

# Лекция 3. Центр масс. Работа и энергия

Составитель: старший преподаватель кафедры  
МФиИТ, канд. физ.-мат. наук Маринова С.А.

# План лекции

1. [Механическая система. Силы в системе](#)
2. [Закон сохранения импульса](#)
3. [Центр масс. Закон движения центра масс](#)
4. [Энергия. Работа. Мощность](#)
5. [Кинетическая энергия](#)
6. [Поля. Потенциальная энергия](#)
7. [Закон сохранения механической энергии](#)

# 1. Механическая система. Силы в системе

**Механическая система** – такая совокупность материальных точек (тел), в которой положение или движение каждой точки (или тела) зависит от положения и движения всех остальных.

**Внешние силы** – силы, действующие на точки системы со стороны точек или тел, не входящих в состав данной системы.

**Внутренние силы** – силы, действующие на точки системы со стороны других точек или тел этой же системы.

Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** (или **изолированной**).

## 2. Закон сохранения импульса

### Закон сохранения импульса

*Импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени.*

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i.$$

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства – его однородности. **Однородность пространства** заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета. Импульс системы может быть выражен через скорость ее центра масс.

### 3. Центр масс. Закон движения центра масс

**Центр масс** системы материальных точек – воображаемая точка, положение которой характеризует распределение массы этой системы, радиус-вектор которой равен

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i,$$

где  $m_i$  и  $\vec{r}_i$  – соответственно масса и радиус-вектор  $i$ -й материальной точки;

$n$  – число материальных точек в системе;

$m = \sum_{i=1}^n m_i$  – масса системы.

Скорость центра масс:

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i.$$

Ускорение центра масс:

$$\vec{a}_C = \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i.$$

Импульс системы равен произведению системы на скорость ее центра масс:

$$\vec{p} = m\vec{v}_C.$$

Из определения импульса тела и импульса системы получим закон движения центра масс

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

т.е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, приложенных к системе.

## 4. Энергия. Работа. Мощность

**Энергия** – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

**Работа силы** – количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Если тело движется *прямолинейно* и на него действует постоянная сила  $\vec{F}$ , которая составляет некоторый угол  $\alpha$  с направлением перемещения, то работа этой силы равна

$$A = F s \cos \alpha.$$

В общем случае движения используется понятие **элементарной работы** – скалярной физической величины, равной скалярному произведению векторов силы и перемещения

$$dA = (\vec{F}, d\vec{s}) = \vec{F} \cdot d\vec{s} \cdot \cos \alpha.$$

Работа на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути.

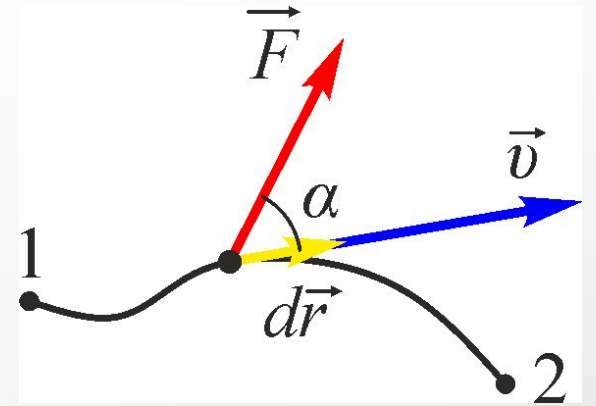
Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha.$$

При  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  работа силы положительна (совпадают направления векторов силы и перемещения), при  $\alpha > \frac{\pi}{2}$  – отрицательна, при  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  работа равна нулю (вектор силы направлен перпендикулярно перемещению).

**Мощность** – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{(\vec{F}, d\vec{s})}{dt} = (\vec{F}, \vec{v}).$$





## 5. Кинетическая энергия

**Кинетическая энергия** механической системы – энергия механического движения системы.

Приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении. Поскольку  $F = m \frac{dv}{dt}$  и  $dA = F dr = m \frac{dv}{dt} dr = m v dv = dT$ , то

и  $T = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}$ . Тогда тело массой  $m$ , движущееся со скоростью  $v$ , обладает кинетической энергией

$$T = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия всегда положительна, зависит только от массы и скорости тела, является функцией состояния и зависит от выбора системы отсчета.

## 6. Поля. Потенциальная энергия

**Потенциальное поле** – силовое поле, характеризующее тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений (например, поля упругих и гравитационных сил).

**Консервативные силы** – силы, действующие в консервативных полях.

**Диссипативная сила** – сила, работа которой зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую (например, сила трения).

Тела, находясь в потенциальном поле сил, обладают потенциальной энергией .

**Потенциальная энергия** – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними. Работа консервативных сил при элементарном изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком «–» (работа совершается за счет убыли потенциальной энергии):

$$dA = -dU.$$

Для консервативных сил

$$\vec{F} = -\text{grad}U, \quad \text{где} \quad \text{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}.$$

**Потенциальная энергия в поле силы тяжести Земли**

**Потенциальная энергия упругодеформированного тела**

$$U = mgh$$

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

2

## 7. Закон сохранения механической энергии

**Полная механическая энергия** системы – сумма кинетических и потенциальных энергий всех тел, входящих в систему:

$$E = T + U.$$

### **Закон сохранения механической энергии**

В системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется со временем

$$E = \text{const.}$$

**Консервативные системы** – механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние).

**Диссипативные системы** – системы, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие виды энергий.