

- Что называют углом между прямой и плоскостью?
- Как изображают наклонную и плоскость на рисунке?
- Каковы приемы решения стереометрических задач?
- Как это поможет успешно сдать ЕГЭ?

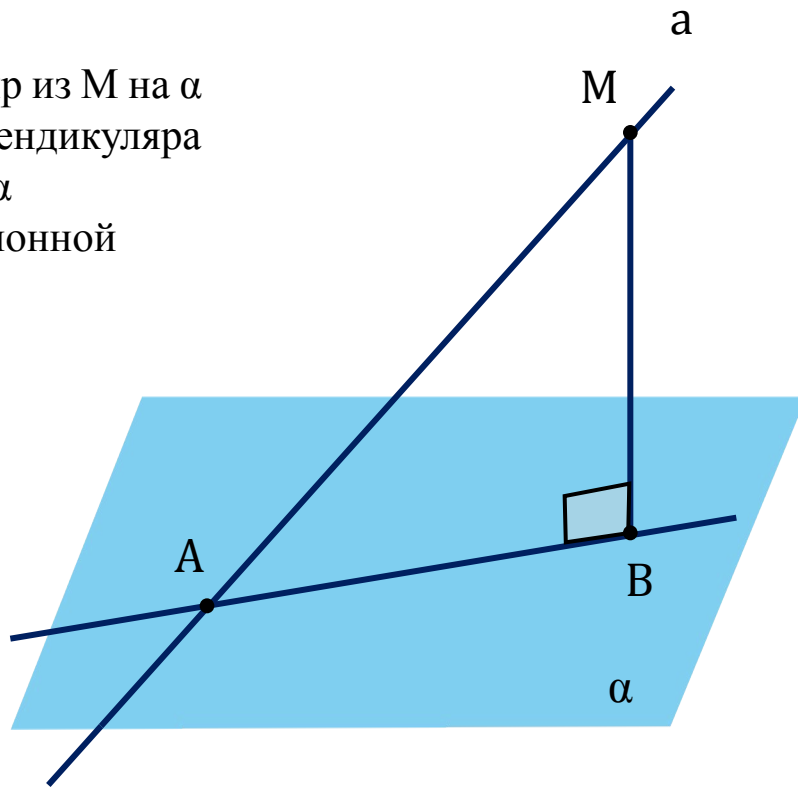
$a$  — наклонная

$BM$  — перпендикуляр из  $M$  на  $\alpha$

$B$  — основание перпендикуляра

$B$  — проекция  $M$  на  $\alpha$

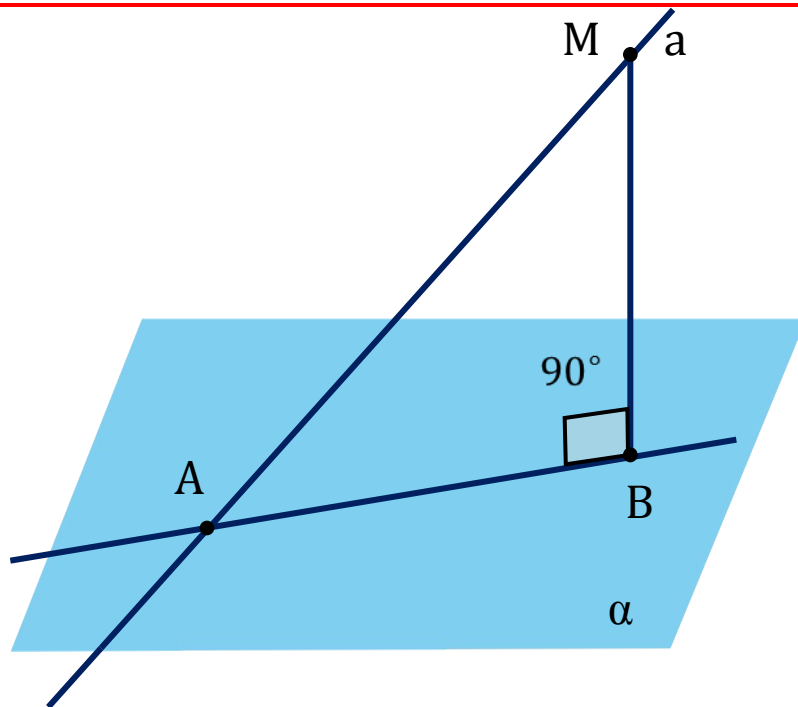
$AB$  — проекция наклонной





## Определение

Проекцией точки на плоскость называется **основание перпендикуляра**, проведённого из этой точки к плоскости, если точка **не лежит** в плоскости, и сама точка, если она **лежит** в плоскости





## **Теорема**

**Проекцией прямой на плоскость, не перпендикулярную к этой прямой, является прямая**



## Теорема

Проекцией прямой на плоскость, не перпендикулярную к этой прямой, является **прямая**

**Дано:**

$M, A, B \in \beta$

$\alpha \cap \beta = a_1$

**Доказать:**

$a_1$  — проекция  $a$

**Доказательство**

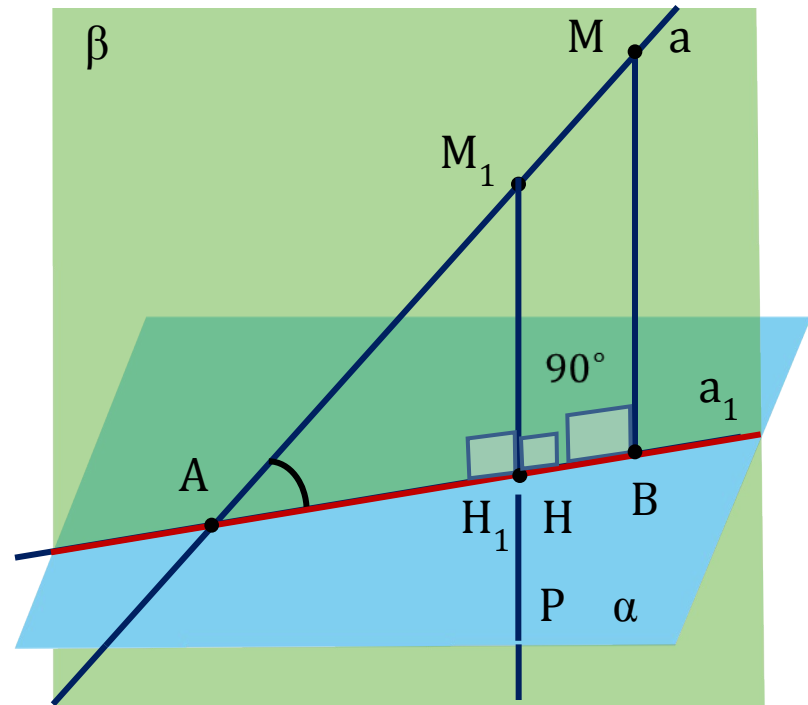
$M_1 \in a, M_1P \parallel MB$

$H = M_1P \cap a_1, H_1 = M_1P \cap \alpha$

**90°**

$\Rightarrow H = H_1 \Rightarrow$

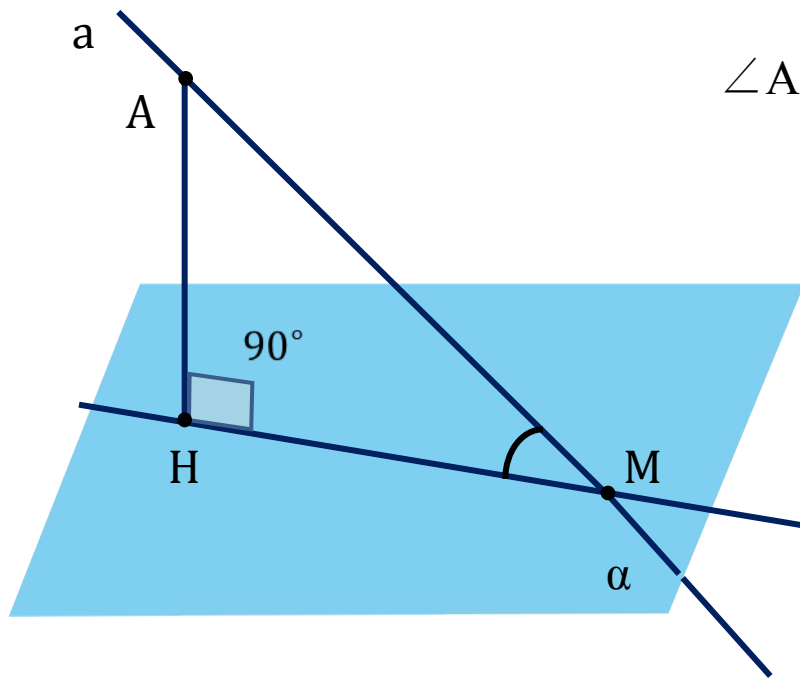
$\Rightarrow a_1$  проекция  $a$





## Определение

Углом между **прямой** и **плоскостью**, пересекающей эту прямую и **не перпендикулярной** к ней, называется **угол между прямой и её проекцией** на плоскость



$\angle AMH$  — угол между  $a$  и  $\alpha$

## Некоторые полезные выводы:

- Проекцией прямой на плоскость, не перпендикулярной к плоскости, является прямая;
- Проекцией отрезка на плоскость, не перпендикулярной к плоскости, является отрезок, концами которого являются проекции концов отрезка;
- Проекцией прямой и отрезка на плоскость, перпендикулярных к плоскости является точка;
- Угол между наклонной и плоскостью (между наклонной и её проекцией) является наименьшим из всех углов, образованных этой наклонной с любой прямой принадлежащей плоскости;
- Угол между перпендикуляром к плоскости и самой плоскостью равен  $90^\circ$ ;
- Если данная прямая параллельна плоскости, то её проекцией на плоскость является прямая, параллельная данной. В таком случае угол между параллельными прямой и плоскостью считают равным  $0^\circ$ ;
- Чтобы построить проекцию какой-нибудь фигуры  $F$  на плоскость, надо построить проекции всех её точек на данную плоскость.



# Задача 1

**Дано:**

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб

$90^\circ$

**Найти:**  $B_1 D \wedge (ABC)$

**Решение:**

1)  $B_1 B \perp (ABC)$

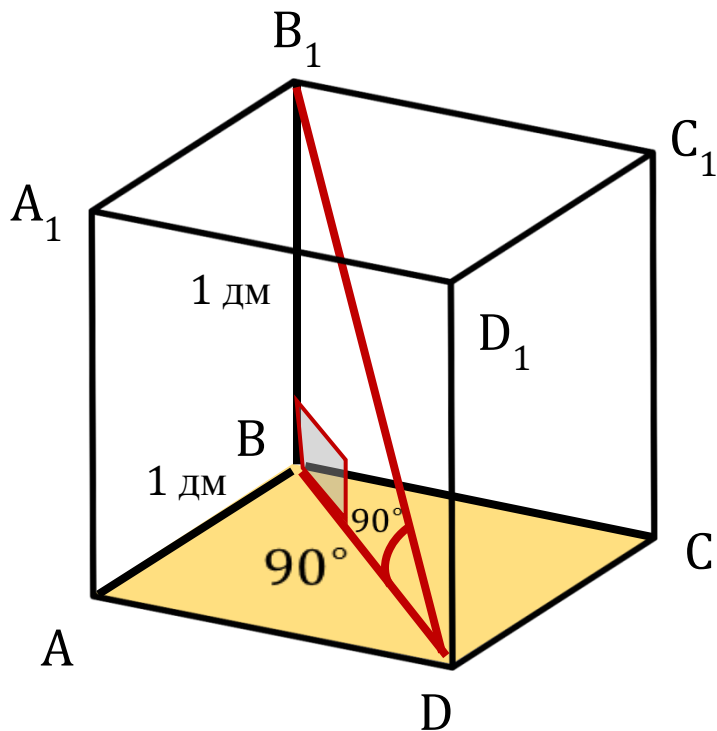
2)  $BD$  — проекция  $B_1 D$

3)  $\triangle B_1 B D$  — прямоугол.

$\operatorname{tg} \angle B D B_1 = B_1 B : BD$

4)  $B_1 B = 1$  (дм),

$90^\circ$   
 $90^\circ$   
 $90^\circ$



## Задача 2

**Дано:**

SABCD — правильная пирамида

O — центр основания

SO = 35, SD = 37

**Найти:** BD

**Решение:**

OD — проекция SD

$90^\circ$

$\triangle SOD$  — прямоугол.  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow OD^2 + 35^2 = 37^2$$

$$OD^2 = 37^2 - 35^2$$

$$OD^2 = 1369 - 1225 = 144$$

$$OD = 12$$

$$BD = 12 \cdot 2 = 24$$

**Ответ:** 24

