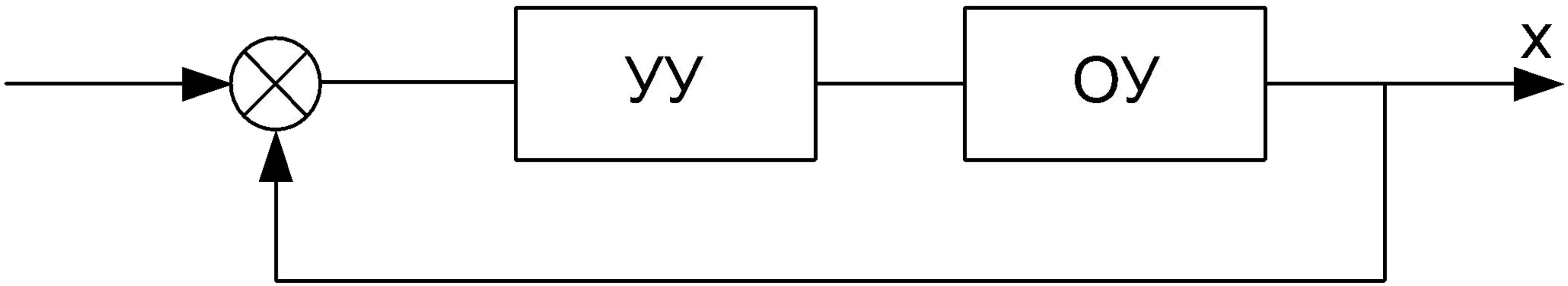
Методы синтеза САУ

Синтез САУ – направленный расчет, имеющий конечной целью определение рациональной структуры системы и установление оптимальных величин параметров ее отдельных звеньев. Системы управления стандартно включают подсистему в виде объекта управления и устройства управления

Каноническая форма структурной схемы контура регулирования



ОУ- объект управления;

УУ - устройство управления

Устройство управления часто имеет вид регулятора. Регулятор отрабатывает какой-либо простейший закон управления (пропорциональный, интегральный, дифференциальный) или их комбинацию.

Передаточные функции непрерывных регуляторов

Тип регулятора	Передаточная функция, W(p)
П	K_p
И	$\frac{K_p}{p} = \frac{1}{T_и p}$
Д (идеальный)	$K_p p = T_д p$
Д (реальный)	$\frac{Tд\ p}{\tau_д p + 1}$; $\tau_д = \gamma \cdot T_д$; $\gamma \in [0{,}01; 0{,}02]$
ПИ	$K_p\left(1 + \frac{1}{T_и p}\right)$
ПД	$K_p\left(1 + \frac{T_д p}{\tau_д p + 1}\right)$
ИД	$\left(\frac{1}{T_и p} + \frac{T_д p}{\tau_д p + 1}\right)$
ПИД	$K_p\left(1 + \frac{1}{T_и p} + \frac{T_д p}{\tau_д p + 1}\right)$

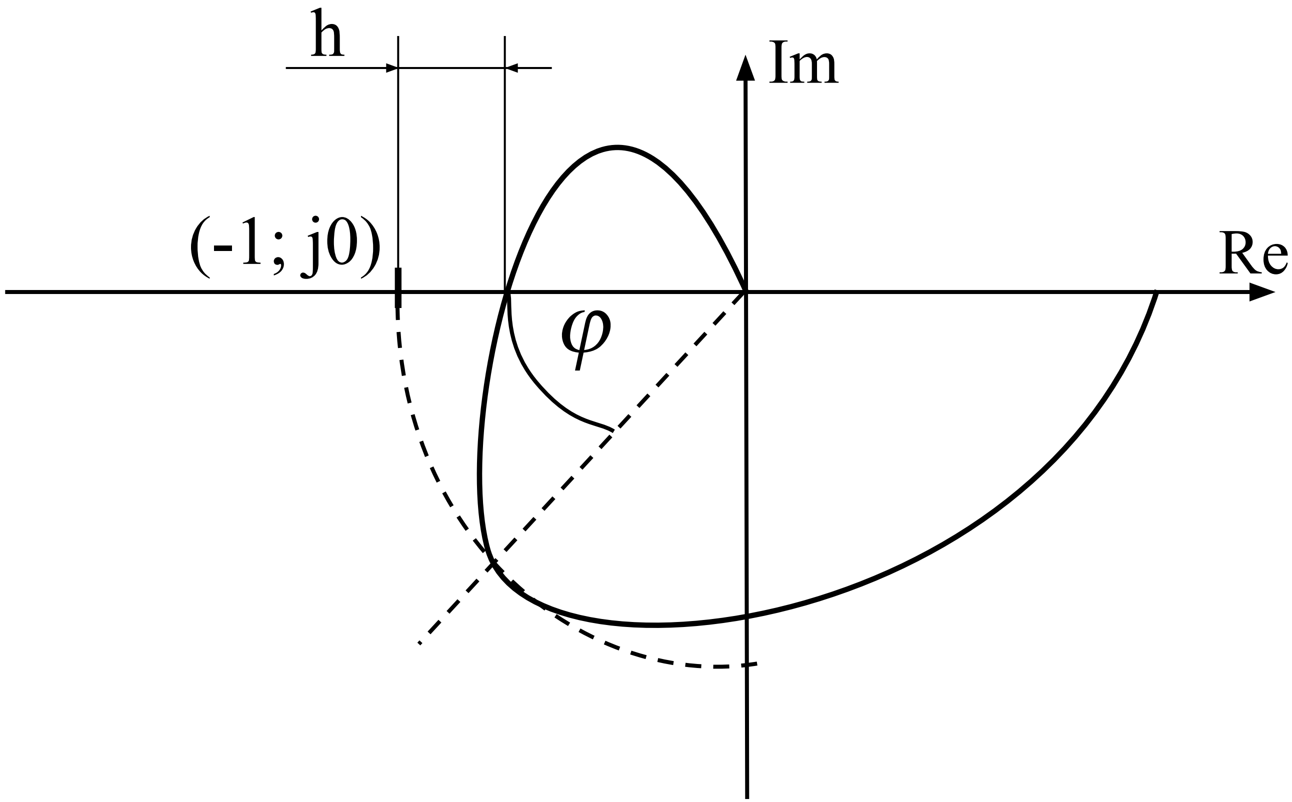
Цель и критерии расчета контуров регулирования

Параметры регуляторов: коэффициент передачи $К_р$; постоянная времени интегрирования $Т_и$; постоянная времени дифференцирования $Т_д$ называют настройками регулятора.

Настройки должны обеспечивать необходимый запас устойчивости и показатели качества управления как в установившемся, так и в динамических режимах, тогда их считают оптимальными.

Запас устойчивости

Определяется по критерию Найквиста как расстояние от точки пересечения АФЧХ отрицательной действительной полуоси до точки (-1; j0)



$$Ky\uparrow;|W(jw)|\uparrow;$$

Запас устойчивости обеспечивается за счет изменения параметров регулятора, например, уменьшения коэффициента передачи по сравнению с критическим значением

$$|W(j\omega)| = 1 \Rightarrow K_{кр};$$

$$W(j\omega) = -1 + j\cdot 0$$

$$X(\omega) = -1$$

$$Y(\omega) = 0$$

$$\Rightarrow \omega_{кр};\ K_{кр}$$

$$K < K_{кр} \text{ – устойчива;}$$

$$K > K_{кр} \text{ – неустойчива;}$$

Качество управления

в установившемся режиме (точность, оценивается статической ошибкой)

в неустановившемся режиме (переходном режиме)

$$\varepsilon(t) = x_o(t) - x_{\text{ф}}(t)$$

Статическая ошибка исключается применением интегрального звена.

Правило: Для устранения статической ошибки интегрирующий элемент нужно включать до места приложения возмущающего воздействия.

Прямые показатели качества

Определяются по переходной характеристике.

Переходная характеристика

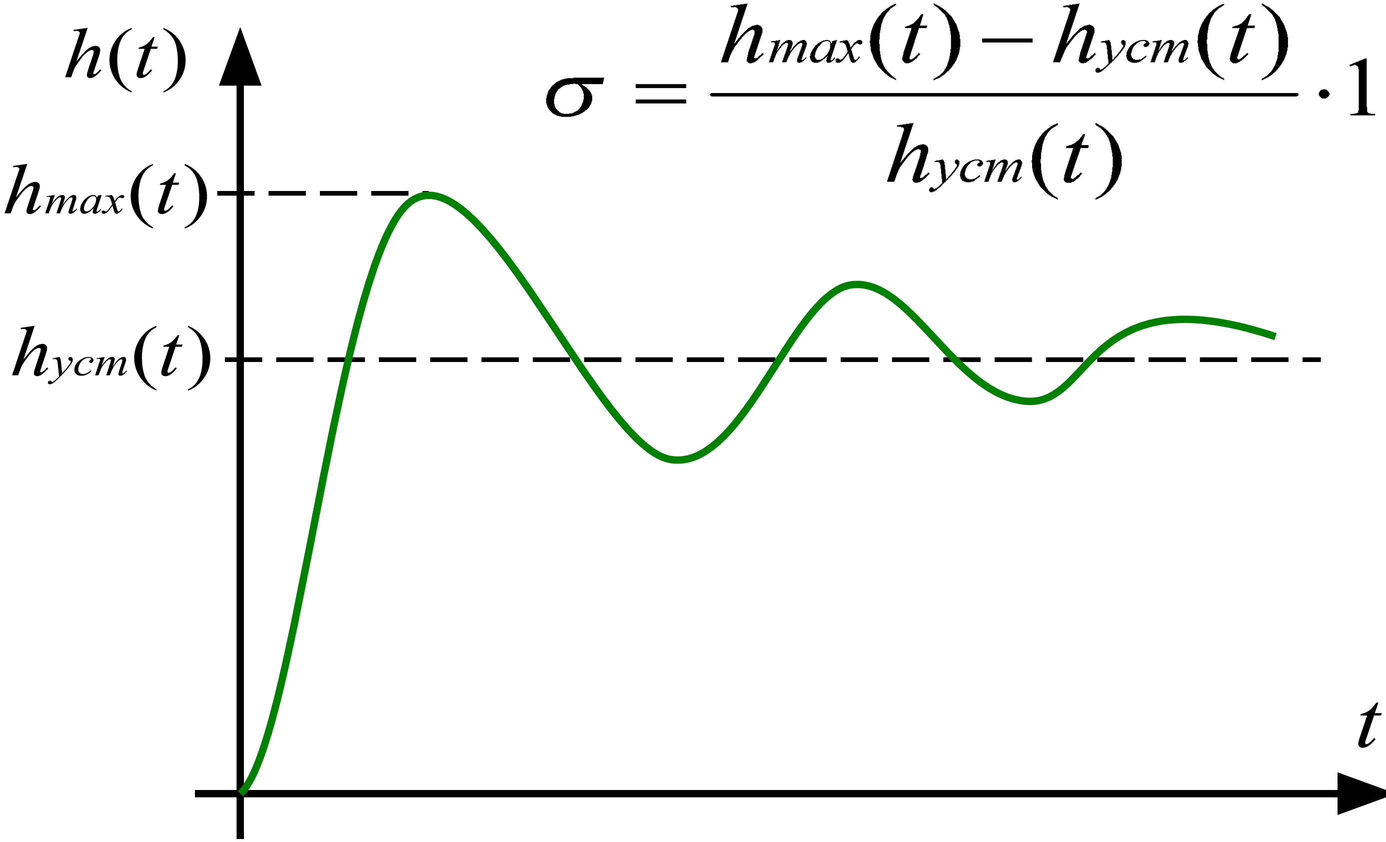
$(h(t))$ – реакция системы на единичное

входное воздействие

Прямые показатели качества

1. **Перерегулирование – максимальное отклонение от установившегося значения, выраженное в долях или процентах этого установившегося значения** (σ)

$$\sigma = \frac{h_{max}(t) - h_{уст}(t)}{h_{уст}(t)} \cdot 100\%$$



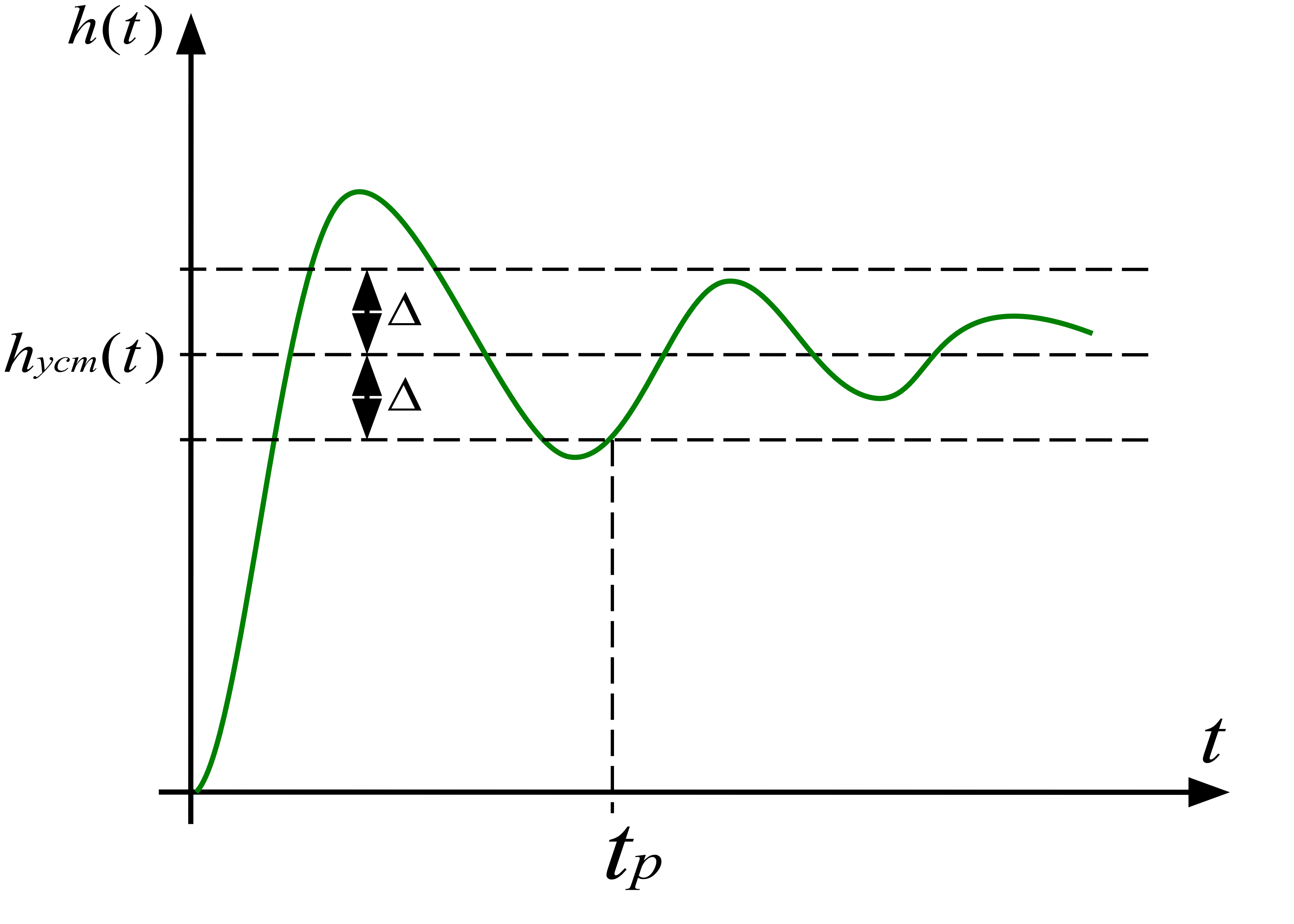
2. Время регулирования – отрезок времени, по истечении которого отклонение текущего значения выходной величины от установившегося значения становится меньше заданной погрешности Δ

$$h(t) - h_{уст}(t) \le \Delta$$

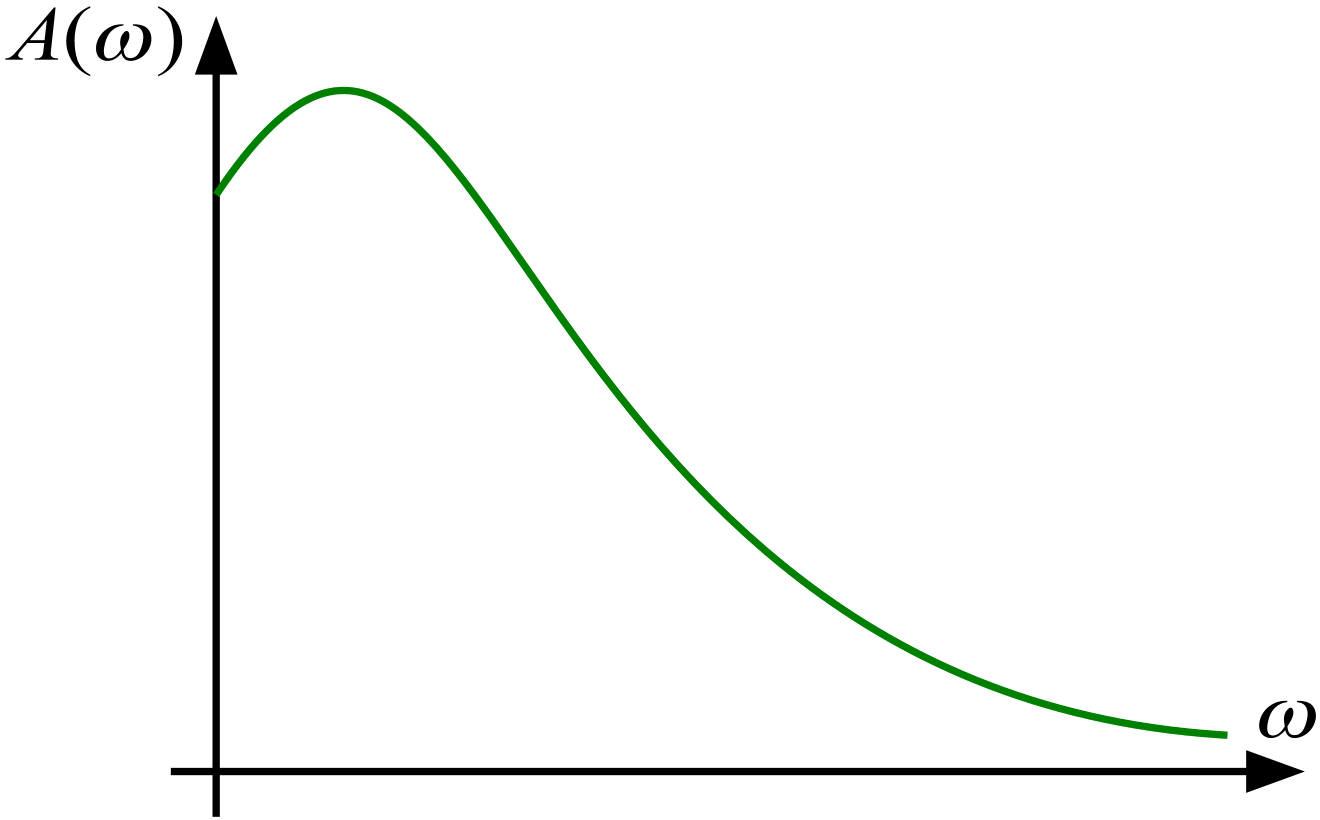
Δ определяется требованиями к техническим показателям системы

$$\Delta \in (0{,}01 \div 0{,}1)\, h_{уст}(t)$$

$\Delta = 0{,}05$ – определяется классом точности приборов в системе


$h(t)$
$h_{ycm}(t)$
Δ
Δ
t
t_p

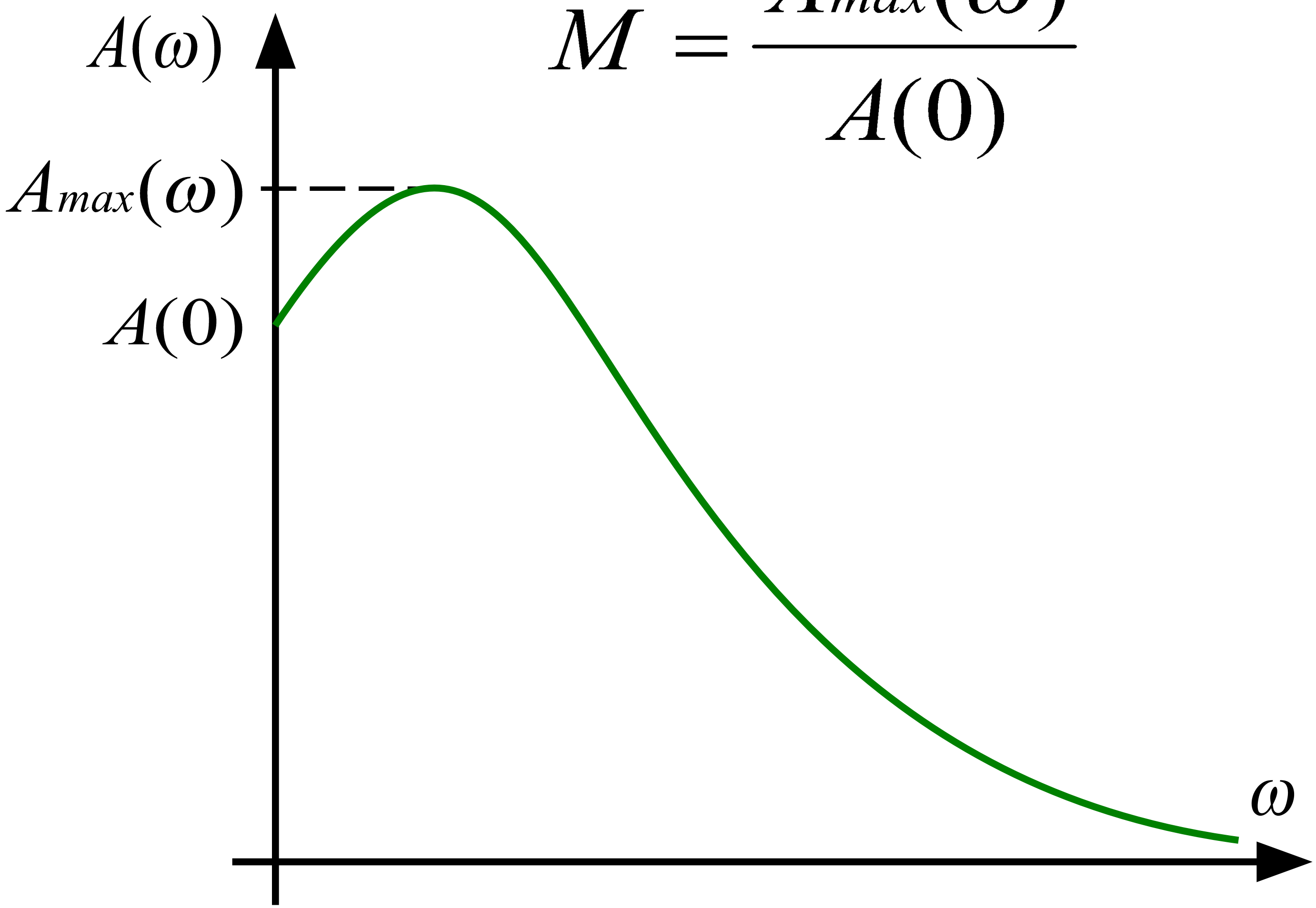
Косвенные (частотные) показатели качества – по АЧХ замкнутой системы



$$A(\omega) = \left|W(j\omega)\right|; \quad W(p) \to W(j\omega); \quad p = j\omega$$

1. Частотный показатель колебательности (M) – отношение максимального значения АЧХ замкнутой системы к ее значению при $\omega = 0$

$$M = \frac{A_{max}(\omega)}{A(0)}$$



Канонический алгоритм расчета настроек регуляторов

Алгоритм расчета настроек регуляторов для объекта, заданного кривой отклика имеет ряд шагов:

– задание целевых характеристик расчета (запас устойчивости, показатели качества);

– выбор формы передаточной функции объекта;

– выбор метода определения параметров объекта;

– выбор типа регулятора;

– расчет настроек регулятора;

– проверка оптимальности настроек расчетом прямых (косвенных);

показателей качества и сравнения с допустимыми значениями.

Задание целевых характеристик

Необходимые показатели качества в контуре задаются в техническом регламенте. Это допустимость/недопустимость статической ошибки, допустимое значение перерегулирования (отклонение от номинального значения параметра), длительность переходных процессов при изменении режима работы контура.

Выбор типа регулятора

1) Учет свойств объекта;
2) Учет требований к вектору состояния;
3) Учет характера переходных процессов.

Таблица рекомендаций по выбору типа регулятора

τ_o / T_o	0÷0,2	0,2÷0,7	>0,7
Тип регулятора	П	ПИ	ПИД

Определение передаточной функции по кривой отклика

Для определения передаточной функции объекта используются различные приемы, один из них основывается на информации о поведении объекта в нестационарных режимах. Например, при изменении тех или иных управляющих воздействий в процессе работы объекта.

Реакция системы на частичное ступенчатое изменение управляющего воздействия называется кривой отклика или разгонной характеристикой. Она сохраняет особенности переходной характеристики поэтому может использоваться для расчета параметров объекта

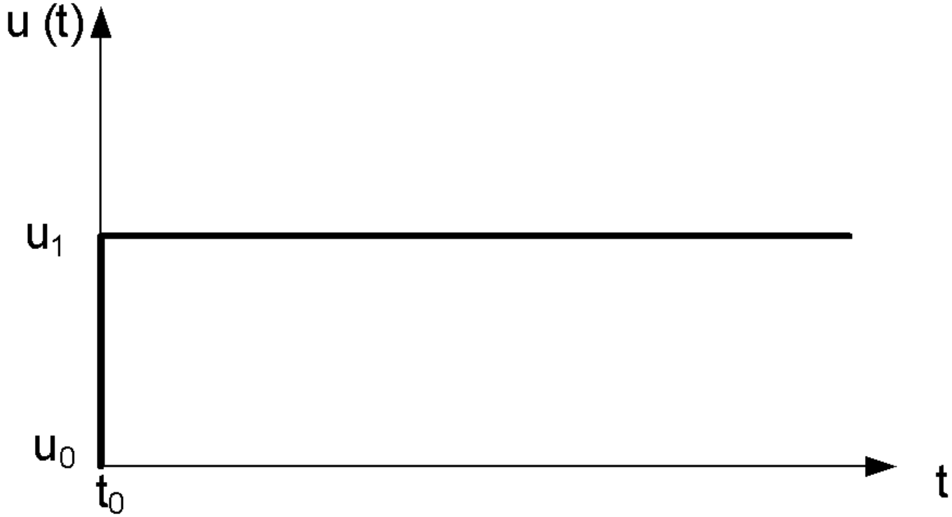
Получение кривой отклика

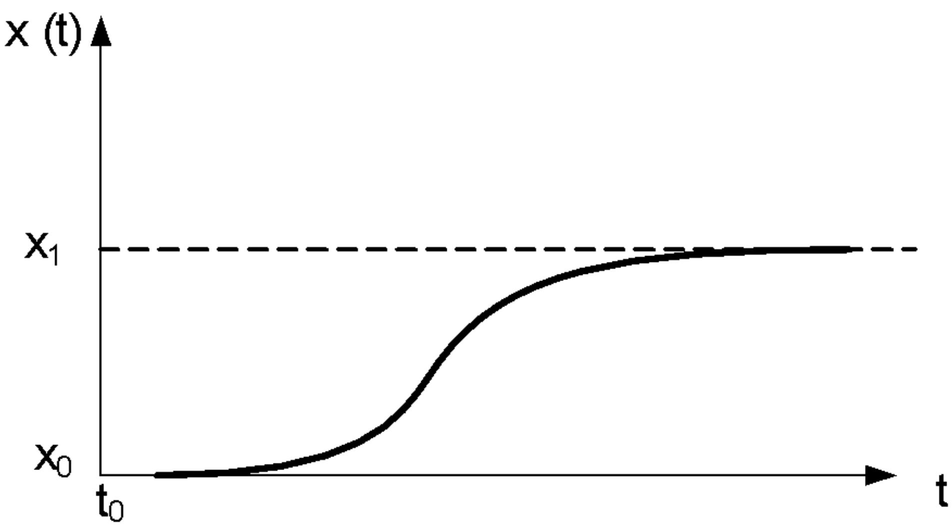
1. Фиксируется установившееся значение входной и выходной величины (u_0; x_0)

2. В момент времени t_0 изменяется значение u_0 на 10 – 20% от u_0, т.е. новое значение скачком устанавливается (1,1 – 1,2) u_0 или (0,8-0,9)uo

3. После окончания переходного процесса измеряется x_1

Анализ кривой отклика



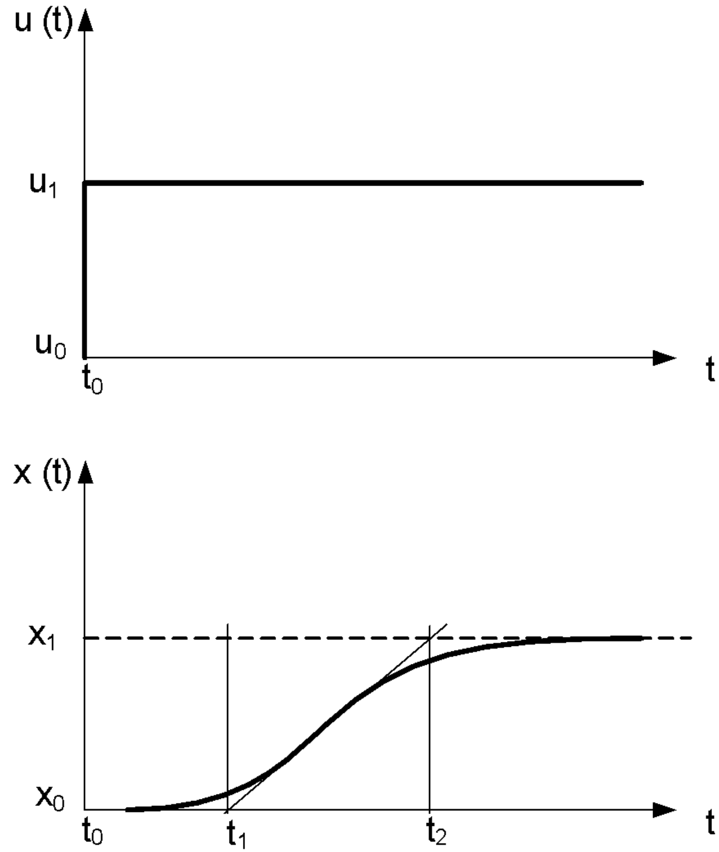


Если кривая отклика имеет монотонный характер и запаздывание реакции по сравнению с воздействием, то передаточную функцию объекта можно представить последовательным соединением апериодического звена и звена чистого запаздывания

$$W_{об} = \frac{K_o e^{-\tau_o p}}{T_o p + 1},$$

Получение характеристик объекта по кривой отклика

1. Строится касательная с наибольшим углом наклона (на основании свойств апериодического звена)



2. Определяется время t_2 пересечения линии x_1 и пересечение оси абсцисс t_1.

3. Вычисляются параметры:

$$K_O = \frac{x_1 - x_0}{U_1 - U_0} \qquad \tau_0 = t_1 - t_0 \qquad T_0 = t_2 - t_1$$

Замечание. Коэффициент передачи может быть вычислен в безразмерном виде:

$$K_O = \frac{x_1 - x_0}{x_0} \Bigg/ \frac{U_1 - U_0}{U_0}$$

Расчет настроек Зиглера–Никольса по кривой отклика

1. Задаются определенной скоростью затухания переходного процесса $x(t)$; в данном методе ее принимают равной 4

2. Настройки рассчитывают согласно таблицы, приведенной далее

Замечание. Запас устойчивости в данном методе обеспечивается формулой для расчета коэффициента передачи регулятора

Закон	k	$T_и$	$T_д$
П	$\dfrac{T_0}{K_0\tau_0}$	-	-
ПИ	$\dfrac{0.9T_0}{K_0\tau_0}$	$3\tau_0$	-
ПИД	$\dfrac{1.2T_0}{K_0\tau_0}$	$2\tau_0$	$0{,}5\tau_0$

Замечание

Перерегулирование и время регулирования в системе в значительной степени зависят от отношения $\frac{\tau_0}{T_0}$. Чем оно меньше, тем больше σ и t_p

Данная особенность учитывается в методе Коэна-Куна

Настройки Коэна–Куна выполняются согласно таблице

Закон	k	T_u	$T_д$
П	$\dfrac{T_0}{K_0\tau_0}\left[1+\dfrac{\tau_0}{3T_0}\right]$	-	-
ПИ	$\dfrac{T_0}{K_0\tau_0}\left[0.9+\dfrac{\tau_0}{12T_0}\right]$	$\dfrac{\tau_0\left[30T_0+3\tau_0\right]}{9T_0+20\tau_0}$	-
ПИД	$\dfrac{T_0}{K_0\tau_0}\left[\dfrac{4}{3}+\dfrac{\tau_0}{4T_0}\right]$	$\dfrac{\tau_0\left[32T_0+6\tau_0\right]}{13T_0+8\tau_0}$	$\dfrac{4\tau_0 T_0}{11T_0+2\tau_0}$

Графо-аналитический метод

Расчет настроек непрерывных регуляторов по частотному показателю колебательности

Применяется только при наличии интегрального звена в контуре регулирования

Частотный показатель колебательности М - определяется как отношение максимального значения амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы (при резонансной частоте) к её значению при ω=0

$$M = \frac{\left|\Phi(j\omega)\right|_{\max}}{\left|\Phi(0)\right|}$$

$$\Phi(j\omega) = \frac{W_{\text{пр}}(j\omega)}{1 + W_{\text{пр}}(j\omega) \cdot W_{\text{ос}}(j\omega)}$$

Если $W_{oc}(s) \Rightarrow 1$ **то** $\Phi(j\omega) = \dfrac{W_p(j\omega)}{1 + W_p(j\omega)}$

Если разомкнутая система астатическая порядка v (в ней есть одно или несколько интегрирующих звеньев, что соответствует наличию в знаменателе множителя s^v), то

$$\left|\Phi(0)\right| = 1$$

$M_{доп}$ **обеспечивает определенный запас устойчивости по амплитуде и по фазе, из-за удаленности от точки** *(-1;j0)*

Линии равных значений частотного показателя колебательности представляют собой окружности с центром $O\left(-\frac{M^2}{M^2-1};0\right)$ **и радиусом** $R = \frac{M}{M^2-1}$

Доказательство

При

$$\left|\Phi(0)\right| = 1$$

$$\left|\Phi(j\omega)\right| = \left|\frac{W_p(j\omega)}{1+W_p(j\omega)}\right| = M$$

$$W(j\omega) = U(\omega) + j\cdot V(\omega) = U + j\cdot V$$

$$\left|W(j\omega)\right| = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\left|1+W(j\omega)\right| = \sqrt{(1+U)^2 + V^2}$$

$$M=\frac{\sqrt{U^2+V^2}}{\sqrt{(1+U)^2+V^2}}\Rightarrow M^2=\frac{U^2+V^2}{(1+U)^2+V^2}$$

$$M^2(1+U)^2-U^2+M^2V^2-V^2=0$$

$$(M^2-1)U^2+2\cdot M^2\cdot U+M^2+V^2(M^2-1)=0 \quad \Big|/\ M^2-1$$

$$U^2+2U\frac{M^2}{(M^2-1)}+\frac{M^4}{(M^2-1)^2}+V^2=-\frac{M^2}{M^2-1}+\frac{M^4}{(M^2-1)^2}$$

$$\left(U+\frac{M^2}{(M^2-1)}\right)^2+V^2=\frac{-M^4+M^2+M^4}{(M^2-1)^2}$$

$$\left(U+\frac{M^2}{(M^2-1)}\right)^2+V^2=\frac{M^2}{(M^2-1)^2}$$

что соответствует уравнению

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$$

Т.к. Частотный показатель колебательности не должен превышать допустимого значения, то АФЧХ разомкнутой системы не должна заходить в область, ограниченную окружностью, построенной для $M_{доп}$, а только касаться её. Если АФЧХ не касается окружности, то значение $M<M_{доп}$, в системе обеспечивается больший, чем заданный запас устойчивости. На этом построен алгоритм подбора настроек регулятора

Алгоритм подбора настроек ПИ – регулятора

1. Если показатель колебательности системы не задан, а известны прямые показатели качества: перерегулирование σ и время регулирования t_p, то по номограммам находят $M_{доп}$, определяя его последовательно: по первой номограмме по заданному перерегулированию σ определяют P_{max} (по $\sigma \to P_{\max}$); по найденному P_{max} находят L и γ ; а по ним $M_{доп}$ (по третьей номограмме $M\,(\,L;\,\gamma)$).

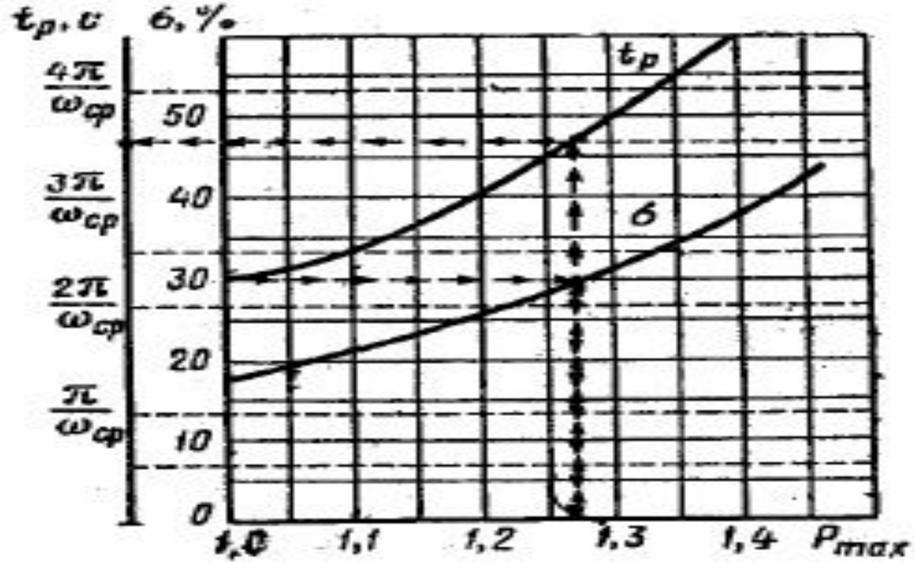


График для определения P_{max} и частоты среза по заданному перерегулированию σ

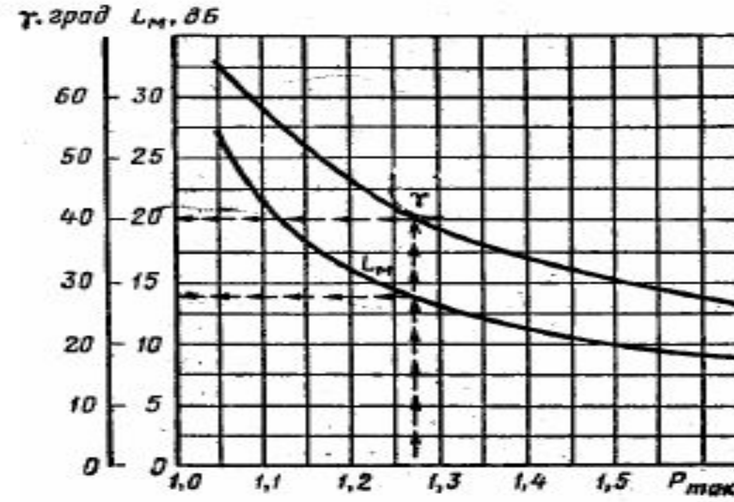
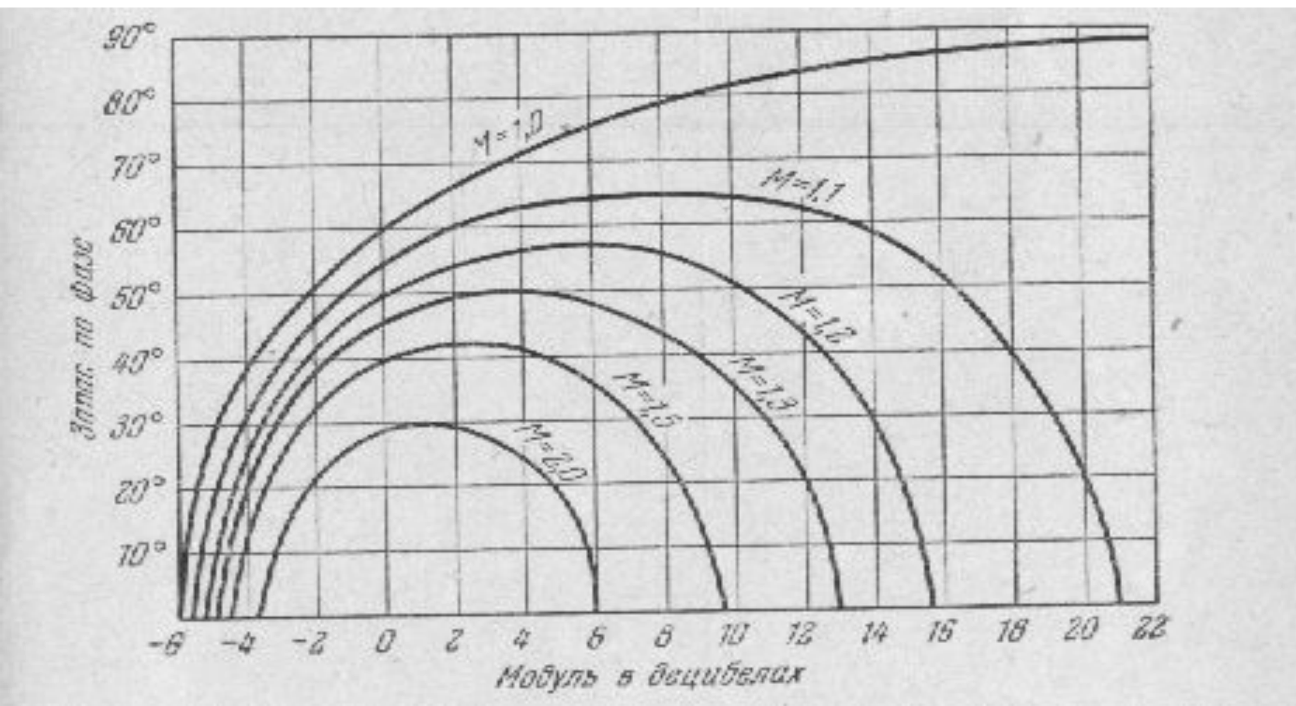


График для определения запаса по амплитуде и запаса по фазе



Зависимость требуемого запаса по фазе от модуля в децибелах при различных показателях колебательности M

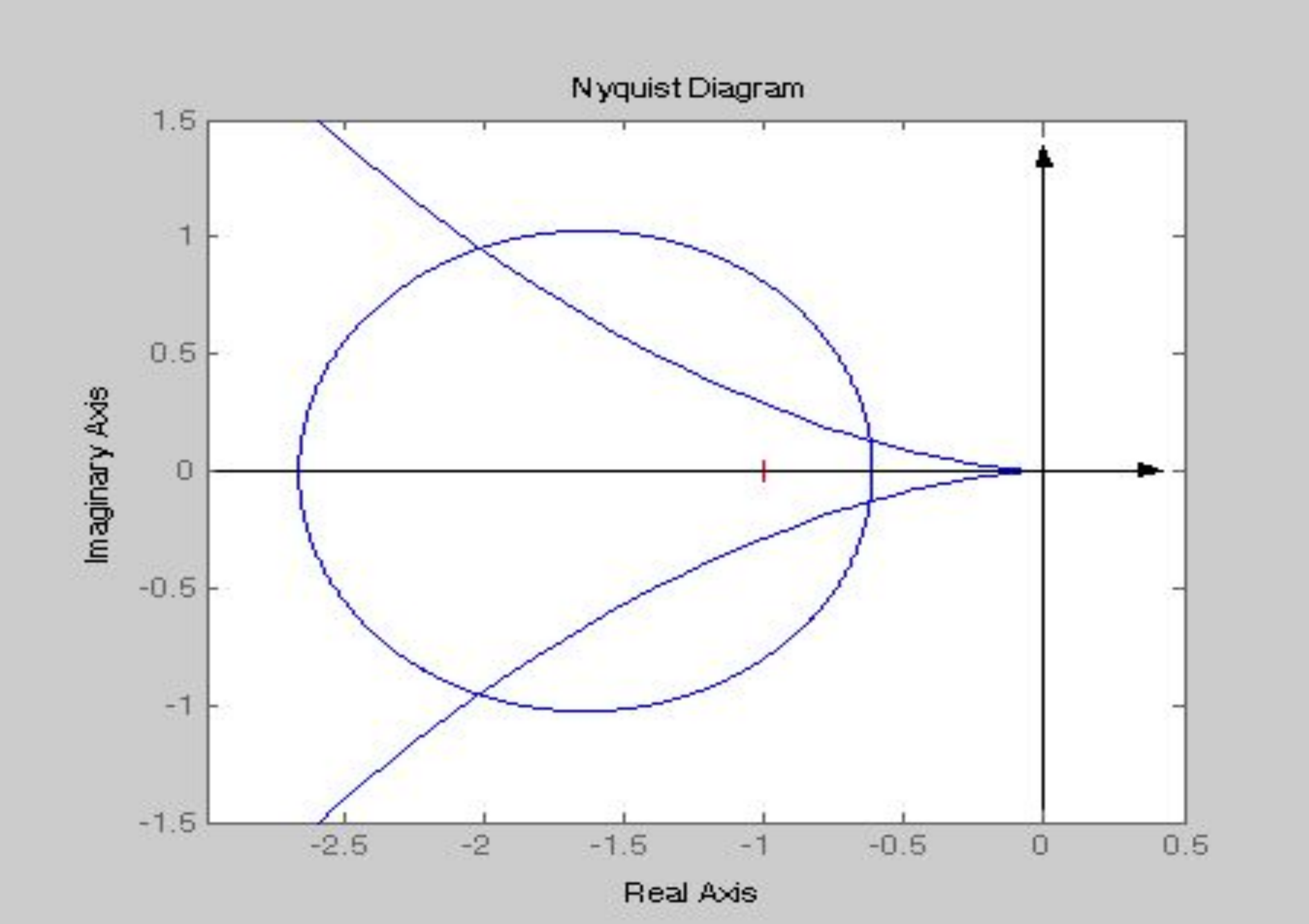
2. Вычисляются координаты центра окружности и её радиус

$$O = \left(-\frac{M_{доп}^2}{M_{доп}^2 - 1}; 0 \right); \quad R = \frac{M_{доп}}{M^2 - 1},$$

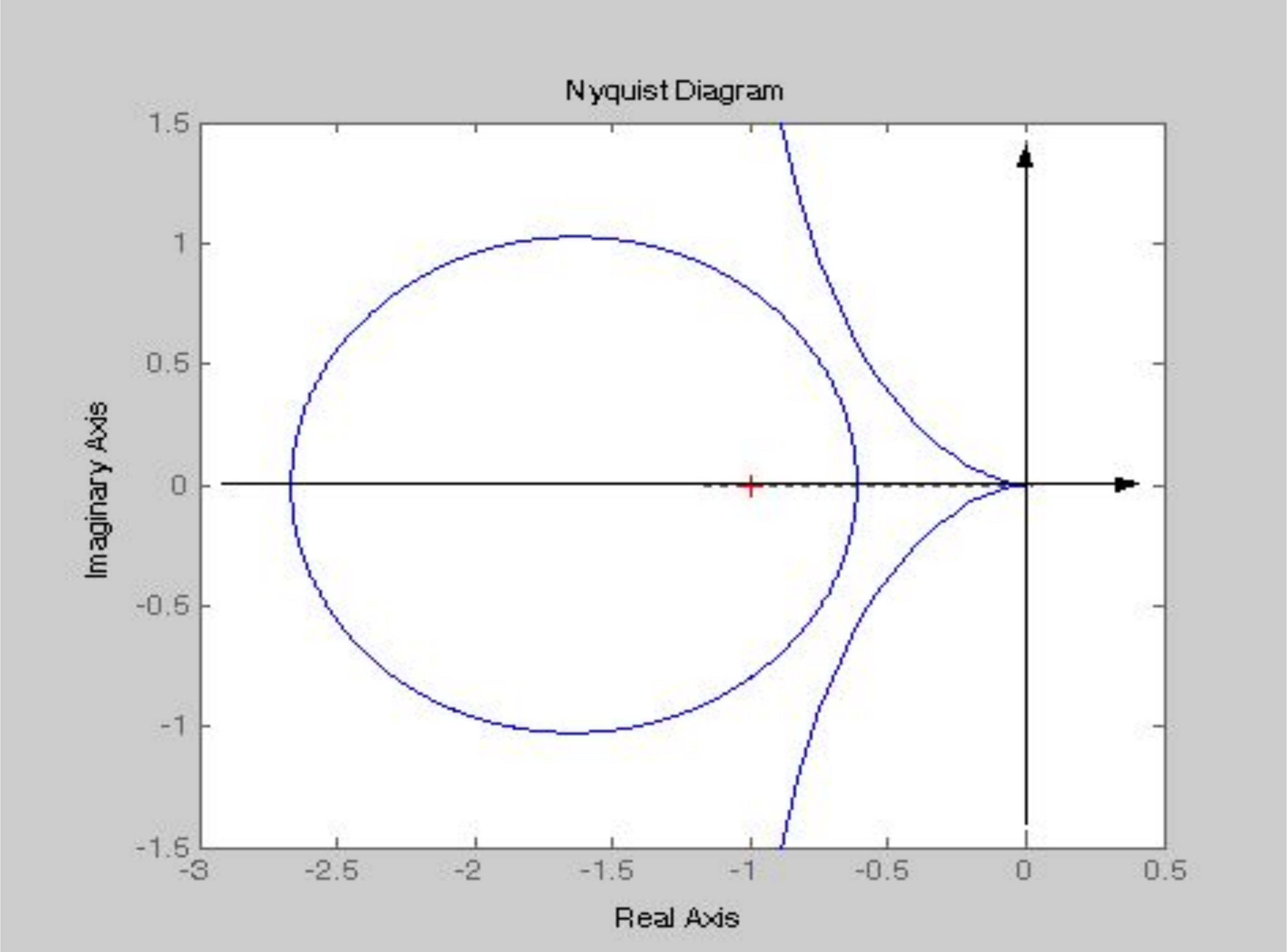
строится окружность на комплексной плоскости

3. Задаются значениями $T_и$ и $K_р$, и для них строится АФЧХ разомкнутой системы (для ПИ-регулятора)

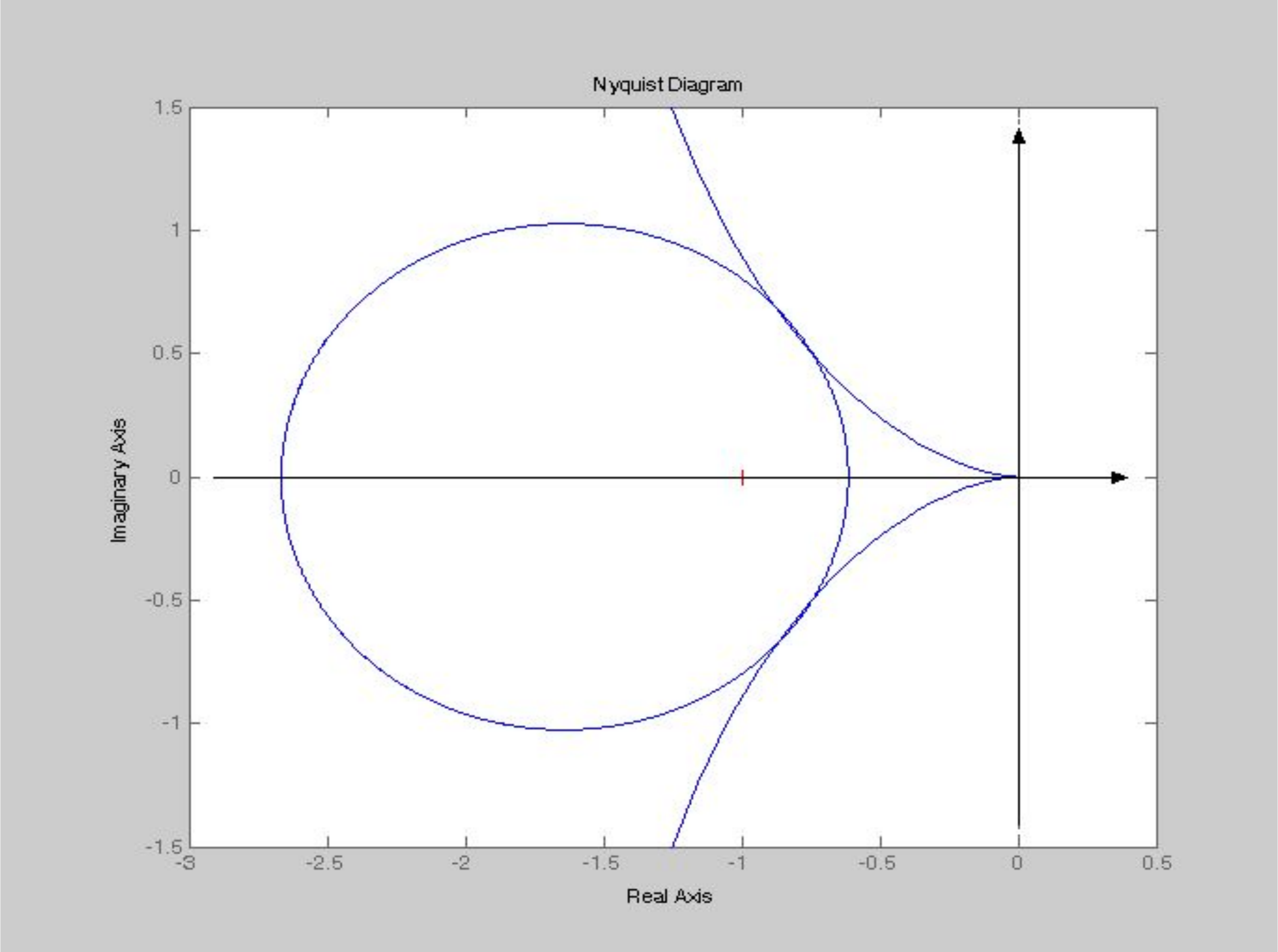
$$W_p(j\omega) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_и(j\omega)}\right) \cdot W_{об}(j\omega) = K_p\left(1 - j\frac{1}{T_и\omega}\right) \cdot W_{об}(j\omega)$$



Если АФЧХ зашла в окружность, коэффициент великоват, его надо уменьшить. В этом случае запас устойчивости меньше, чем необходимо по заданию.



Если АФЧХ не доходит до окружности, коэффициент передачи нужно увеличить. Запас устойчивости в этом случае больше заданного.



При касании АФЧХ и окружности выполняется заданный запас устойчивости.

Если $W_p(j\omega)$ заходит в окружность, K_p нужно уменьшить ($T_и = const$), если не касается окружности, то K_p нужно увеличивать до тех пор, пока АФЧХ не коснется окружности, получившиеся значения $T_и$ и K_p заносятся в таблицу

4. Выбирается другое значение $T_{и2}$ и подбирается соответствующее значение K_{p2}

5. Все данные заносятся в таблицу

$T_и$	$K_р$	$\frac{K_р}{T_и}$

За оптимальные принимаются те настройки, для которых отношение $\frac{K_р}{T_и}$ имеет наибольшее значение

Наибольшее отношение $\frac{K_p}{T_u}$ можно определить, анализируя последний столбец таблицы.

Вблизи наибольшего отношения $\frac{K_p}{T_u}$ можно уменьшить шаг и уточнить настройки регулятора

Из опыта известно, что оптимальные настройки не должны значительно отличаться от наибольшей постоянной времени объекта. Поэтому выбирается наибольшая постоянная времени объекта, на её основе строится интервал $T_и \in \left[T_i - (30 \div 50\%)T_i ; T_i + (30 \div 50\%)T_i\right]$, задаётся шаг так, чтобы число шагов было не менее $10 \div 15$, и для каждого $T_и$ из этого интервала проводится процедура подбора K_p

Постоянная времени регулятора может компенсировать нежелательную постоянную времени объекта

Если $W_{об}(s) = \dfrac{k_{об}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}; \quad T_1 > T_2; \quad T_и \approx T_1,$

тогда $W_р(s) = \dfrac{k_р \cancel{(T_и s + 1)}}{T_и s} \cdot \dfrac{k_{об}}{\cancel{(T_1 s + 1)}(T_2 s + 1)} = \dfrac{k_р k_{об}}{T_и s (T_2 s + 1)};$

$$W_з(s) = \frac{k_р k_{об}}{T_и s (T_2 s + 1) + k_р k_{об}} = \frac{1}{\dfrac{T_и T_2}{k_р k_{об}} s^2 + \dfrac{T_и}{k_р k_{об}} s + 1}.$$

$$T_{факт} = \sqrt{\frac{T_1 T_2}{k_р k_{об}}} \qquad T_{факт} < T_1;$$

$T_{факт} > T_1,$ зависит от $k_р k_{об};$

$$k_р k_{об} > 1; \qquad k_р k_{об} < 1.$$

7. Проверяется фактическое значение частотного показателя колебательности с выбранными настройками. Для этого:

7.1. Записывается передаточная функция регулятора с выбранными значениями коэффициента усиления $K_{ропт}$ и постоянной интегрирования $T_{иопт}$

$$W_{ПИ}(s) = K_{ропт}\left(1 + \frac{1}{T_{иопт}s}\right)$$

7.2. Записывается передаточная функция разомкнутой системы

$$W_p(s) = W_{ПИ}(s) \cdot W_{об}(s) = K_{ропт}(1 + \frac{1}{T_{иопт}s}) \cdot W_{об}(s)$$

7.3. Записывается передаточная функция замкнутой системы

$$\Phi(p) = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s)}$$

7.4 На основании передаточной функции замкнутой системы рассчитывается частотный показатель колебательности, сравнивается с заданным значением, а также прямые показатели качества

7.5 Если фактические значения показателей качества оказались не хуже заданных, то настройки регулятора считаются оптимальными. В противном случае необходимо либо изменить алгоритм расчета, либо уменьшить настройки на 10-20 % и вновь проверить показатели качества.

Особенности расчета настроек ПИД–регулятора

1. В регуляторе ПИД–типа настраиваемых параметров уже три , т.к. передаточная функция такого регулятора имеет вид

$$W_{ПИД}(s) = K(1 + \frac{1}{T_и s} + \frac{T_д s}{\gamma T_д s + 1})$$

$$0{,}1 \le \gamma \le 0{,}2$$

2. Для применения известного алгоритма расчета настроек ПИ-регулятора вводится параметр $\alpha = \frac{T_{б}}{T_{и}}$, который задается заранее. Расчет проводится для нескольких значений α. Для каждого α определяется свое оптимальное значение и среди них выбирается наилучшее с учетом особенностей переходной характеристики

4. Передаточная функция регулятора записывается как

$$W_{ПИД}(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_и s} + \frac{\alpha T_и s}{\alpha\gamma T_и s + 1}) =$$

$$\frac{K_p(T_и s(\alpha\gamma T_и s + 1) + \alpha\gamma T_и s + 1 + \alpha T_и^2 s^2)}{T_и s(\alpha\gamma T_и s + 1)} =$$

$$= \frac{\frac{K_p}{T_и}(T_и^2 \alpha(1+\gamma)s^2 + T_и(1+\alpha\gamma)s + 1)}{s(\alpha\gamma T_и s + 1)}$$

$$W_p(s) = W_{ПИД}(s) \cdot W_{об}(s)$$

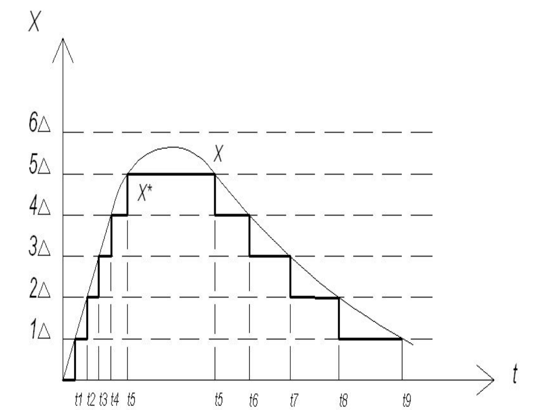
Расчет настроек дискретных регуляторов

В настоящее время устройства управления имеют дискретный характер сигналов, а объекты работают в непрерывном режиме. Для расчета настроек таких регуляторов используются методы импульсных систем.

Классификация дискретных систем по видам квантования

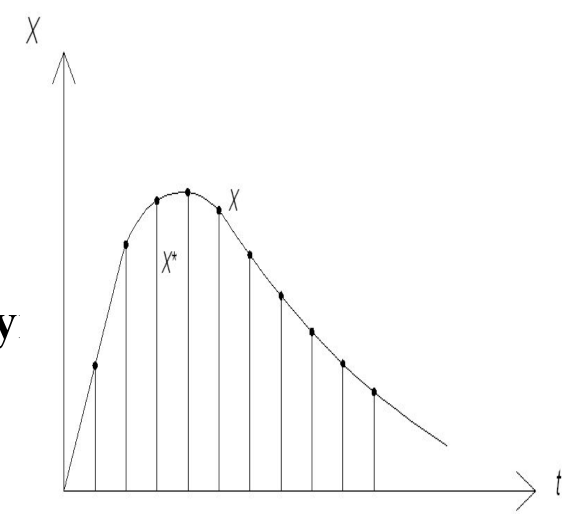
Процесс преобразования непрерывного сигнала в дискретную форму предполагает его квантование или дискретизацию.

Квантование может выполняться по уровню, т.е. по достижению сигналом некоторого уровня , что происходит в произвольные моменты времени (рисунок 1). Системы с таким способом дискретизации называют релейными.



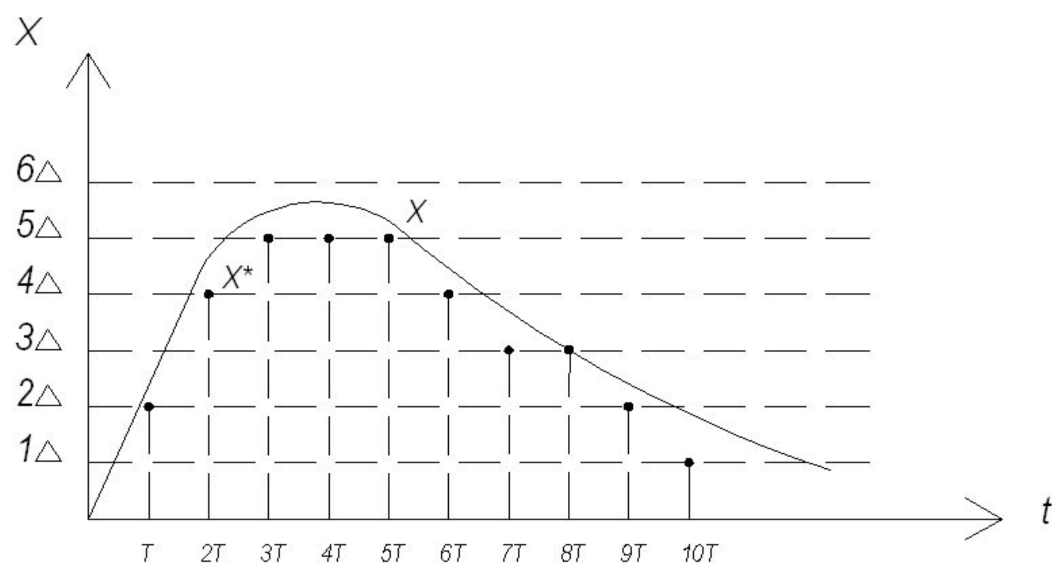
В импульсных системах производится квантование по времени, т.е. в определенные, в большинстве случаев равноотстоящие моменты времени выделяются значения непрерывного сигнала (рисунок 2).

Если моменты времени отстают друг от друга на некотору постоянную величину, то её называют <u>периодом квантования или периодом дискретизации (Т).</u>



Классификация дискретных систем по видам квантования

Квантование может выполняться одновременно и по времени, и по уровню. Значения непрерывного сигнала через определенные моменты времени заменяются фиксированными по уровню дискретными значениями, ближайшими к значениям X в дискретные моменты времени (рисунок 3).



Классификация дискретных систем по видам формирования импульсов (модуляция)

АИМ, ШИМ, ФИМ, ЧИМ

АИМ

Первого рода **Второго рода**

Амплитудно-импульсные системы могут быть как линейными системами, так и нелинейными.

Для построения моделей в импульсных системах с амплитудной модуляцией первого рода может использоваться Z-преобразование.

Алгоритм расчета настроек дискретных регуляторов методом ограничения на частотный показатель колебательности

- **выбор допустимого значения частотного показателя колебательности ($M_{доп}$);**
- **расчет параметров окружности (радиуса R и центра O) и построение ее на комплексной плоскости;**
- **выбор типа регулятора с учетом того, что в разомкнутой цепи должно быть интегральное звено (передаточные функции дискретных регуляторов приведены в приложении А);**
- **выбор периода квантования;**
- **преобразование структурной схемы к дискретному виду;**

- **построение АФЧХ разомкнутой системы в общем виде;**
- **выбор интервала варьирования постоянной времени интегрирования $T_и$;**
- **выбор одного из значений $T_и$ и подбор коэффициента передачи регулятора $K_р$, обеспечивающего касание АФЧХ и окружности;**
- **повторение подбора $K_р$ для других значений $T_и$;**
- **выбор в качестве оптимальных настроек значения той пары $K_р$ и $T_и$, которые соответствуют наибольшему отношению $K_р/T_и$ (по интегральному показателю качества управления приложение В);**
- **проверка косвенных и прямых показателей качества в контуре с найденными настройками.**

Данный алгоритм имеет общие шаги с расчетом настроек непрерывных регуляторов. Однако, имеются ряд особенностей:

1) **Выбор периода квантования;**
2) **Построение передаточной функции приведенной непрерывной части;**
3) **Преобразование структурной схемы.**

Выбор периода квантования

Период квантования выбирается с учетом следующих требований:

- сохранность информации;

- возможности аппаратуры;

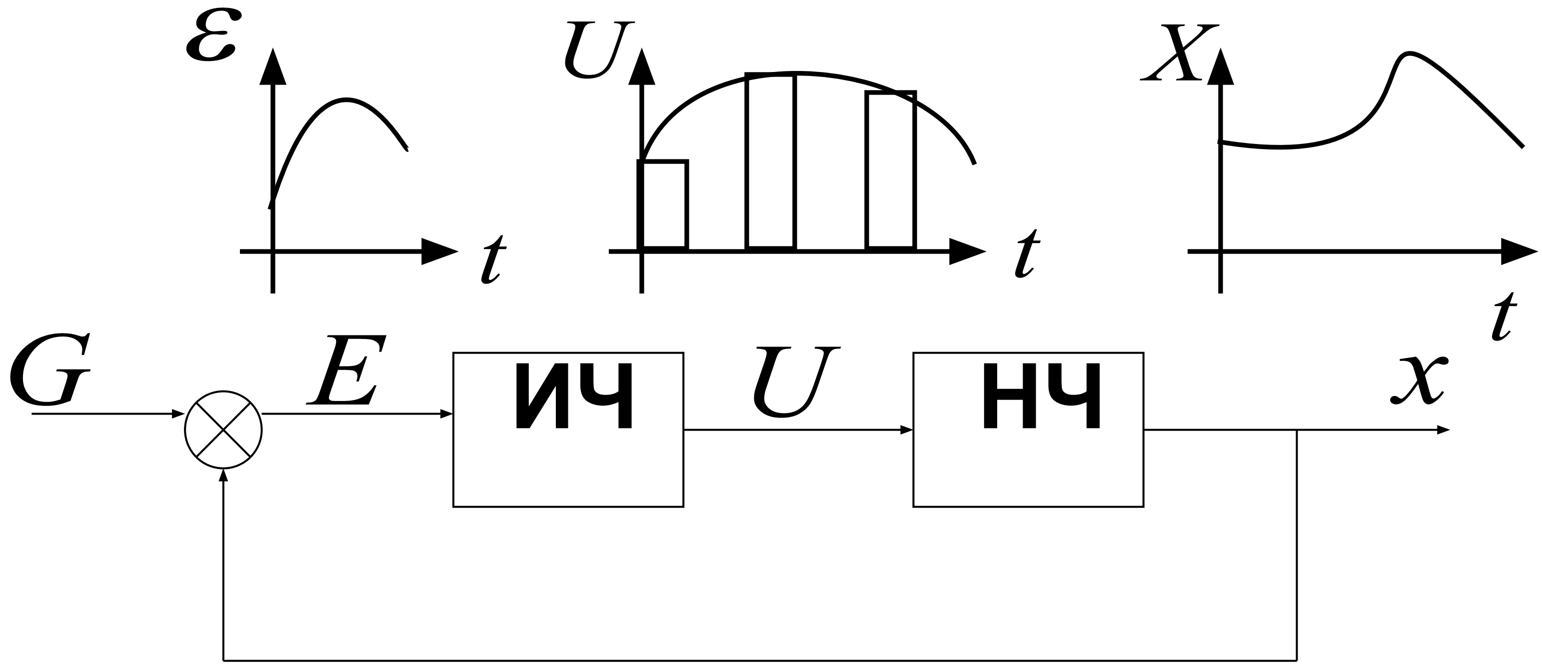
- удобство вычислений, т.е. часто как наибольший общий делитель постоянных времени объекта.

Пример:

$$W_{об} = \frac{4{,}5e^{-4p}}{12p+1}.$$

То = 12; τ_0 = 4, Т = 4.

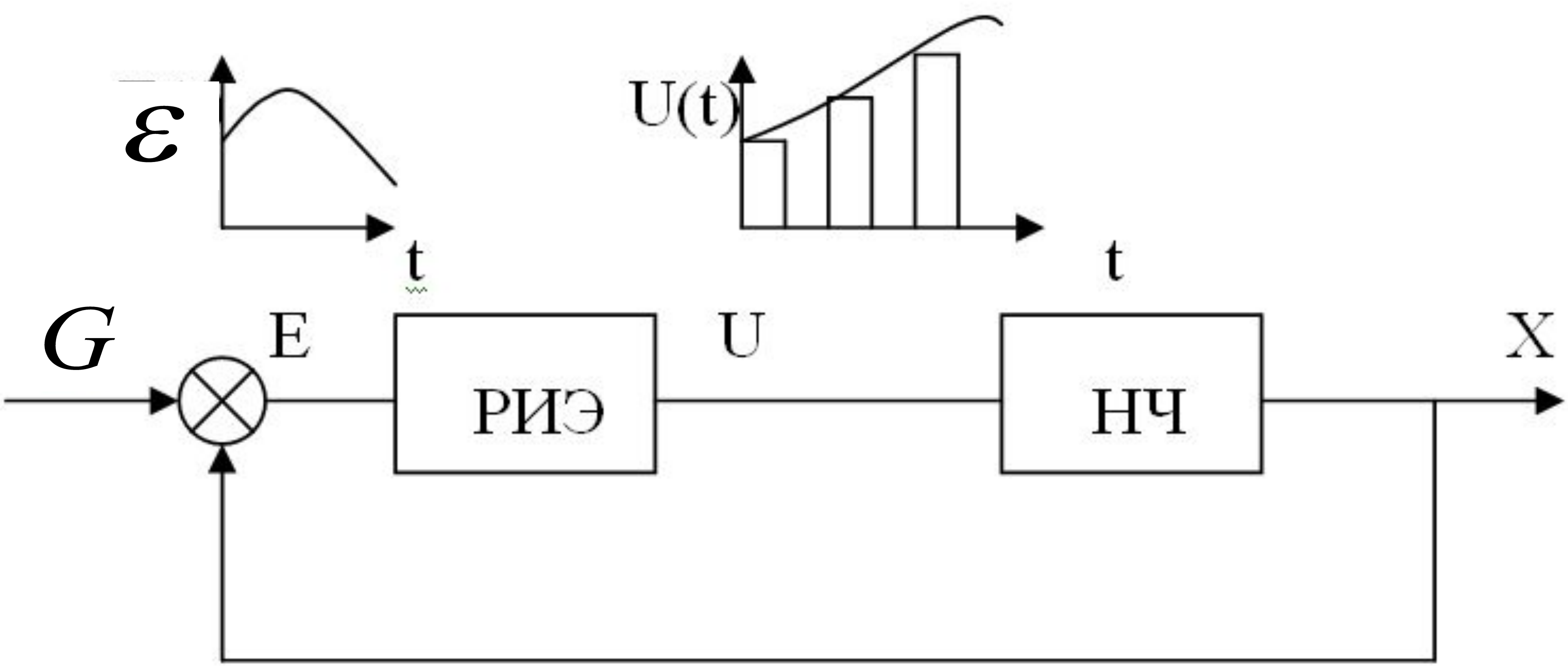
Построение передаточной функции приведенной непрерывной части на основании преобразования структурной схемы

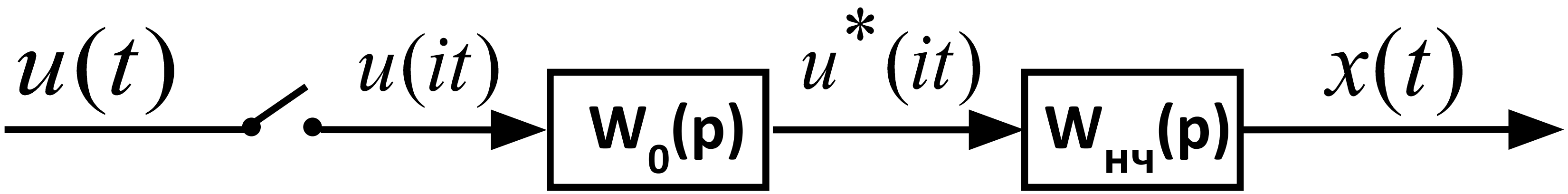


Импульсная часть (как правило УУ)

Импульсное устройство + **Функциональные элементы, преобразователи**

Реализация: дискретные регуляторы, ключи, ЦВУ, АЦП, ЦАП и т.д.

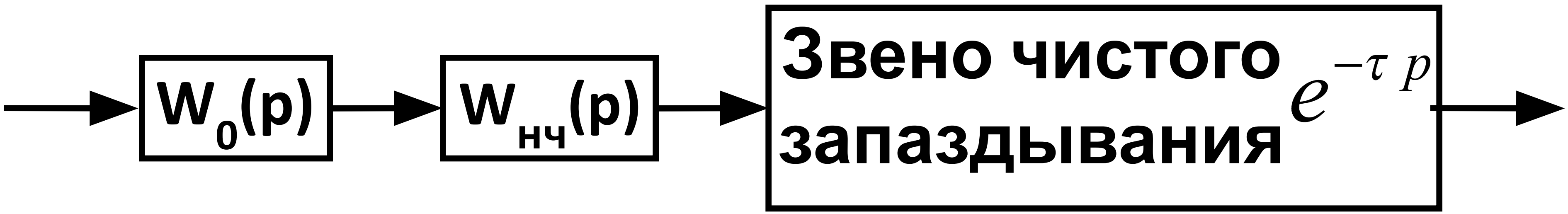




Реальный импульсный элемент (ключ) было предложено представлять в виде идеального импульсного элемента и формирователя импульса, определенного типа. Если импульс прямоугольный, то формирователь считается нулевого порядка. Последовательное соединение формирователя и непрерывной части называется приведенной непрерывной частью. Тогда Z-передаточная функция приведенной непрерывной части рассчитывается по формуле:

$$W_{\text{прн.ч.}}(z) = Z(W_0(p) \cdot W_{\text{нч}}(p))$$

При наличии запаздывания в объекте передаточная функция рассчитывается по формуле, приведенной ниже



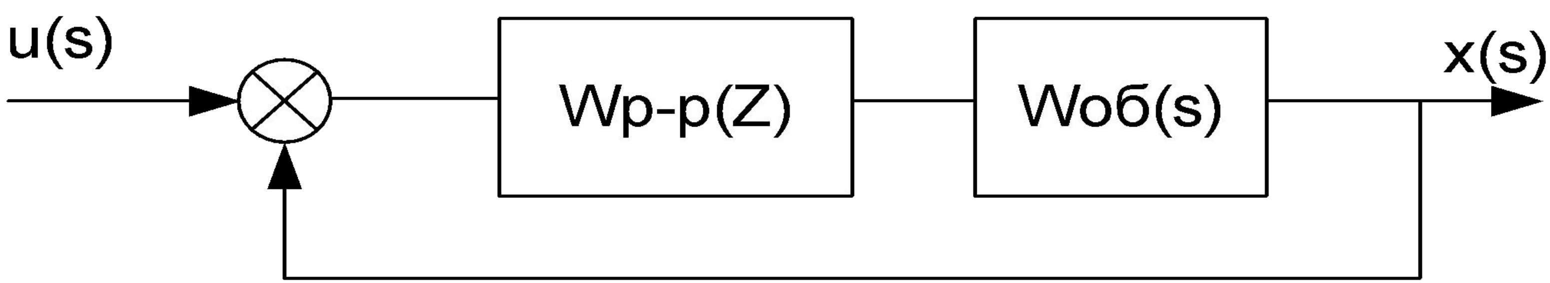
$$\frac{\tau}{T} = \nu$$

$$W_{пр\,н.ч.}(z) = \frac{z-1}{z} \cdot z^{-\nu} \cdot Z\left(\frac{W_{нч}(p)}{p}\right)$$

Преобразование структурной схемы

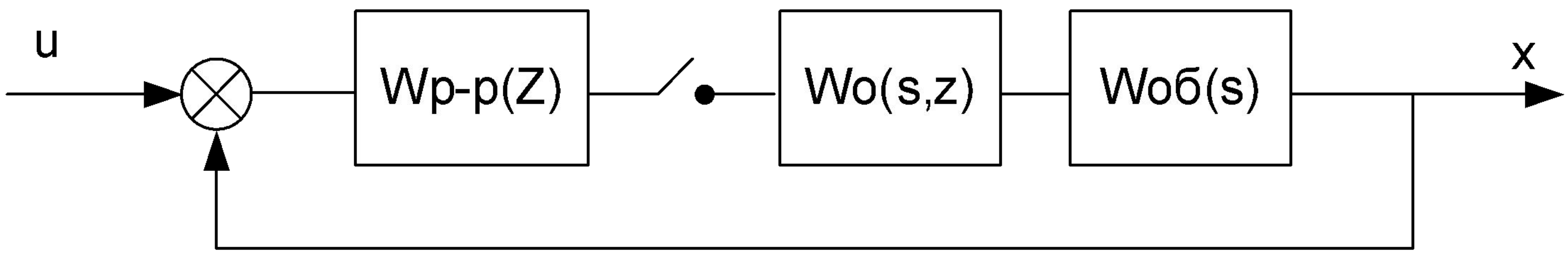
Выполняется в следующей последовательности.

Исходная дискретно-непрерывная одноконтурная система



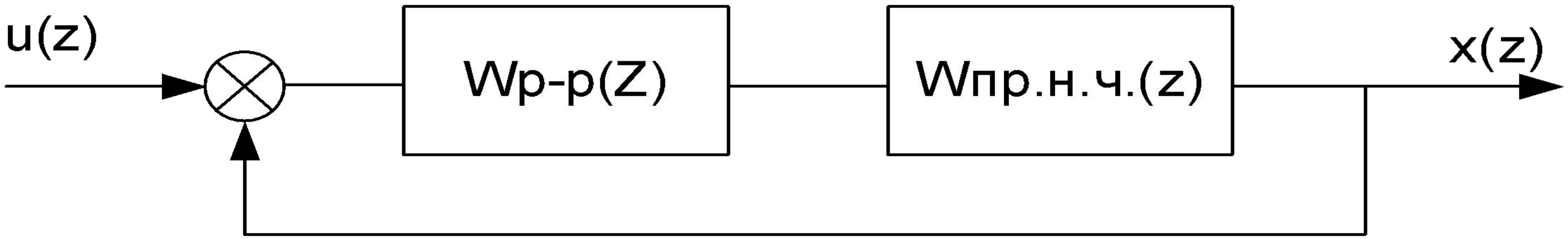
Преобразование структурной схемы

Структурная схема, иллюстрирующая преобразование непрерывного сигнала



Преобразование структурной схемы

Эквивалентная дискретная система



Расчет Z-передаточной функции приведенной непрерывной части может быть выполнен программе Matlab командой c2d(Wоб,T), где T – период квантования.

Пример

```
sys1=tf([4.5], [12 1],'inputdelay',4)
sys2=c2d(sys1,4)
```

$$W_{пр.н.ч.}(z) = \frac{1.276}{z(z-0.7165)}$$

Остальные этапы расчета настроек ПИ или ПИД-регулятора идентичны методу расчета настроек непрерывных регуляторов

Эмпирические методы

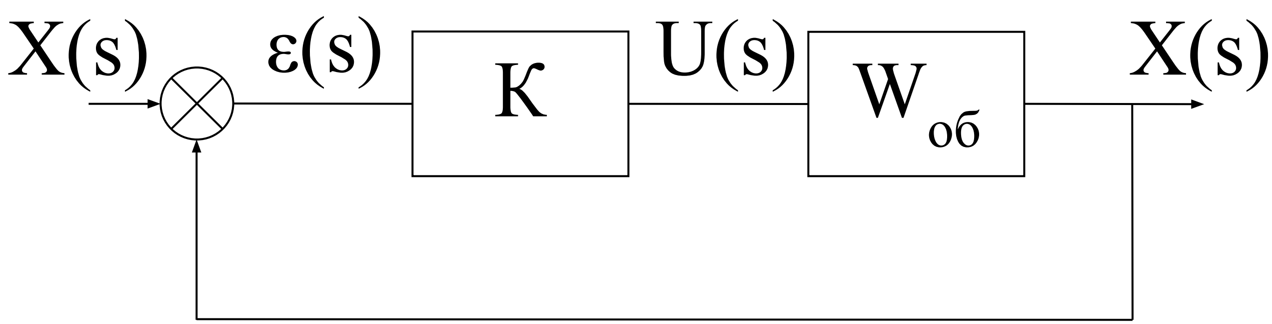
Метод Зиглера-Никольса

Используется только для устойчивых объектов

Эмпирический алгоритм

1. К реальному объекту прикладывают пропорциональное управление с очень малым коэффициентом усиления

2. Коэффициент усиления увеличивается до тех пор, пока в контуре объект-регулятор не начнутся колебания



3. Регистрируется критическое значение коэффициента усиления регулятора и период колебаний на его выходе

4. Устанавливаются значения параметров регулятора согласно таблице

Вид регулятора	K_p	$T_и$	$T_д$
П	**0,5** $K_{кр}$	**-**	**-**
ПИ	**0,45** $K_{кр}$	$T_{кр}$**/1,2**	**-**
ПИД	**0,6** $K_{кр}$	**0,5** $T_{кр}$	**0,125** $T_{кр}$

5. Строятся переходные характеристики и определяются прямые показатели качества: перерегулирование (σ), время регулирования (t_p)

6. Если прямые показатели качества оказались хуже заданных, то несколько изменяют (по очереди) настройки и вновь рассчитывают прямые показатели качества, добиваясь нужных, или меняют тип регулятора

Аналитический путь определения $K_{кр}$

Расчет критических значений

Критические значения могут быть рассчитаны аналитическим путем на основе критерия устойчивости Найквиста

Для П-регулятора передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W_p(s) = k \cdot W_{об}(s)$$

Система находится на границе устойчивости, если $W_p(j\omega) = -1$, тогда

$$K_{кр} \cdot W_{об}(j\omega_{кр}) = -1$$

Далее определяется последовательно

$$\omega_{кр};\ k_{кр};\ T_{кр}$$

Алгоритм:

1. **Составить передаточную функцию разомкнутой системы**

$$W_p(s) = k \cdot W_{об}(s)$$

2. **Подставить вместо** $s = j\omega$ **, записать АФЧХ разомкнутой системы** $W_p(j\omega)$

3. **Выразить** $K_{кр} = -\dfrac{1}{W_{об}(j\omega_{кр})}$

4. **Записать** *Ккр* **в первой алгебраической форме**

$$j \cdot 0 + K_{кр} = X(\omega_{кр}) + jY(\omega_{кр})$$

5. **Так как комплексные числа равны и имеют соответственно равные действительные и мнимые части, то приравнять $Y(\omega_{кр}) = 0$ и найти $\omega_{кр}$**
6. **Подставить $\omega_{кр}$ в действительную часть и найти критическое значение коэффициента усиления** $K_{кр} = X(\omega_{кр})$
7. **Найти критический период**

$$T_{кр} = \frac{2\pi}{\omega_{кр}}$$

8. **По таблице рассчитать настройки для заданного алгоритма управления**

9. Записать передаточную функцию разомкнутой системы ($W_p(s)$) с выбранным регулятором

$$W_p(s) = W_{p-p}(s) \times W_{об}(s)$$

10. Записать передаточную функцию замкнутой системы ($W_{зам}(s)$), если обратная связь единичная:

$$W_{зам}(s) = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s)}$$

11. Записать изображение переходной характеристики ($H(s)$)

$$H(s) = \frac{W_{зам}(s)}{s}$$

12. Найти оригинал переходной характеристики ($h(t)$)

$$h(t) = L^{-1}\left(\frac{W_{зам}(s)}{s}\right)$$

13. Построить переходную характеристику ($h(t)$)

14. Определить прямые показатели качества (время регулирования (t_p)) при $\Delta = 0.05 h_{уст}$; (перерегулирование (σ)).

Недостаток метода:

Если в системе имеется запаздывание (множитель $e^{-\tau_0 p}$), то результат настройки в значительной степени зависит от отношения $\frac{\tau_0}{\tau_б}$

Пример

Заданная передаточная функция объекта имеет вид:

$$W_{об}(s) = \frac{10}{(10s+1)(5s+1)(3s+1)},$$

после раскрытия скобок:

$$Wоб\ (s) = \frac{10}{150s^3+95s^2+18s+1},$$

Передаточная функция разомкнутой системы (последовательное соединение пропорционального регулятора *Ккр* и объекта) имеет вид:

$$W\text{раз}\ (s) = \frac{10\ \text{Ккр}}{150s^3+95s^2+18s+1}.$$

Для получения АФЧХ необходимо заменить оператор *s* на *jw*:

$$W\text{раз}\ (jw) = \frac{10\ \text{Ккр}}{150(jw)^3+95(jw)^2+18(jw)+1}.$$

Для обеспечения границы устойчивости замкнутой системы АФЧХ нужно приравнять *-1*.

$$W\text{раз}\ (jw) = \frac{10\ \text{Ккр}}{150(jw)^3 + 95(jw)^2 + 18(jw) + 1} = -1.$$

Тогда ***Ккр***:

$$k_{кр} = -\frac{1}{W_{об}(j\omega_{кр})} = -\frac{(-95\omega^2+1)}{10} + j\frac{\omega(150\omega^2-18)}{10} = k_{кр} + j\cdot 0.$$

Равенство комплексных чисел выполняется только тогда, когда равны между собой соответственно мнимые части и действительные:

$$\frac{\omega(150\omega^2-18)}{10} = 0; \qquad -\frac{(-95\omega^2+1)}{10} = \text{Ккр}.$$

Мнимая часть позволяет найти значение критической частоты:

$$150\,\omega^2 - 18 = 0, \text{т. е. } \omega^2 = \frac{18}{150};\ \omega_{\text{кр}} = 0{,}346;$$

Тогда критическое значение коэффициента передачи и критическое значение постоянной времени:

$$\text{Ккр} = -\frac{(-95\omega^2+1)}{10} = 1{,}037, \quad T_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{0{,}346} = 18{,}15.$$

По таблице 1 передаточная функция ПИ-регулятора имеет вид:

$$W_{p-p}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_{\text{и}} s}\right),$$

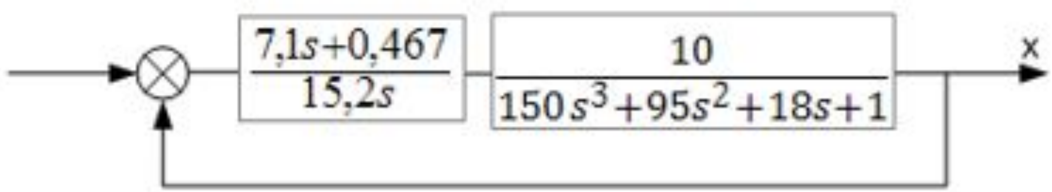
Настройки ПИ-регулятора согласно таблице 2:

$$\text{Кр} = 0{,}45 * 1{,}037 = 0{,}467;\; T_{\text{и}} = \frac{18{,}15}{1{,}2} = 15{,}2.$$

Передаточная функция ПИ-регулятора с найденными настройками:

$$W_{p-p}(s) = 0{,}467 \cdot \left(1 + \frac{1}{15{,}2s}\right) = \frac{7{,}1s + 0{,}467}{15{,}2s}.$$

Структурная схема для расчета прямых показателей качества приведена на рисунке 2.



Для расчета прямых показателей качества нужно построить переходную характеристику. Для этого в программе Matlab необходимо выполнить следующие команды.

```
sys1=tf([7.1 0.467],[15.2 0])

sys2=tf([10],[150 95 18 1])

sys3=series(sys1,sys2)

sys4=feedback(sys3,1)

step(sys4)
```

Переходная характеристика приведена на рисунке 3.

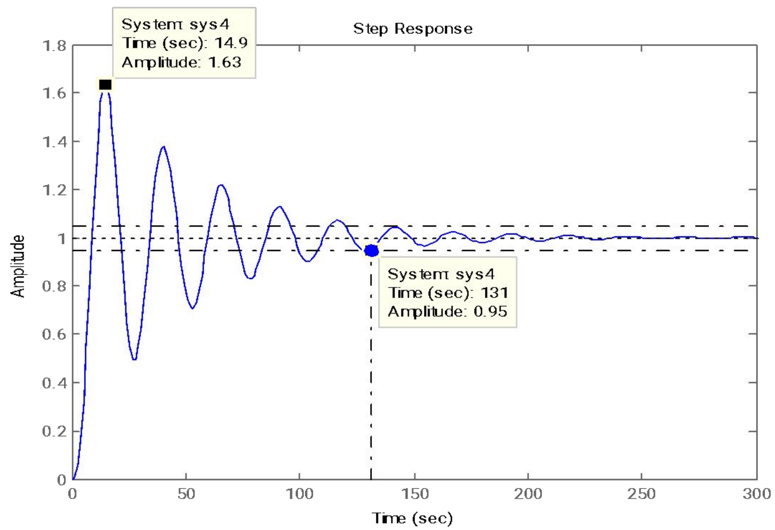


Рисунок 3 – Переходная характеристика в контуре с ПИ-регулятором

Перерегулирование составило σ=63%; время регулирования t_p=131 с; статическая ошибка равна нулю.