

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН.

ПОГРЕШНОСТЬ ПРИБЛИЖЕНИЯ

При подсчете большого количества предметов (например, деревьев в лесу), при измерении различных величин (например, длины отрезка, массы тела, температуры воздуха), при округлении чисел, при вычислениях на микрокалькуляторе и т.д. обычно получают *приближенные значения величин, чисел.*



Абсолютной погрешностью приближения

называется **модуль разности между точным значением величины и ее приближенным значением.**

Так, если **a** – приближенное значение величины, **x** – точное значение величины,

то **абсолютная погрешность приближения равна $|x - a|$.**

Абсолютная погрешность приближения есть отклонение приближенного значения величины от точного в одну или другую сторону.



Задача: найти погрешность приближения числа $\frac{3}{7}$ десятичной дробью 0,43.

Решение:

$$\begin{aligned} \left| \frac{3}{7} - 0,43 \right| &= \left| \frac{3}{7} - \frac{43}{100} \right| = \\ &= \left| \frac{300}{700} - \frac{301}{700} \right| = \left| -\frac{1}{700} \right| = \frac{1}{700}. \end{aligned}$$

Абсолютную погрешность приближения часто называют просто погрешностью.



ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ

Во многих случаях точное значение величины неизвестно, и тогда найти абсолютную погрешность нельзя.

В таких случаях дают **оценку абсолютной погрешности.**

Если a – приближенное значение числа x

и $|x - a| \leq h$, то, говорят, что число x равно числу a с точностью до h

и пишут: $x = a \pm h$

h называют **границей абсолютной погрешности.**



Если $|x - a| \leq h$, то $a - h \leq x \leq a + h$

Например, если $|x - 2,43| \leq 0,01$, то

$$x = 2,43 \pm 0,01, \text{ то}$$

$$2,43 - 0,01 \leq x \leq 2,43 + 0,01,$$

$$2,42 \leq x \leq 2,44.$$

2,42 – приближенное значение x с недостатком,

2,44 – приближенное значение x с избытком,

2,43 – приближенное значение x с точностью до 0,01.

Для измерительных приборов точность измерения обычно устанавливается по наименьшему делению прибора.



ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

Абсолютная погрешность приближения не дает представления о точности приближения. Так, если масса арбуза равна (3255 ± 1) г, а масса слитка золота равна (43 ± 1) г, то очевидно, что масса арбуза найдена точнее, хотя абсолютные погрешности обоих взвешиваний одинаковы.

Чтобы установить точность приближения, рассматривают относительную погрешность приближения.



Относительной погрешностью называют отношение (частное) абсолютной погрешности к модулю приближенного значения величины.

Если a – приближенное значение числа x ,
то относительная погрешность равна

$$\frac{|x - a|}{|a|}$$

Относительную погрешность обычно выражают в процентах.



Задача:

$a = (750 \pm 1) \text{ м}$, $b = (1,25 \pm 0,01) \text{ м}$.

Какое измерение точнее?

Решение:

1)

$$\frac{1}{750} \cdot 100\% = \frac{2}{15} \% = 0,1(3)\%,$$

$$2) \quad \frac{0,01}{1,25} \cdot 100\% = \frac{4}{5} \% = 0,8\%.$$

Ответ: точнее измерение а.



Как можно описать точность вычислений

1. «Плюс-минус».

$$T=(16\pm 1)^{\circ}\text{C}$$

2. «С точностью до...».

$$22,4 < S < 22,8$$

С точностью до 2 десятых квадратного метра измерена площадь $S=22,6$.

3. «Лежит между».

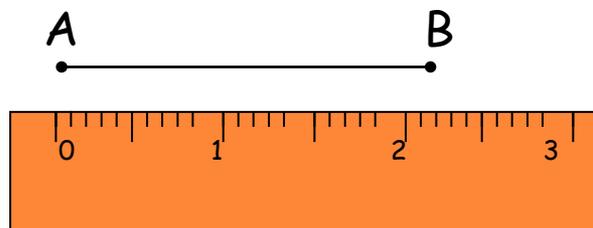
$$50 < v < 60.$$



От чего зависит точность приближенного вычисления

Точность зависит от многих причин. Если приближенное значение получено при измерении, то его точность зависит от прибора, с помощью которого выполнялось измерение.

Никакое измерение не может быть выполнено совершенно точно. Даже сами меры заключают в себе погрешность. Изготовить совершенно точные метровые линейки, килограммовую гирю, литровую кружку чрезвычайно трудно и закон допускает при изготовлении некоторую погрешность.



Цена деления линейки 0,1 см



Например, при изготовлении метровой линейки допускается погрешность 1мм. Само измерение тоже вводит неточность, погрешность в гирях, весах. Например на линейке, которой мы пользуемся, нанесены деления через 1мм, т.е. 0,1см, значит точность измерения этой линейкой до 0,1 ($\leq 0,1$). На медицинском термометре деления через 0,10, значит точность до 0,1 ($\leq 0,1$). На весах деления нанесены через 200г, значит точность до 200 (≤ 200).

Округляя десятичную дробь до десятых точность будет до 0,1 ($\leq 0,1$); до сотых – точность до 0,01 ($\leq 0,01$).

Точнейшие в мире измерения производятся в лабораториях Института мер.



ВСЕГДА ЛИ МОЖНО НАЙТИ АБСОЛЮТНУЮ И ОТНОСИТЕЛЬНУЮ ПОГРЕШНОСТИ?

Не всегда можно найти абсолютную погрешность, так как неизвестно точное значение величины, а отсюда и относительную погрешность.

В этом случае принято считать что абсолютная погрешность не превосходит цены деления шкалы прибора. Т.е. если например цена деления линейки $1\text{мм} = 0,1\text{см}$, то абсолютная погрешность будет с точностью до $0,1$ ($\leq 0,1$) и будет определена только оценка относительной погрешности (т.е. \leq какому числу %).

