

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

- Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия материи.
- С различными формами движения материи связывают различные формы энергии (механическую, тепловую, ядерную и т.д.)
- Во всех случаях энергия отданная (в той или иной форме одним телом другому телу, равна энергии полученной последним телом.
- Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Что бы количественно охарактеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами в механике вводится понятие - **работа силы**

Работа силы

Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила F , которая составляет угол α с направлением перемещения, то работа этой силы будет равна произведению проекции силы $F_s = F \cos \alpha$ на направление перемещения s умноженной на перемещение точки приложения силы $A = F_s s = F s \cos \alpha$

Единица измерения работы- джоуль (Дж)

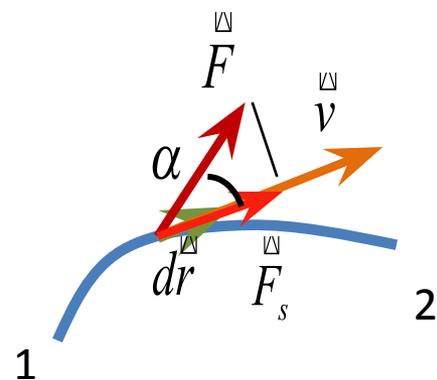
$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н м}$$

Элементарной работой силы \vec{F} на перемещении $d\vec{r}$ будет называться скалярная величина

$$A = \vec{F} d\vec{r} = F \cos \alpha \cdot dS = F_s dS$$

где:

- α - угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$
- $dS = |d\vec{r}|$ - элементарный путь
- F_s - проекция вектора \vec{F} на вектор $d\vec{r}$



Работа силы на участке траектории от точки 1 до 2 равна сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути

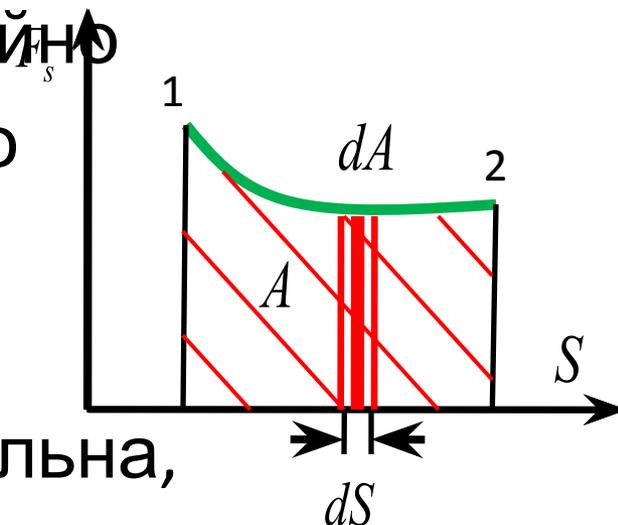
$$A = \int_1^2 F dS \cos \alpha = \int_1^2 F_s dS$$

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость силы от пути вдоль траектории 1-2.

На графике работа A определяется площадью за-штрихованной фигуры.

Если тело движется прямолинейно а параметры F и α постоянны, то

$$A = \int_1^2 F dS \cos \alpha = F \cos \alpha \int_1^2 dS = FS \cos \alpha$$



При $\alpha < \pi/2$ работа силы положительна, и F_s совпадает по направлению с вектором \vec{v} , при $\alpha > \pi/2$ работа силы отрицательна, при $\alpha = \pi/2$ (направление перпендикулярно перемещению) работа равна нулю.

МОЩНОСТЬ

Что бы охарактеризовать скорость совершения работы вводят понятие

МОЩНОСТЬ

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = |\vec{F}\vec{v}|$$

единица измерения мощности- Ватт (Вт)

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$$

Мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости с которой движется точка приложения

Кинетическая и потенциальная энергии

- Кинетическая энергия механической системы – энергия механического движения этой системы. (В различных источниках обозначается:)
- Работа dA силы F на пути который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до v идет на увеличение кинетической энергии $dE_k = dA$
- По 2 закону Ньютона $F = m \frac{dv}{dt}$, умножая силу на перемещение можно получить равенство:

$$F dr = m \frac{dv}{dt} dr = dA$$

$$dv = \frac{dr}{dt} \Rightarrow dA = m v dv = m v dv = dE_k$$

$$E_k = \int_0^v m v dv = \frac{m v^2}{2}$$

- Тело массой m двигающееся со скоростью v обладает кинетической энергией

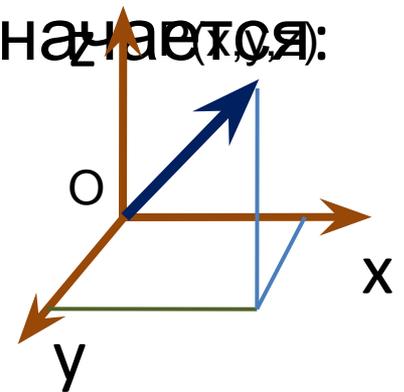
$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

- Кинетическая энергия зависит только от скорости и массы тела то есть кинетическая энергия систе-мы есть функция состояния её движения.
- Движение рассматривается в инерциальной сис-теме отсчета. В разных инерциальных системах отсчета, двигающихся относительно друг друга скорость тела, а значит и кинетическая энергия будут неодинаковы. Значит кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета.

- Стационарные силовые поля называются потенциальными а килы действующие в них консервативными , если работа этих сил на любом замк-нутом контуре равна нулю (0). Если же работа со-вершаемая силой зависит от траектории переме-щения тела то такая сила называется диссипатив-ной.
- Работа сил потенциального поля при переносе тела из одного положения в другое не зависит от вида пути по которому идет перемещение, а оп-ределяется только положением начальной и ко-нечной точек.

- Потенциальная энергия механической системы - механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними. (В различных источниках обозначается: E_n, W_n, U).

- Выберем в консервативной системе точку $P(x, y, z)$ с заданными координатами и найдём работу A , которую совершают силы поля при переходе частицы из начала координат в эту точку. Тогда величина этой работы с обратным знаком будет называться: **потенциальной энергией частицы в точке $P(x, y, z)$**



$$A = -E_n$$

- Работа консервативных сил при элементарном изменении конфигурации системы, равна обратному значению приращения потенциальной энергии.

$$dA = F dr = -dE_n \Rightarrow E_n = -\int F dr + C$$

где: C- постоянная интегрирования.

- Потенциальная энергия может иметь отрицательное значение (кинетическая энергия всегда имеет положительное значение).
- Конкретный вид функции E_n зависит от характера силового поля.
- Потенциальная энергия является функцией состояния системы, зависит только от конфигурации системы и её положения по

Виды потенциальной энергии

- Потенциальная энергия тела массой m поднятого на высоту h над поверхностью Земли

$$E_n = mgh$$

Эта формула выводится непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тя-жести при падении тела с высоты h на поверхность Земли. Соответственно если $h=0$ то

Если принять за 0 значение потенциальной энергии тела на поверхности Земли, то потенциальная энергия тела лежащего на дне шахты глубиной h будет равна

- Потенциальная энергия упругодеформированного тела (пружины):

$$E_n = \frac{kx^2}{2}$$

Сила упругости пропорциональна деформации

$$F_{x \text{ упр}} = -kx$$

где: $F_{x \text{ упр}}$ - проекция силы упругости на ось x (знак $-$ показывает что сила направлена в сторону противоположную деформации.

k - коэффициент упругости (жесткость)

$F_x = -F_{x \text{ упр}} = kx$ деформирующая сила

$$dA = F_x dx = kx dx \Rightarrow A = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2} = E_n$$

Полная механическая энергия системы

Полная механическая энергия системы E — энергия механического движения и взаимодействия, равна сумме кинетической и потенциальных энергий.

$$E = E_k + E_n$$

Закон сохранения энергии

Закон сохранения энергии - результат обобщения многих экспериментальных данных.

Идея закона принадлежит М. В. Ломоносову (1711-1765), изложившему закон сохранения материи и движения, количественные характеристики выведены Ю. Майером (1814-1878) и Г. Гельмгольцем (1821-1894).

Пусть имеется система состоящая из n материаль-ных точек где соответственно:

- m_1, m_2, \dots, m_n -массы точек.
- v_1, v_2, \dots, v_n -скорости точек.
- F_1, F_2, \dots, F_n -равнодействующие внутренних кон-сервативных сил действующих на каждую точку.
- F_1, F_2, \dots, F_n - равнодействующие внешних консервативных сил действующих на каждую точку.
- J_1, J_2, \dots, J_n - равнодействующие внешних некон-сервативных сил действующих на каждую точку.

Используя 2 закон Ньютона можно составить

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \frac{dv_1}{dt} = F_1 + F_1' + \dots + f_1 \\ m_2 \frac{dv_2}{dt} = F_2 + F_2' + \dots + f_2 \\ \hline m_n \frac{dv_n}{dt} = F_n + F_n' + \dots + f_n \end{array} \right.$$

Так как двигаясь под действием сил, точки за ин-тервал времени dt совершат

перемещения равные: dr_1, dr_2, \dots, dr_n , то $dr_i = v_i dt$

учитывая что можно преобразовать

систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 (v_1 dv_1) - (F_1 + F_1') dr_1 = f_1 dr_1 \\ m_2 (v_2 dv_2) - (F_2 + F_2') dr_2 = f_2 dr_2 \\ \hline m_n (v_n dv_n) - (F_n + F_n') dr_n = f_n dr_n \end{array} \right.$$

Сложим уравнения системы и получим:

$$\sum_{i=1}^n m_i (v_i dv_i) - \sum_{i=1}^n (F_i + F_i') dr_i = \sum_{i=1}^n f_i dr_i$$

Первый член левой части равенства будет равен:

$$\sum_{i=1}^n m_i (v_i dv_i) = \sum_{i=1}^n d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right) = dE_k$$

где dE_k - приращение кинетической энергии

системы

$$\sum_{i=1}^n (F_i + F_i') dr_i$$

Второй член уравнения равен элементарной работе внутренних и внешних консервативных сил (со знаком -) т.е. равен dE_n элементарному приращению потенциальной энергии

Правая часть равенства задаёт работу внешних неконсервативных сил действующих на систему

$$\sum_{i=1}^n \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i = d(E_n + E_k) = dA$$

При переходе системы из состояния 1 в состояние 2 $\int_1^2 d(E_n + E_k) = A_{12}$

Изменение полной механической энергии системы при переходе системы из одного состояния в другое равно работе совершенной при этом внешними неконсервативными силами.

Закон сохранения механической энергии

В системе тел между которыми действуют только **консервативные** силы полная механическая энергия **сохраняется** то есть **не изменяется** со временем.

$$d(E_n + E_k) = 0 \Rightarrow E_n + E_k = E = const$$

- Механические системы, в которых действуют только консервативные силы (внешние и внутренние), называются **консервативными системами**.
- Системы, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счёт преобразования в другие (немеханические) формы энергии, называются **диссипативными**. Процесс носит название **диссипации** или **рассеяния** энергии.
- Все системы - диссипативные. В системе где действуют **неконсервативные** силы (силы трения), **механическая энергия не сохраняется**. Однако, при **исчезновении механической энергии** **всегда возникает эквивалентное**

Энергия никогда не исчезает и не
появляется вновь, она превращается из
одного вида в другой.

Данное выражение- физическая сущность
фундаментального закона природы:

**ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ И ПРЕВРАЩЕНИЯ
ЭНЕРГИИ**

Удар абсолютно упругих и неупругих тел

- Примером применения законов сохранения импульса и энергии при решении реальной физической задачи является удар упругих и неупругих тел.
- Удар (соударение)- столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие происходит очень короткое время.
- Силы взаимодействия между сталкивающимися телами настолько велики, что внешними силами, действующими на систему, можно пренебречь. Это позволяет рассматривать соударяющиеся тела как замкнутую систему.

Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации. Во время удара происходит перераспределение энергии между соударяющимися телами.

Относительная скорость тел после удара не достигает своего прежнего значения. Это объясняется тем, что нет идеально упругих тел и гладких поверхностей. Отношение нормальных составляющих относительной скорости тел до и после удара называется **коэффициентом восстановления ϵ**

Коэффициент восстановления

$$\varepsilon = \frac{v_n'}{v_n}$$

если:

- $\varepsilon = 0$ сталкивающиеся тела- абсолютно неупругие
- $0 < \varepsilon < 1$ сталкивающиеся тела- абсолютно упругие

В реальной жизни , но многие тела можно приближенно считать упругими и неупругими.

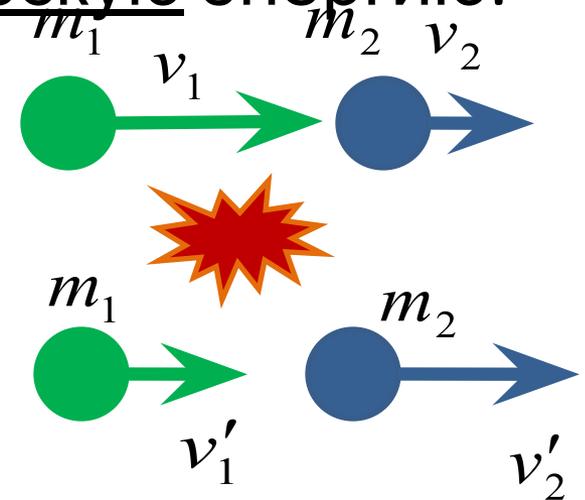
Коэффициенты восстановления у:

- Слоновой кости $\varepsilon \approx 0,89$
- Стального шара $\varepsilon \approx 0,56$
- Свинца $\varepsilon \approx 0$

Абсолютно упругие удары

Абсолютно упругие удары – столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остаётся никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию.

Тела массами m_1 и m_2 имеют скорости до удара v_1 и v_2
скорости после удара v'_1 и v'_2



При упругом ударе законы сохранения имеют

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ВИД:} \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \end{array} \right.$$

Преобразуем данную математическую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_2 - v_2') \\ m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 (v_2^2 - v_2'^2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_2 - v_2') \\ m_1 (v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2 (v_2 - v_2')(v_2 + v_2') \end{array} \right. \Rightarrow v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Скорости тел после удара будут равны:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Возможны следующие частные случаи:

- $m_1 = m_2 \Rightarrow \begin{cases} v_1' = v_2 \\ v_2' = v_1 \end{cases}$

Шары обмениваются скоростями.

- $v_2 = 0$ если второй шар до удара покоился,

то:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

При этом если:

- $m_1 = m_2$, после удара остановится шар с массой m_1 а второй шар будет двигаться в том же направлении что и первый до удара с его начальной скоростью v_1 , $v_2' = v_1$.

- $m_1 > m_2$ первый шар продолжает двигаться в том же направлении что и до удара, но с меньшей скоростью v_1' , скорость второго шара больше чем скорость первого $v_2' > v_1'$ после удара $m_1 \setminus m_2$
- $m_1 < m_2$ направление движения первого шара изменится (шар откатывается), второй шар двигается в ту же сторону в которую двигался первый шар до удара, но с меньшей скоростью $m_1 \ll m_2$
- $v_1' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ (например столкновение со стеной)

Абсолютно неупругий удар

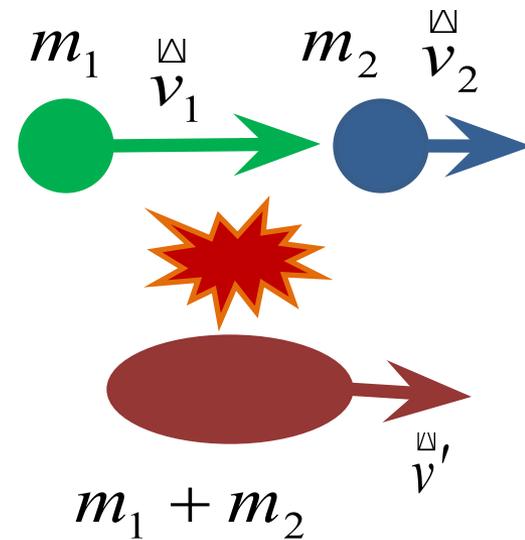
Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются как единое целое.

Тела массами m_1 и m_2 имеют скорости до удара v_1 и v_2

После удара суммарная масса $m_1 + m_2$

Скорость объединившихся тел

после удара v'



Согласно закону сохранения импульса

$$m_1 \overset{\square}{v}_1 + m_2 \overset{\square}{v}_2 = (m_1 + m_2) \overset{\square}{v}'$$

Скорость получившегося тела после удара:

$$\overset{\square}{v}' = \frac{m_1 \overset{\square}{v}_1 + m_2 \overset{\square}{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то вместе они будут продолжать путь в ту сторону, в которую двигался шар обладавший большим импульсом.

Если $m_1 = m_2$, то

$$\overset{\square}{v}' = \frac{\overset{\square}{v}_1 + \overset{\square}{v}_2}{2}$$

- При абсолютно неупругом ударе происходит «по-теря» механической энергии, которая переходит в тепловую или иные формы энергии. Эти «потери» можно определить по равенности кинетической энергии до и после

$$\Delta E_k = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_1^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$(v_2 = 0)$$

- Если ударяемое тело было неподвижно

$$v_1' = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta E_k = \frac{m_1 m_2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

- Абсолютно неупругий удар- пример того как происходит потеря механической энергии под действием диссипативных сил.