$.

Точность приближенных значений величин.

Погрешность – разность между истинным и приближенным значениями искомой величины.

Обозначим за x истинное значение величины, а ее приближение через a, то погрешность будет равна величине x-a.

Число a является приближением величины x с точностью до h, то есть

$$\mathbf{x = a \pm h}$$

В качестве приближения величины *x* можно взять среднее арифметическое нижней и верхней границ этого числа, то есть, если известно, что $m_1 < x < m_2$, то

$$\mathbf{a = (m_1 + m_2)/2}.$$

Точность находим по формуле: **h=(m2-m1)/2**.

Пример:

Вычислить приближенное значение величины x, равное среднему арифметическому границ, и указать точность этого приближения, если

$7{,}8 \leq x \leq 8{,}6$.

Пример:
В каких границах заключена величина x, если
$x = 0{,}5 \pm 0{,}12$?