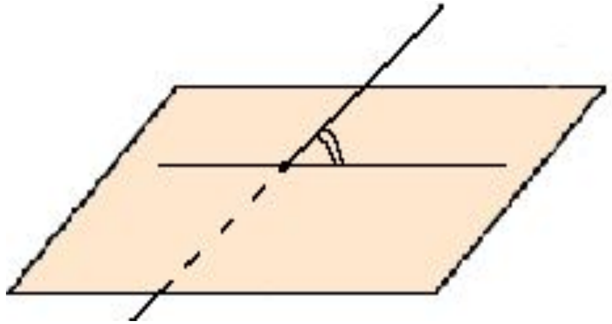
УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

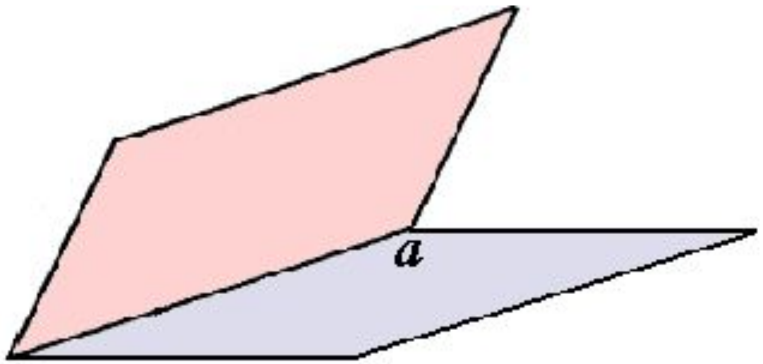
Углом между прямой и плоскостью,пересекающей эту прямую и не перпендикулярной её, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость

$0° \le \alpha \le 90°$

$\alpha = 0°$, если прямая параллельна плоскости

$\alpha = 90°$, если прямая перпендикулярна плоскости

ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

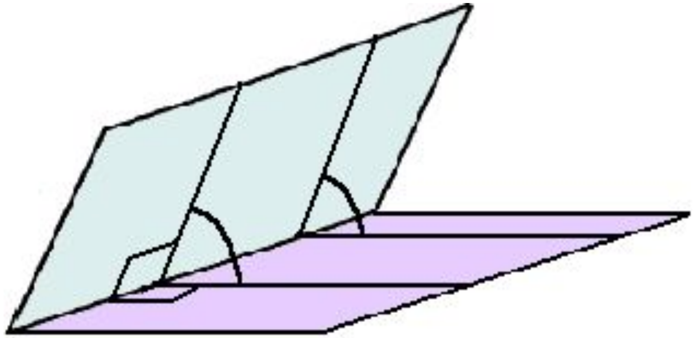


ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Двугранным углом называется фигура, образованная прямой a и двумя полуплоскостями с общей границей a , не принадлежащим одной плоскости

Двугранный угол может быть острым , тупым и прямым

Линейный угол



ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

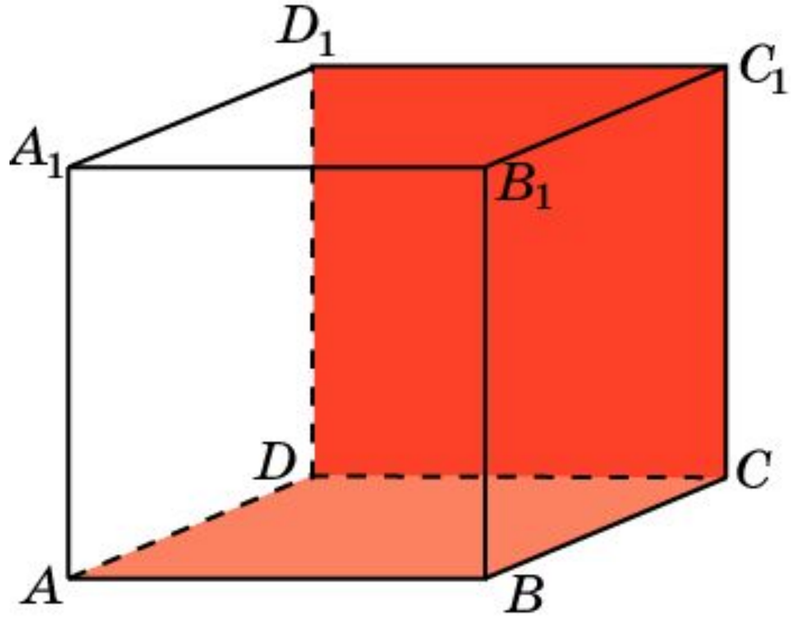
Линейный угол -- угол, стороны которого являются лучами, перпендикулярными к ребру двугранного угла, а вершина лежит на его ребре

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

Все линейные углы двугранного угла равны

Упражнение

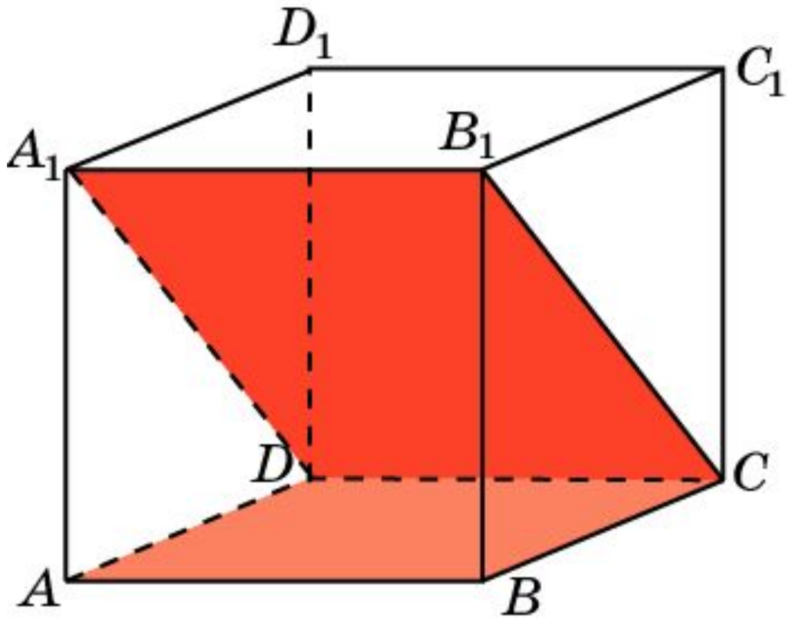
В кубе $A…D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.



Ответ: 90º.

Упражнение

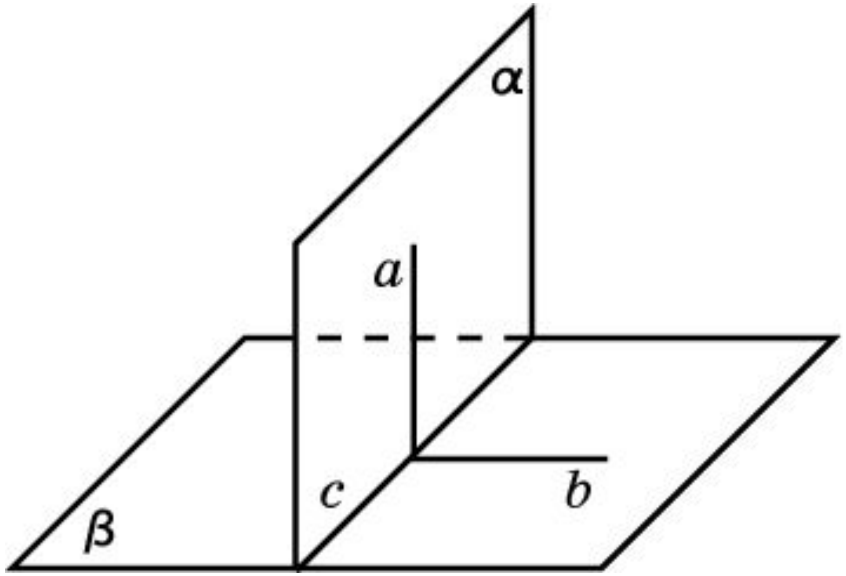
В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1.



Ответ: 45^o.

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

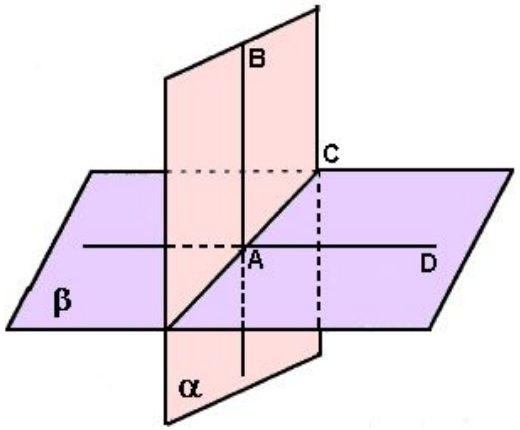
Две плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними прямой.



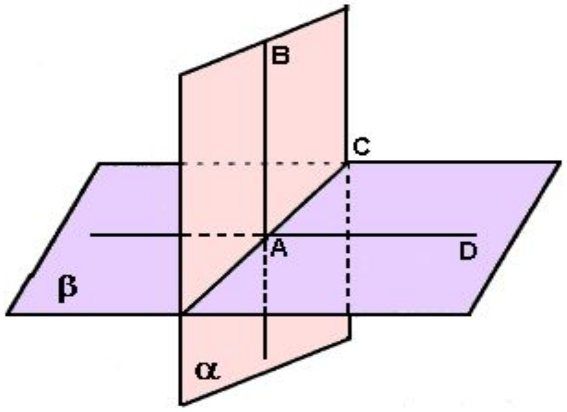
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ :

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



1) AB ⊥ β, AC ⊂ β => AB ⊥ AC (α ∩ β = AC)

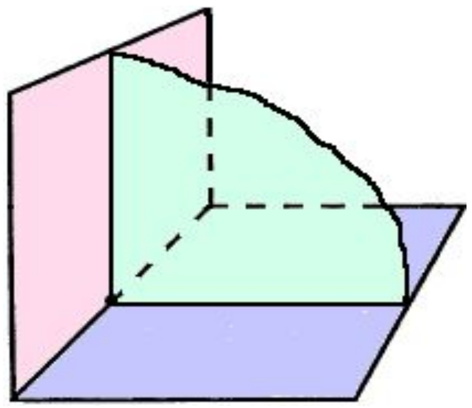
2) AB ⊥ β, AD ⊂ β => AB ⊥ AD (AD ⊥ AC)

3) ∠(α ; β) = ∠ BAD = 90° => α ⊥ β

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

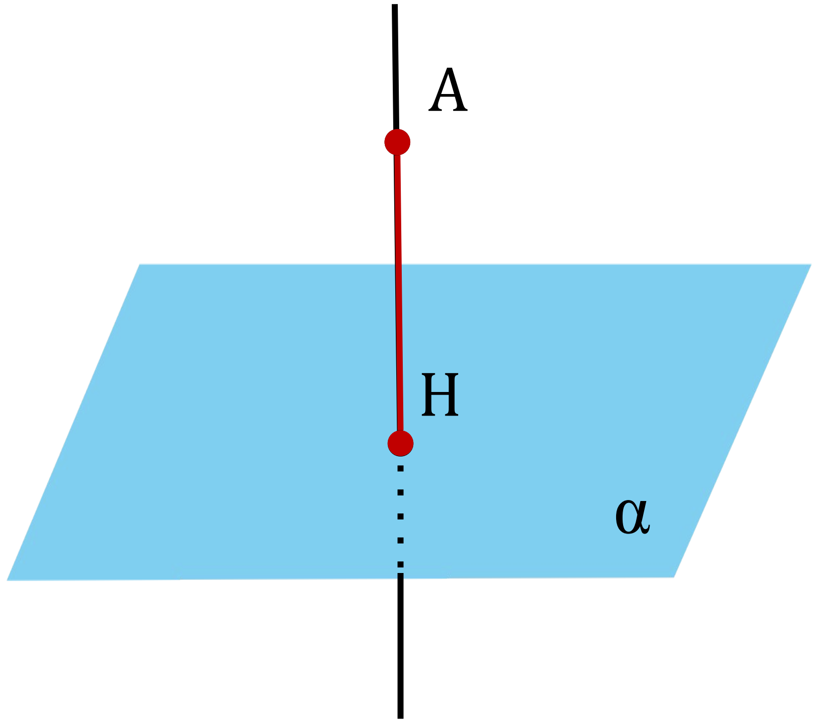
СЛЕДСТВИЕ ИЗ ПРИЗНАКА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ:

Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей



Определение

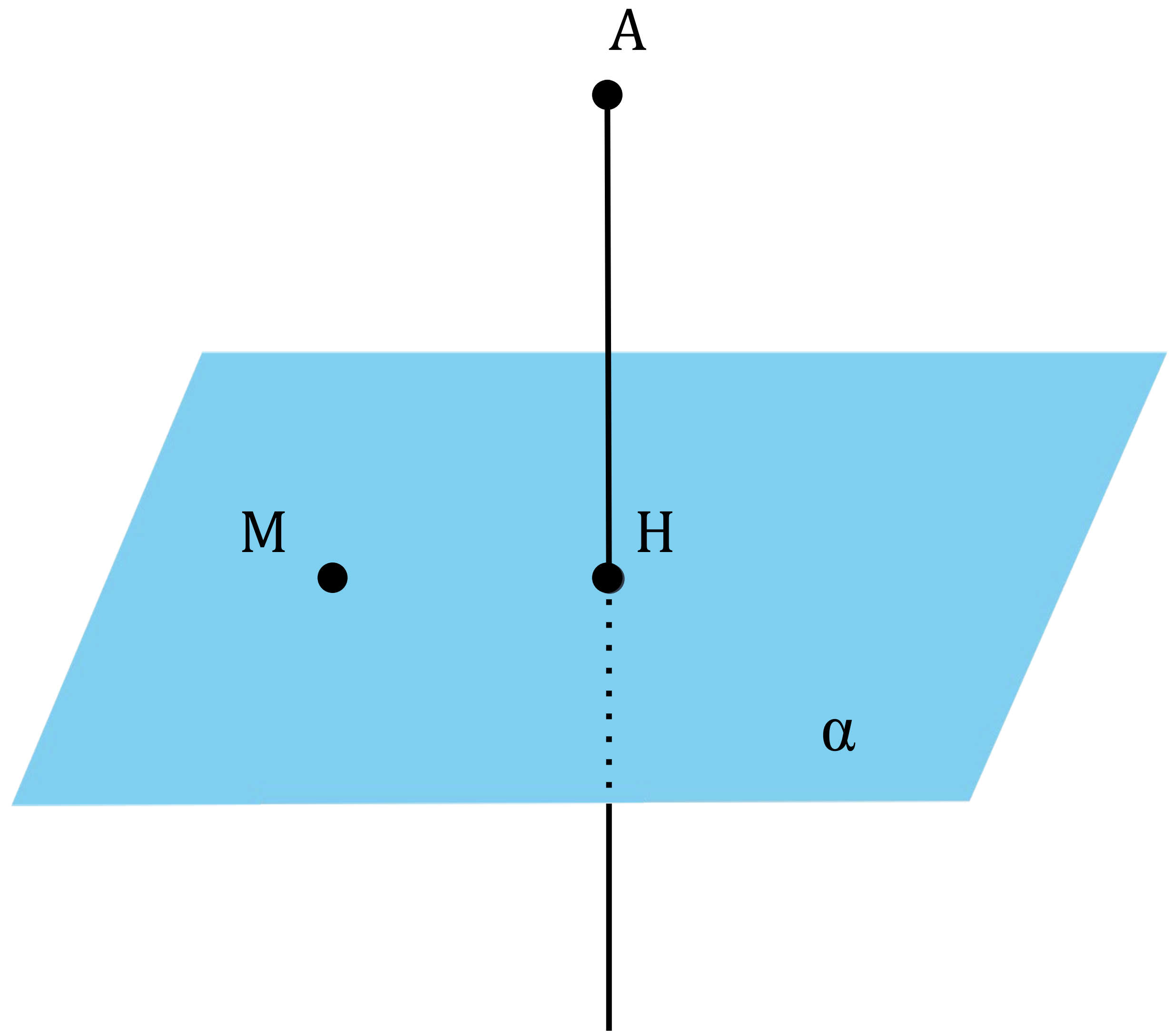
Перпендикуляром, проведённым из точки ***A*** к плоскости ***α***, называется отрезок ***AH***. Точка ***H*** называется **основанием** этого **перпендикуляра**

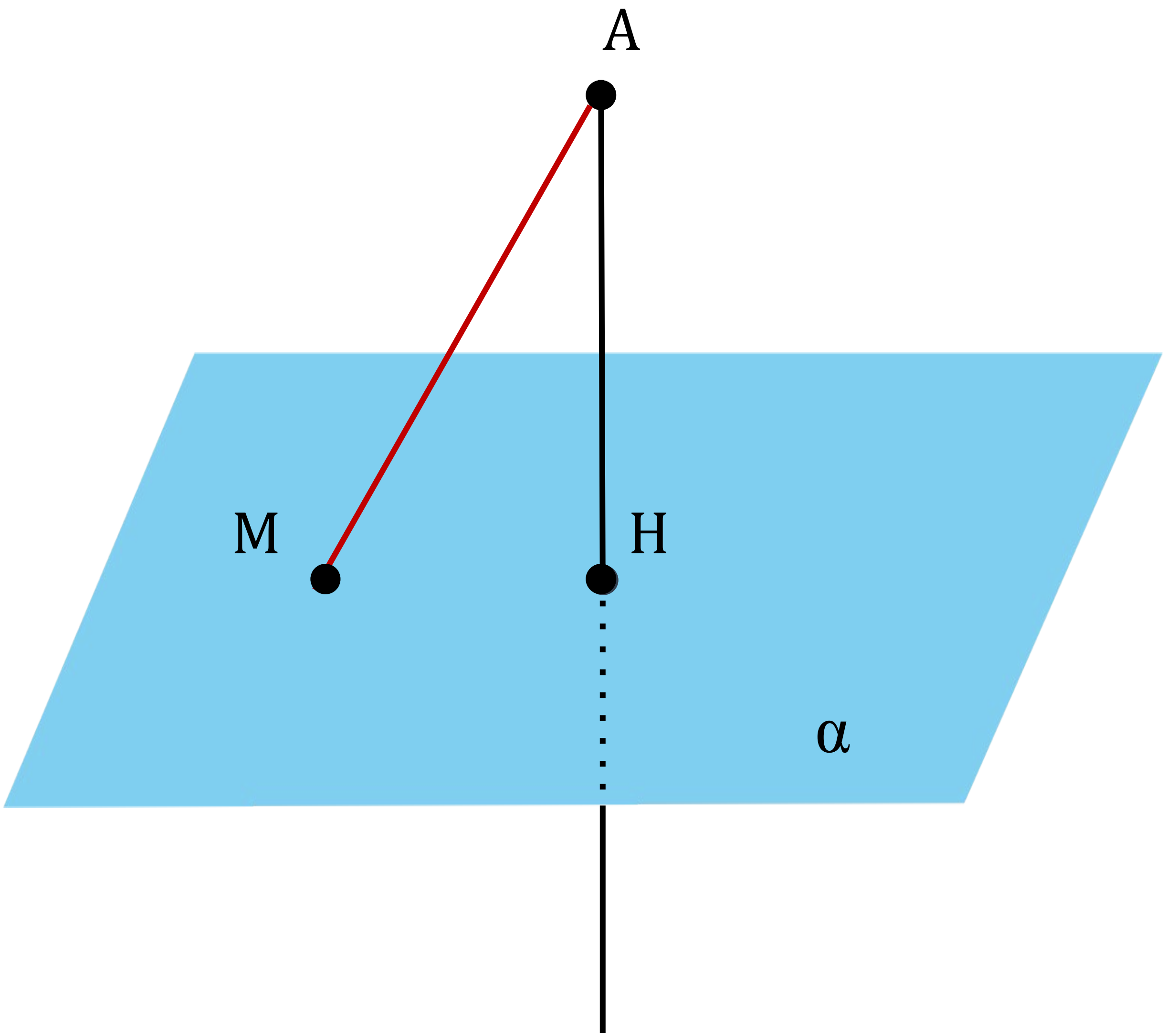


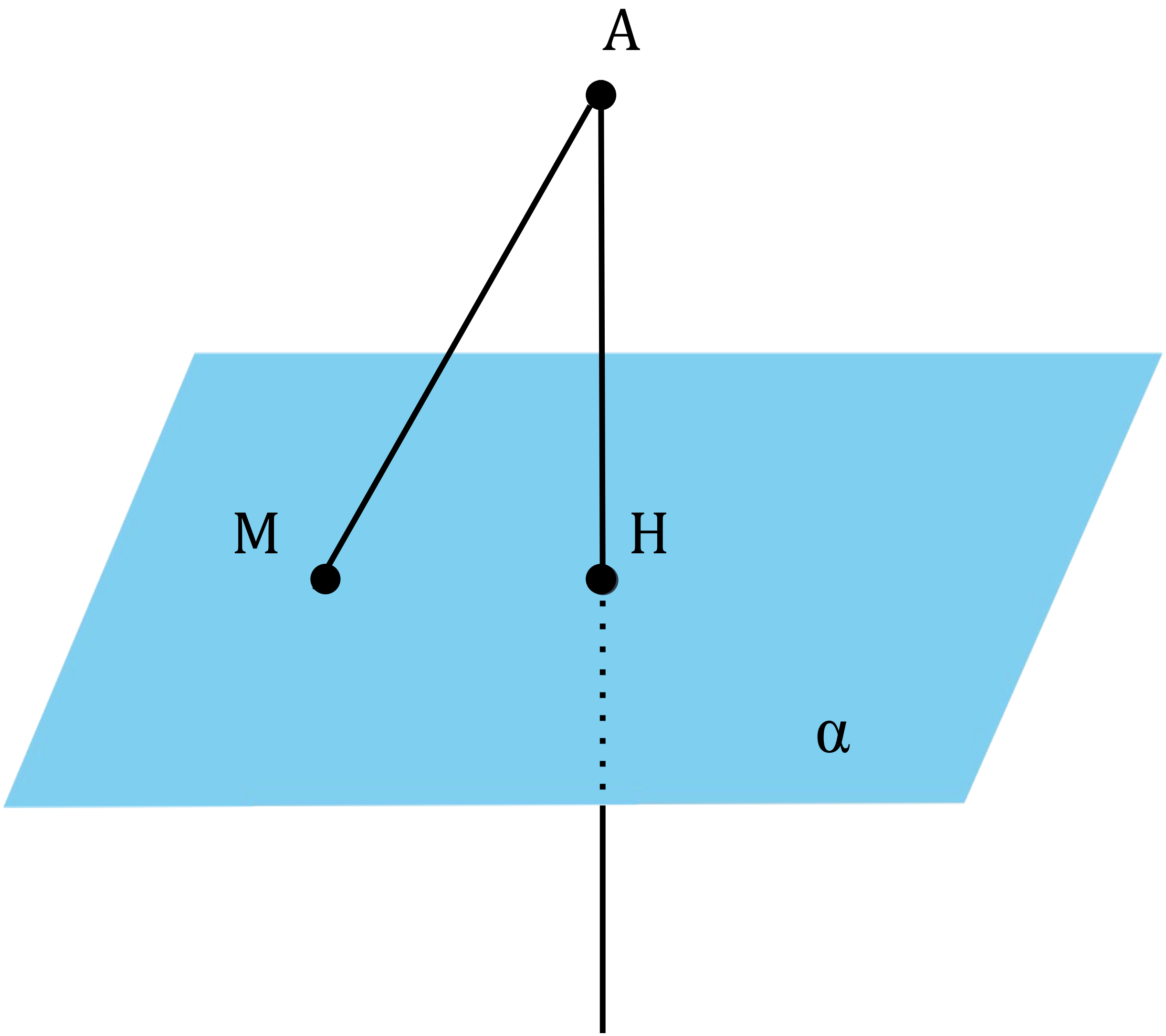
A ⊥ α

AH — перпендикуляр

H — основание перпендикуляра

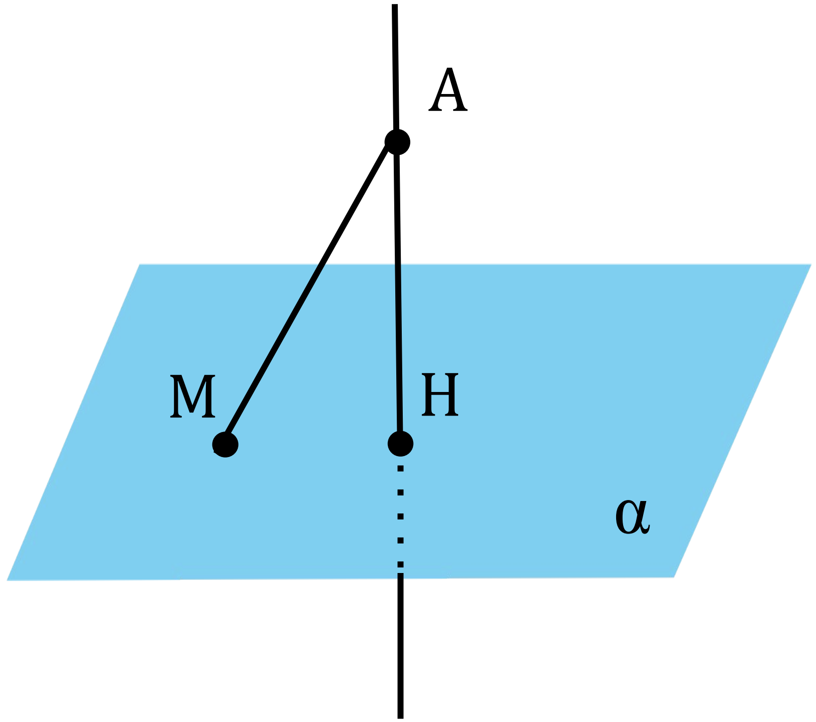

A
M
H
α


A
M
H
α


A
M
H
α

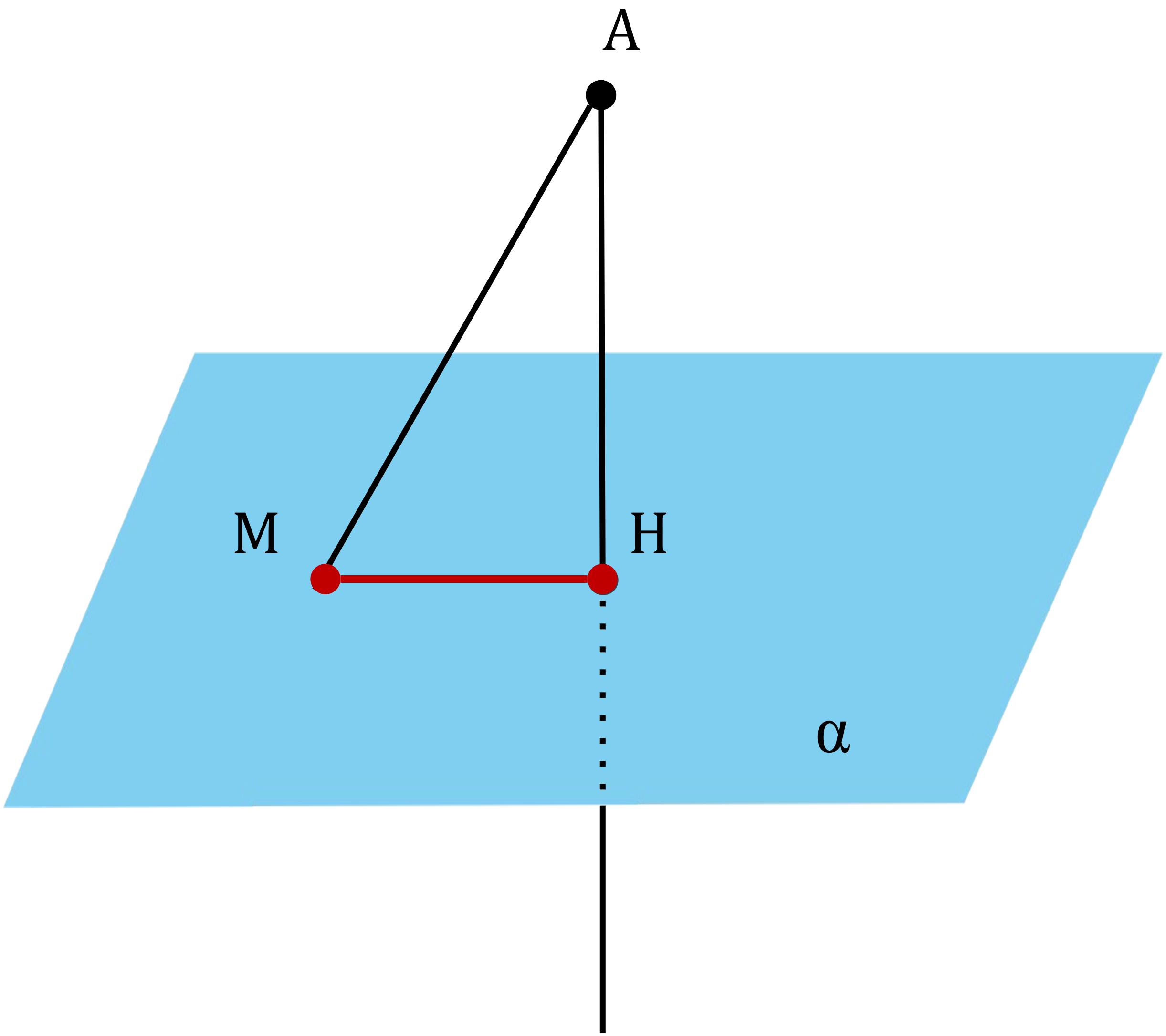
Определение

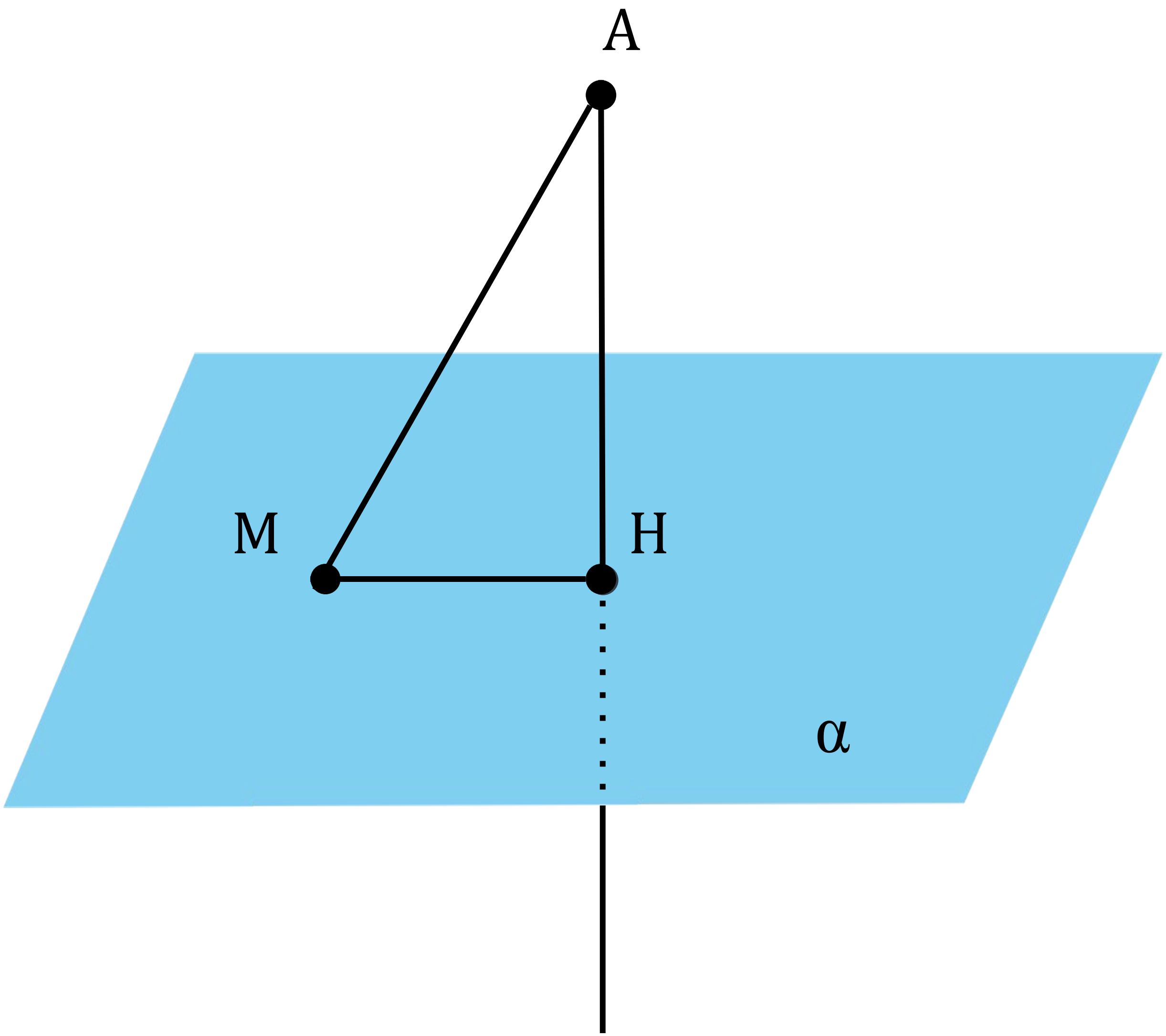
Отрезок ***AM*** называется **наклонной**, проведённой из точки ***A*** к плоскости ***α***. Точка ***M*** называется **основанием наклонной**



AM — наклонная к плоскости

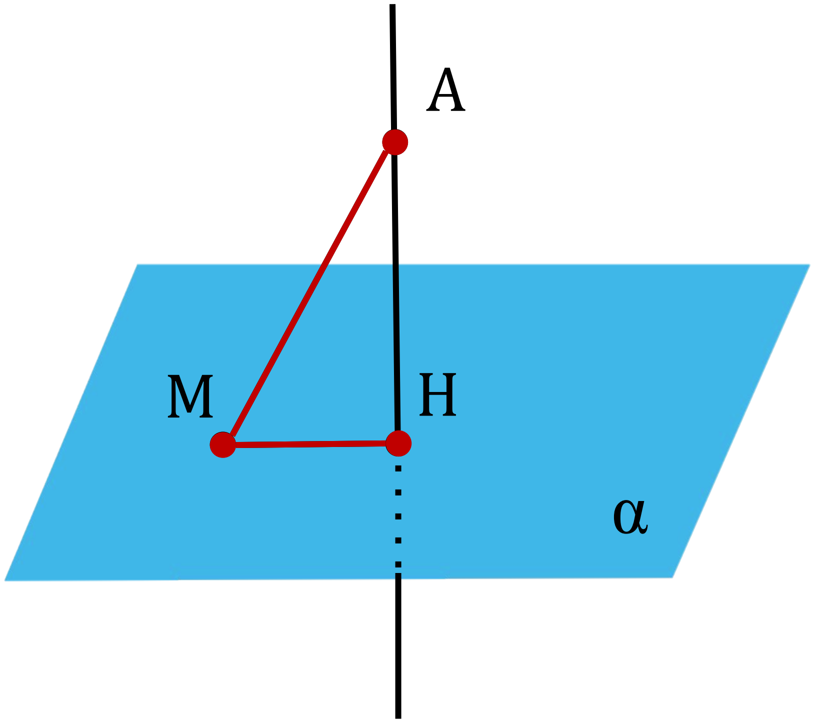
M — основание наклонной


A
M
H
α

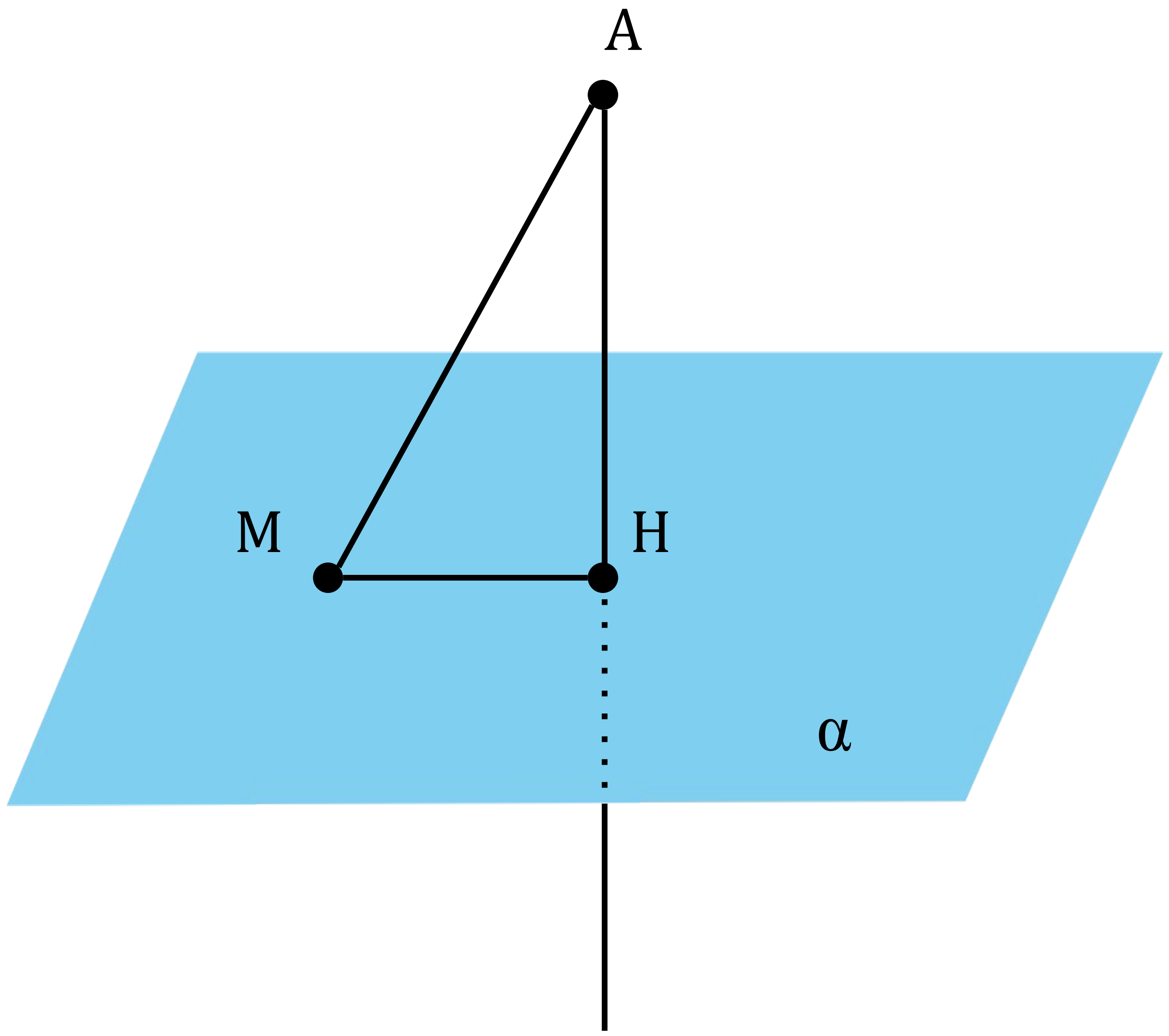

A
M
H
α

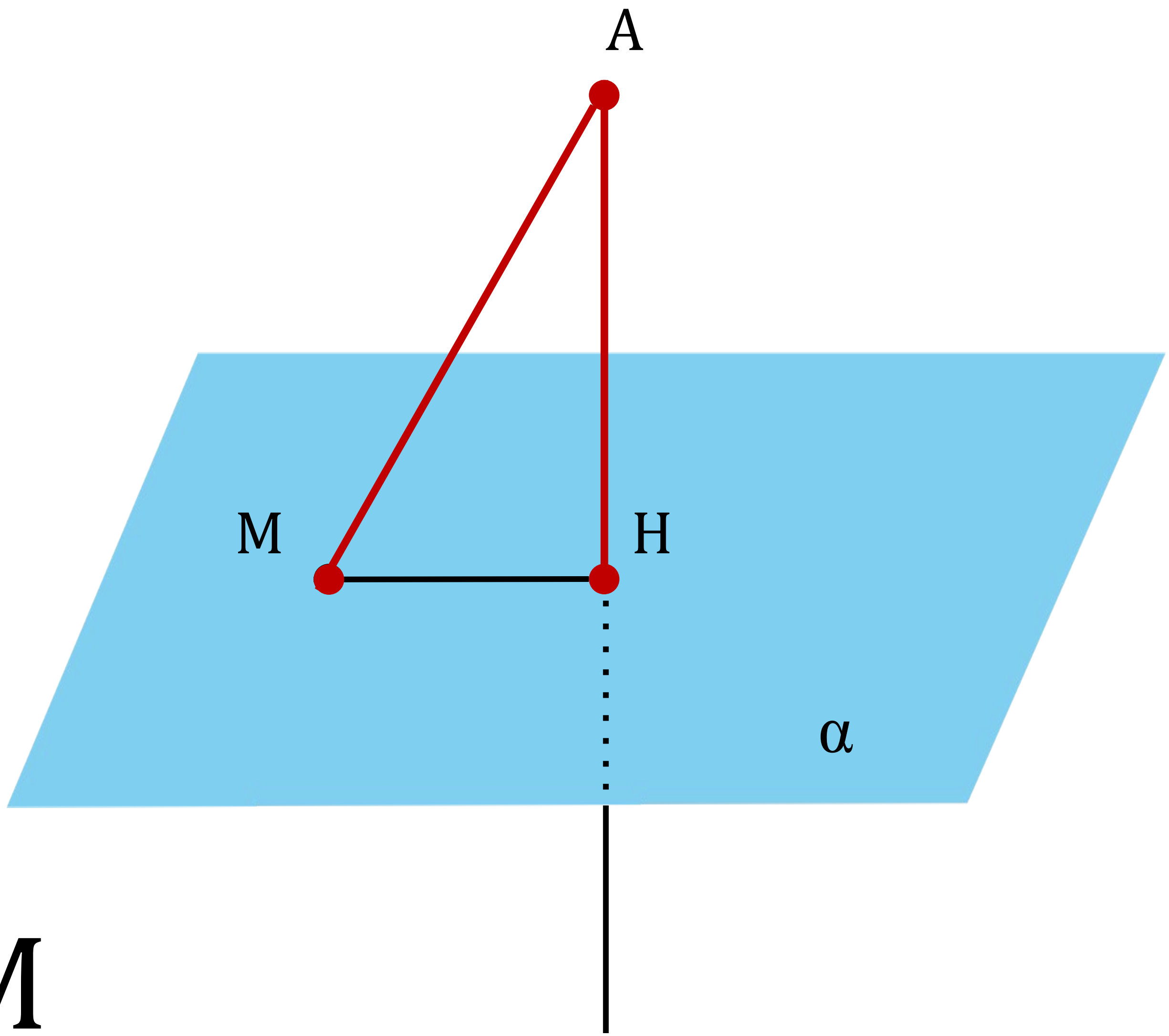
Определение

Отрезок MH называется **проекцией** наклонной AM на плоскость α

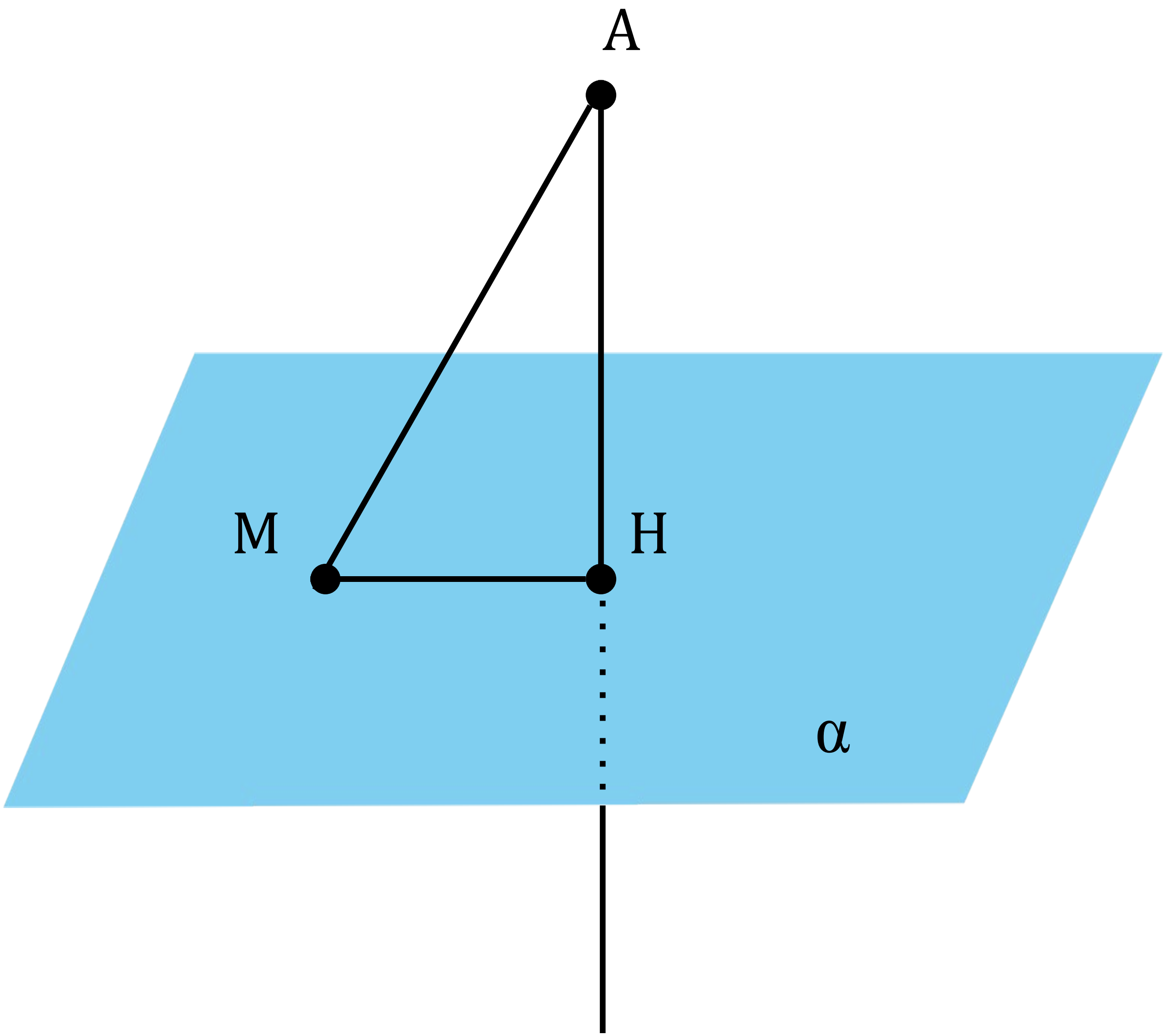


MH — проекция наклонной AM


A
M
H
α

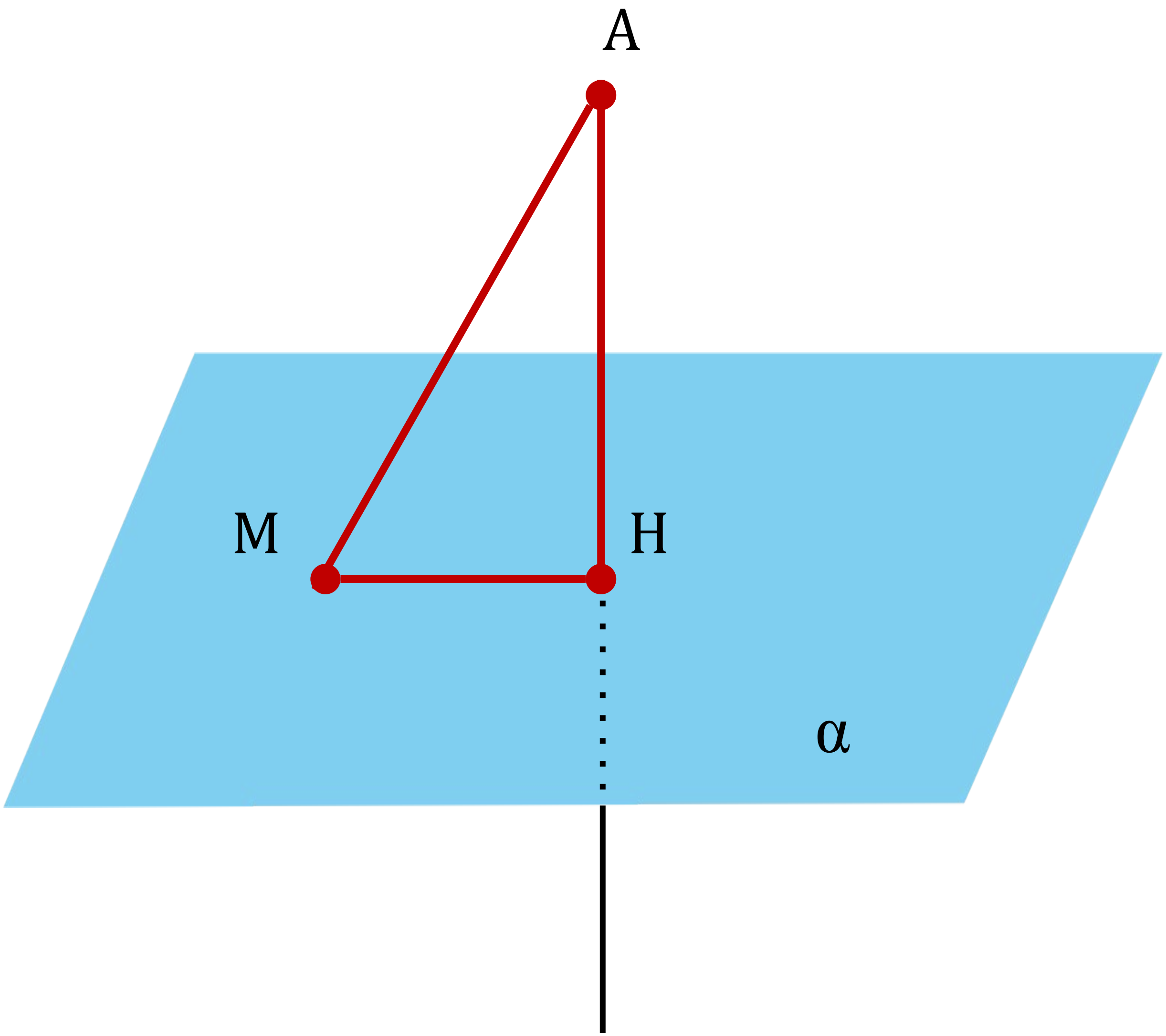


AH ? AM

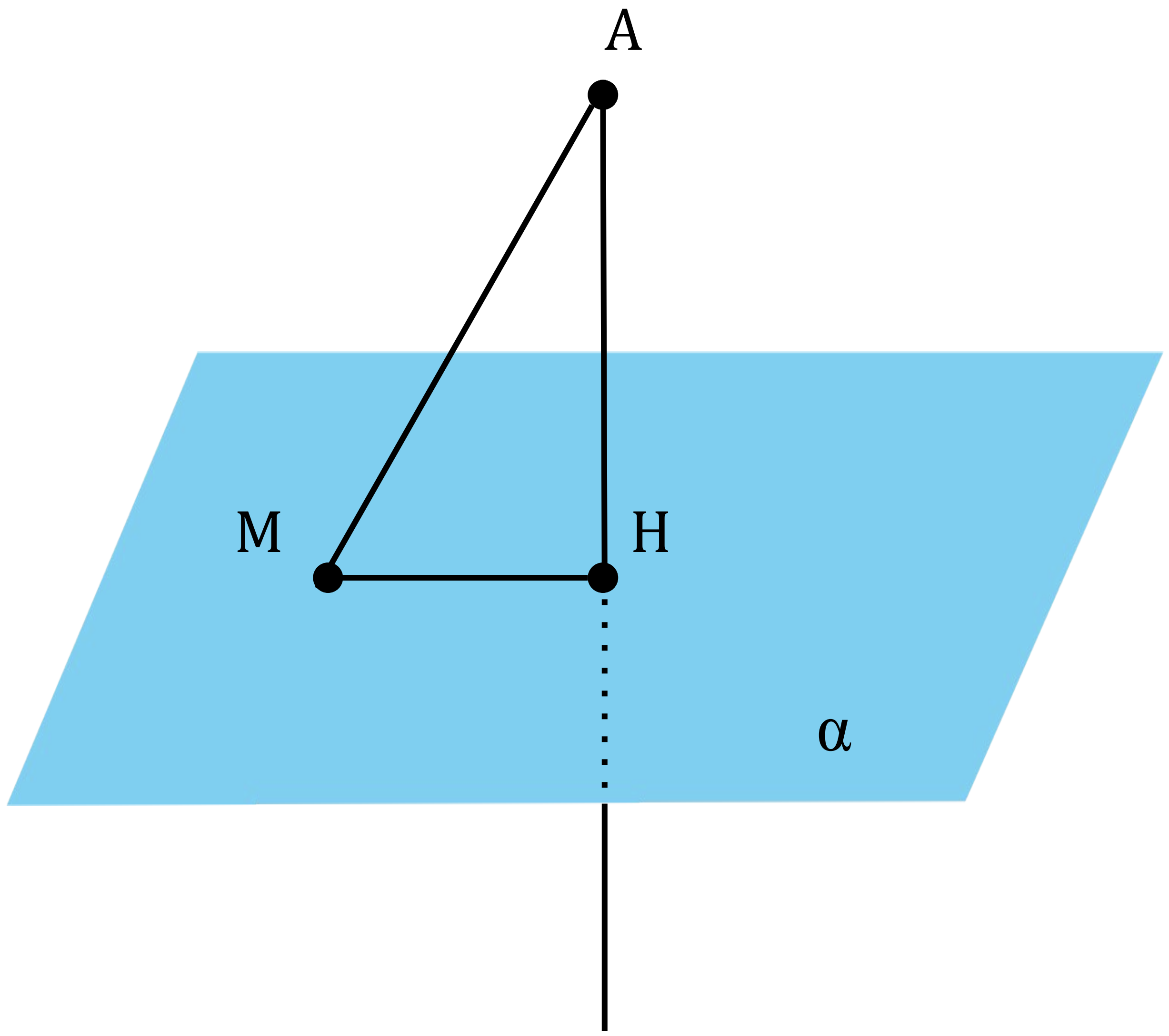


A
M
H
α

ΔAHM:

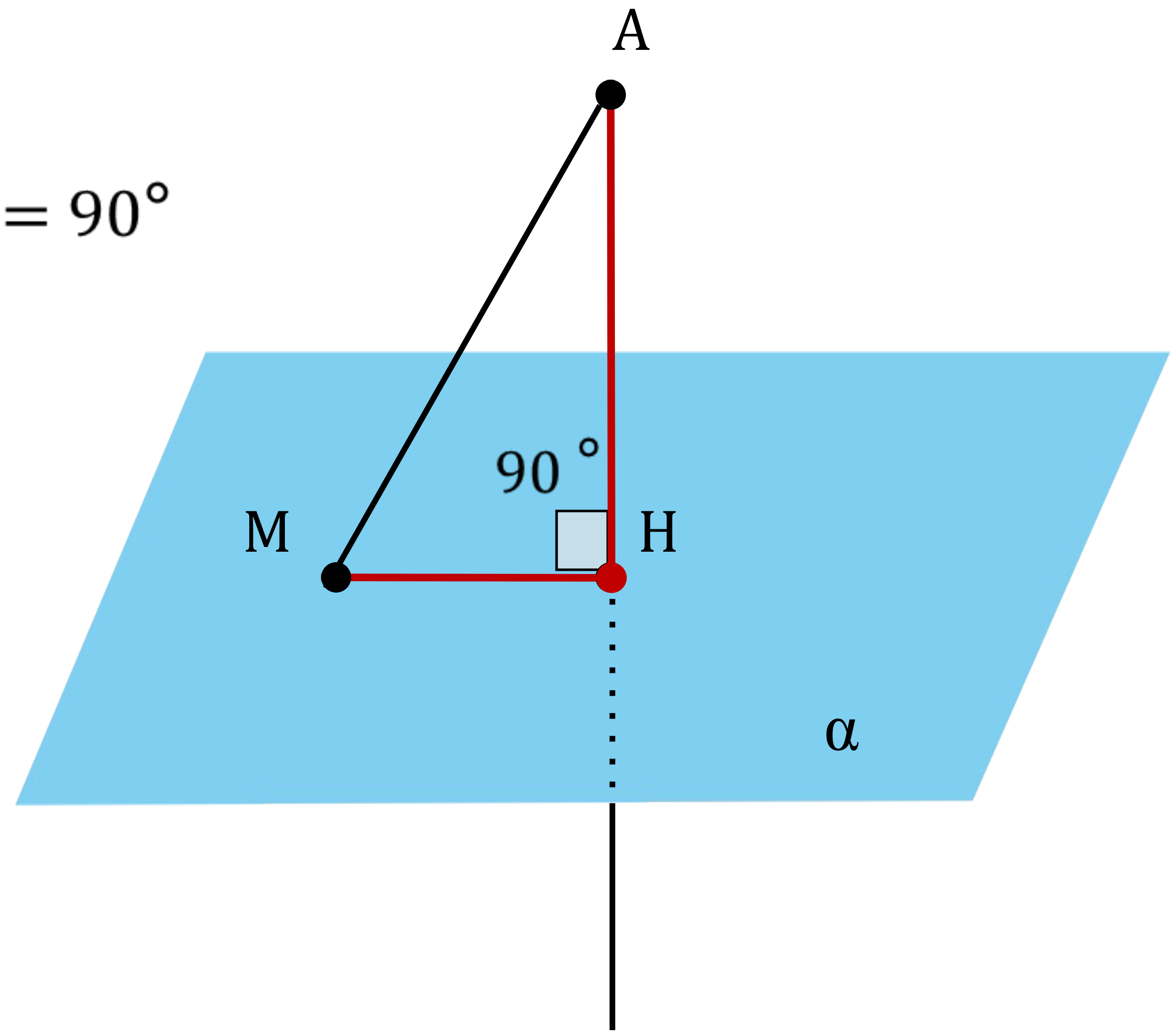


ΔAHM:



ΔAHM:

$AH \perp \alpha \Rightarrow \angle AHM = 90^\circ$

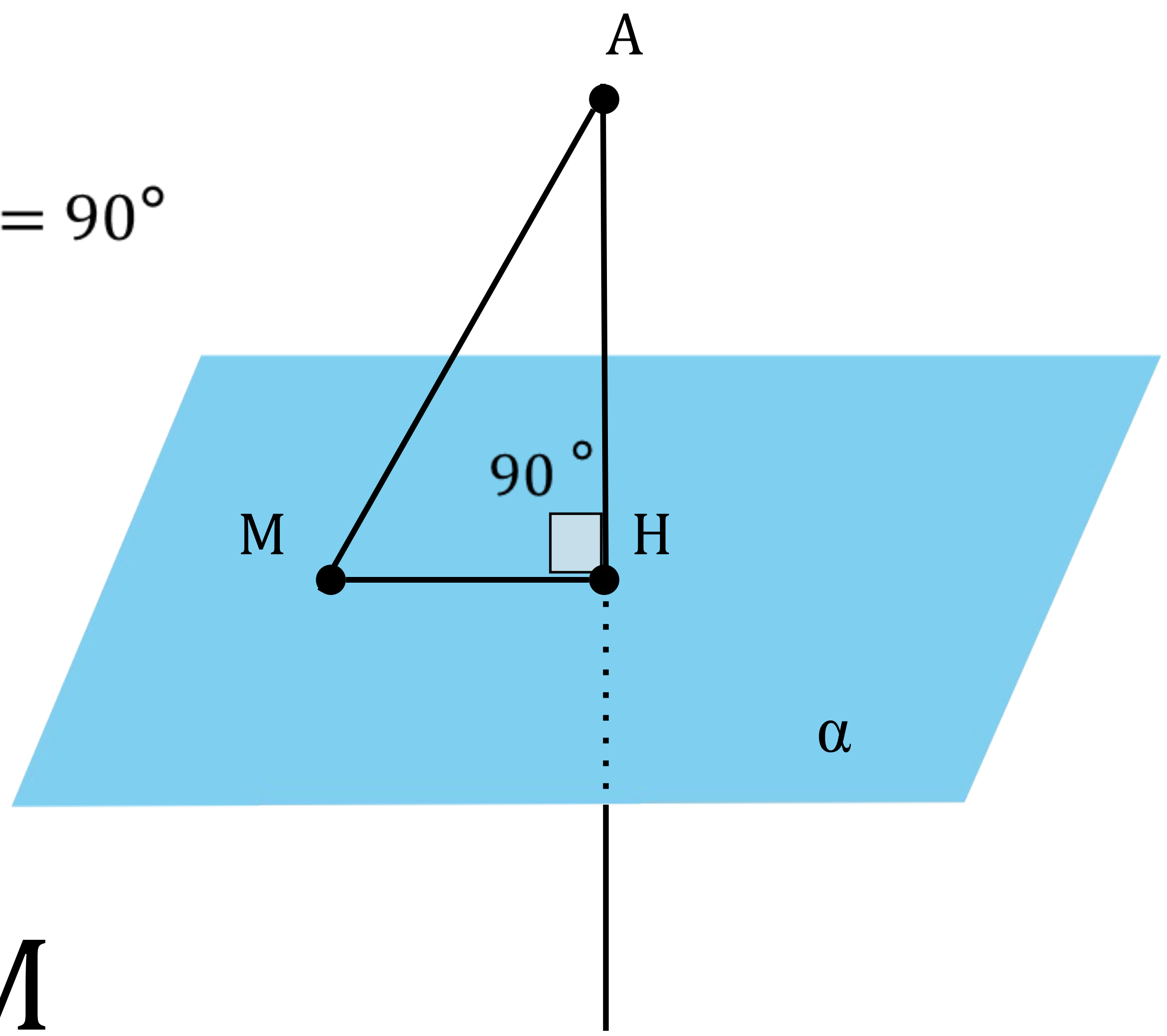


ΔAHM:

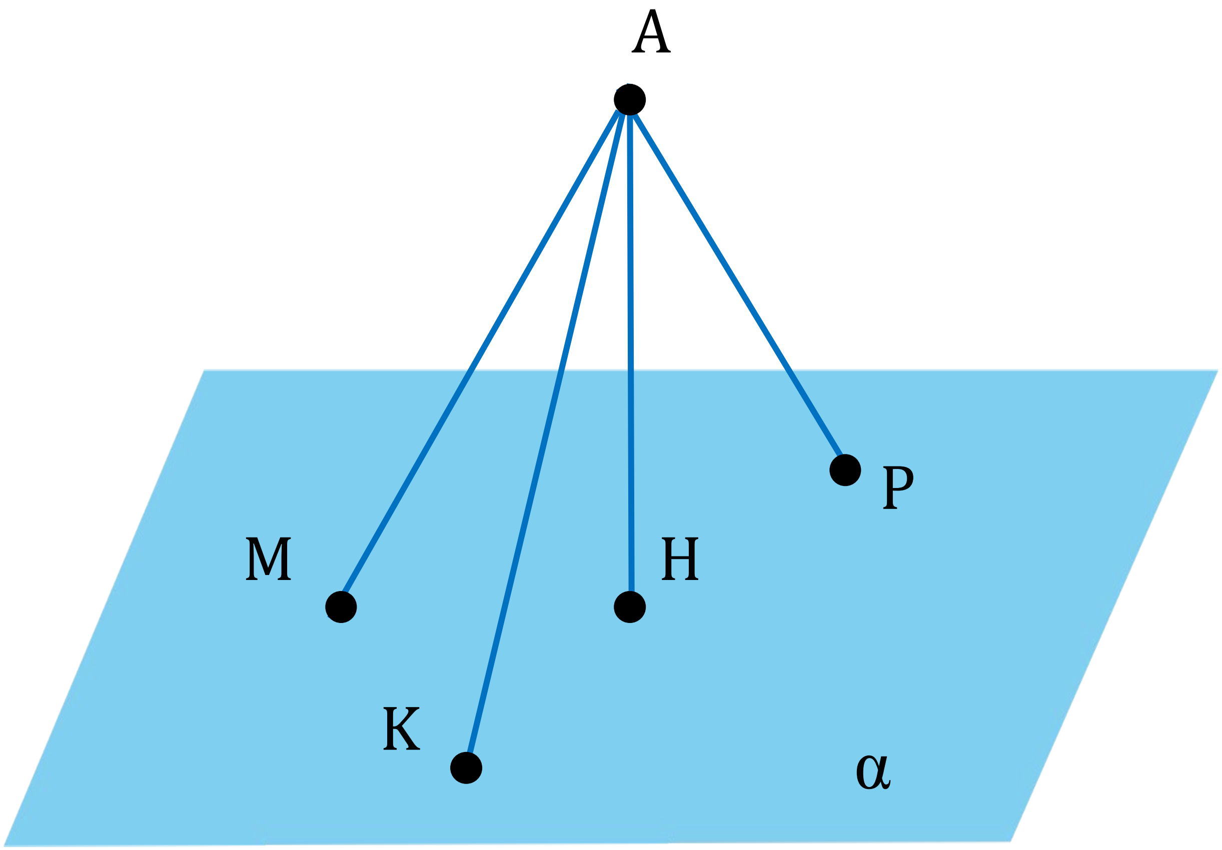
$AH \perp \alpha \Rightarrow \angle AHM = 90°$

AH — катет

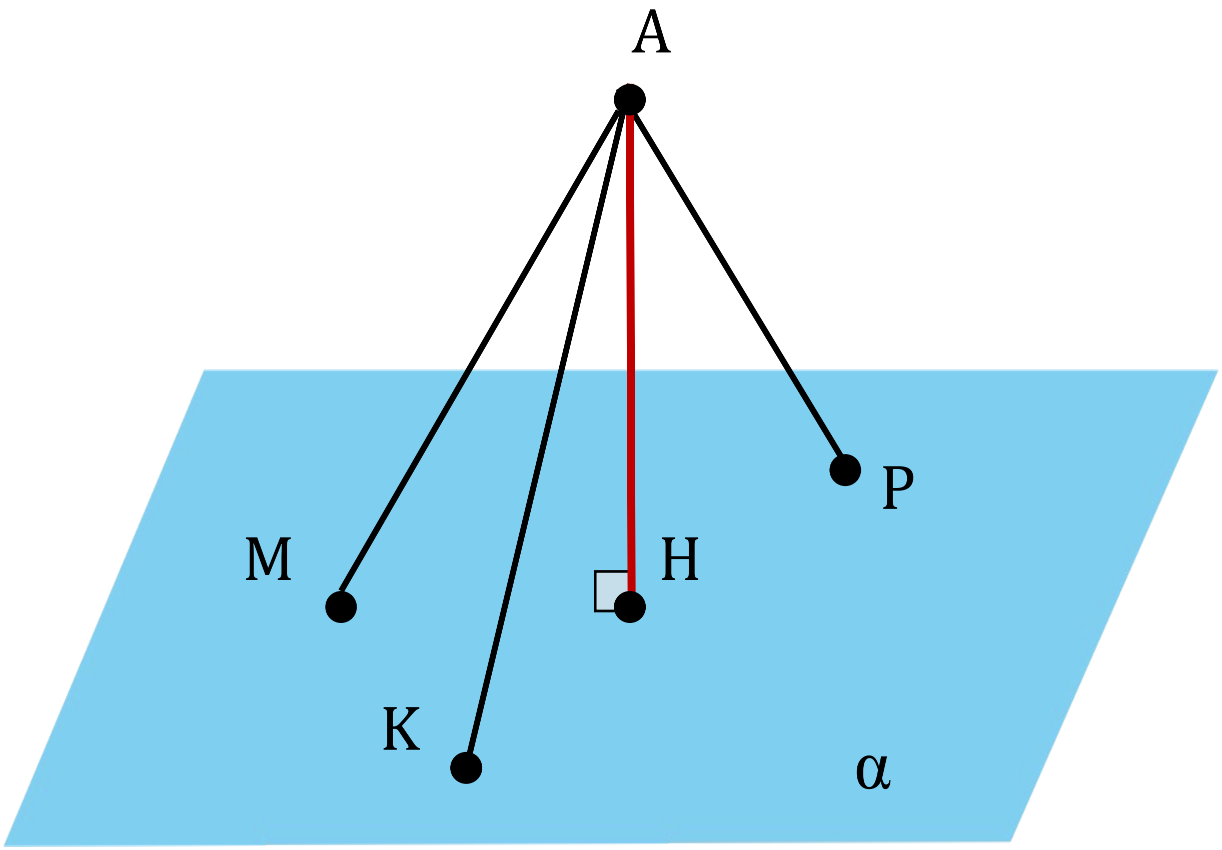
AM — гипотенуза



$$AH < AM$$

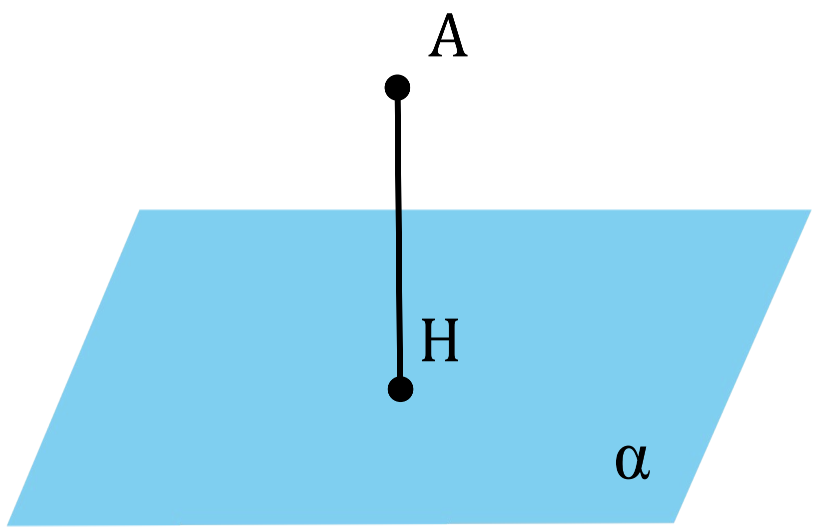

A
M
H
P
K
α

AH — наименьшее
расстояние
от точки ***A***
до плоскости ***α***



Определение

Расстоянием от точки $\boldsymbol{A}$ до плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ называется **длина** перпендикуляра $\boldsymbol{AH}$, проведённого к плоскости $\boldsymbol{\alpha}$



Задача

Дано: $AO \perp \alpha$

$AO = 3$ ед.

$AM = AH = 5$ ед.

Найти: MN

Решение:

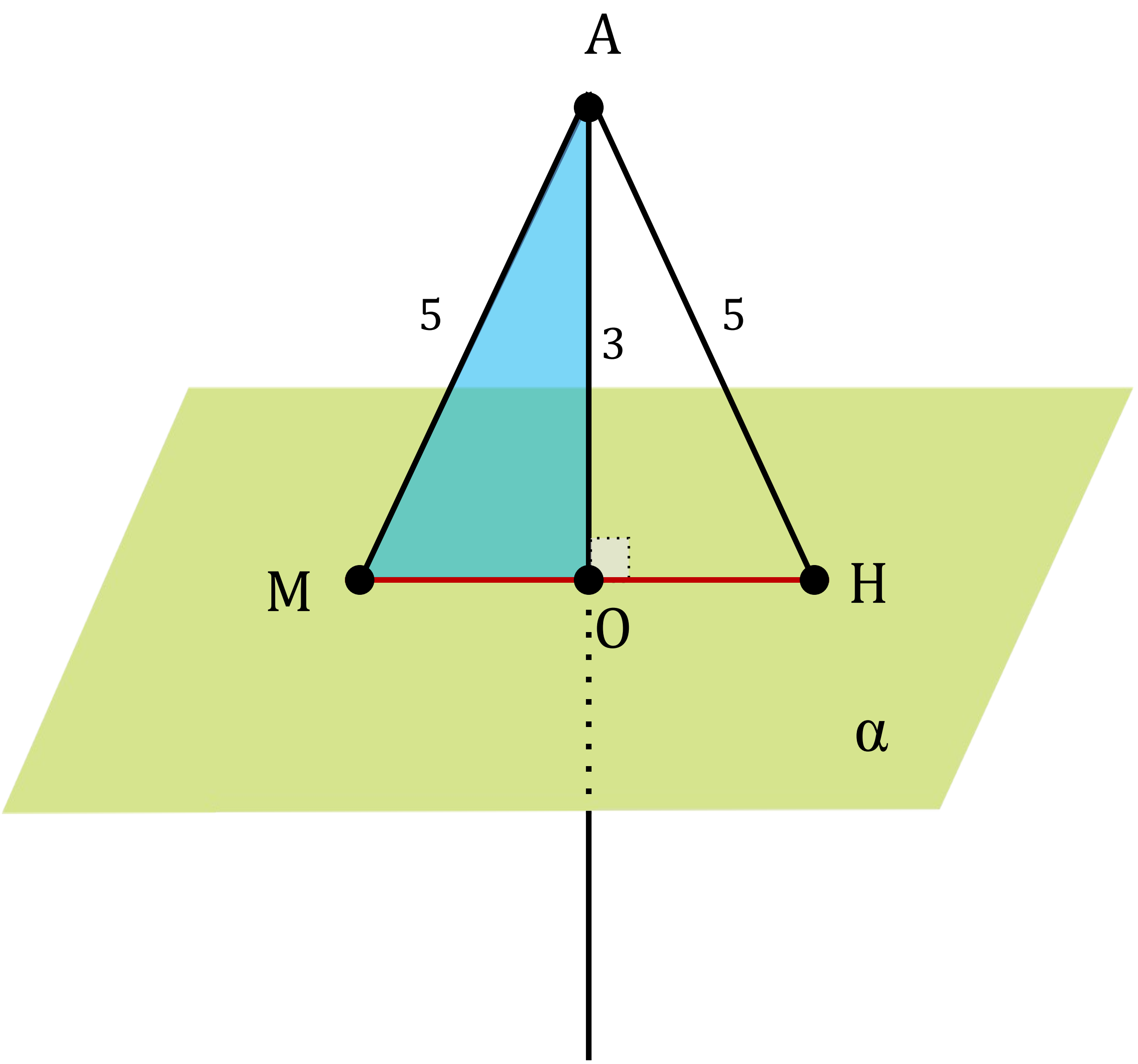
ΔAOM: $OM^2 = AM^2 - AO^2$

$OM^2 = 25 - 9 = 16$

$OM = \sqrt{16} = 4$ (ед.)

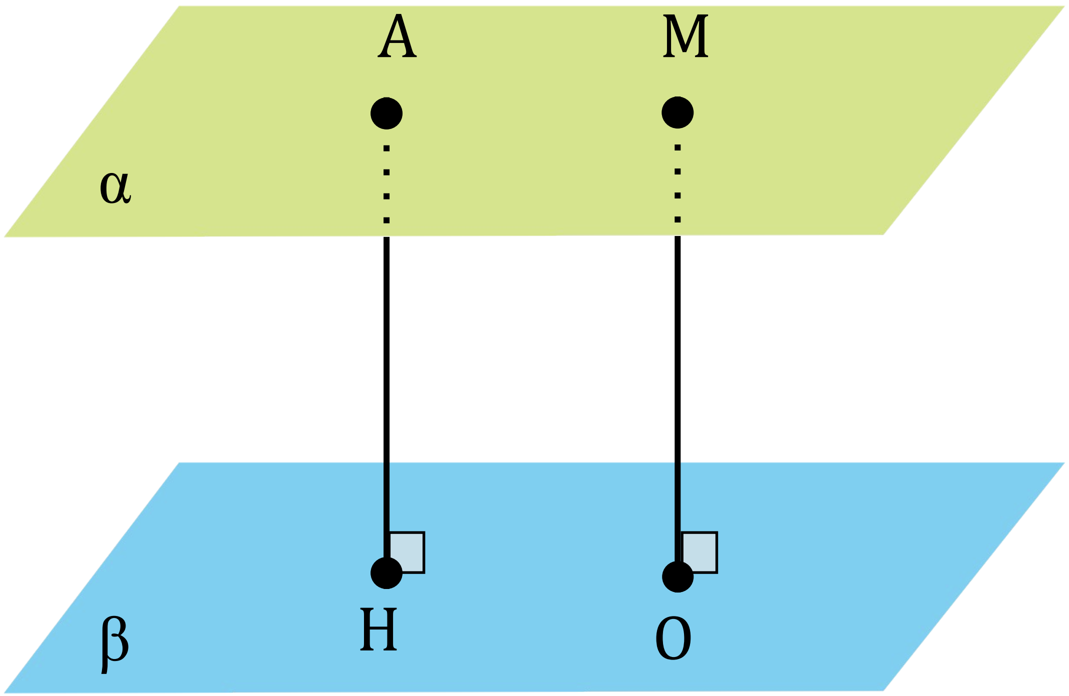
$MH = 2 \cdot OM = 2 \cdot 4 = 8$ (ед.)

Ответ: $MH = 8$ ед.



Замечание 1

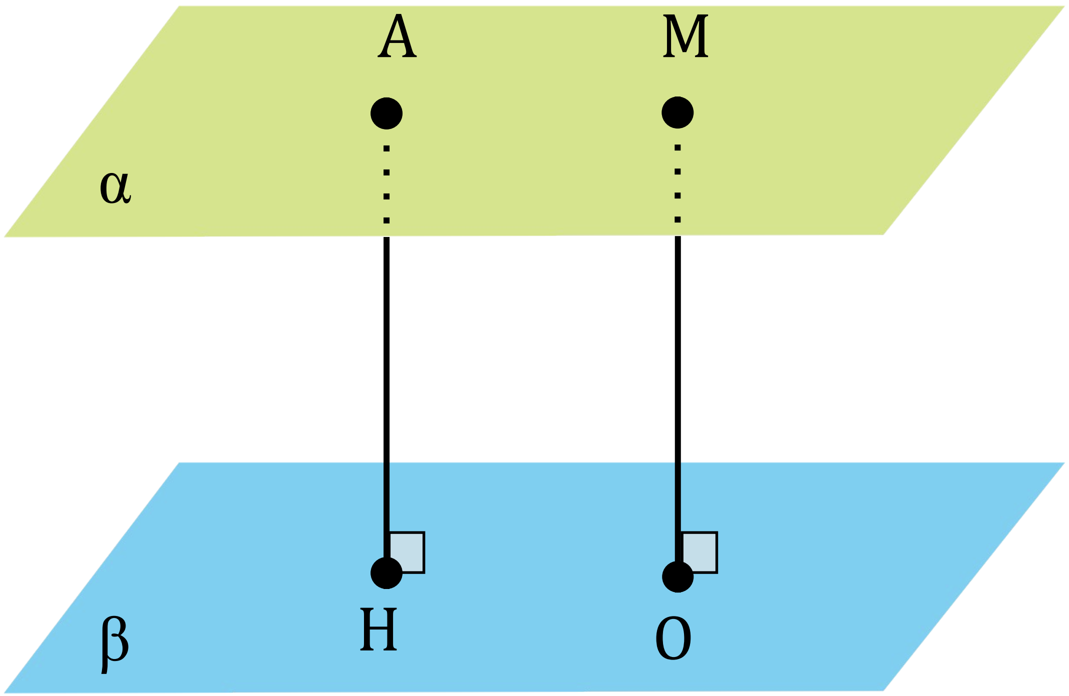
Пусть даны две параллельные плоскости **α** и **β**. Тогда **все точки** плоскости **α** будут **равноудалены** от плоскости **β**



$AH \parallel MO$

Замечание 1

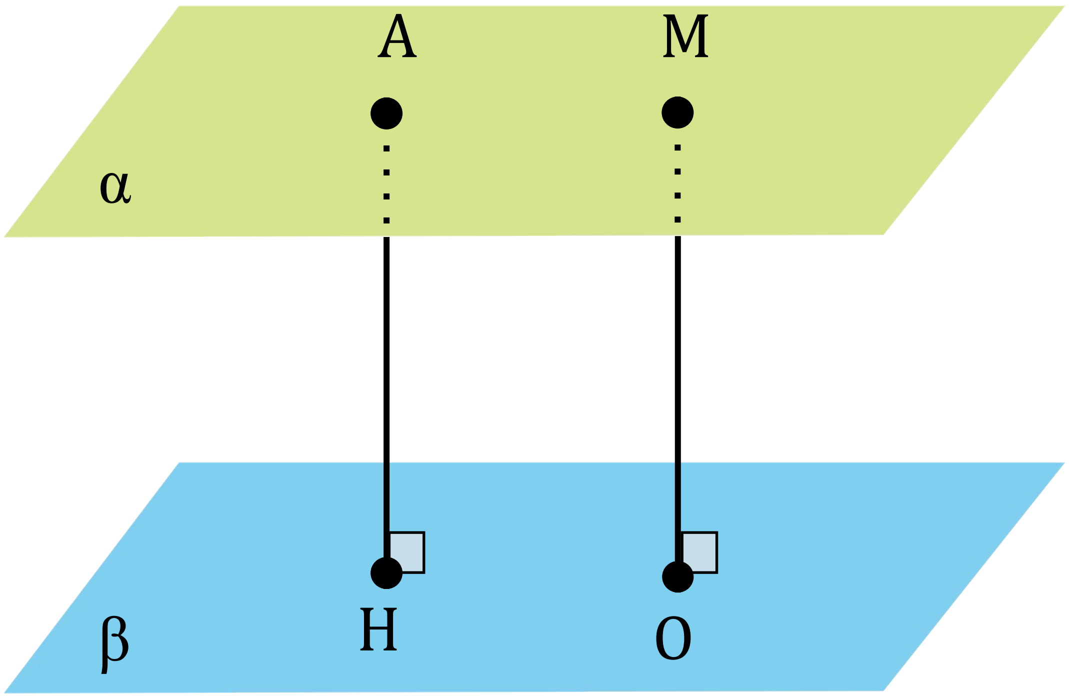
Пусть даны две параллельные плоскости **α** и **β**. Тогда **все точки** плоскости **α** будут **равноудалены** от плоскости **β**



Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, **равны**

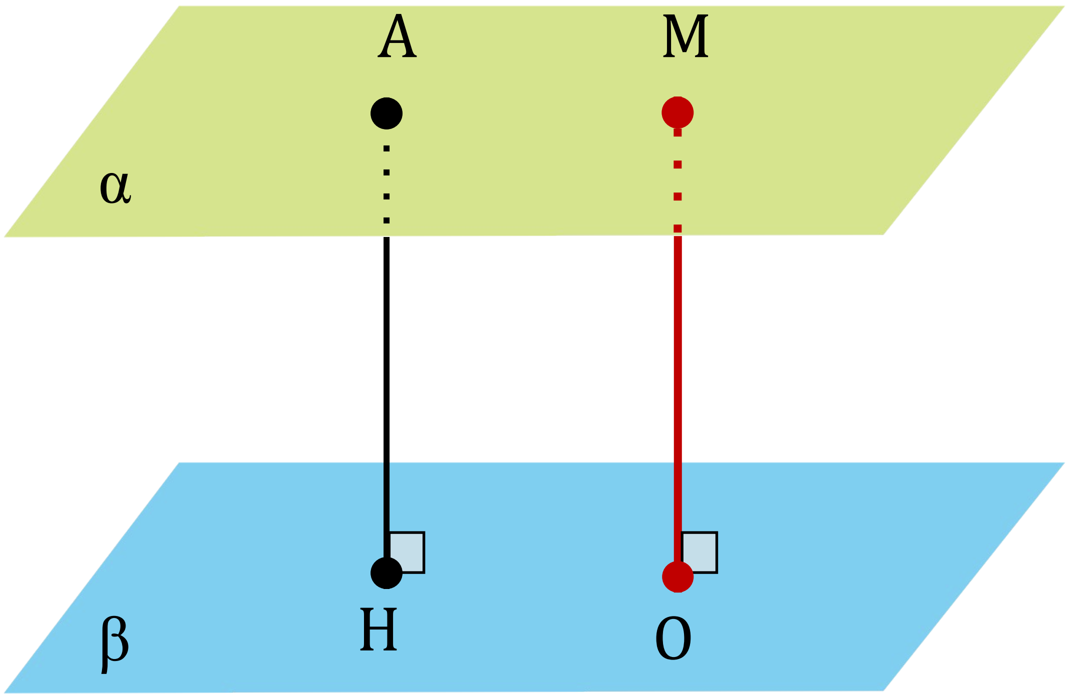
Определение

Расстоянием между параллельными плоскостями называется расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой



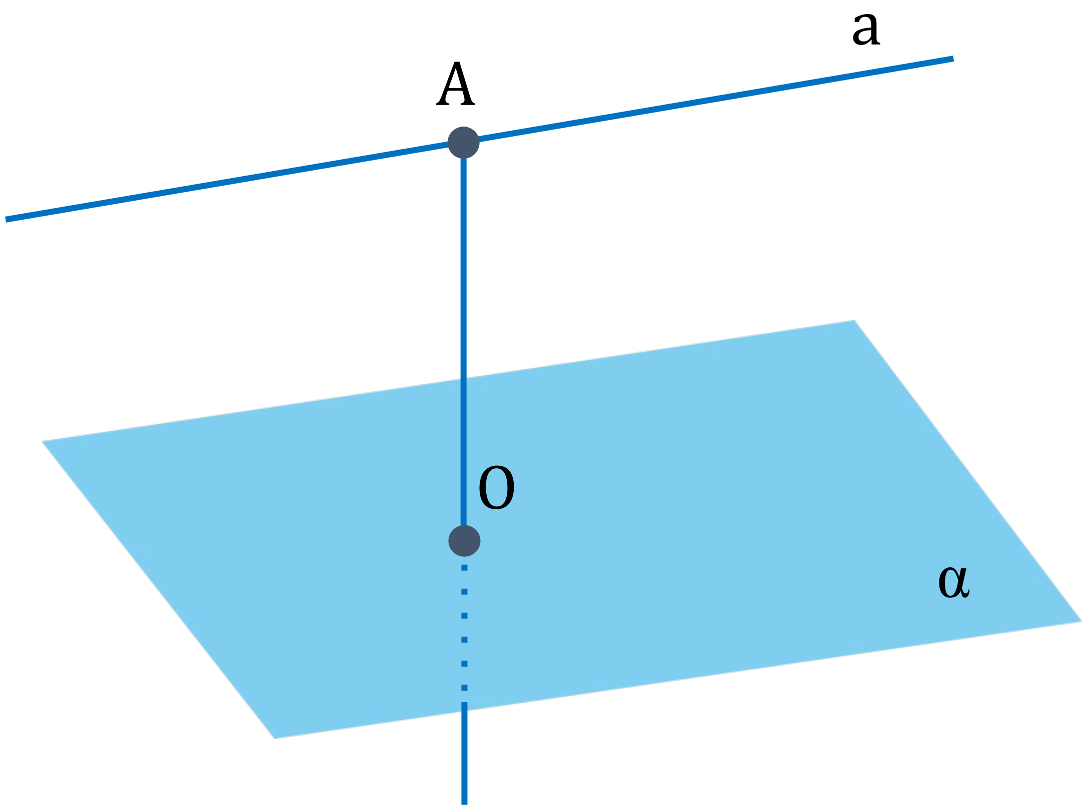
Определение

Расстоянием между параллельными плоскостями называется расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой



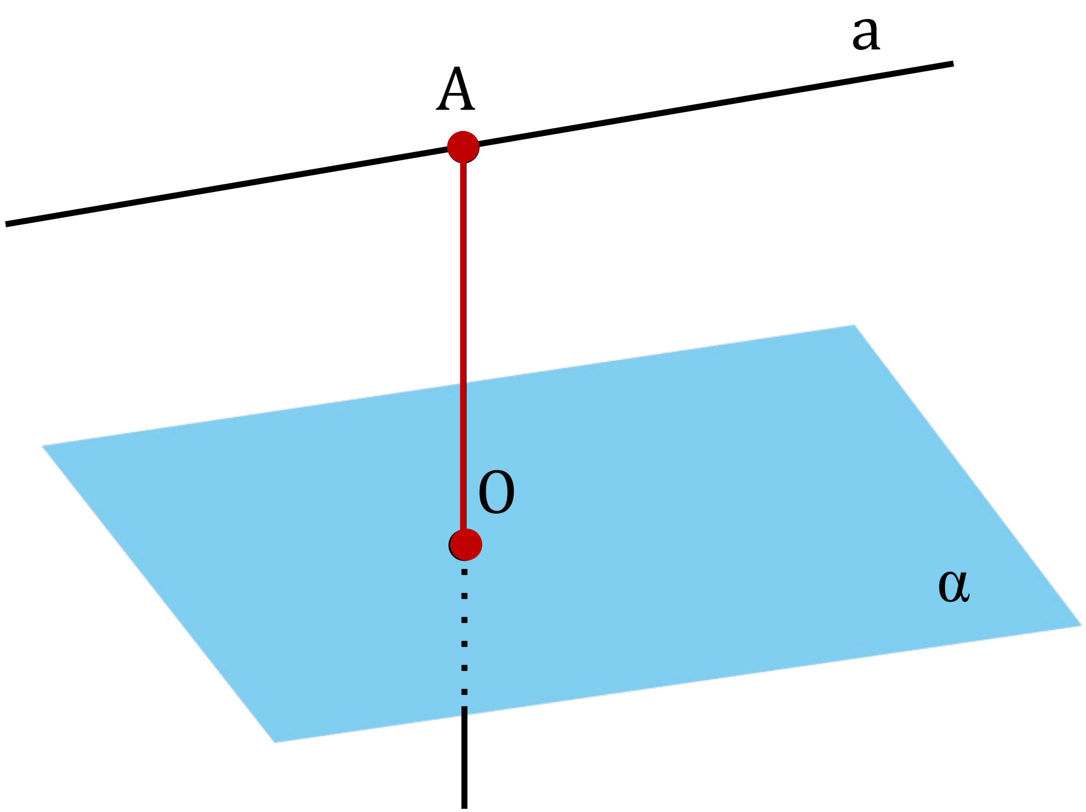
Замечание 2

Если прямая **параллельна** плоскости, то **все точки** прямой **равноудалены** от этой плоскости



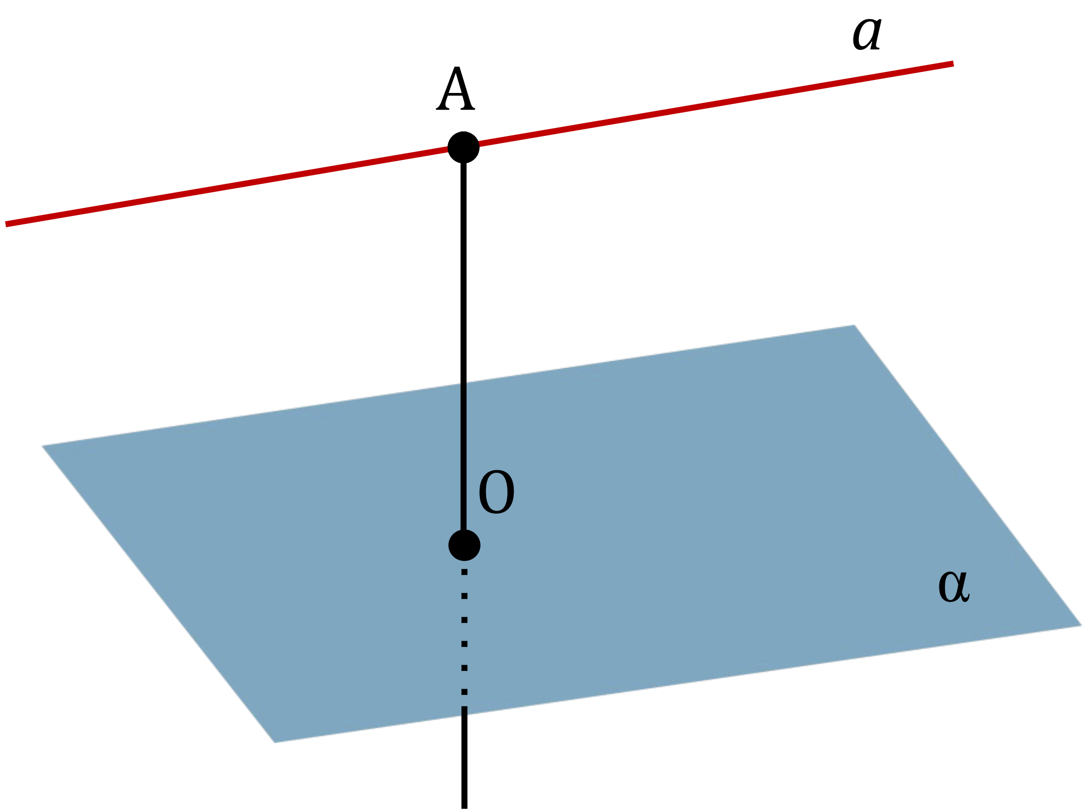
Определение

Длина перпендикуляра ***AO*** называется расстоянием между прямой ***a*** и параллельной ей плоскостью ***α***



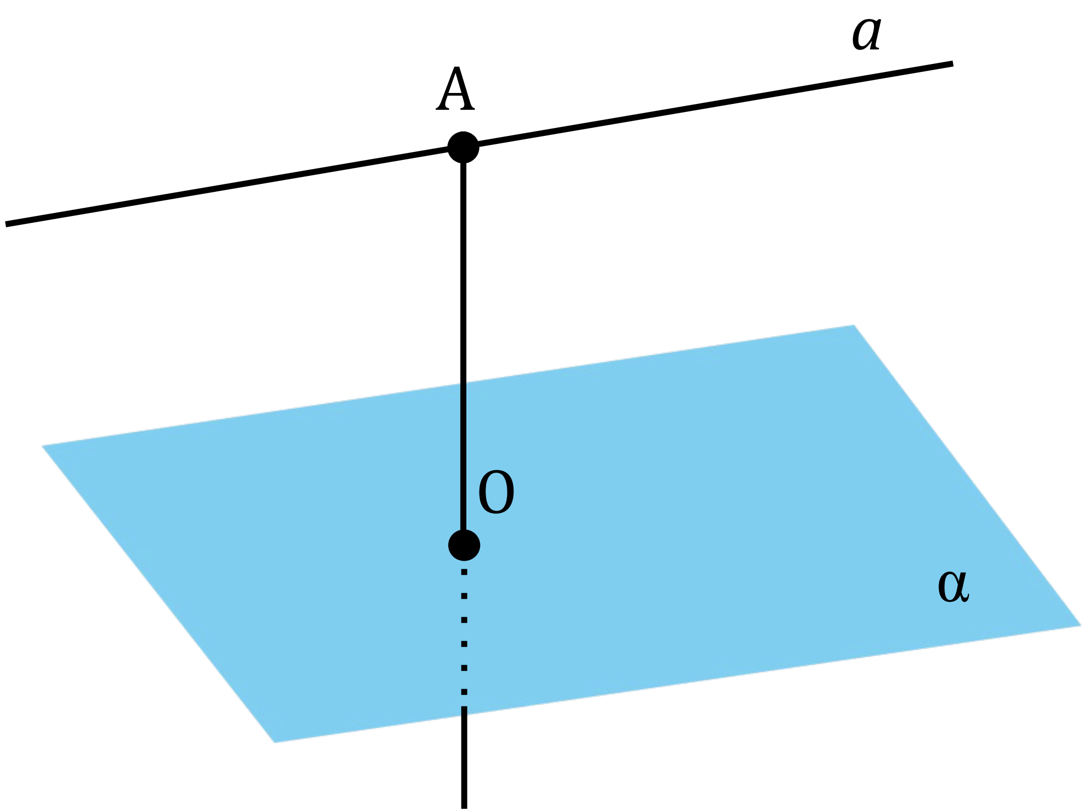
Определение

Длина перпендикуляра ***AO*** называется расстоянием между прямой ***a*** и параллельной ей плоскостью ***α***



Определение

Длина перпендикуляра ***AO*** называется расстоянием между прямой ***a*** и параллельной ей плоскостью ***α***



Задача

Дано:

$MH \parallel ABCD$

$MH = 6$ см

$\angle MHO = 45°$

Найти: MO

Решение:

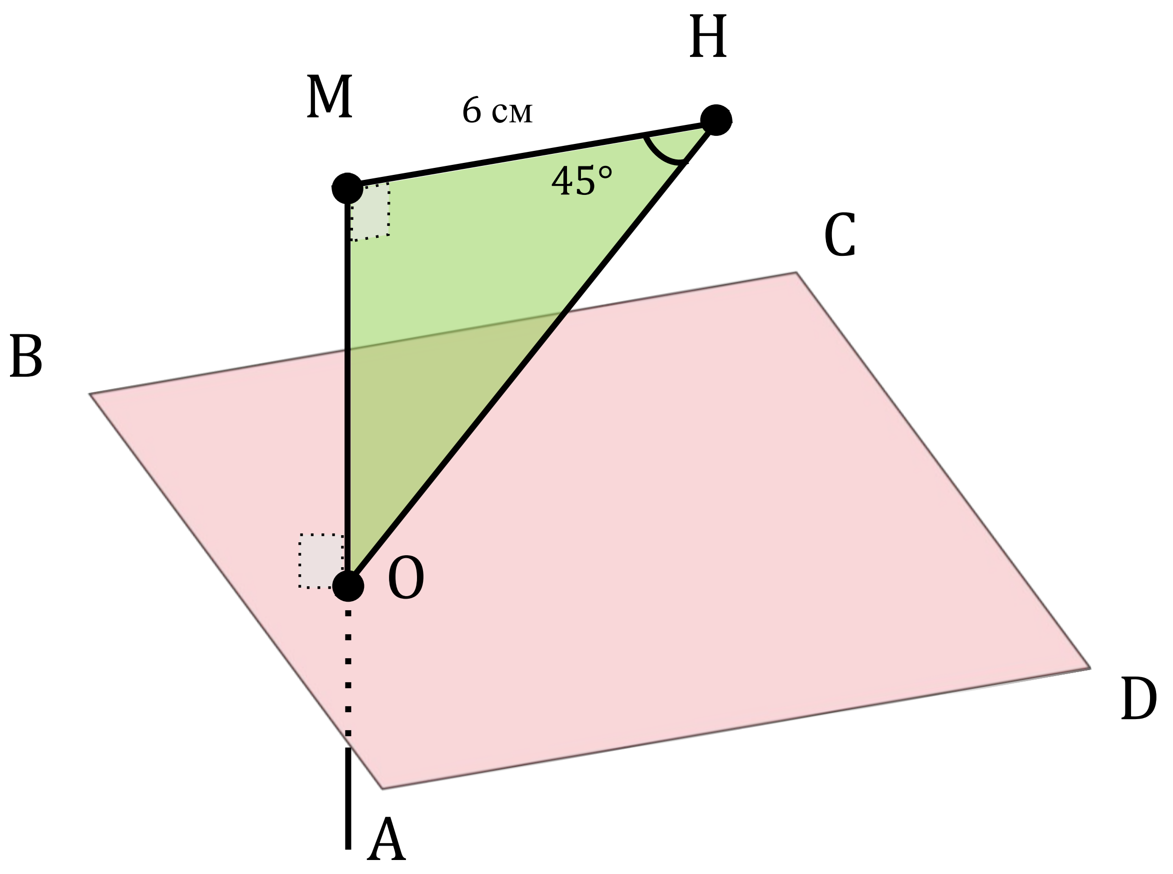
ΔMHO — прямоуг.

$\operatorname{tg} \angle MHO = MO : MH \Rightarrow$

$\Rightarrow MO = MH \cdot \operatorname{tg} \angle MHO$

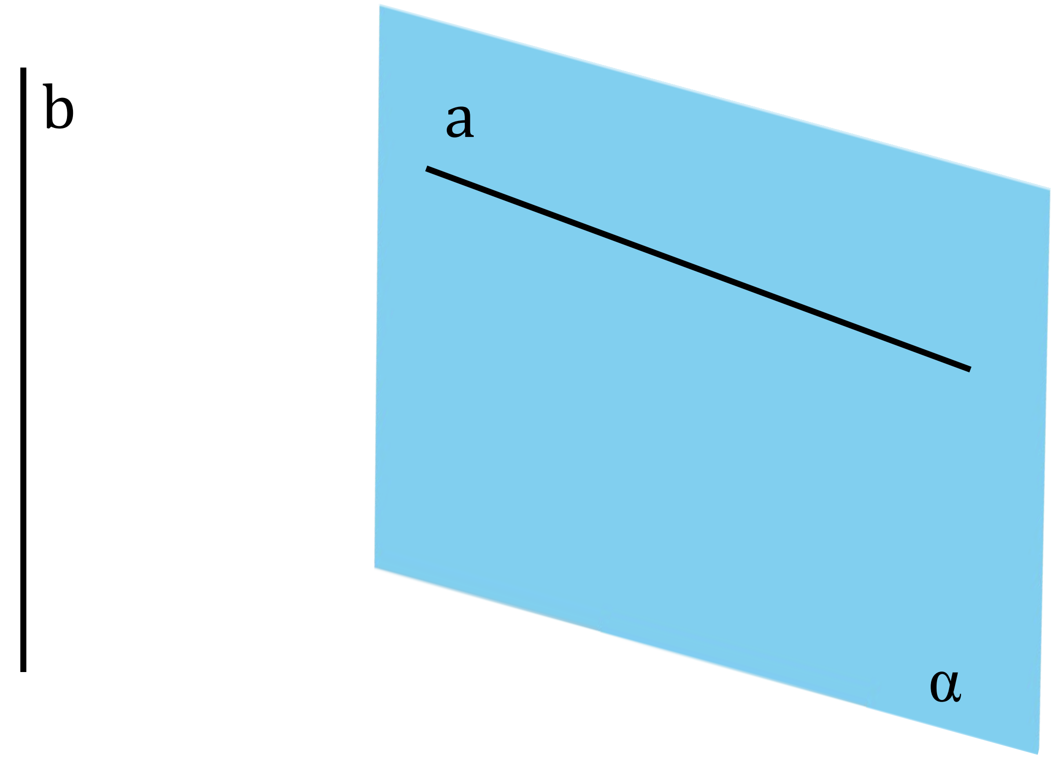
$MO = \operatorname{tg} 45° \cdot 6 = 1 \cdot 6 = 6$ (см)

Ответ: $MO = 6$ см



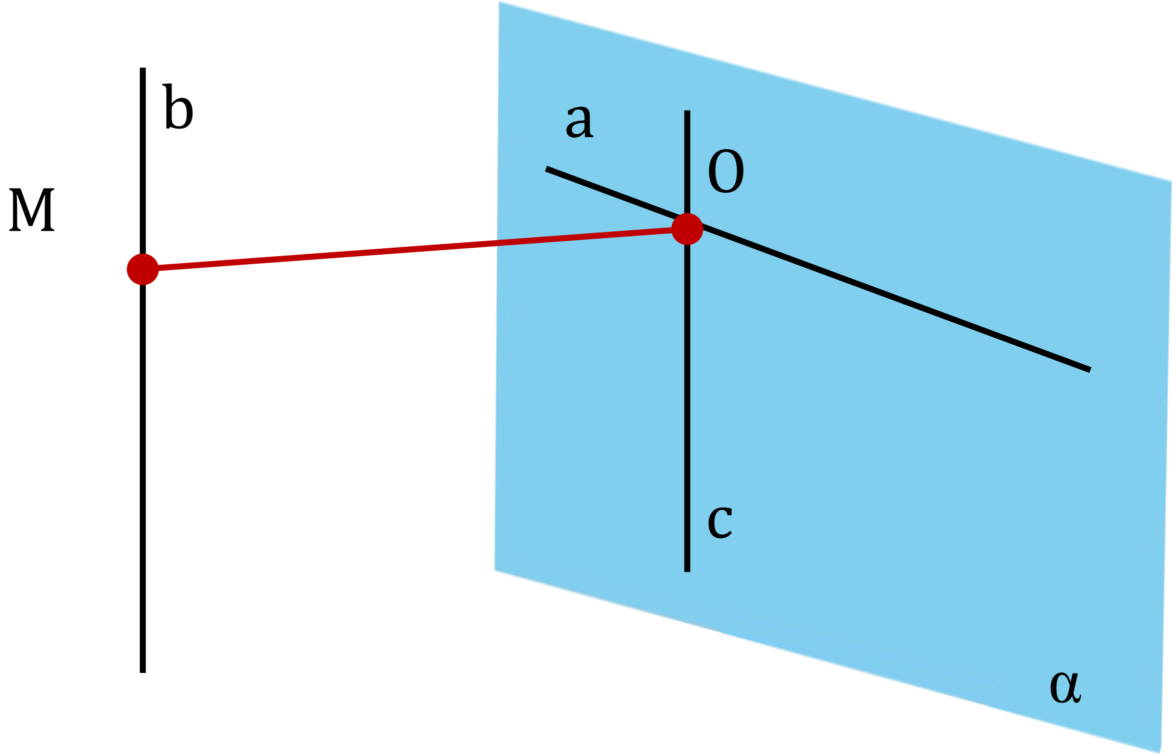
Замечание 3

Пусть прямые ***a*** и ***b*** скрещивающиеся. Тогда плоскость ***α***, проходящая через прямую ***a*****, параллельна** прямой ***b***

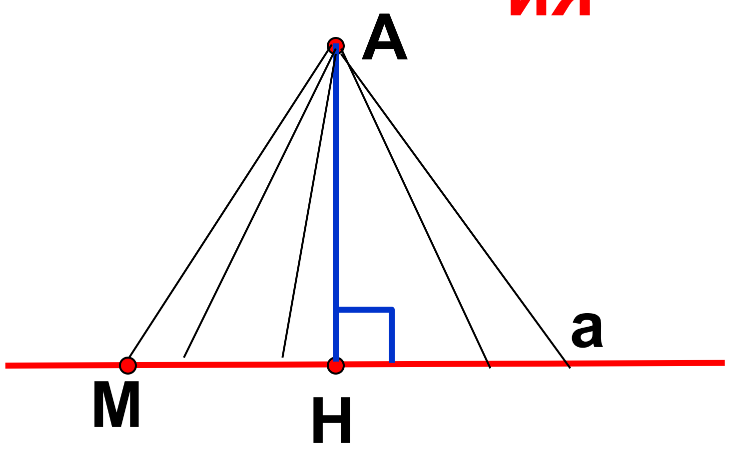


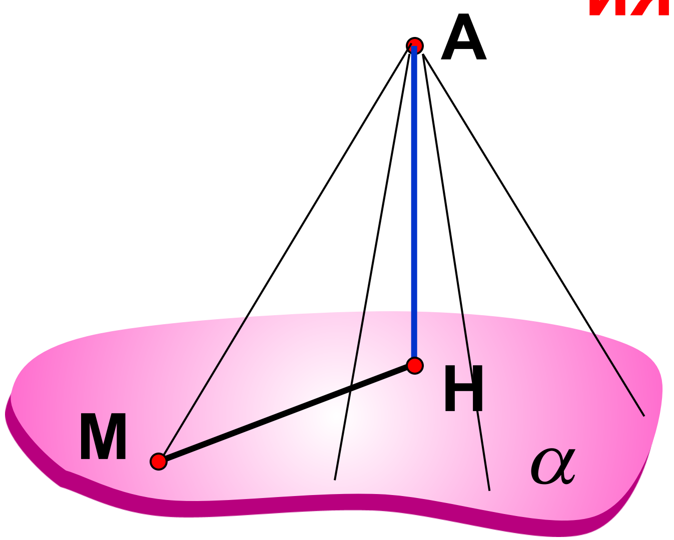
Определение

Расстоянием между скрещивающимися прямыми называется расстояние между **одной из скрещивающихся прямых** и **плоскостью,** проходящей через другую прямую параллельно первой



Планиметр ия **Стереометр ия**



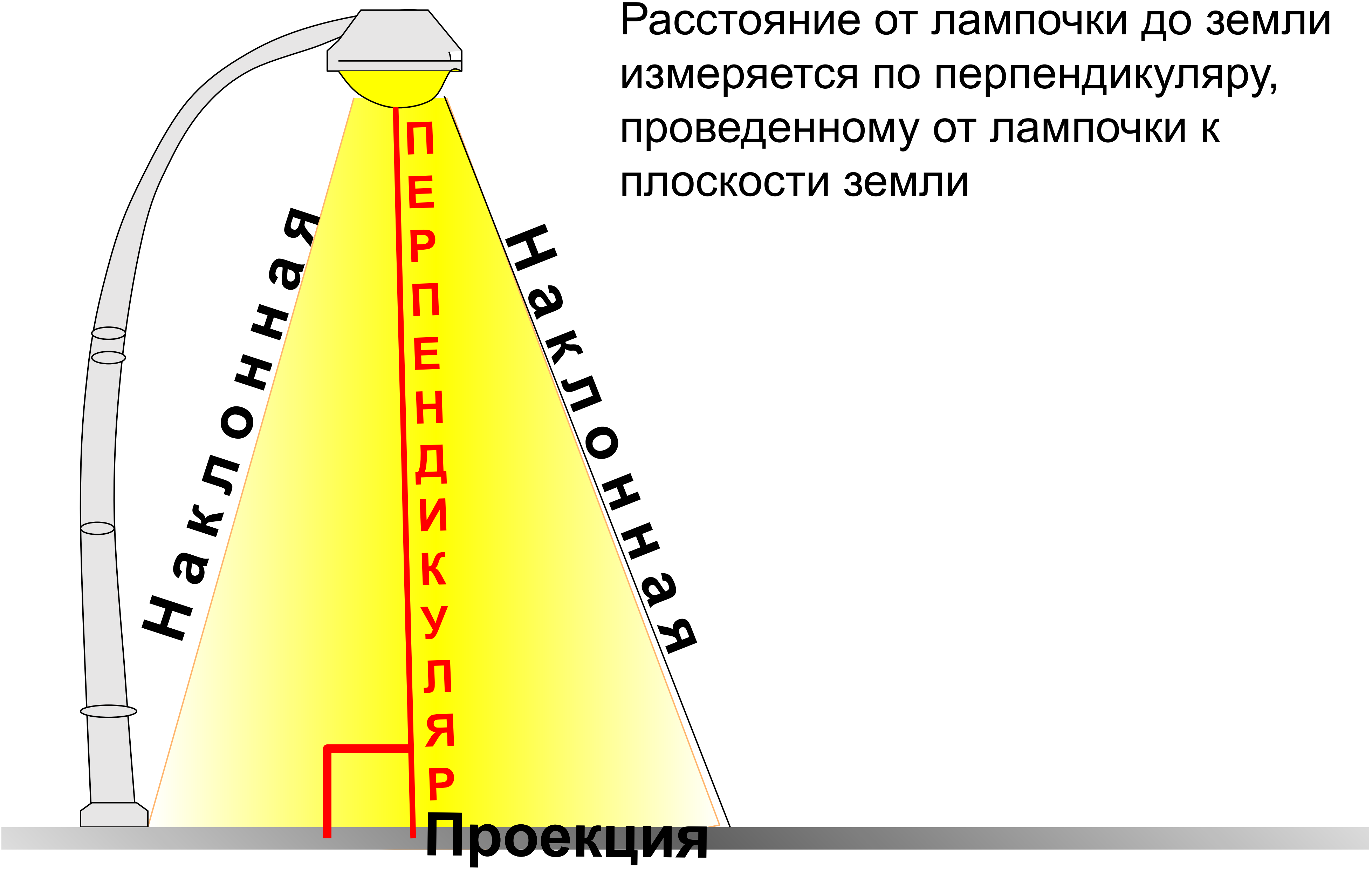


Из всех расстояний от точки А до различных точек пря плоскости α наименьшим является длина перпендикуляра.

Расстояние от точки до прямой – длина перпендикуляра

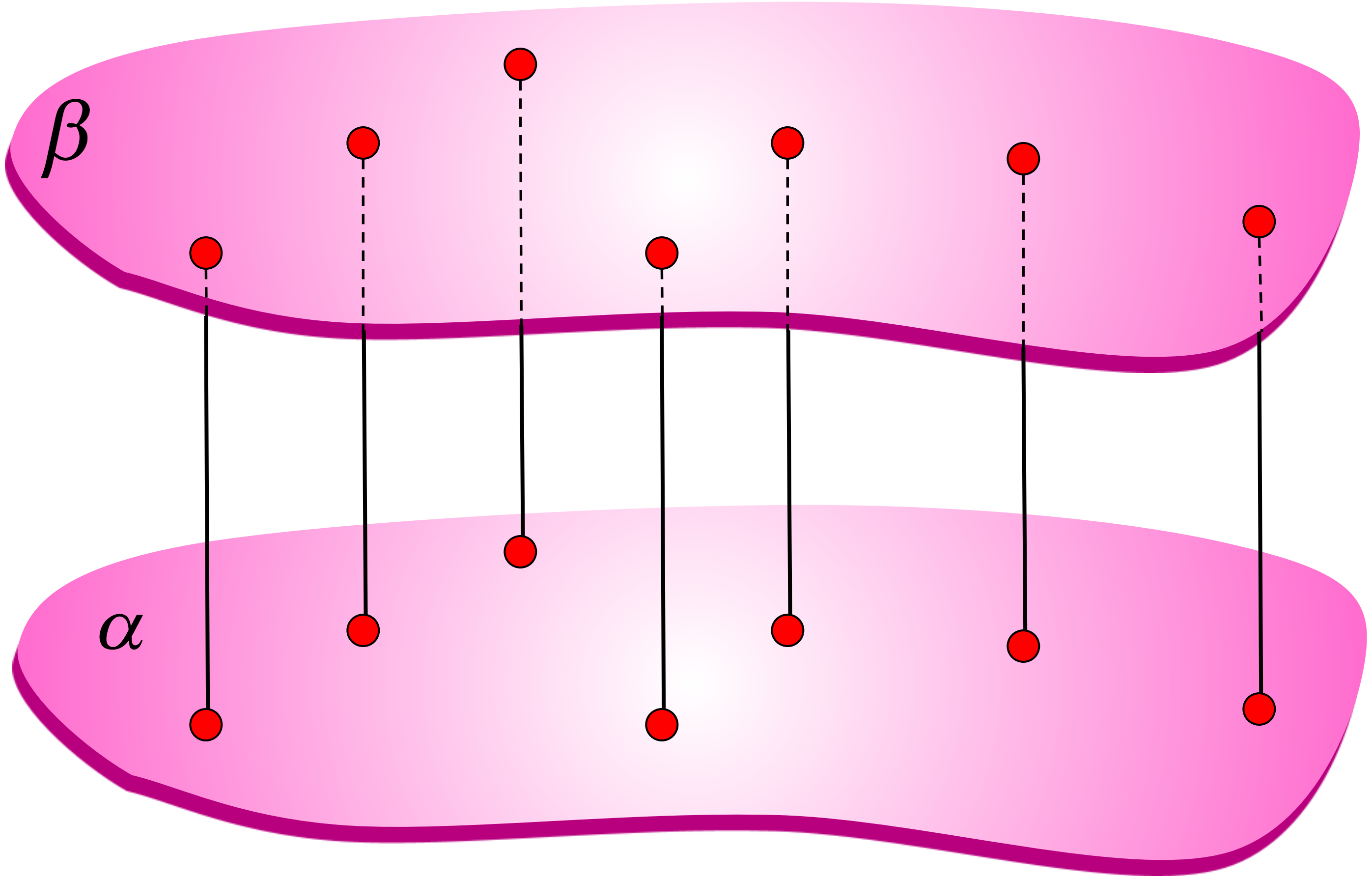
Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра

Расстояние от лампочки до земли измеряется по перпендикуляру, проведенному от лампочки к плоскости земли



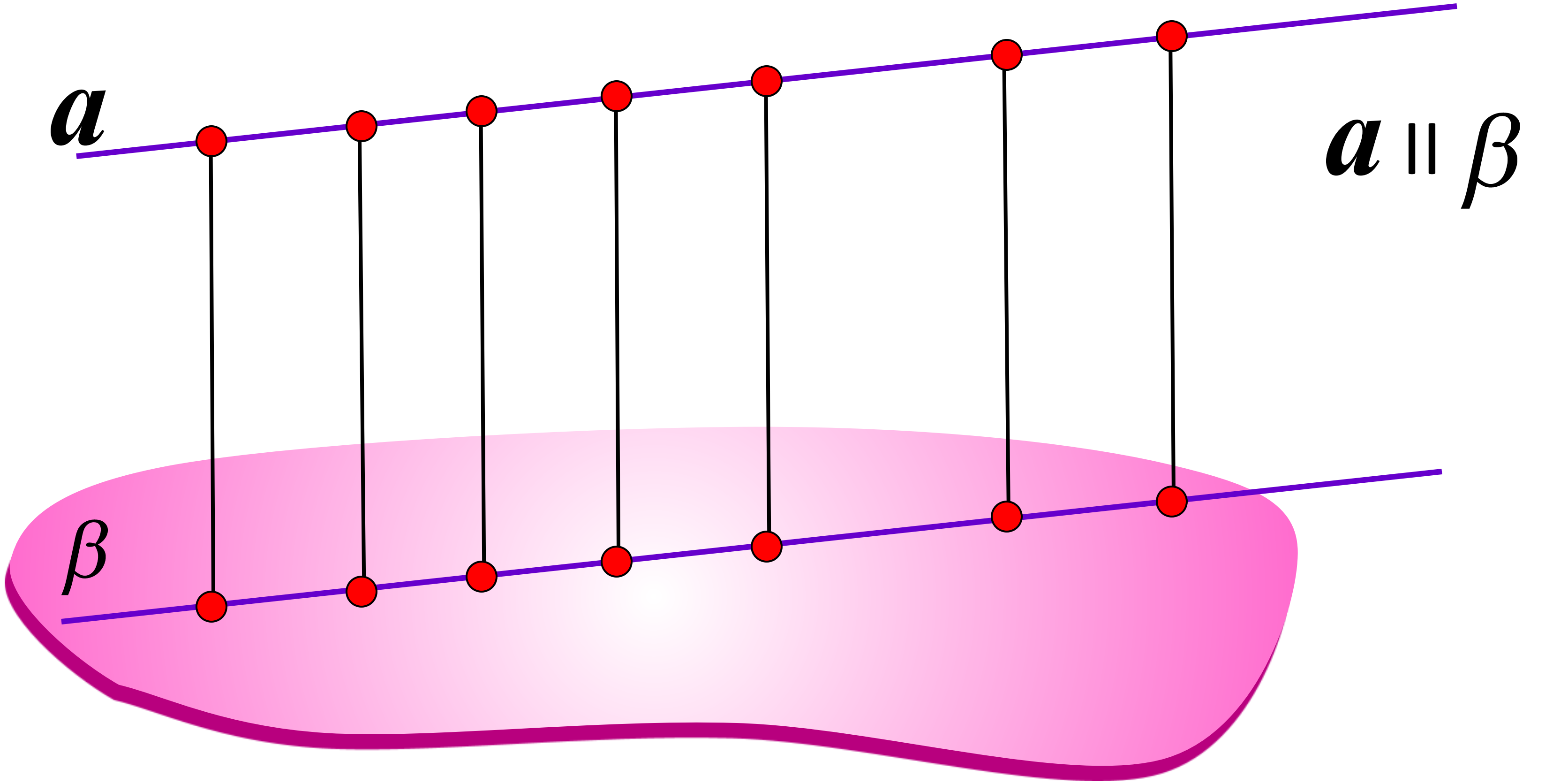
Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.

$\alpha \parallel \beta$



Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями.**

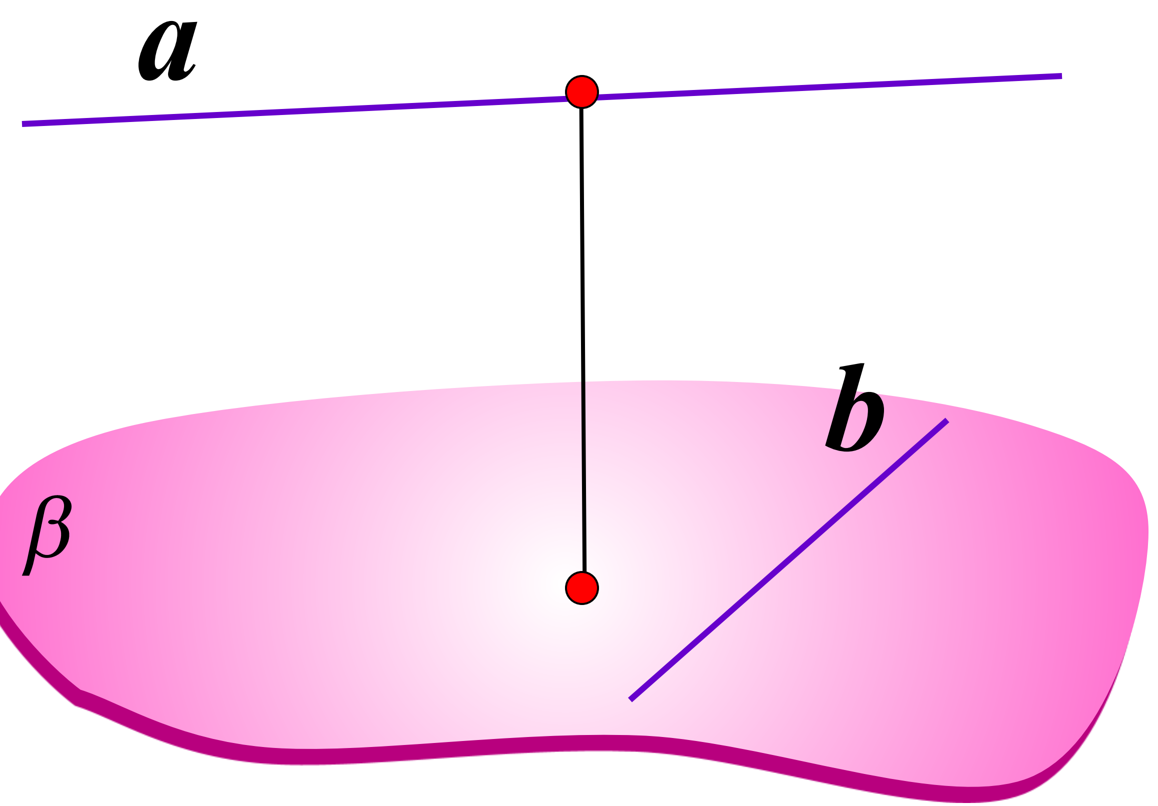
Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.



Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью.**

Если две прямые скрещиваются, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

$a \dot{-} b$



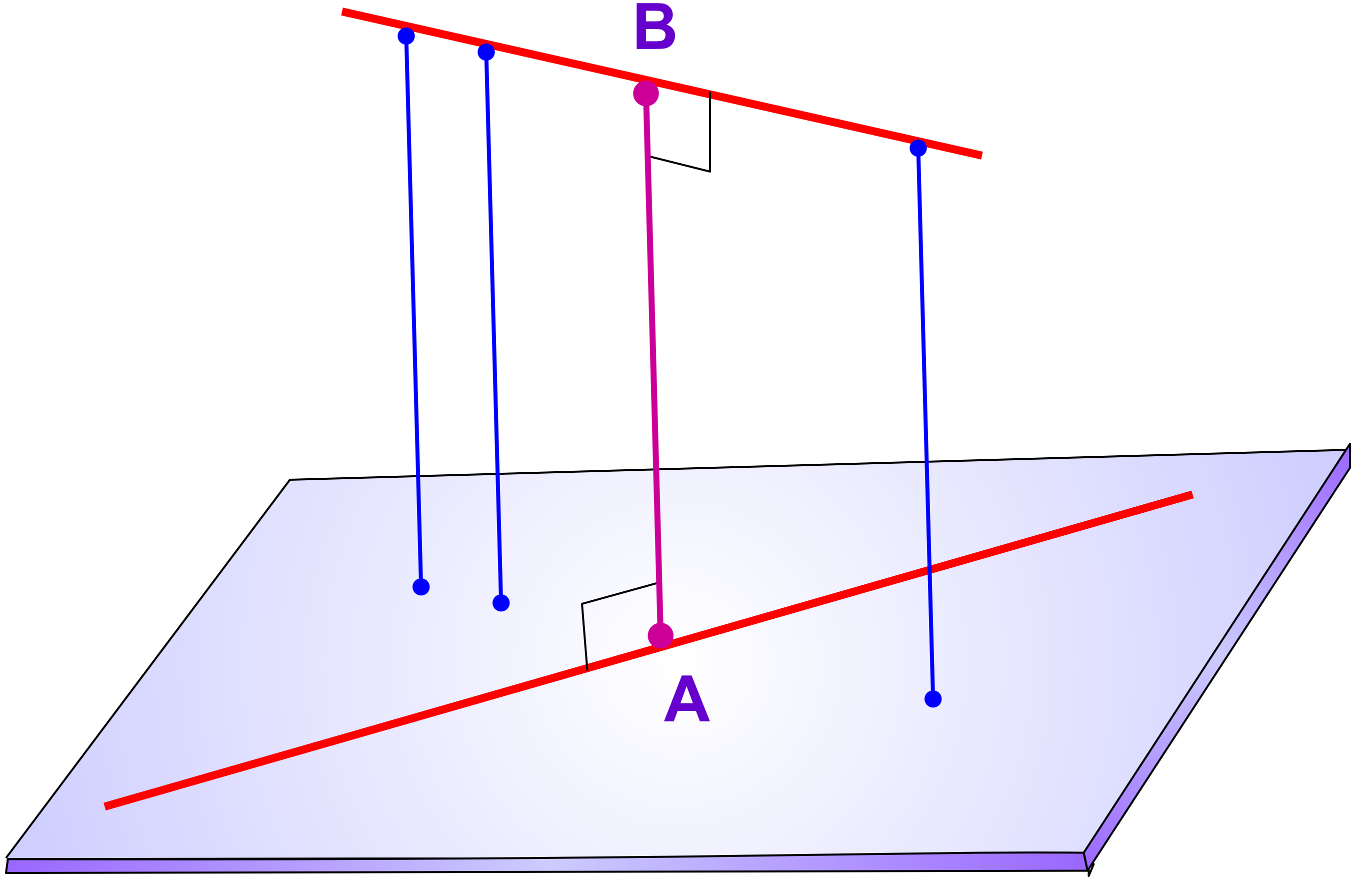
$a \parallel \beta$

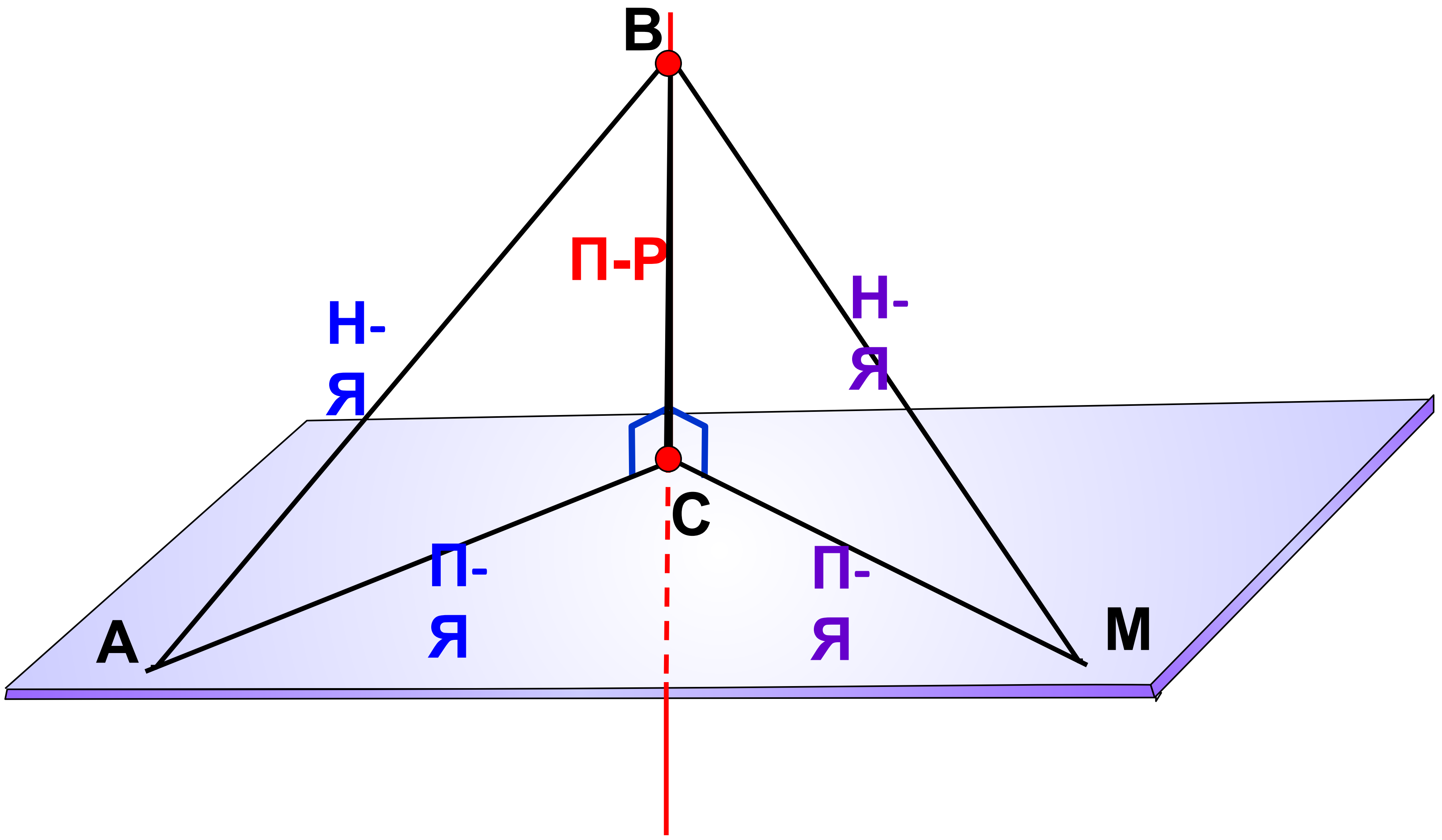
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстояниeм между скрещивающимися прямыми.**

Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую, параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

Отрезок, имеющий концы на двух скрещивающихся прямых и перпендикулярный к ним, называется их общим перпендикуляром.

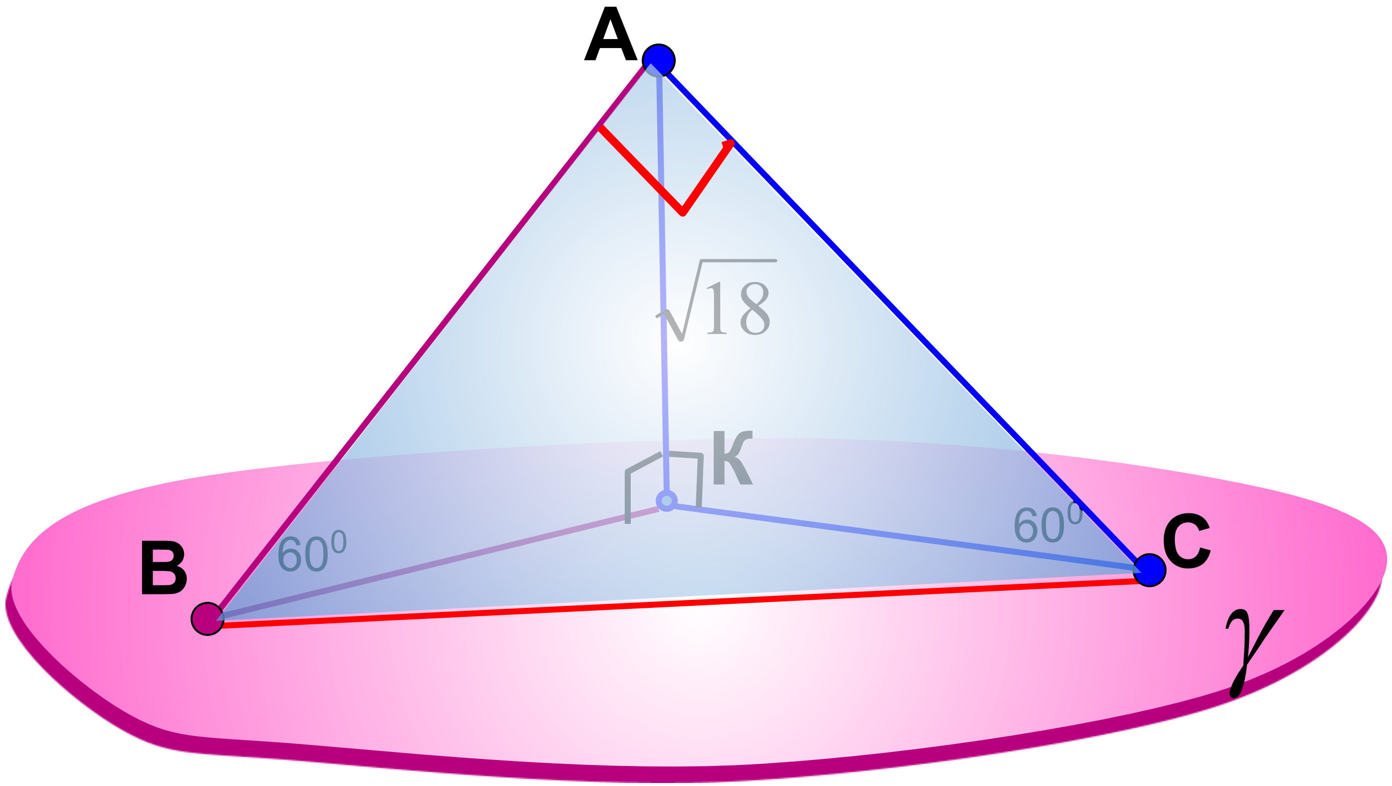
На рисунке АВ – **общий перпендикуляр**.



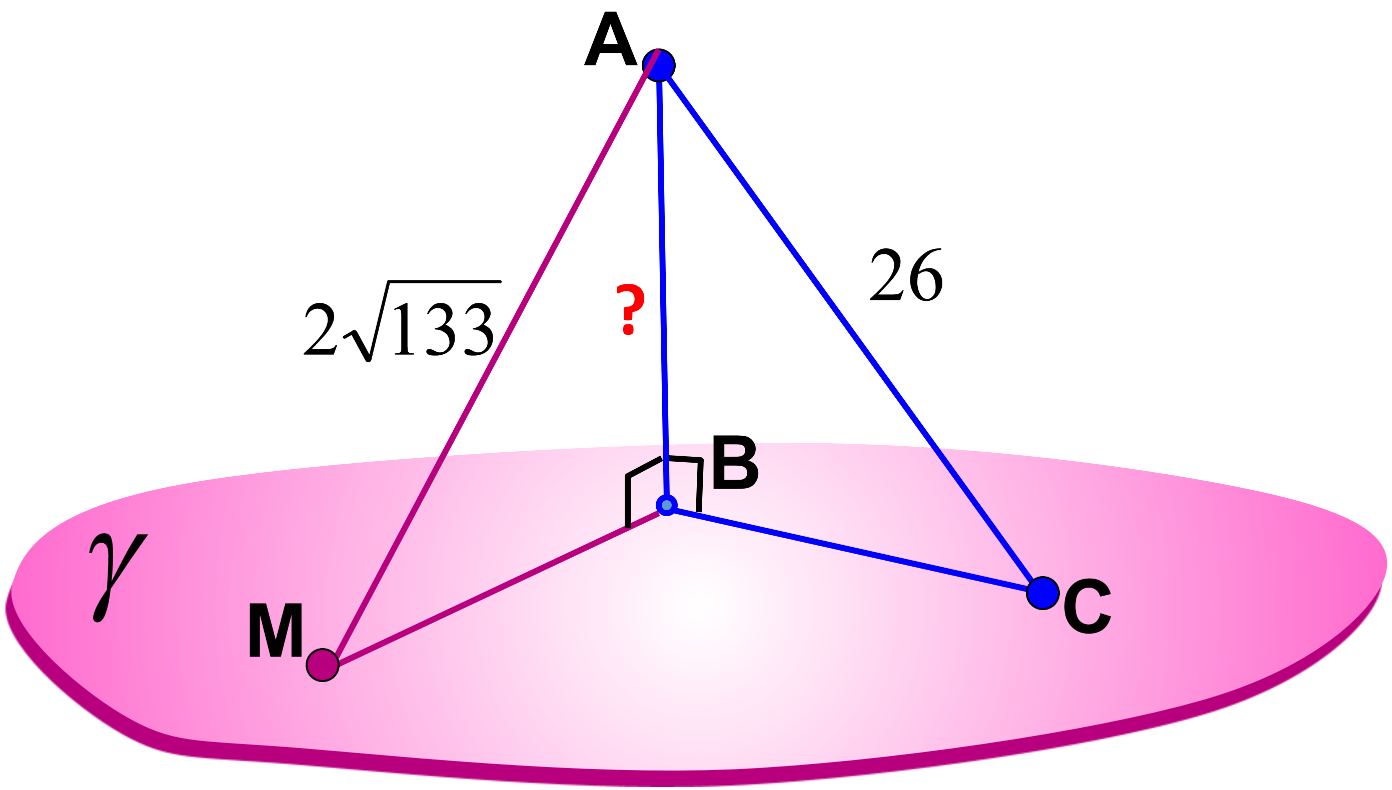


B
П-Р
Н-
Я
Н-
Я
C
П-
Я
П-
Я
A
M

№1 Из точки А к плоскости γ проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость γ углы в 60^0. Угол между наклонными 90^0. Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки А до плоскости γ равно $\sqrt{18}$ см.

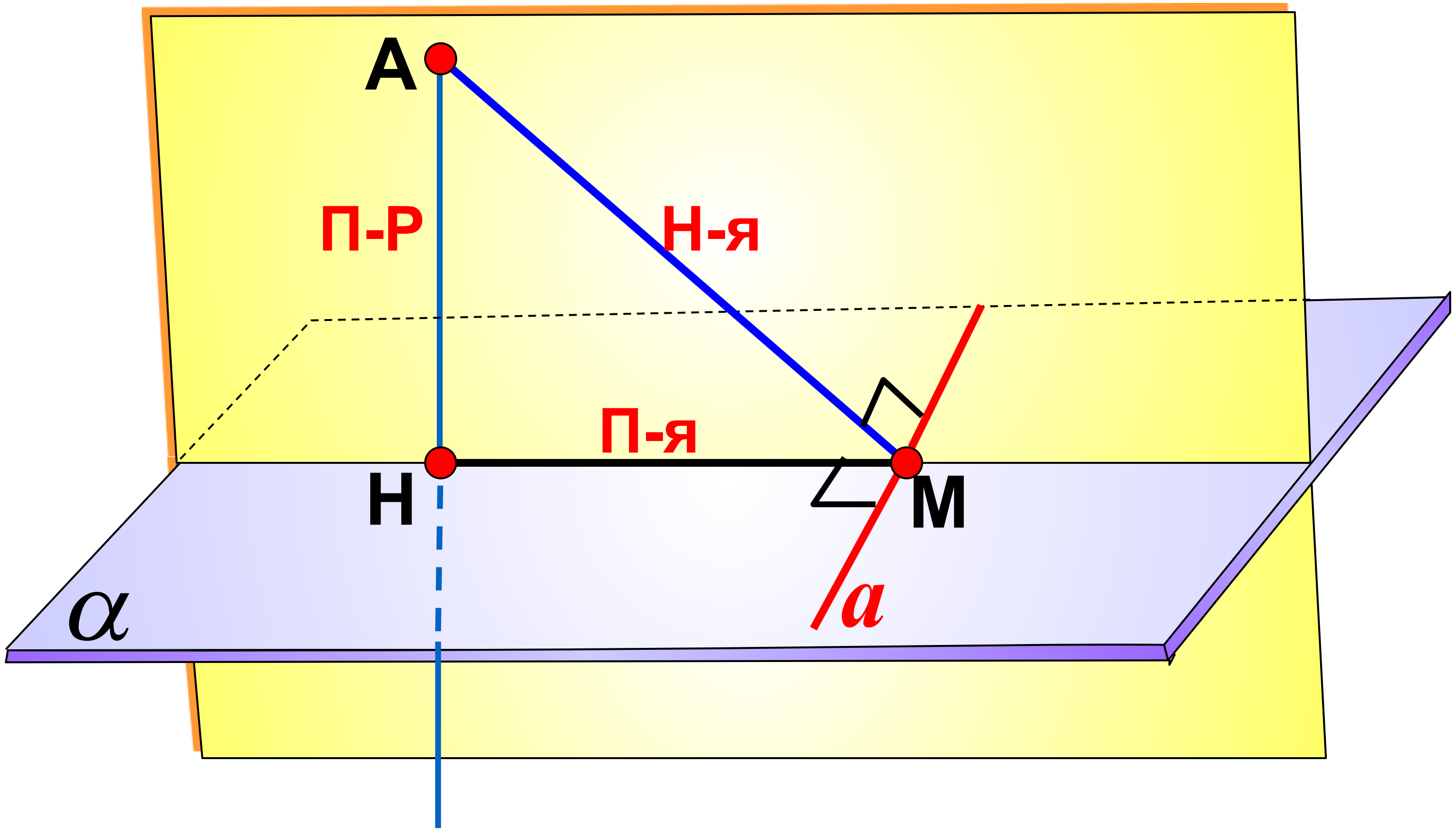


№ 2 Из точки А к плоскости γ проведены две наклонные, длины которых равны 26 см и $2\sqrt{133}$ см. Их проекции на эту плоскость относятся как 5:4. Найдите расстояние от точки А до плоскости γ



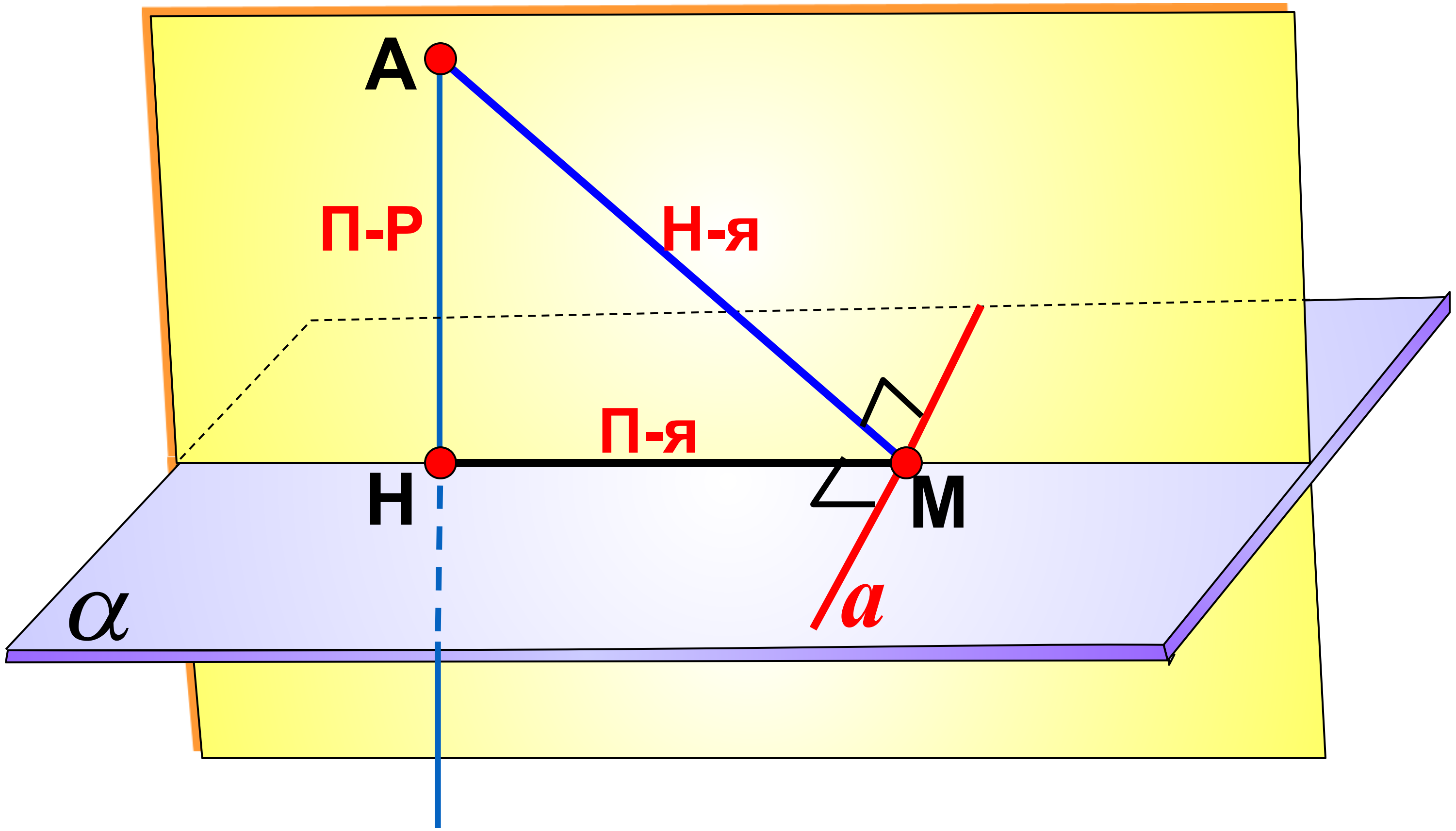
Теорема о трех перпендикулярах.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

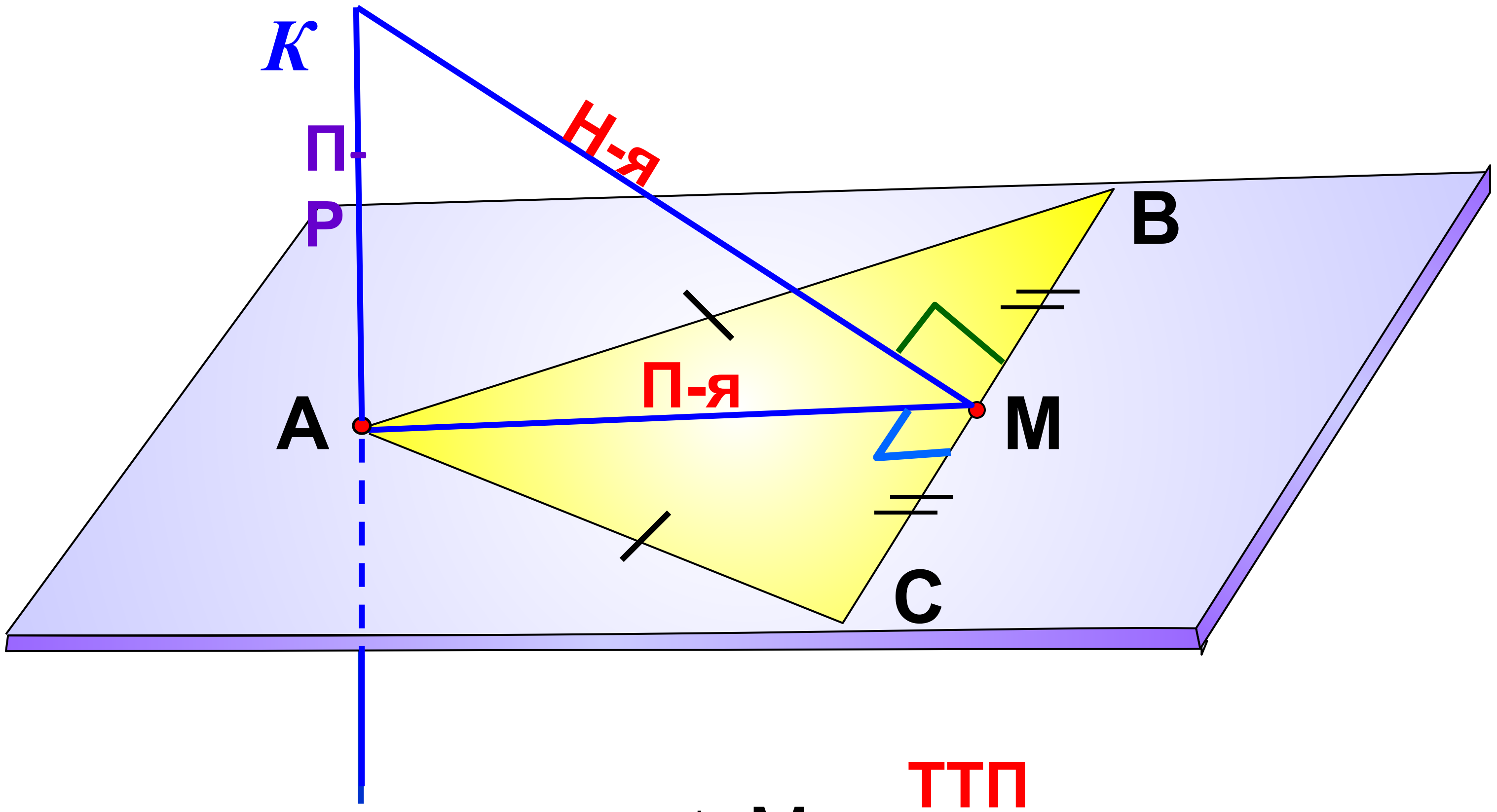


Обратная теорема.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



№ 3 Прямая АК перпендикулярна к плоскости правильного треугольника АВС, а точка М – середина стороны ВС. Докажите, что МК $\perp$ ВС.



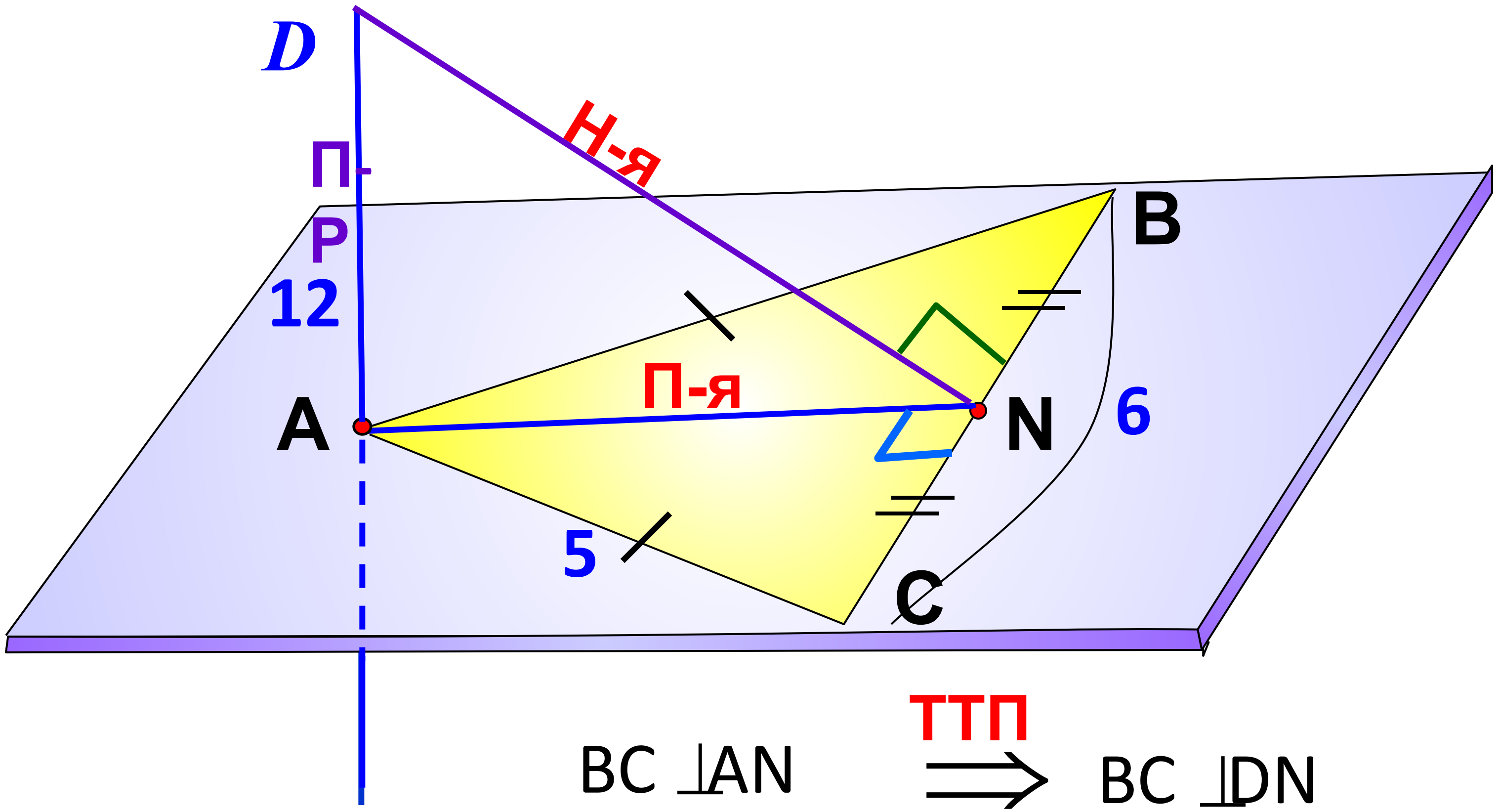
ТТП

ВС $\perp$ АМ $\Longrightarrow$ ВС $\perp$ МК

П-я Н-я

№ 4 Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB = AC = 5 см, BC = 6 см, AD = 12 см.

Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.



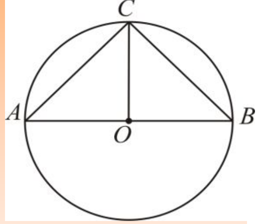
ТТП

$BC \perp AN \Longrightarrow BC \perp DN$

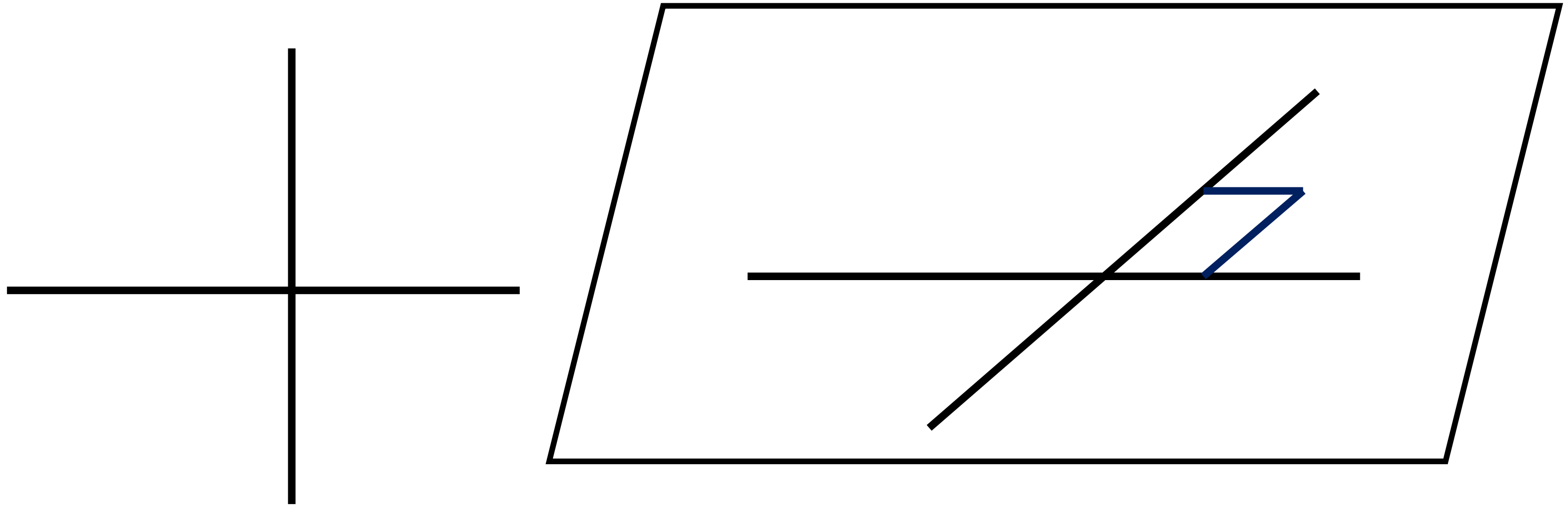
П-я Н-я

AN и DN – искомые расстояния

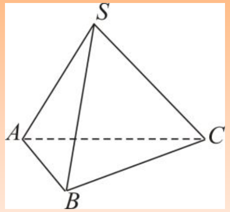
Перпендикулярность прямых в пространстве



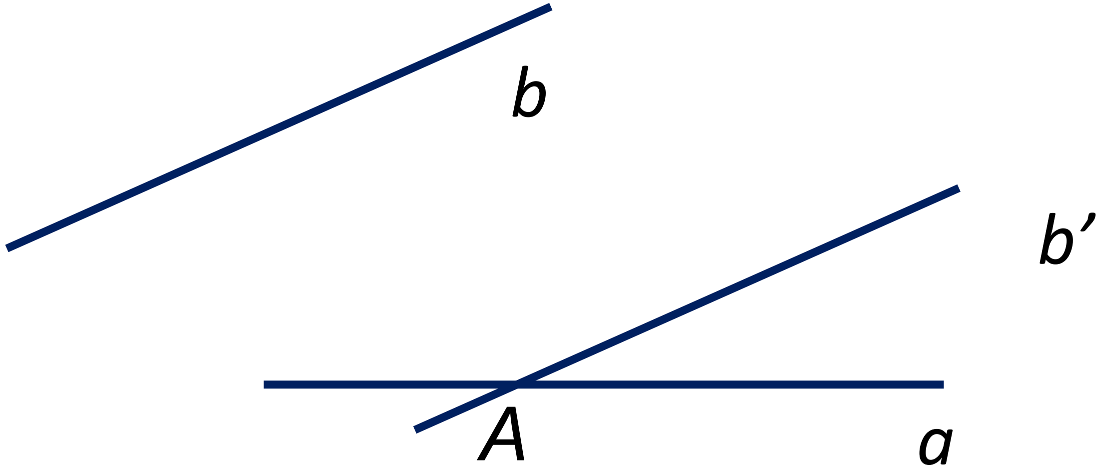
Две пересекающиеся прямые в пространстве называются *перпендикулярными*, если они пересекаются под прямым углом в содержащей их плоскости.



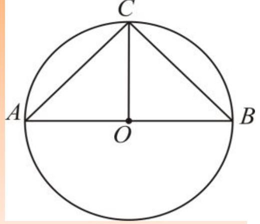
Перпендикулярные прямые

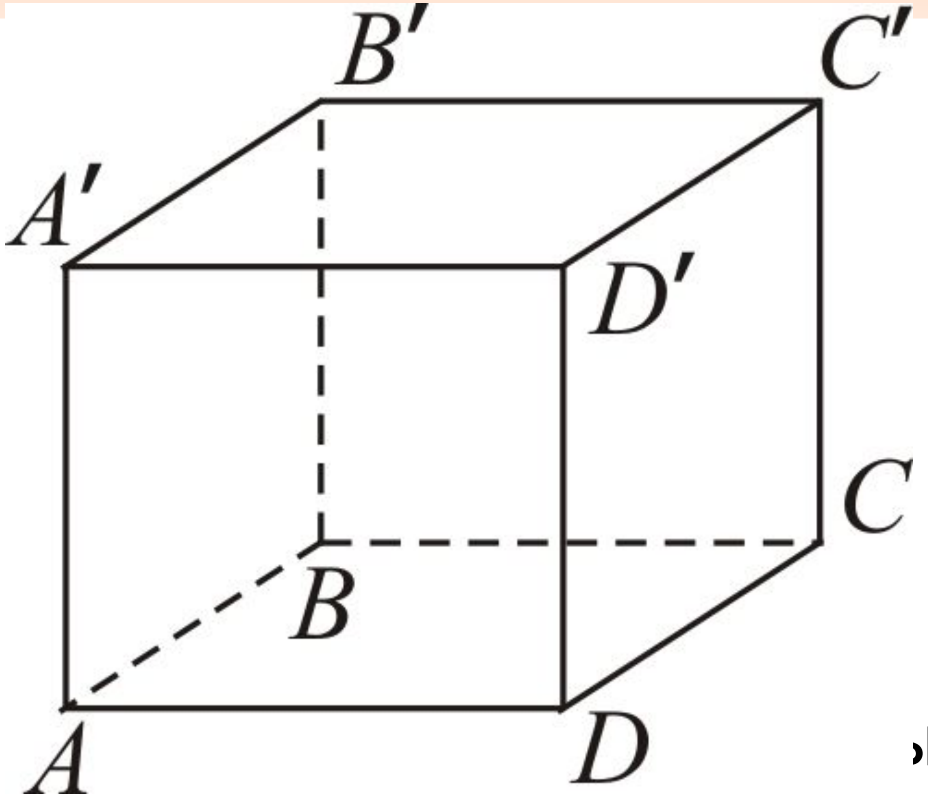


Две скрещивающиеся прямые называются *перпендикулярными*, если параллельные им пересекающиеся прямые перпендикулярны.



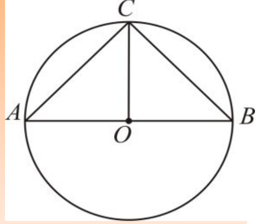
Пример



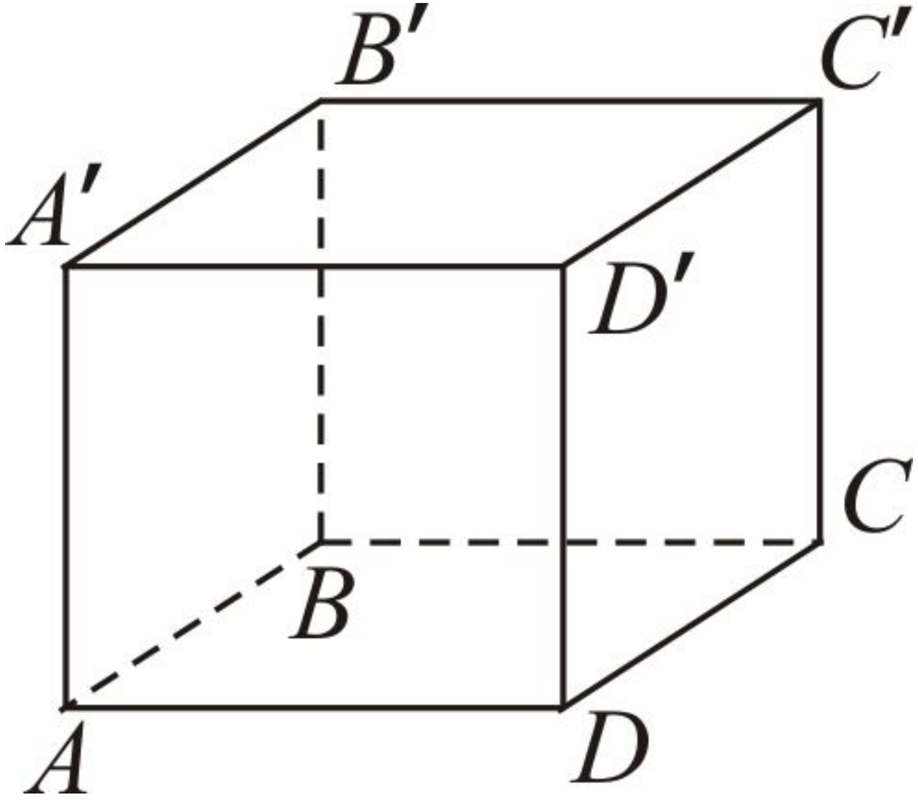


Назовите все ые AD.

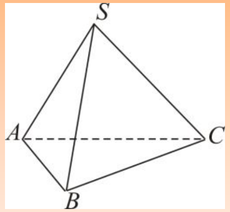
Вопрос



Как показать, что прямые AC и B’D’ перпендикулярны?



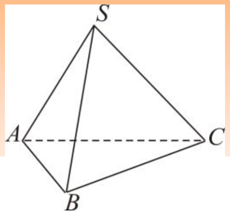
Теорема



Если две пересекающиеся прямые соответственно параллельны двум перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны.

Доказательство в Погорелове в параграфе «Перпендикулярность прямых и плоскостей», теорема 17.1

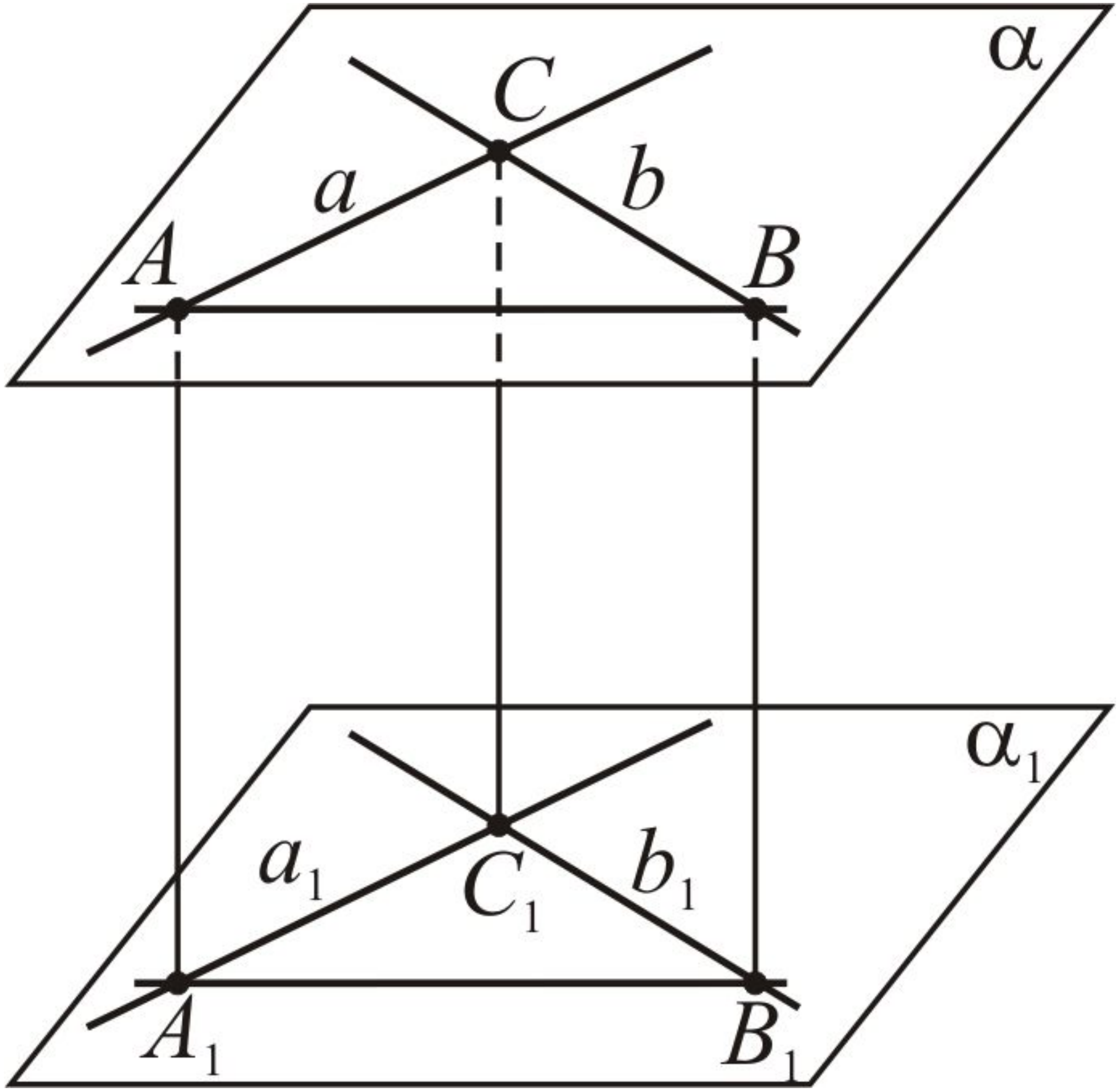
Доказательство



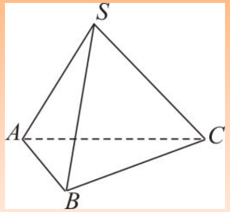
Дано: a и b – перпенд. прямые, a_1 и b_1 – параллельные им пересек. прямые.

Док-ть: a_1 и b_1 перпендикулярны.

(Через равенство тр-ков ACB и $A_1C_1B_1$)



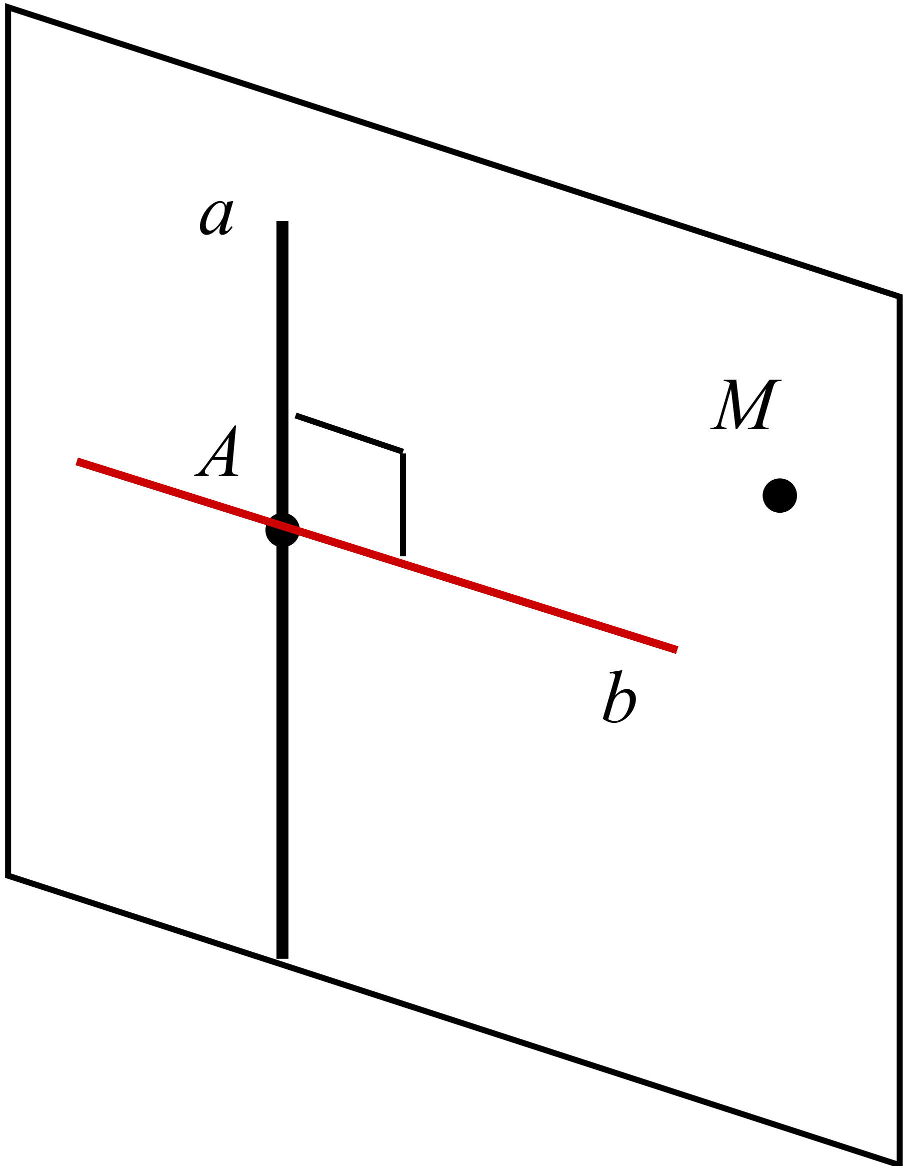
1. Задача на построение

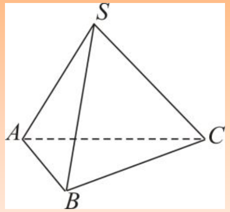


Можно ли через любую точку прямой в пространстве провести перпендикулярную ей прямую?

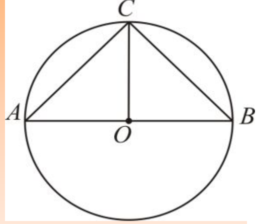
Если да, то сколько?

Ответ





Перпендикулярность прямой и плоскости



Прямая *a*, пересекающая плоскость *α*, называется *перпендикулярной* этой плоскости, если она

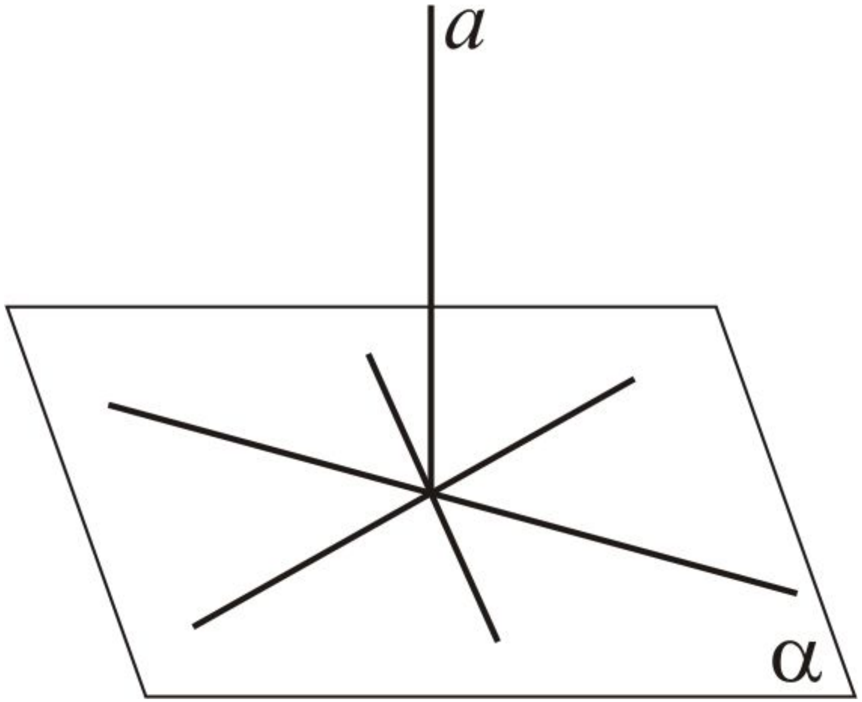
перпендикулярна любой

прямой, лежащей

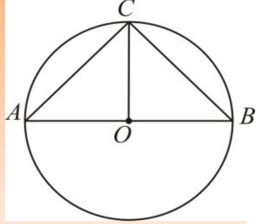
в данной плоскости

и проходящей через

точку пересечения.



Перпендикулярность прямой и плоскости



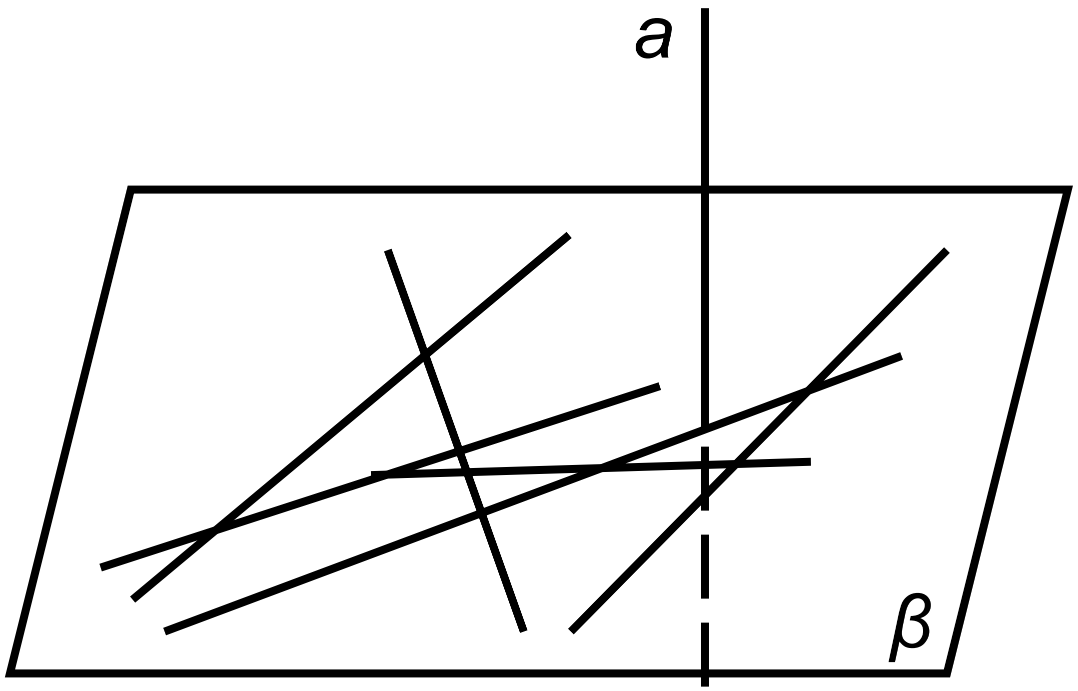
Прямая *a* и плоскость *β* в пространстве называются *перпендикулярными*, если прямая *a* перпендикулярна

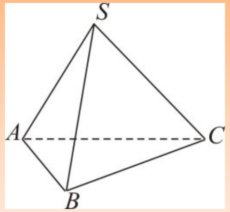
любой прямой

в плоскости *β*.

Обозначения:

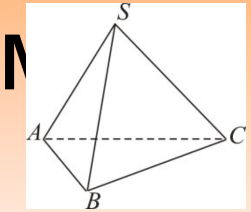
$a \perp \beta$





Перпендикулярность прямой и плоскости обозначается знаком $\perp$.

Признак перпендикулярности прям
и плоскости



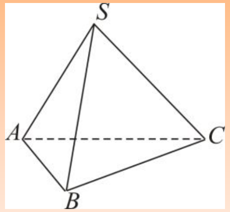
Если две пересекающие прямые, лежащие в плоскости β, перпендикулярны прямой а, то а β.

$\perp$

Другая формулировка.

Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна данной плоскости.

Свойства перпендикулярной прямой и плоскости

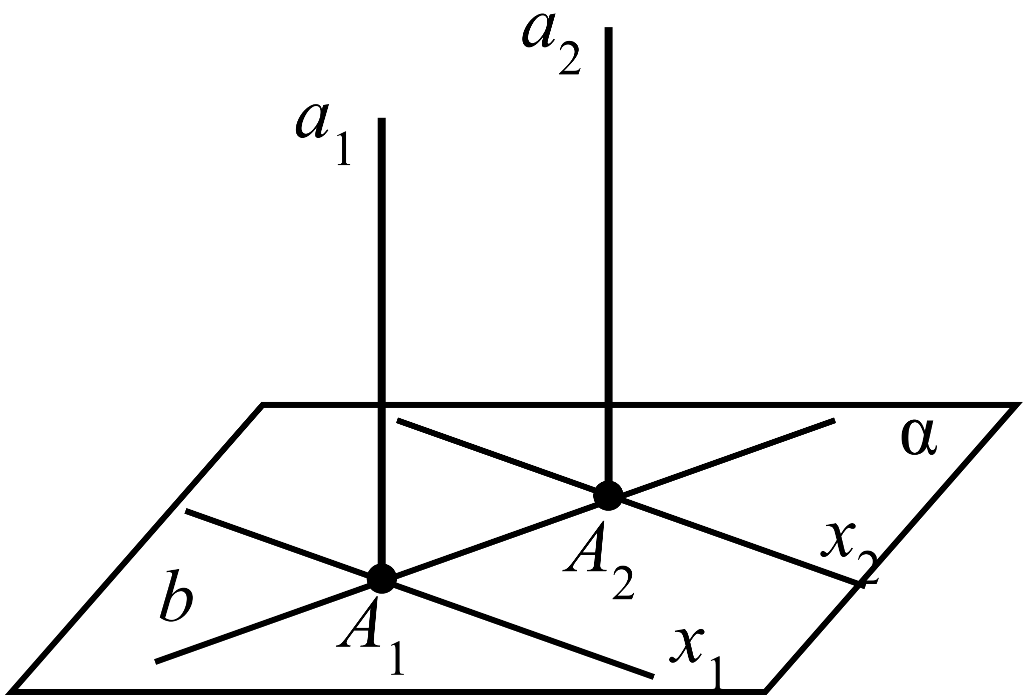


Т.1. Если плоскость перпендикулярна одной из двух парал-
лельных прямых, то
она перпендикулярна
и другой.

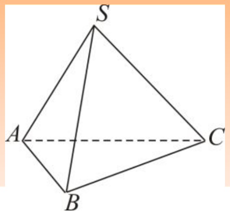
Дано: $a_1 \parallel a_2$; $\alpha \perp a_1$.

Док-ть: $\alpha \perp a_2$.

(Ссылка на теорему со слайда 8)



Свойства перпендикулярной прямой и плоскости



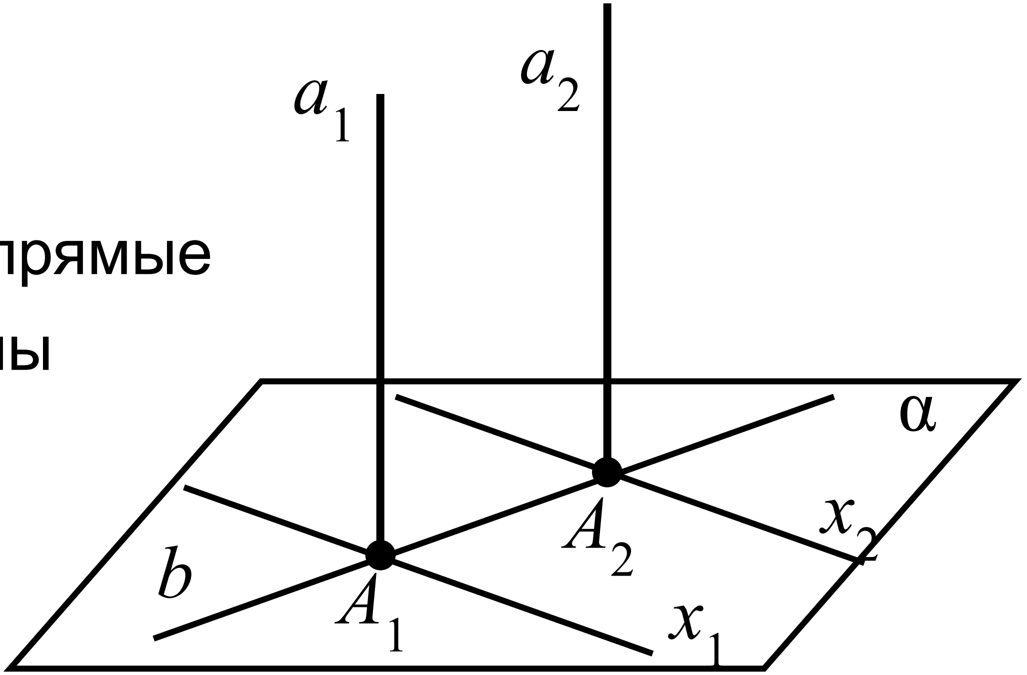
Т.1. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то

она перпендикулярна и другой.

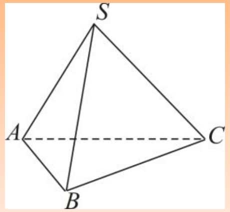
Дано: $a_1 \,|\,|\, a_2$; $\alpha \perp a_1$.

Док-ть: $\alpha \perp a_2$.

Если две пересекающиеся прямые соответственно параллельны двум перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны.



Свойства перпендикулярной прямой и плоскости



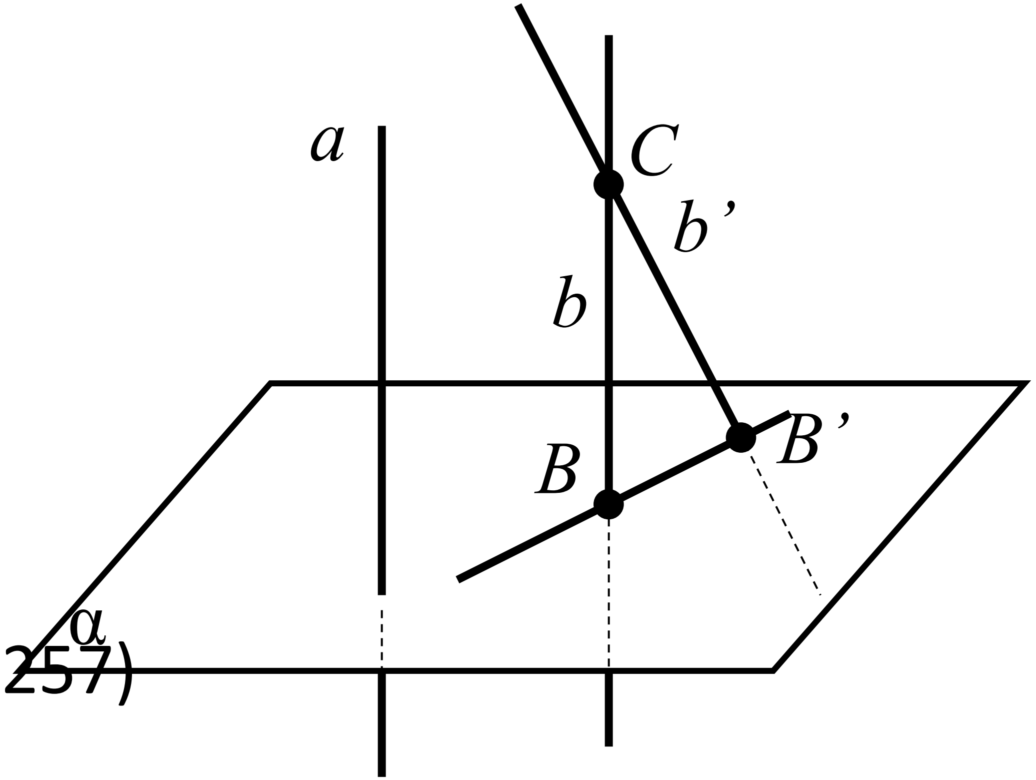
Т.2. Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

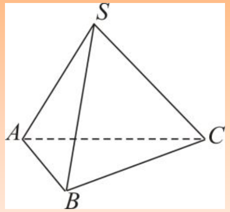
Дано: $a \perp \alpha$, $b \perp \alpha$.

Док-ть: $a \parallel b$.

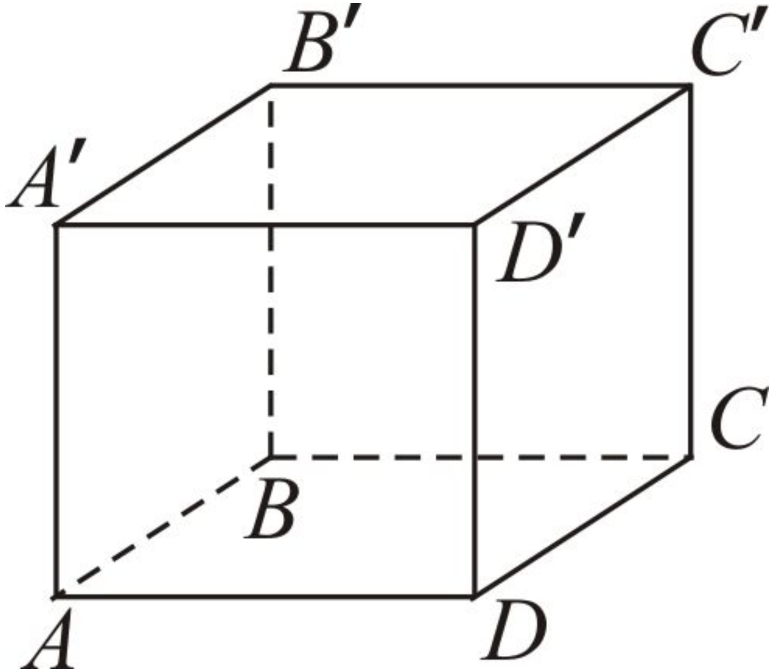
От противного.

См. теорему 17.4 (стр. 257)

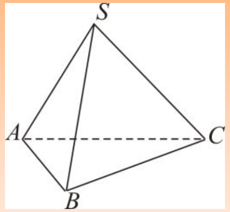




Теорема 3. Если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных плоскостей, то она перпендикулярна и другой плоскости.



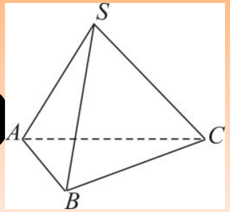
Обратное утверждение



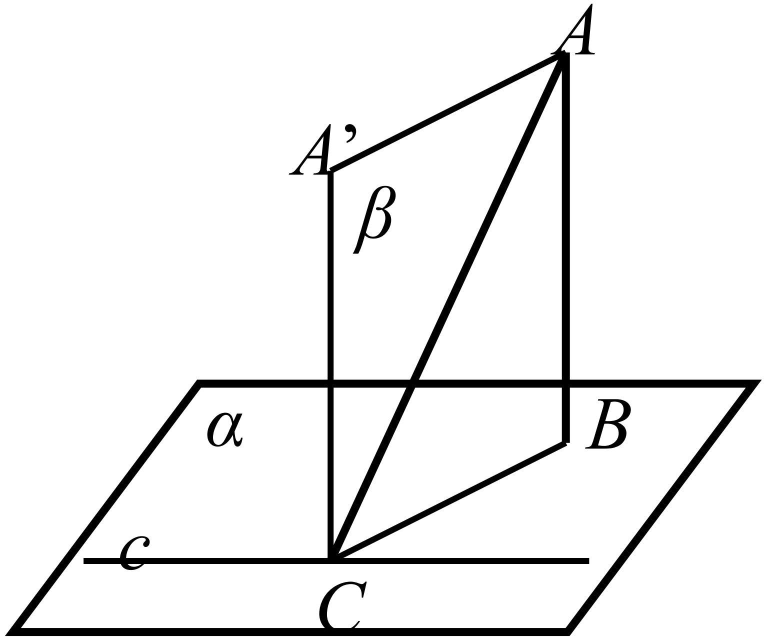
Верно обратное свойство.

Если прямая перпендикулярна двум различным плоскостям, то эти плоскости параллельны.

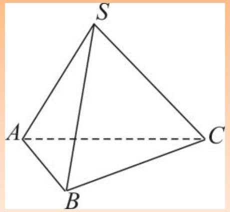
Теорема о трех перпендикуляр



Прямая теорема. Прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной перпендикулярно ее проекции, перпендикулярна и самой наклонной.



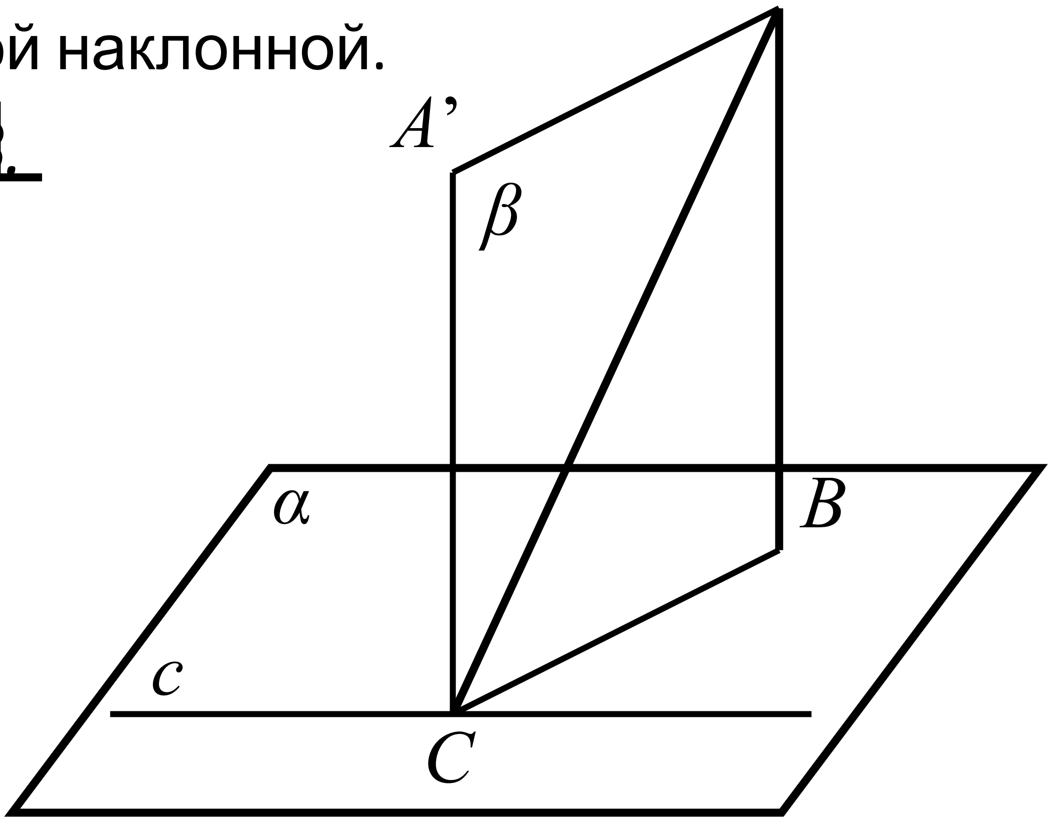
Доказательство прямой теоремы



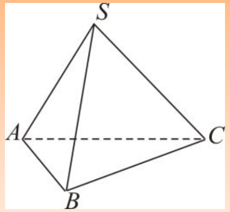
Прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной перпендикулярно ее проекции, перпендикулярна и самой наклонной.

Дано: $AB \perp \alpha$, $c \perp CB$.

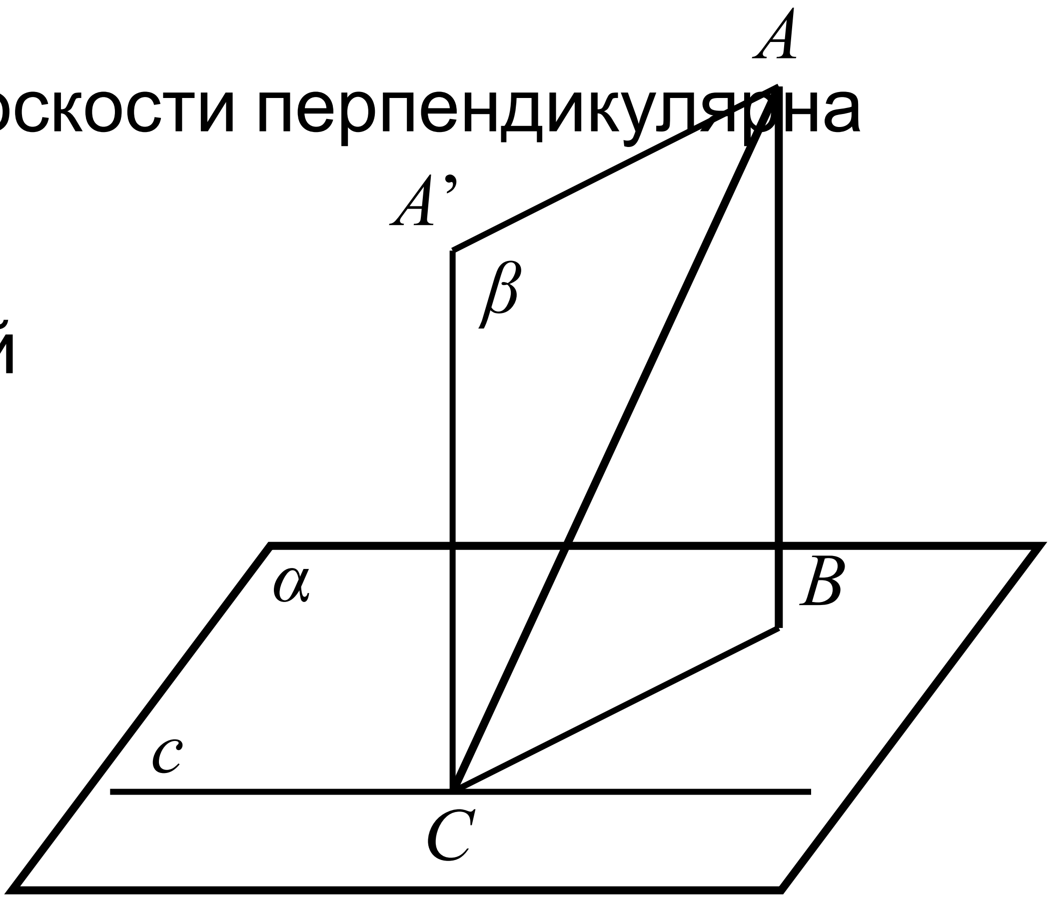
Док-ть: $c \perp AC$.



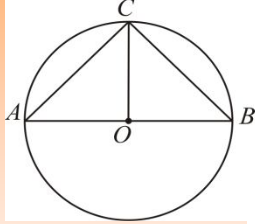
Обратная теорема



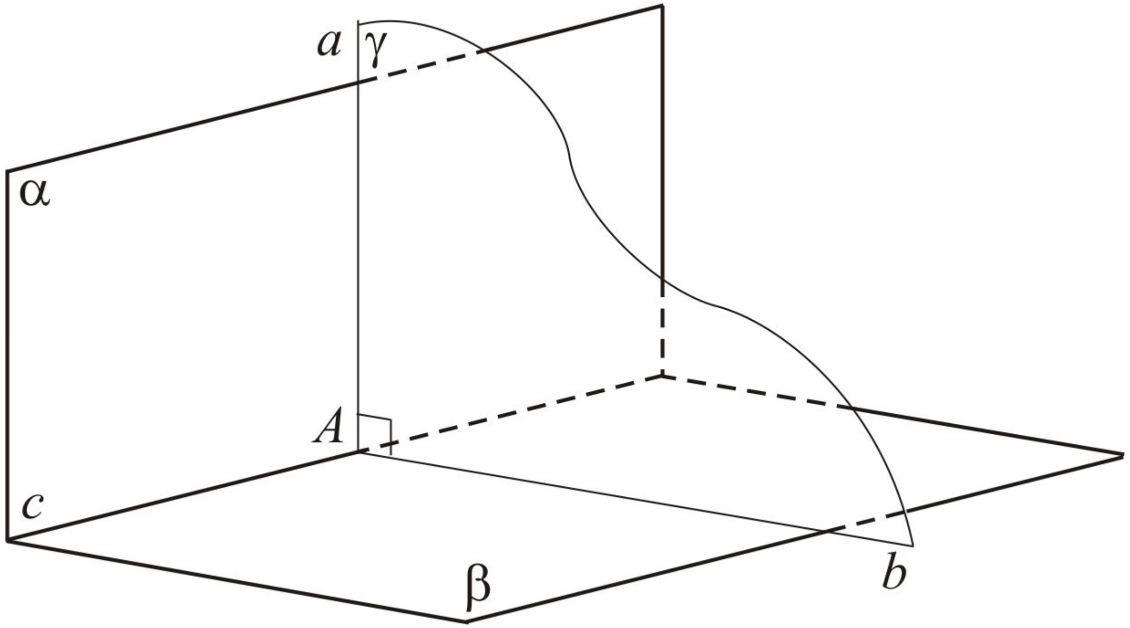
Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна проекции наклонной на эту плоскость.



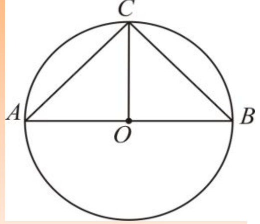
Перпендикулярность плоскостей



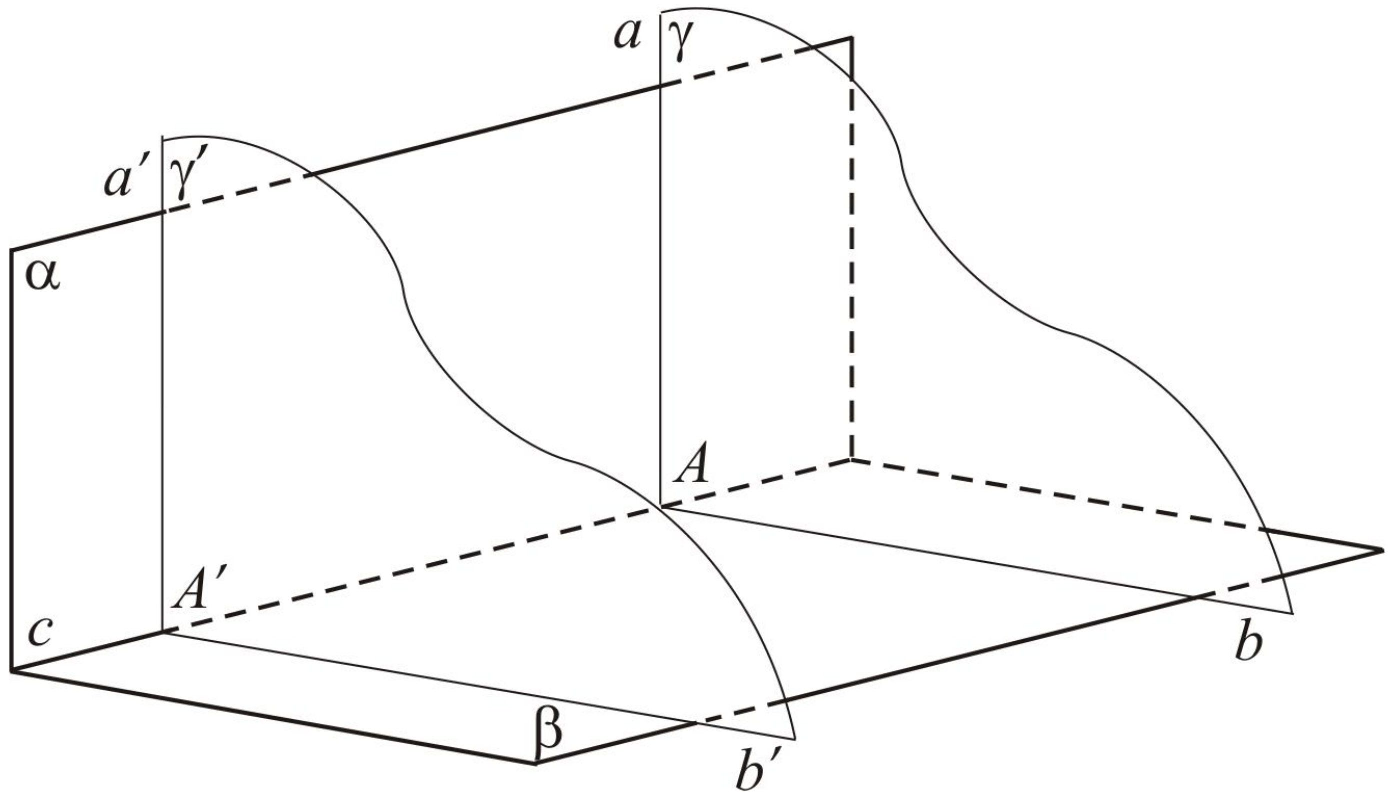
Две пересекающиеся плоскости называются *перпендикулярными*, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.



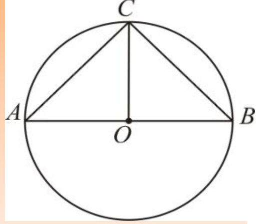
Утверждение



Любая плоскость, перпендикулярная прямой пересечения перпендикулярных плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.

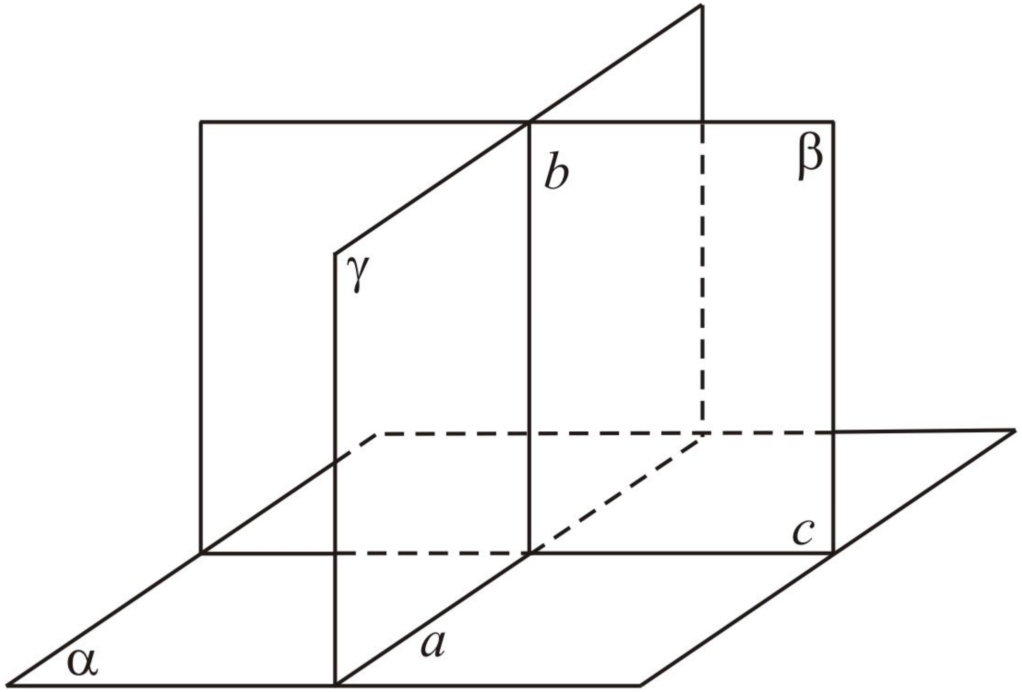


Признак перпендикуляр-ности плоскостей



Теорема. Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

Дано: $b \perp \alpha$,
β содержит b.
Док-ть: $\alpha \perp \beta$



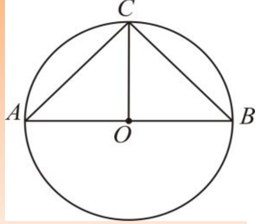
Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей

Если в одной из двух перпендикулярных плоскостей проведена прямая перпенди-кулярно их линии пересечения, то эта прямая перпендикулярна другой плоскости.

Дано: пл-ти $\alpha \perp \beta$; пр. $c = \alpha \cap \beta$; пр. $a \perp c$

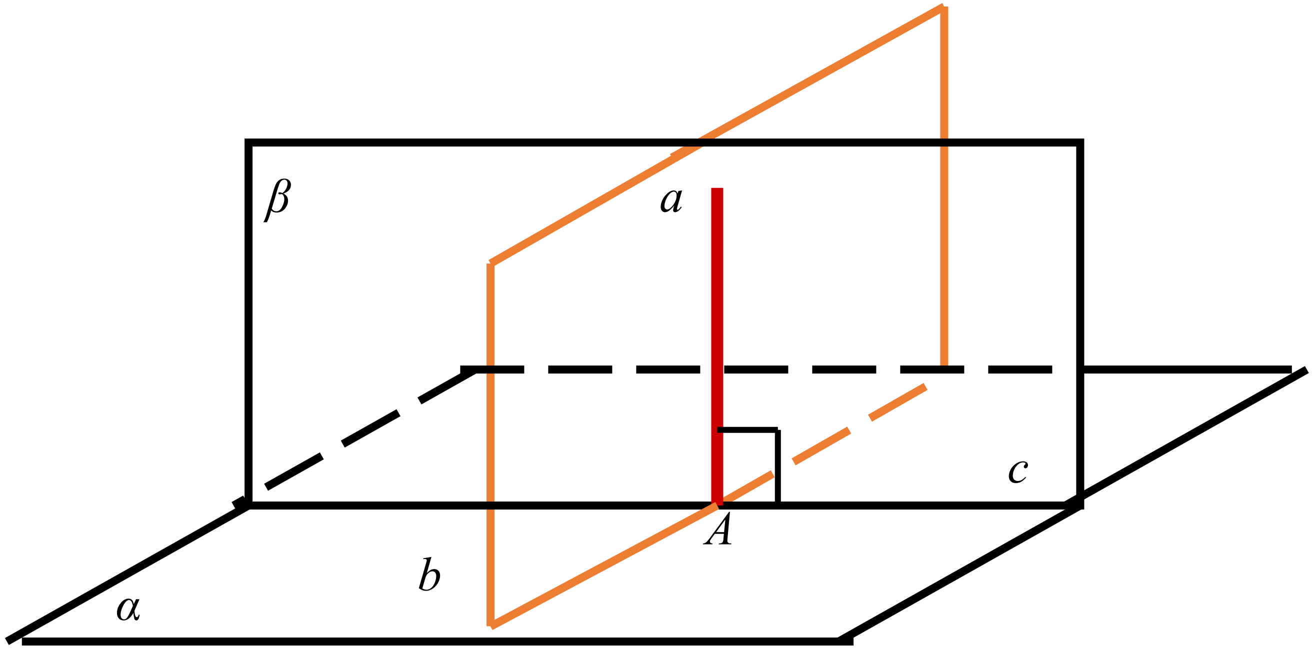
Доказать: прямая $a \perp$ пл-ти α.

Доказательство

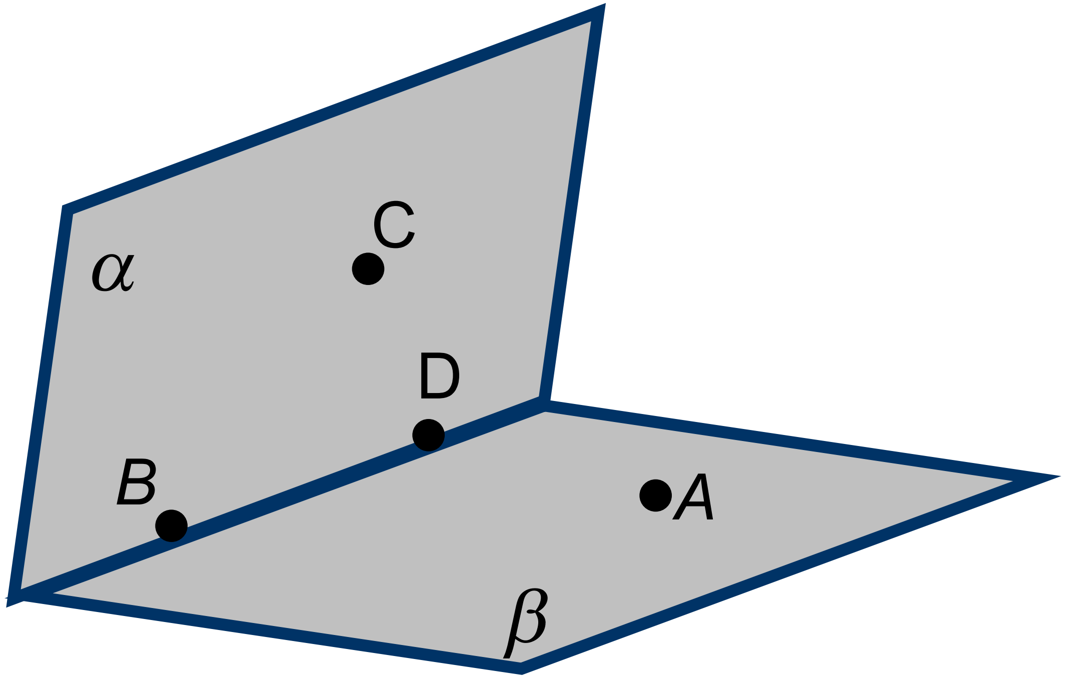


Дано: пл-ти $\alpha \perp \beta$; пр. $c = \alpha \cap \beta$; пр. $a \perp c$.

Доказать: прямая a перпендикулярна плоскости α.



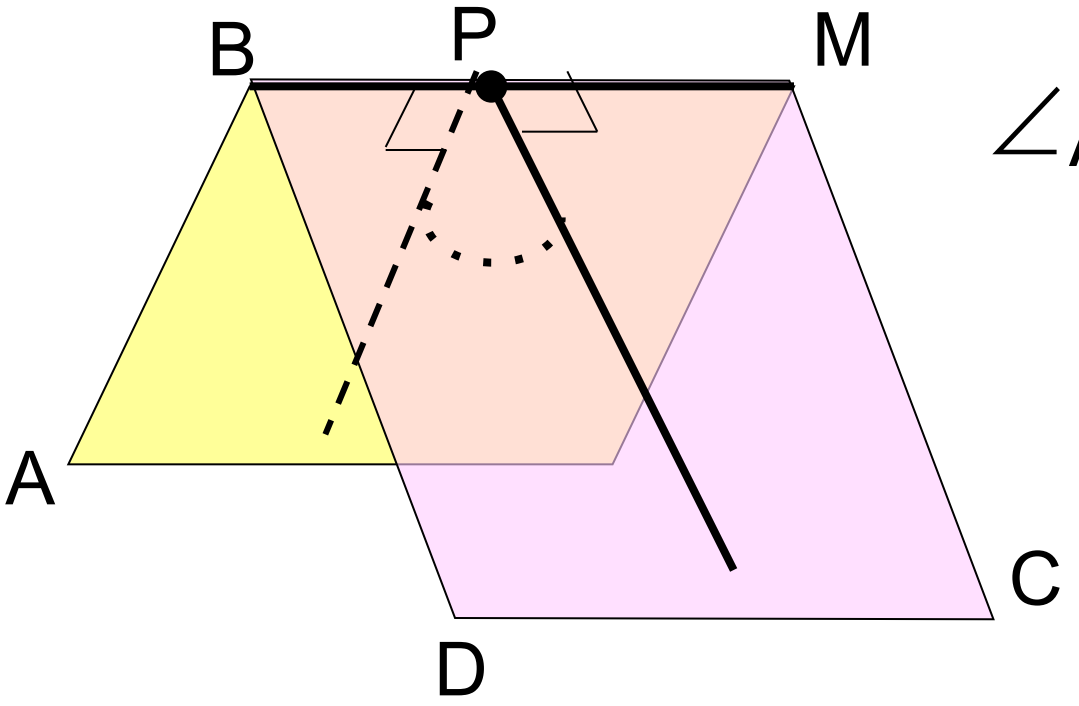
Обозначение двугранного угла.



Угол CBDA

Измерение двугранных углов. Линейный угол.

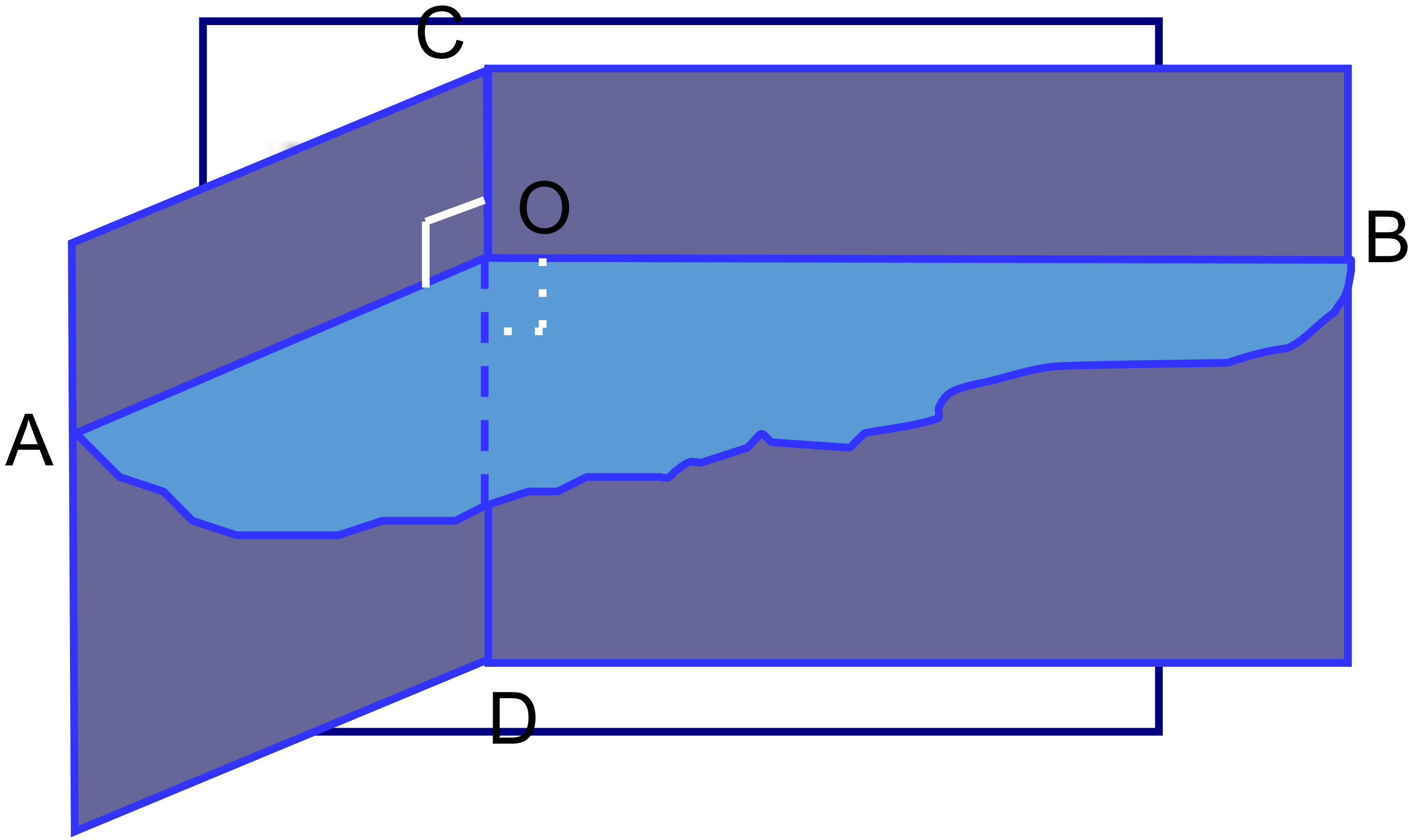
Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.



$\angle ABMC = \angle P$

Угол P – линейный угол двугранного угла ABMC

***Линейным углом двугранного угла* называется сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру.**



Способ нахождения (построения) линейного угла.

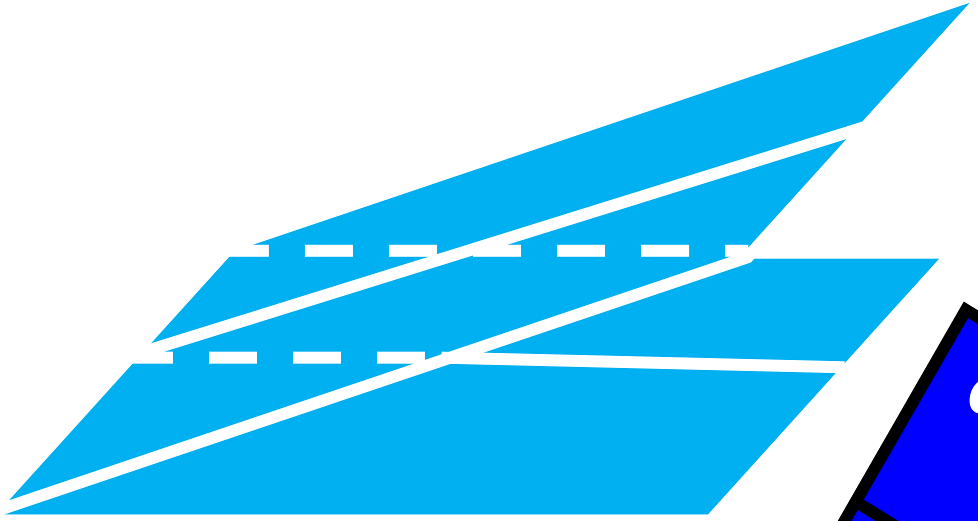
1. Найти (увидеть) ребро и грани двугранного угла

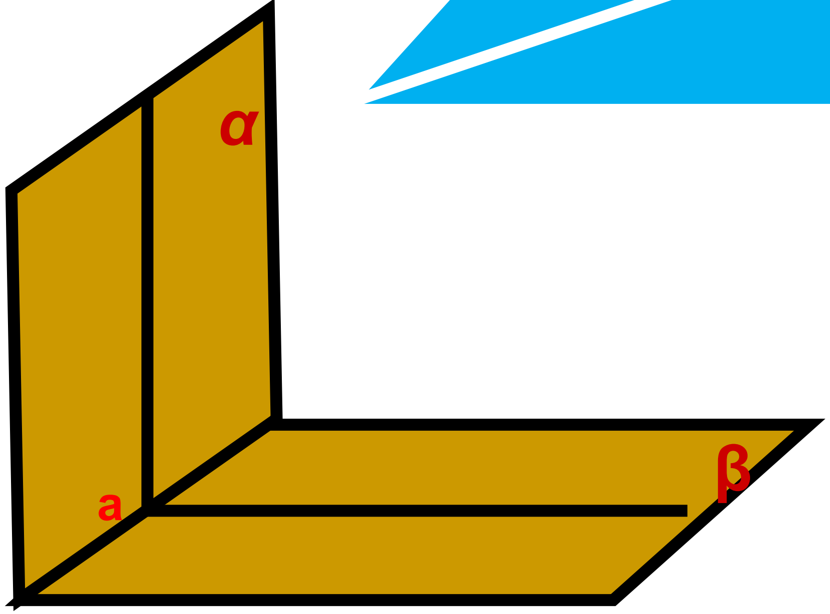
*2. **В гранях** найти направления (прямые) перпендикулярные ребру*

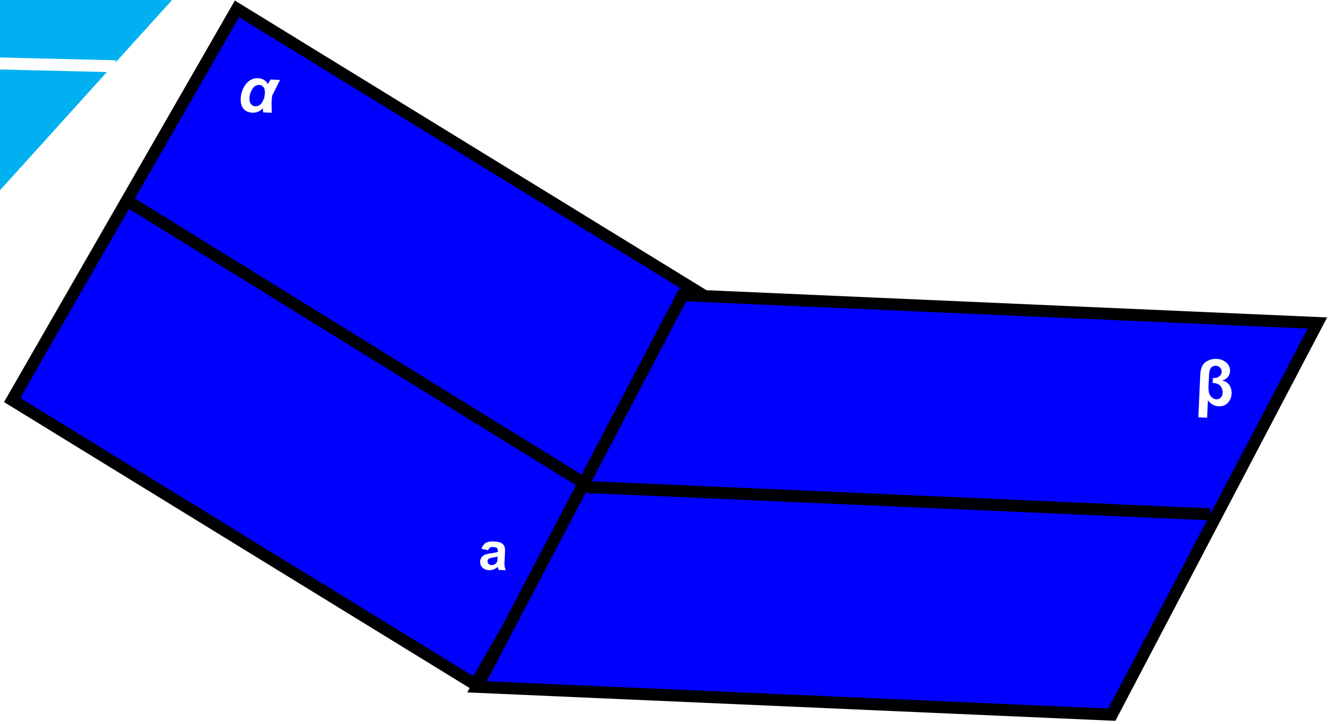
3. (при необходимости) заменить выбранные направления параллельными им лучами с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется параллельность и отношение длин параллельных отрезков

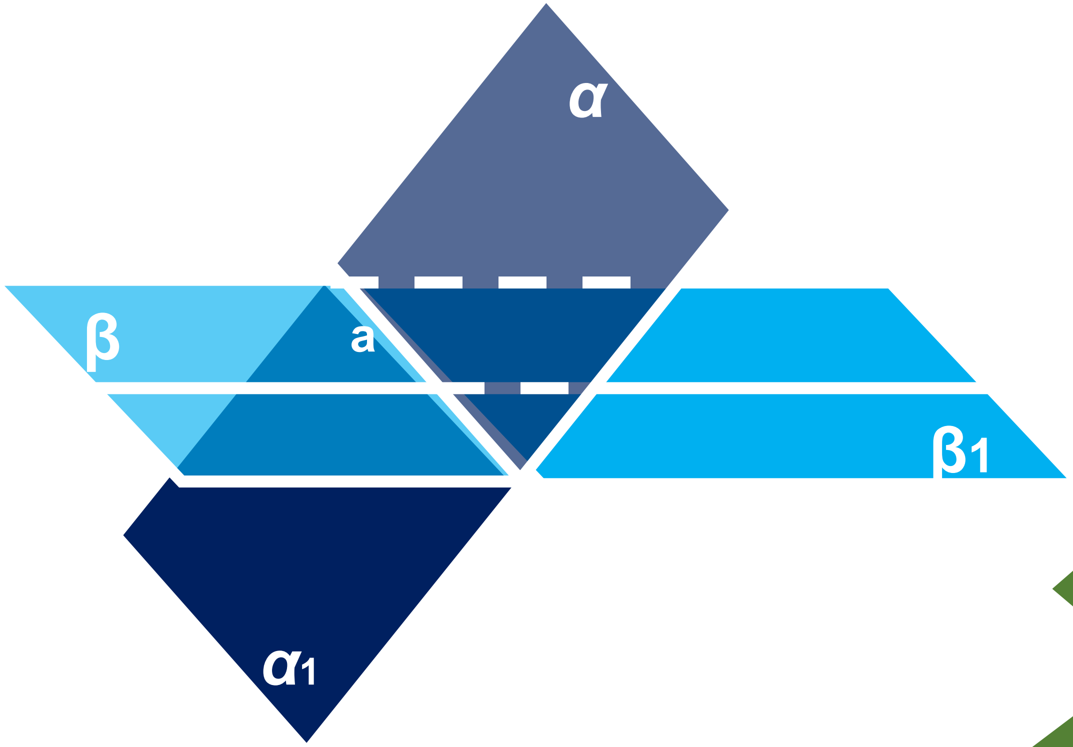
Двугранный угол является острым , прямым или тупым, **если его линейный угол соответственно острый, прямой или тупой.**

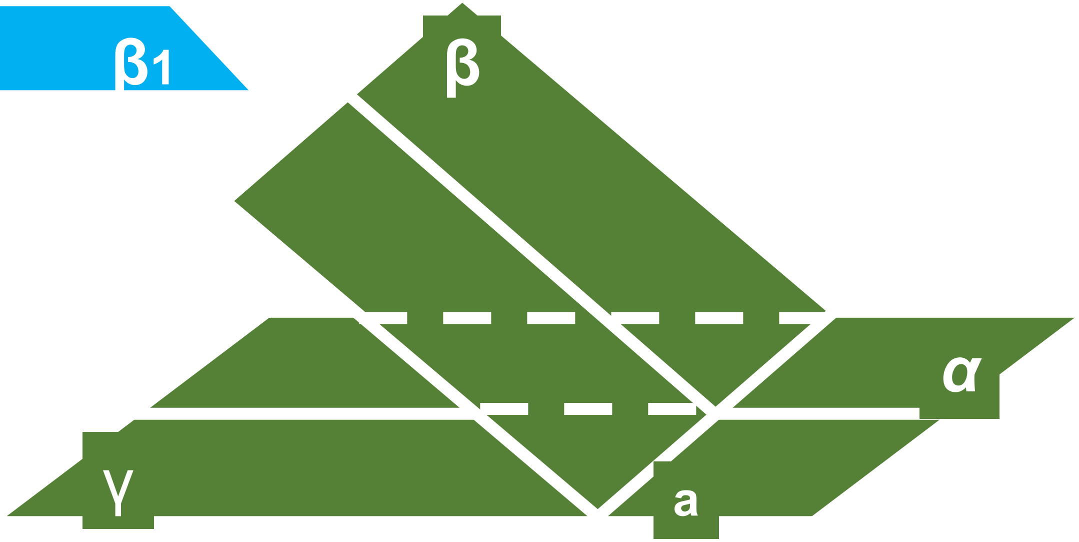






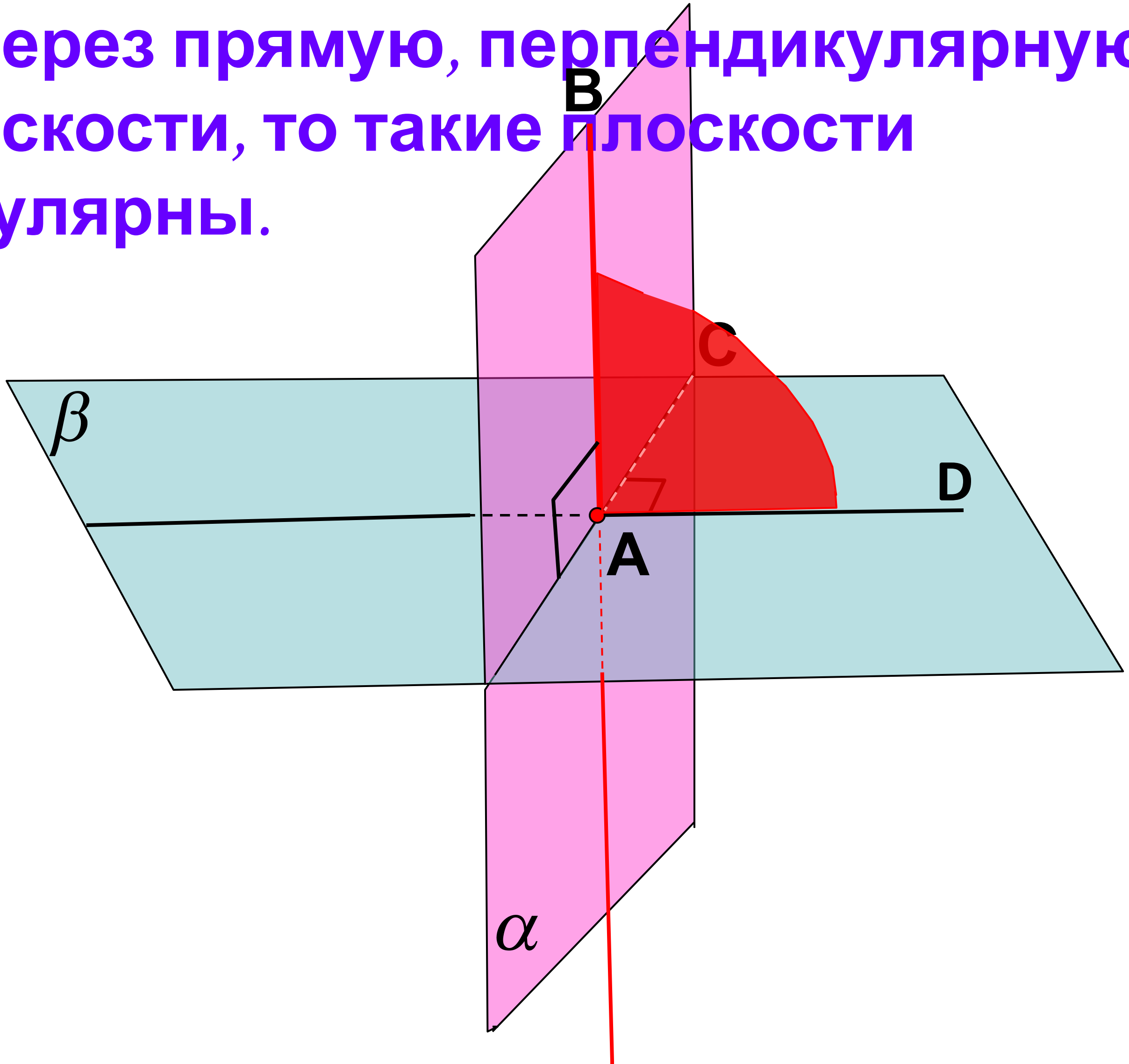
Аналогично тому, как и на плоскости,
в пространстве определяются смежные и вертикальные двугранные углы.



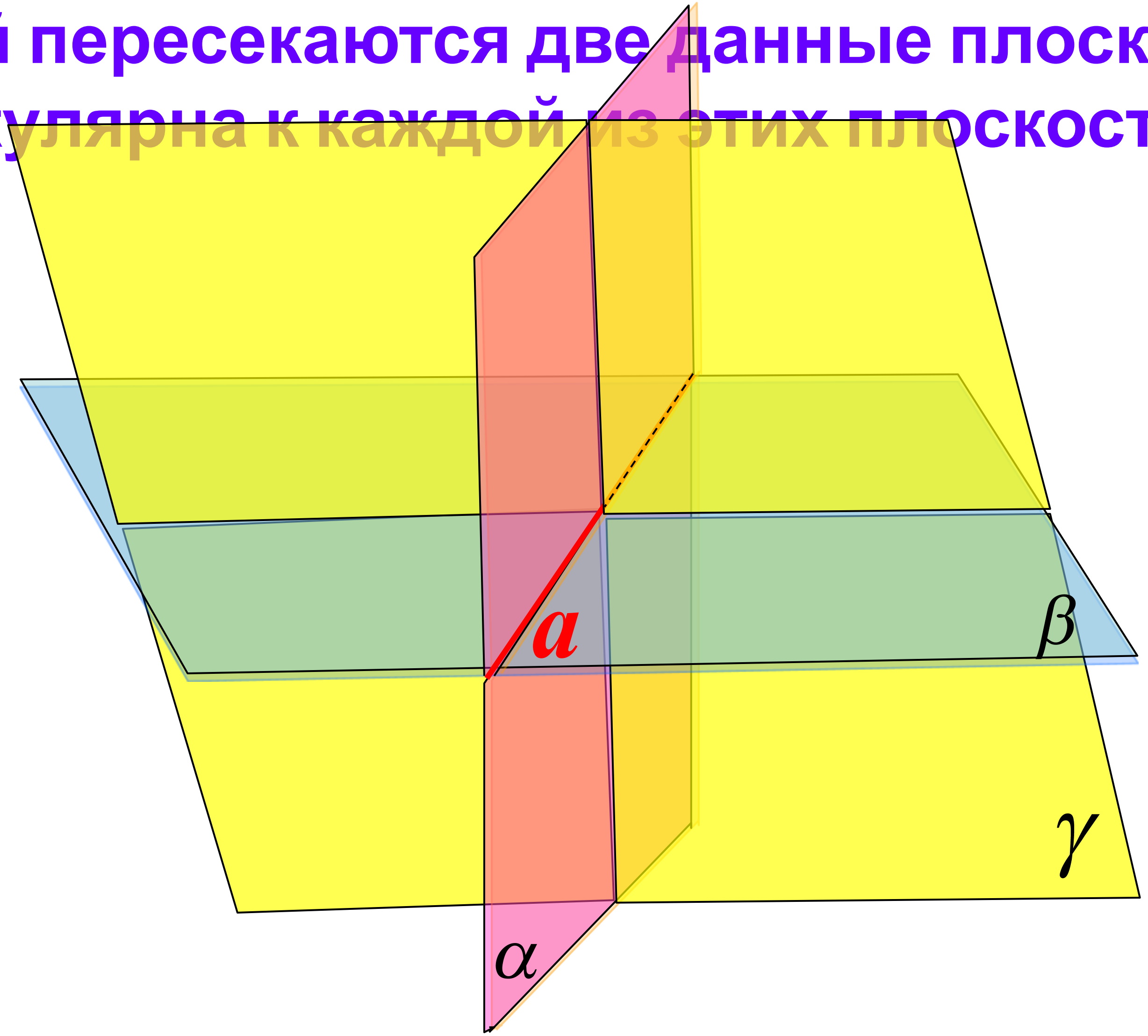


Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Теорема. Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

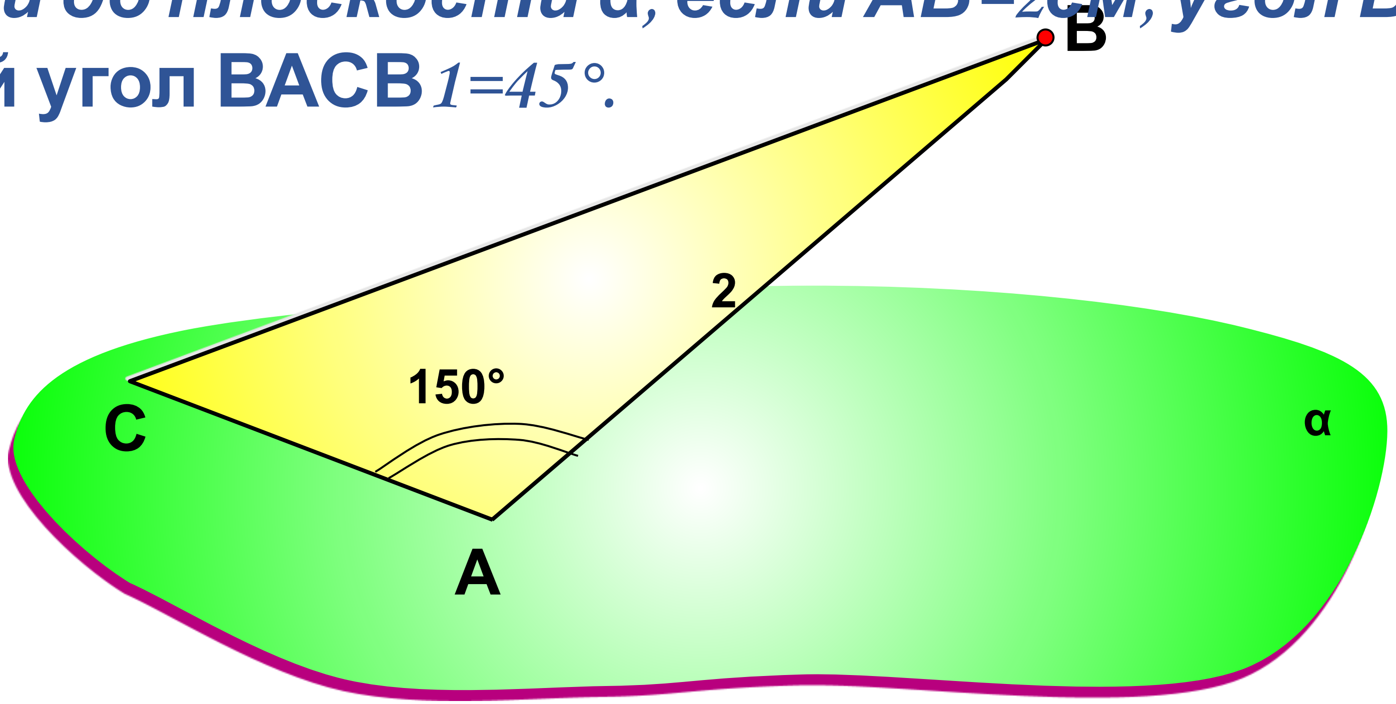


Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой,
по которой пересекаются две данные плоскости,
перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.



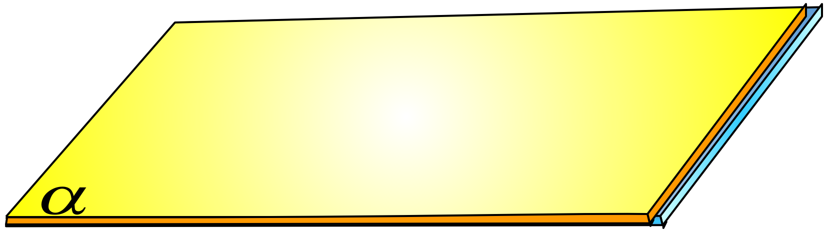
Задача 3

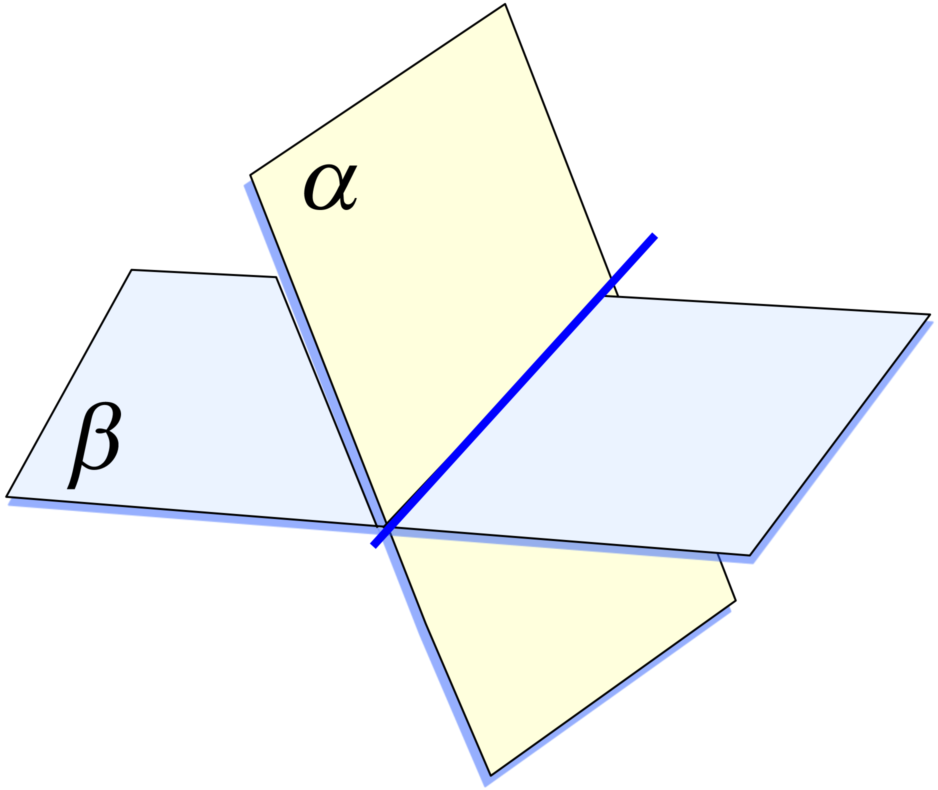
Из вершины В треугольника АВС, сторона АС которого лежит в плоскости α, проведен к этой плоскости перпендикуляр ВВ1. Найдите расстояние от точки В до прямой АС и до плоскости α, если АВ=2см, угол ВАС=150° и двугранный угол ВАСВ1=45°.



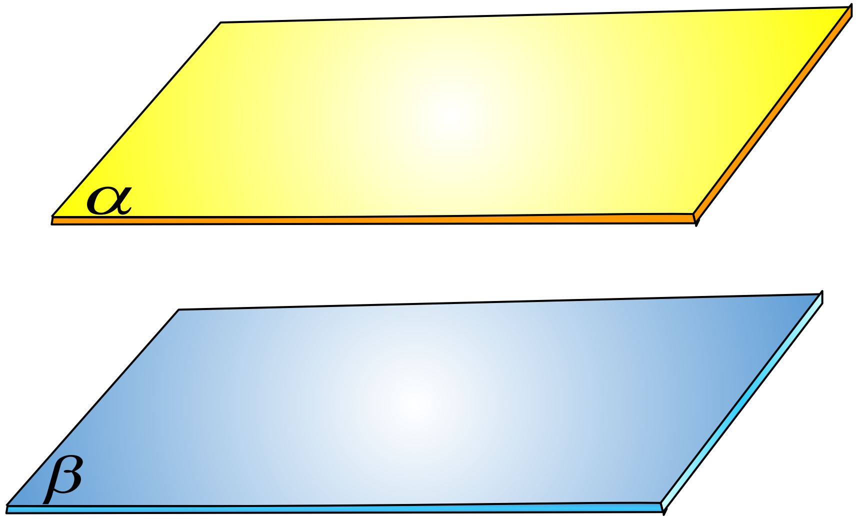
Расположение плоскостей в пространстве.

α и β совпадают





α ∩ β

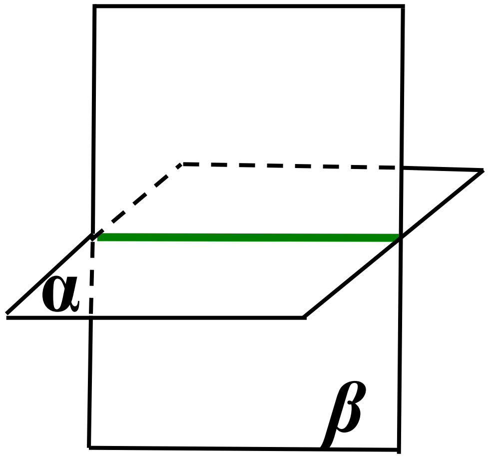


α || β

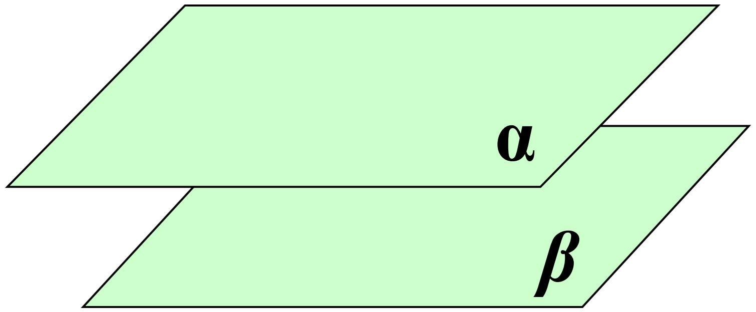
Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

Плоскости

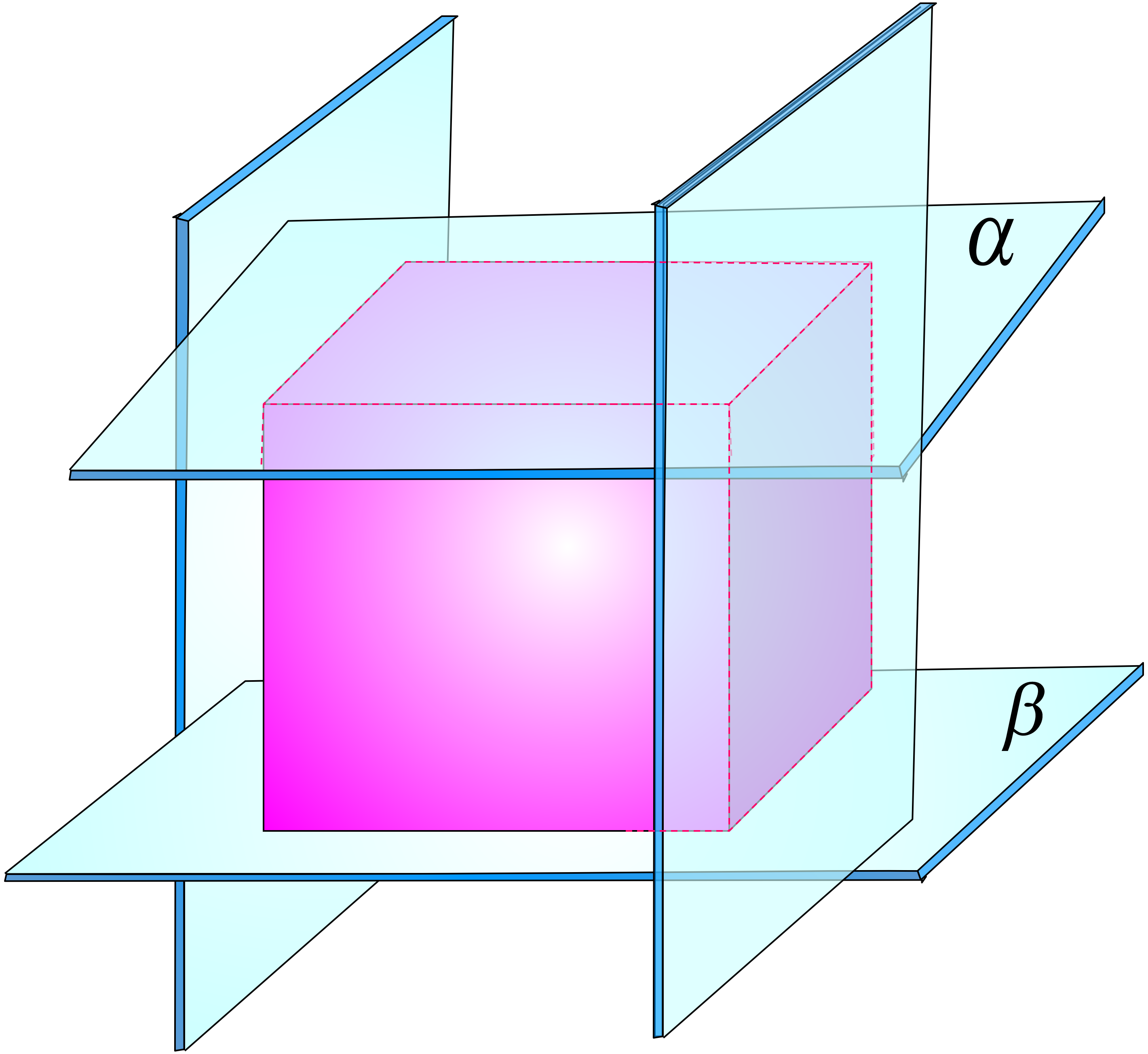
Пересекаются | **Параллельны**



$\alpha \cap \beta$



$\alpha \parallel \beta$

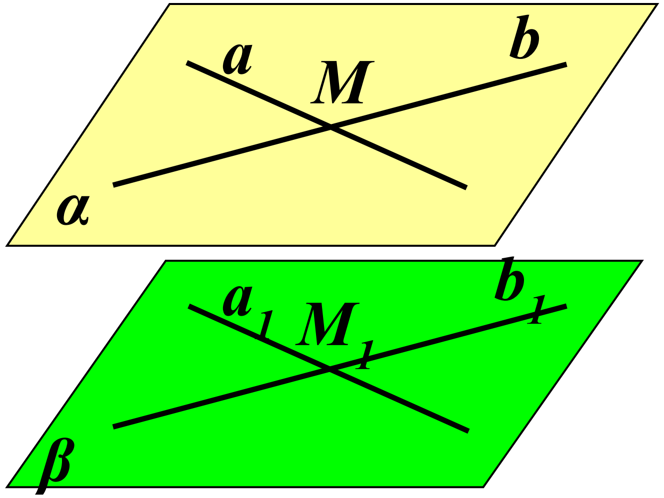

α
β

Признак параллельности плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Дано:

- $a \subset \alpha$; $в \subset \alpha$; $a \cap в = M$;
- $a_1 \subset \beta$; $в_1 \subset \beta$;
- $a \parallel a_1$; $в \parallel в_1$
- ***Доказать,***
- ***что*** $\alpha \parallel \beta$



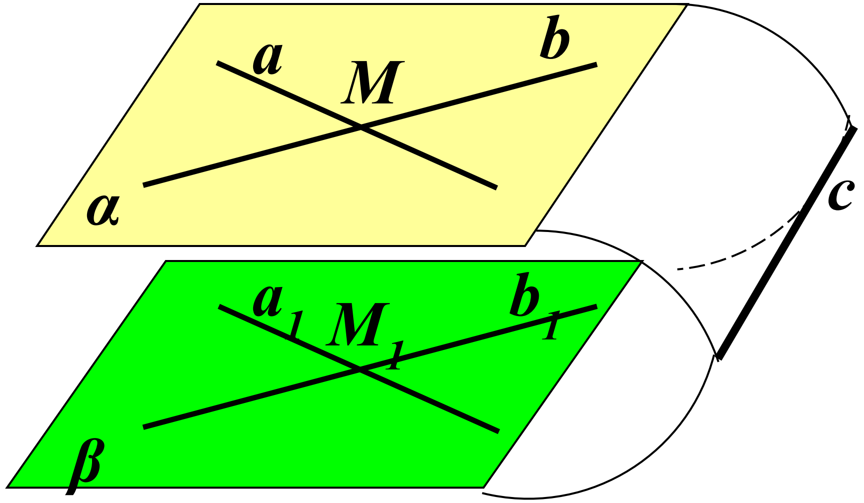
Доказательство от противного

- $a \subset \alpha$; $a_1 \subset \beta$; $a \parallel a_1$□$a \parallel \beta$
  $в \subset \alpha$; $в_1 \subset \beta$; $в \parallel в_1$□$в \parallel \beta$

- Пусть $\alpha \cap \beta = c$
- Тогда
- $a \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c$□ $a \parallel c$.
- $b \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c$□$b \parallel c$.

- $a \cap в = M$; $a \parallel c$; и $в \parallel c$□$a \parallel b$

- Находим противоречие условию: через точку М проходят две прямые a и b, параллельные прямой c.
- Предположение $\alpha \cap \beta = c$ - неверно

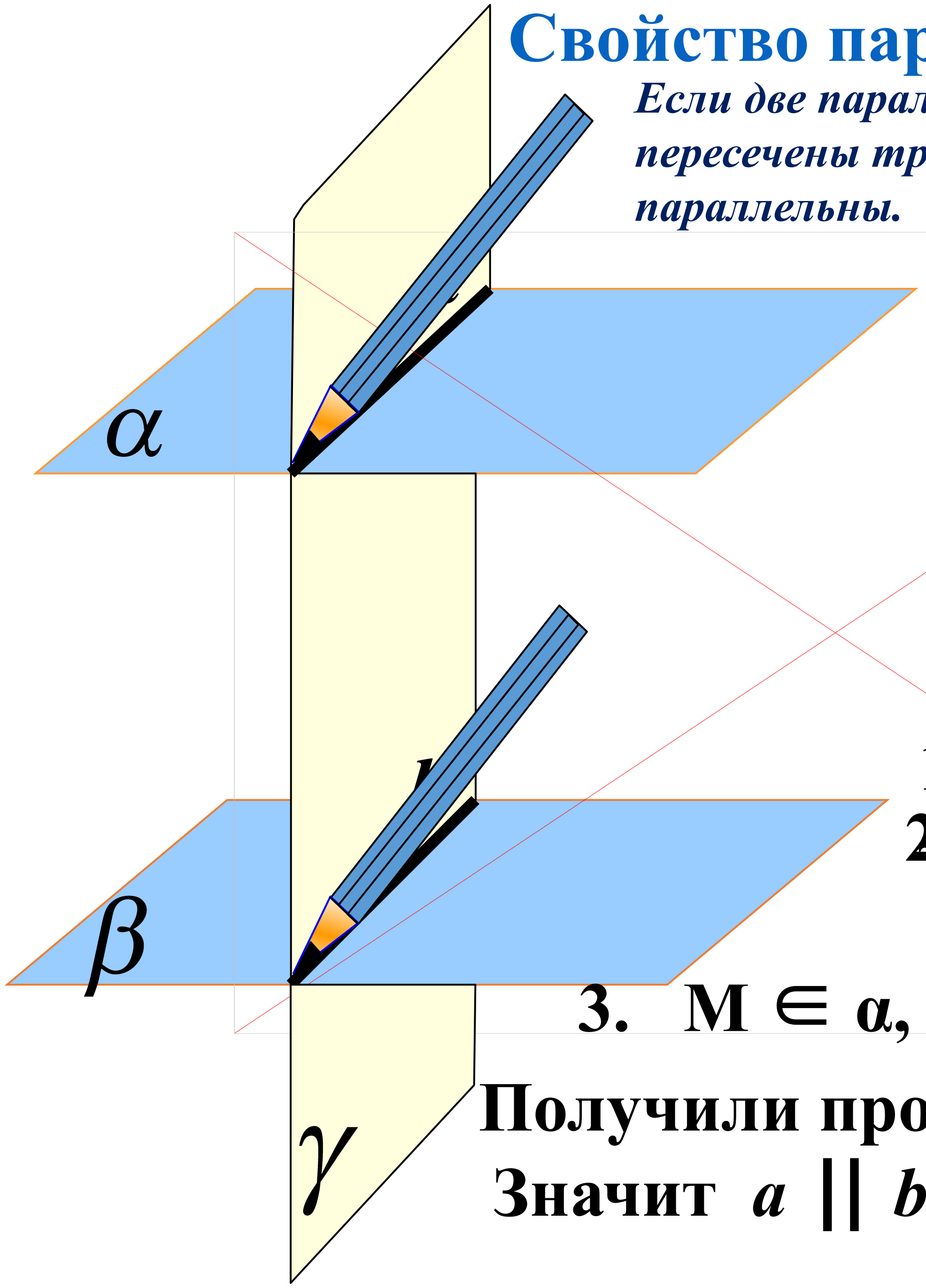


Какие теоремы мы использовали при доказательстве признака?

а ⊂α; $а_1$⊂ β; а∥$а_1$□ а∥β; в ⊂ α; ***$в_1$ ⊂ β; в∥$в_1$□ в∥β***	*Признак параллельности прямой и плоскости*
Пусть α ∩ β = с	***Делаем предположение, противное заключению***
Тогда ***а || β, α ∩ β = с□ а || с.*** ***b || β, α ∩ β = с□b || с.***	*Теорема о линии пересечения плоскостей*
а ∩ в=М; а∥с; и в∥с□а||b	*Теорема о параллельности трех прямых в пространстве*
Находим противоречие условию: через точку М проходят две прямые а и b, параллельные прямой с.	*Теорема о параллельных прямых*
Предположение ***α ∩ β = с - неверно***	***Делаем вывод, α || β***

Свойство параллельных плоскостей.

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.



Дано:

$\alpha \parallel \beta$, $\alpha \cap \gamma = a$

$\beta \cap \gamma = b$

Доказать: $a \parallel b$

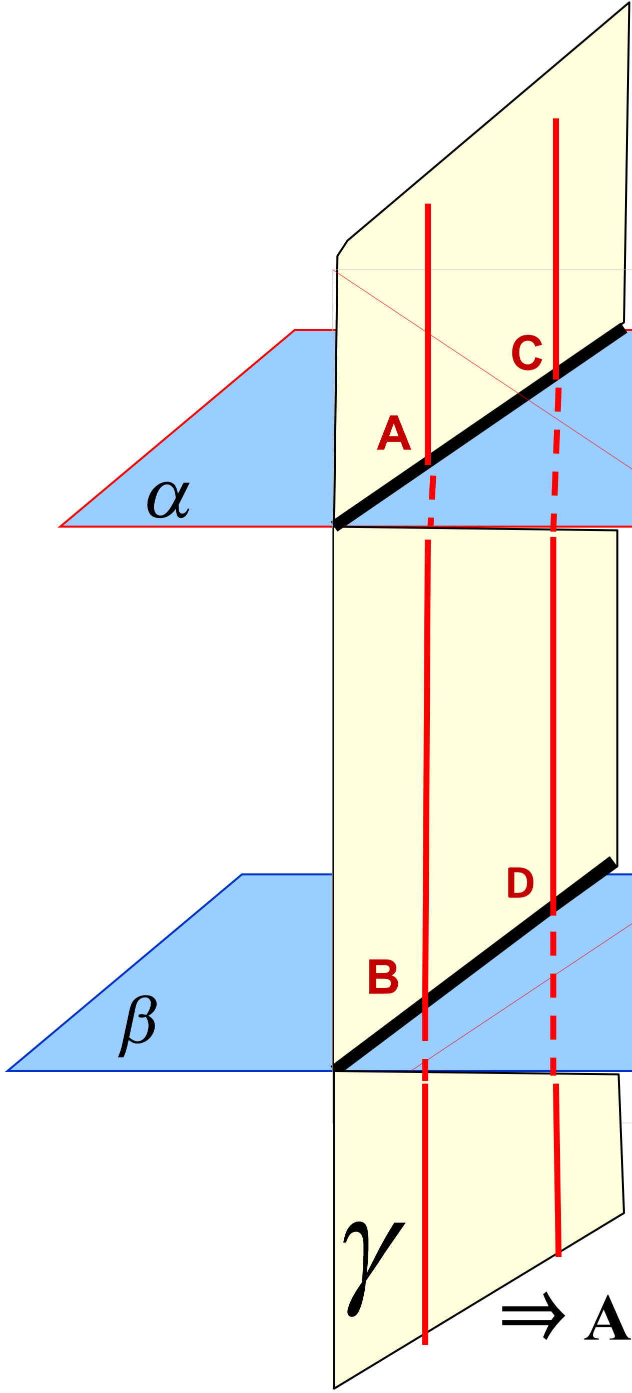
Доказательство:

1. **$a \subset \gamma$, $b \subset \gamma$**
2. **Пусть $a \parallel b$,**

   тогда $a \cap b = M$
3. **$M \in \alpha$, $M \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = c$ (A_2)**

Получили противоречие с условием.

Значит $a \parallel b$ ч. т.д.



Свойство параллельных плоскостей.

Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.

Дано:

α || β, AB||CD

AB ∩ α = A, AB ∩ β = B,

CD ∩ α = C, CD ∩ β = D

Доказать: AB = CD

Доказательство:

1. Через AB||CD проведем γ

2. α||β, α ∩ γ = *a*, β ∩ γ = *b*

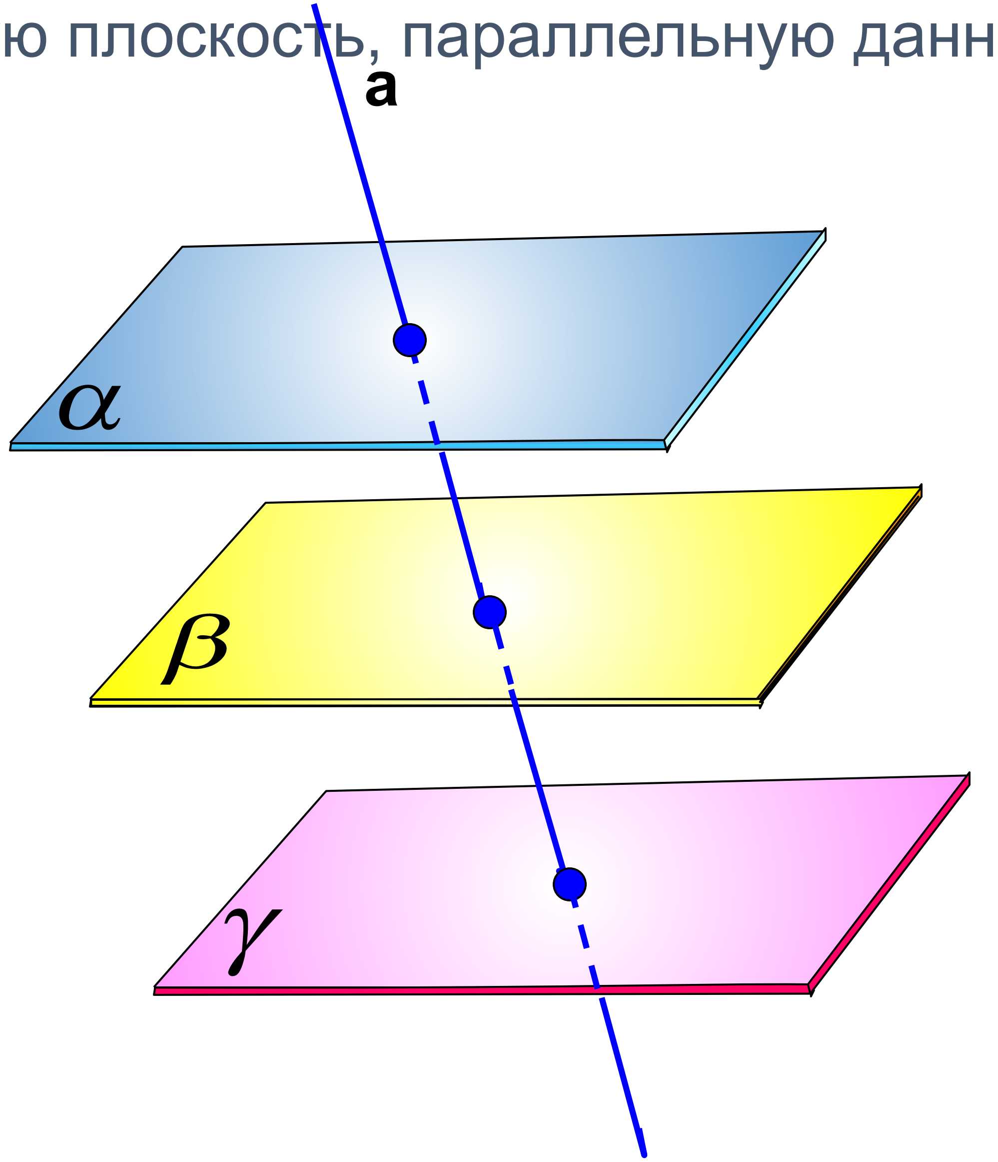
3. ⇒ AC||B D,

4. AB||CD (как отрезки парал. прямых)

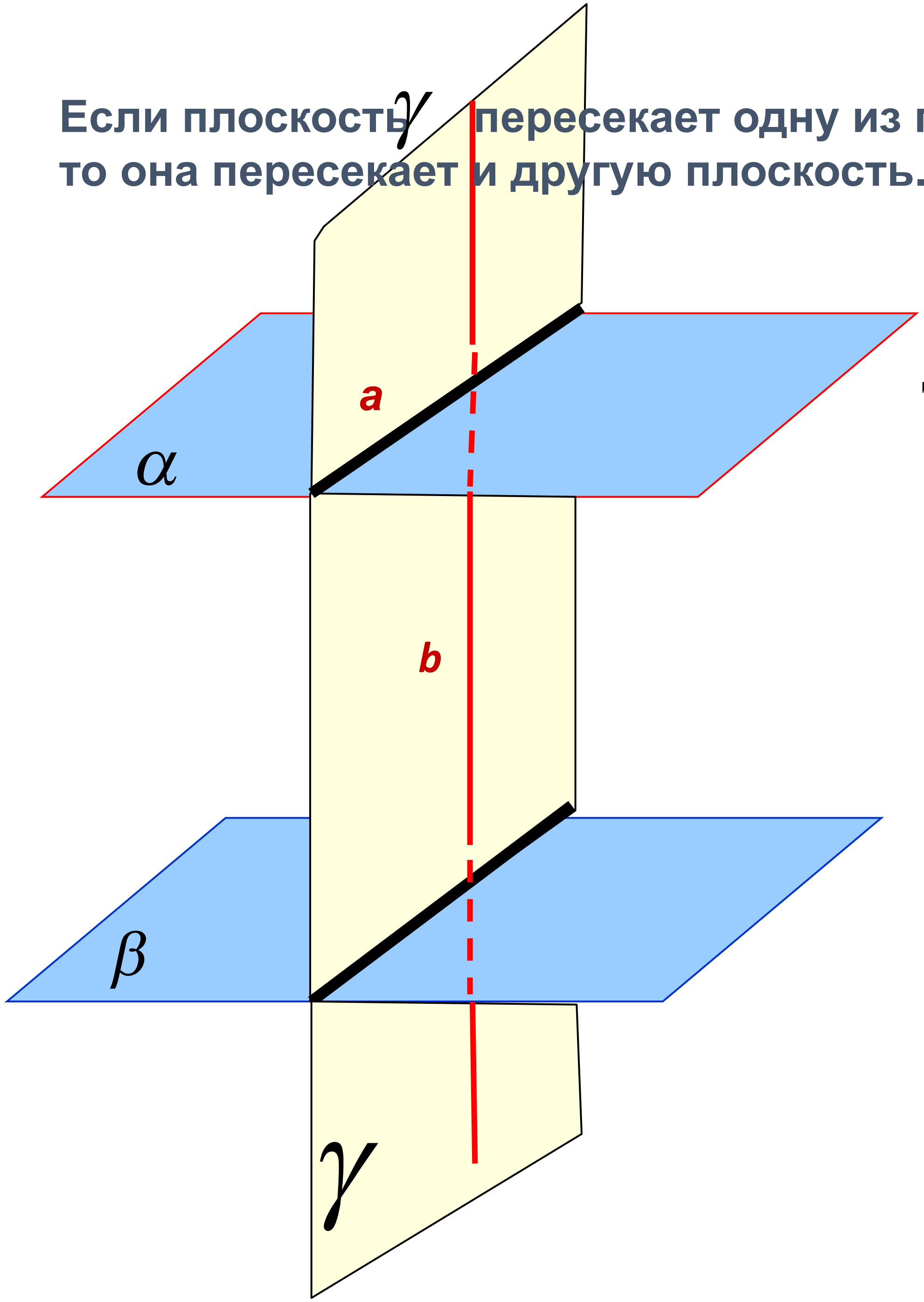
5. ⇒ ABCД – параллелограмм (по опр.)

⇒ AB = CD (по свойству параллелограмма)

Если прямая a пересекает плоскость α, то она пересекает также любую плоскость, параллельную данной плоскости α.



Если плоскость γ пересекает одну из параллельных плоскостей α и β, то она пересекает и другую плоскость.



Дано:

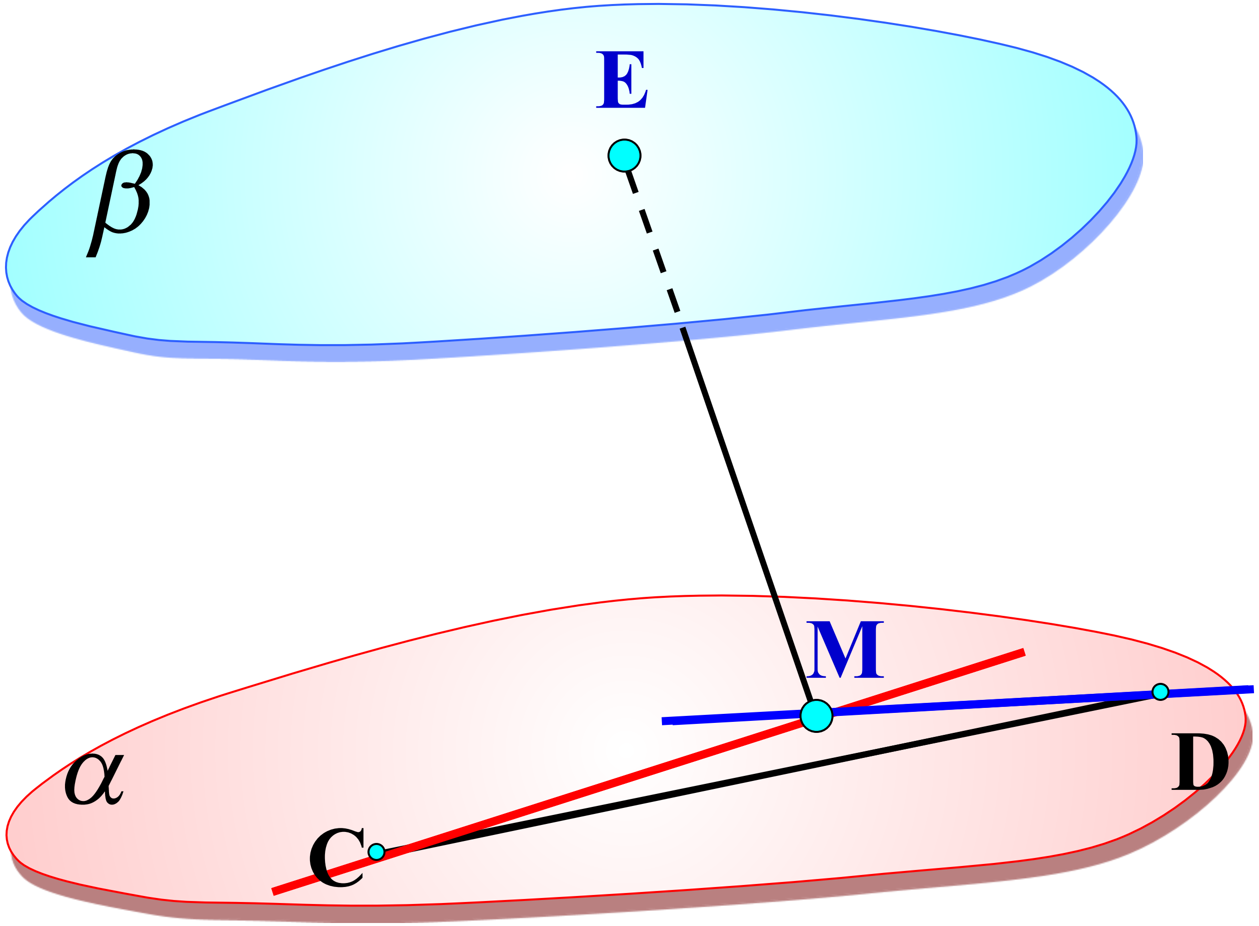
α || β, α пересекается с γ (рис)

Доказать: β пересекается с γ

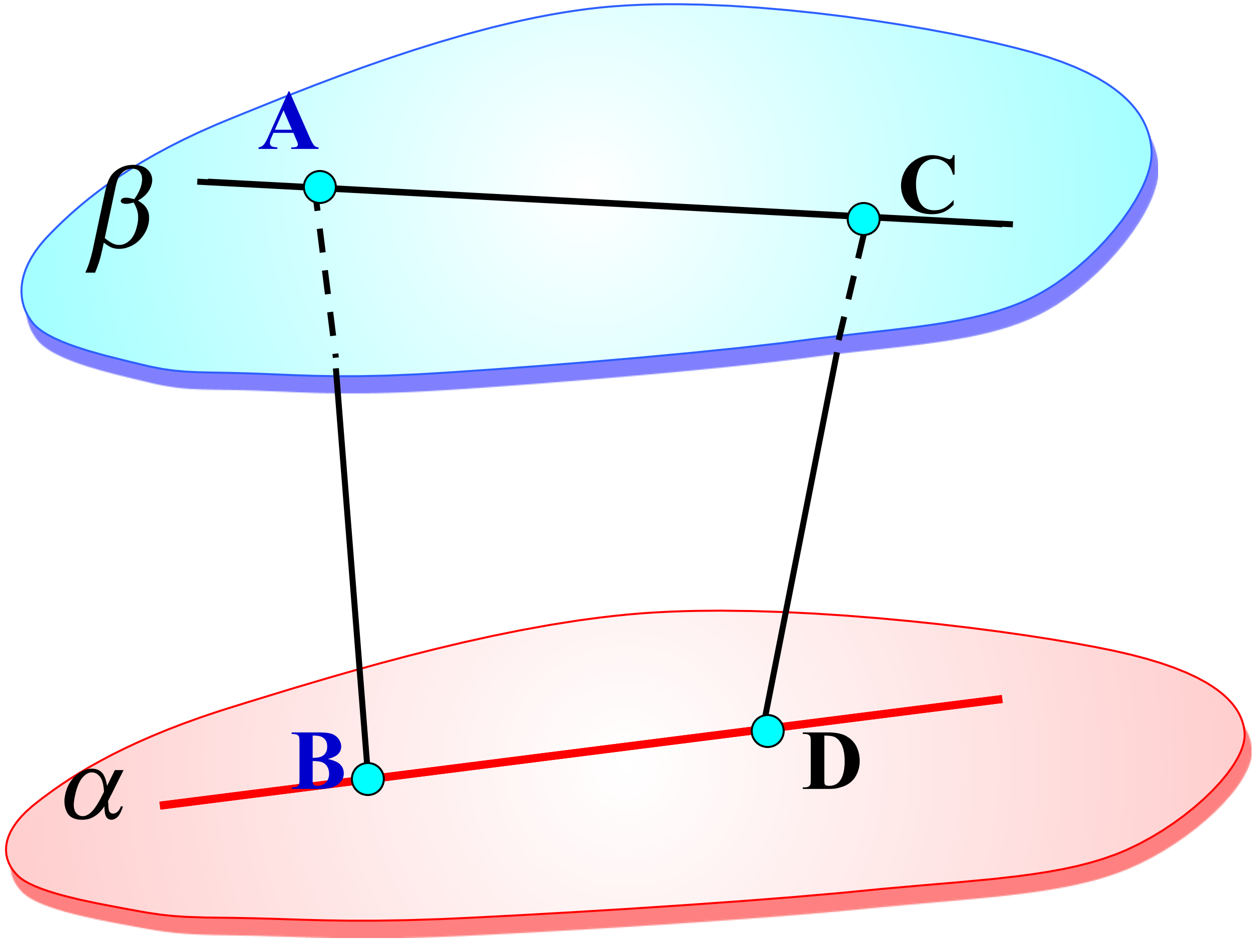
Доказательство:

Пусть **γ** пересекает **α** по прямой ***a*.**
Проведем в плоскости **γ** прямую ***b***, пересекающую **α**.
Прямая ***b*** пересекает **α**, поэтому она пересекает параллельную ей плоскость **β** (задача № 55).
Следовательно, и плоскость **γ**, в которой лежит прямая ***b***, пересекает плоскость **β**.

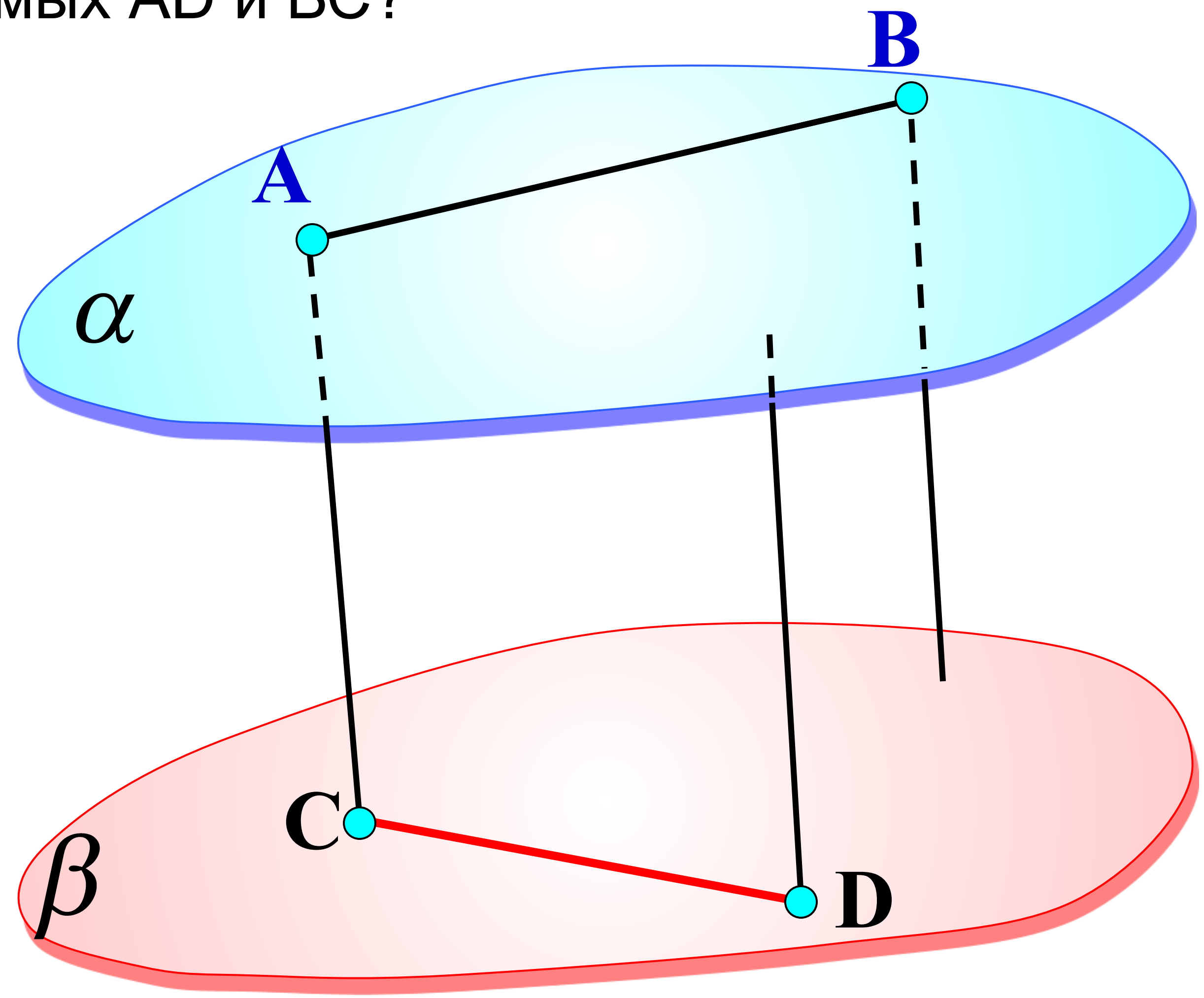
Отрезок CD лежит в плоскости α. Концы отрезка EM лежат на параллельных плоскостях α и β. Постройте линии пересечения плоскостей ECD, EMC и EMD с плоскостью β.



Концы отрезков AB и CD лежат на параллельных плоскостях α и β. Постройте линии пересечения плоскости ABC с плоскостью α и плоскости BDC с плоскостью β.



Отрезки AB и CD лежат соответственно в параллельных плоскостях α и β. Что можно сказать о взаимном расположении прямых AD и BC?

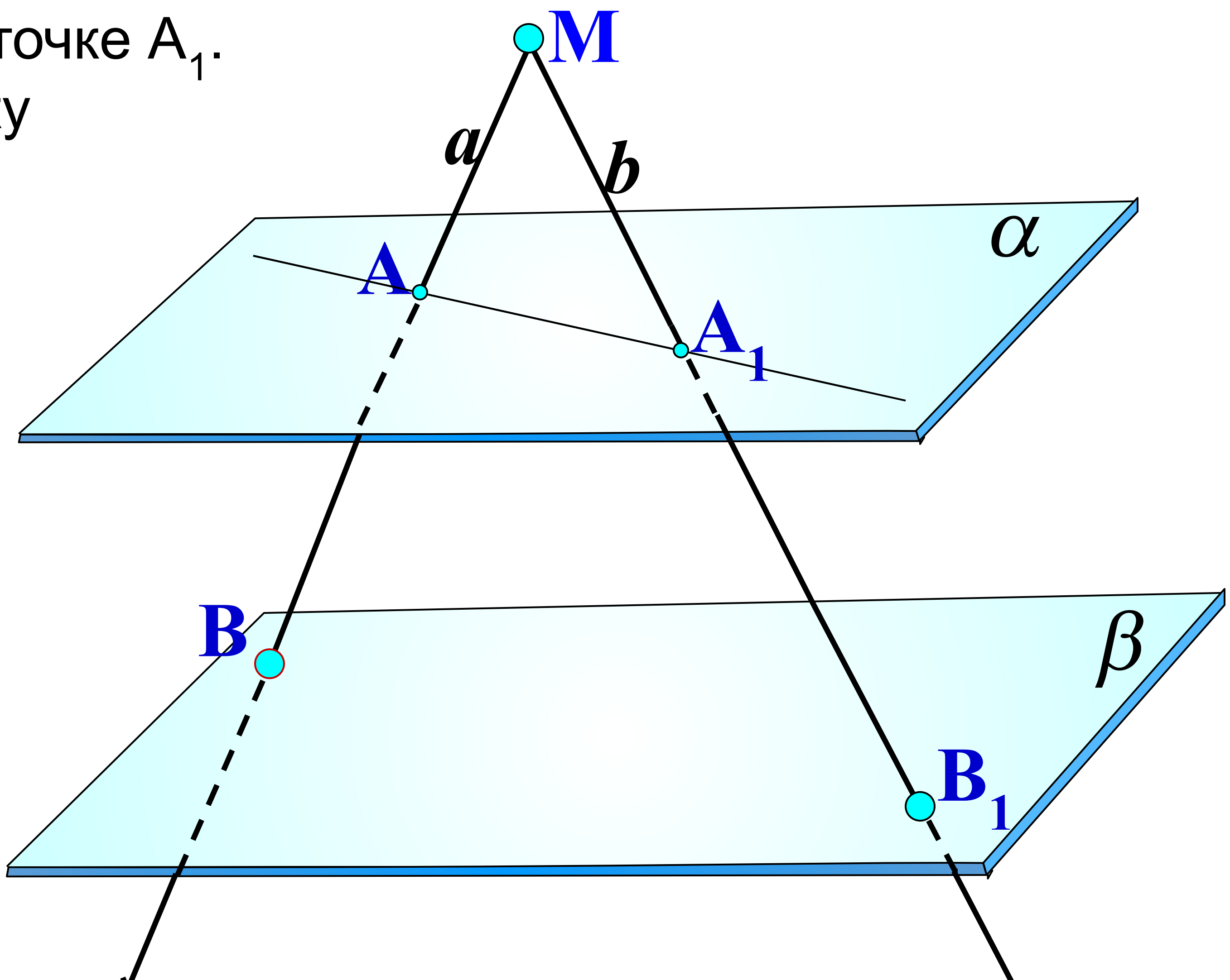


$AD \dot{-} BC$

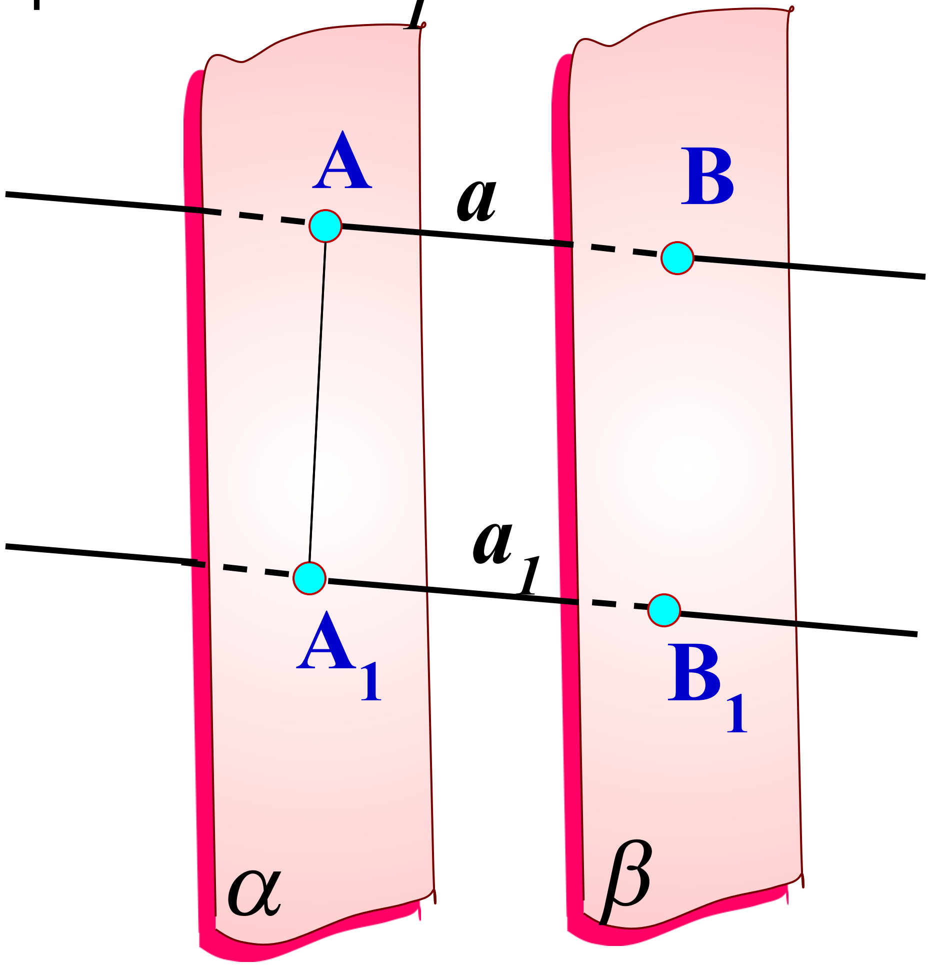
Плоскости α и β параллельны, прямые $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ пересекаются в точке М. Прямая $\boldsymbol{a}$ пересекает плоскости α и β соответственно в точках А и В, а прямая $\boldsymbol{b}$ пересекает плоскость α в точке A_1.

Постройте точку пересечения прямой $\boldsymbol{b}$ с плоскостью β.

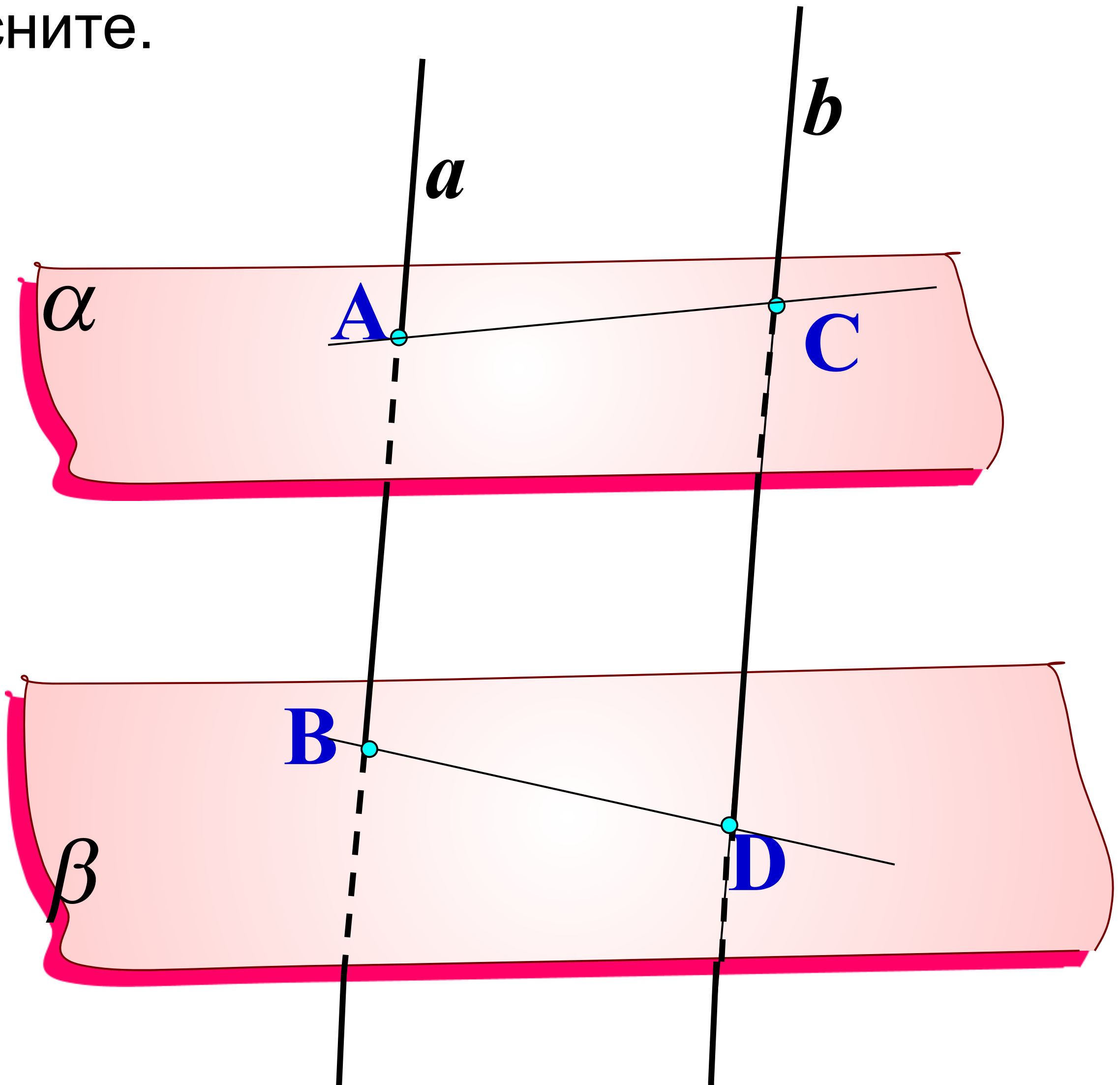
Поясните.



Плоскости α и β параллельны, $a \parallel a_1$. Прямая a пересекает α и β соответственно в точках A и B, а прямая a_1 пересекает плоскость α в точке A_1. Постройте точку пересечения a_1 с плоскостью β. Поясните.



Плоскости α и β параллельны, прямая ***a*** пересекает плоскости α и β соответственно в точках А и В, а прямая ***b*** пересекает – в точках С и D. Найдите взаимное положение прямых ***a*** и ***b***. Поясните.

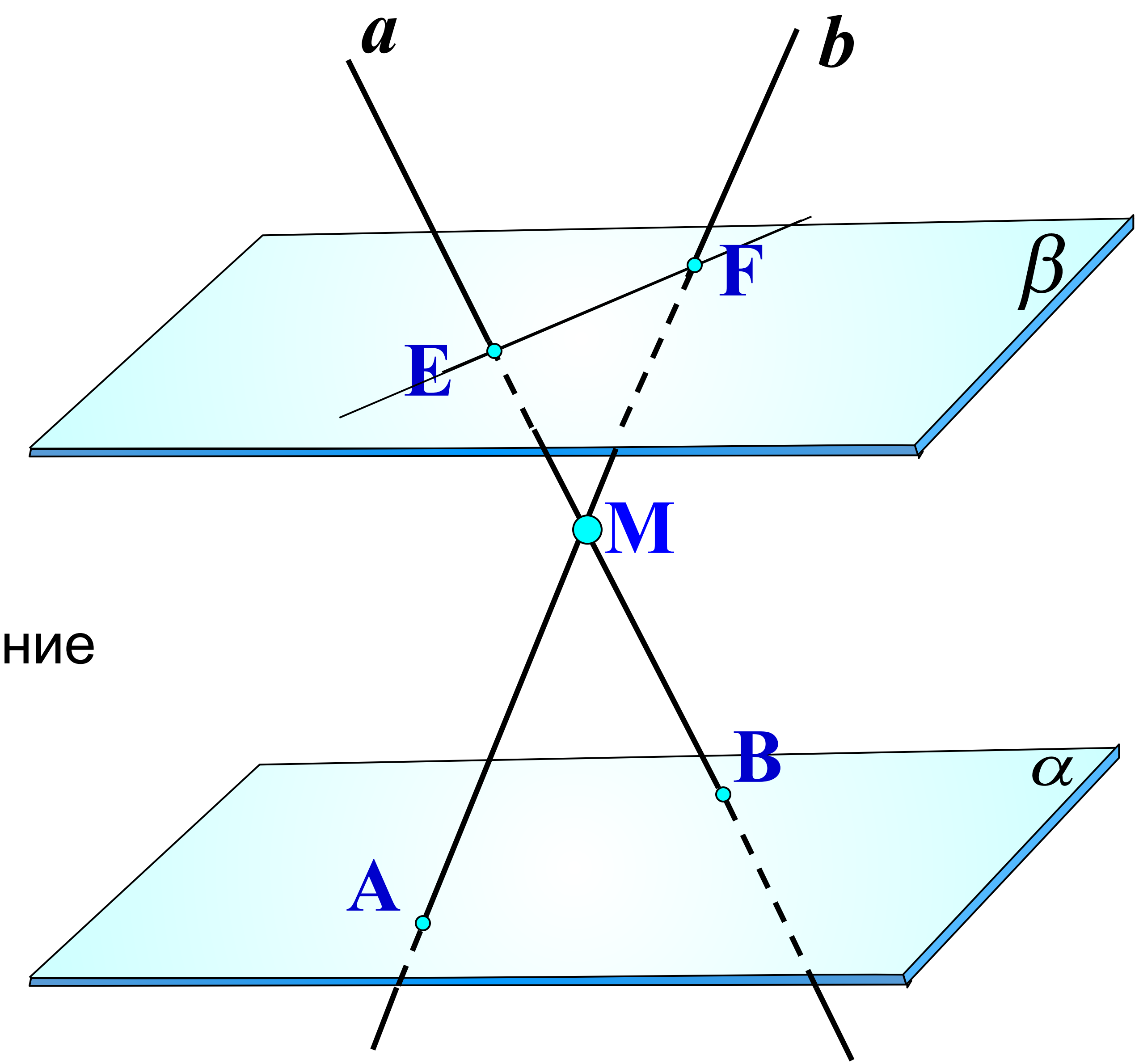


Плоскости α и β параллельны. Пересекающиеся в точке М прямые $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ пересекают плоскость α соответственно в точках В и А,

в плоскость β –

в точках Е и F.

$$\frac{EM}{MF} = \frac{2}{5}$$



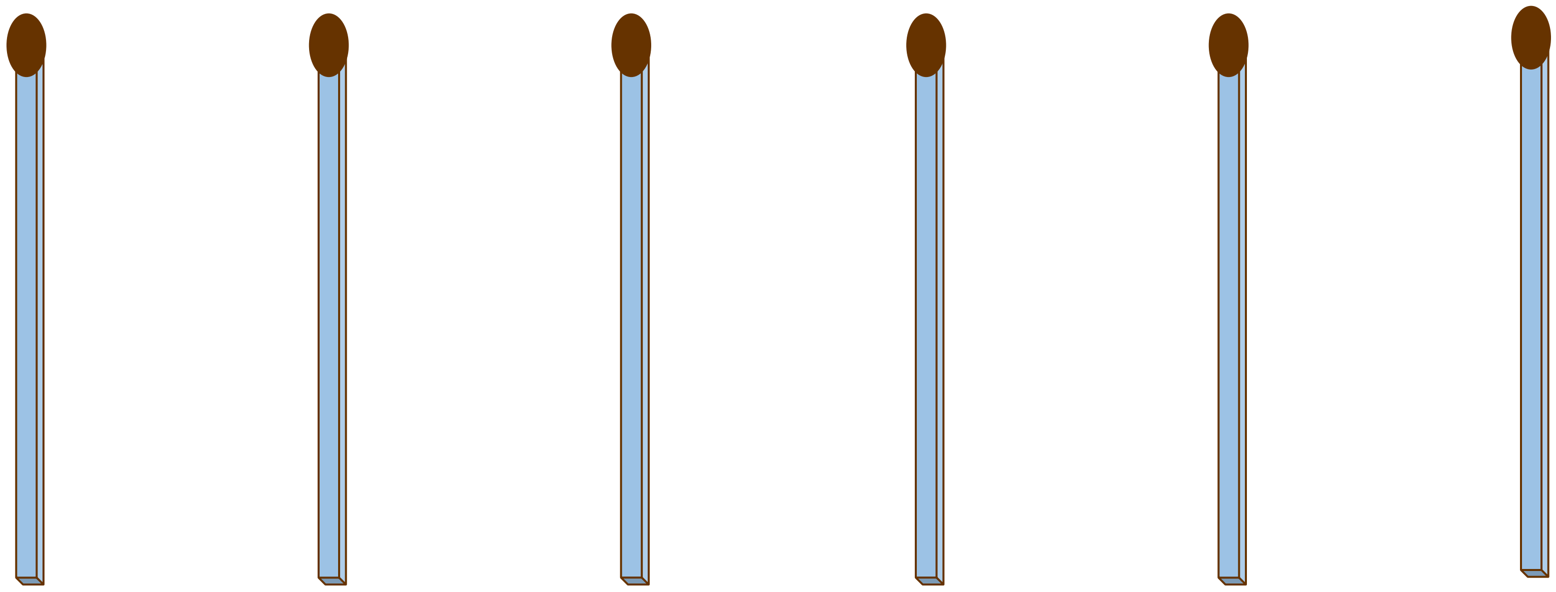
Найдите отношение

$$\frac{BA}{MA}$$

Тетраэдр и параллелепипед

Задача 1

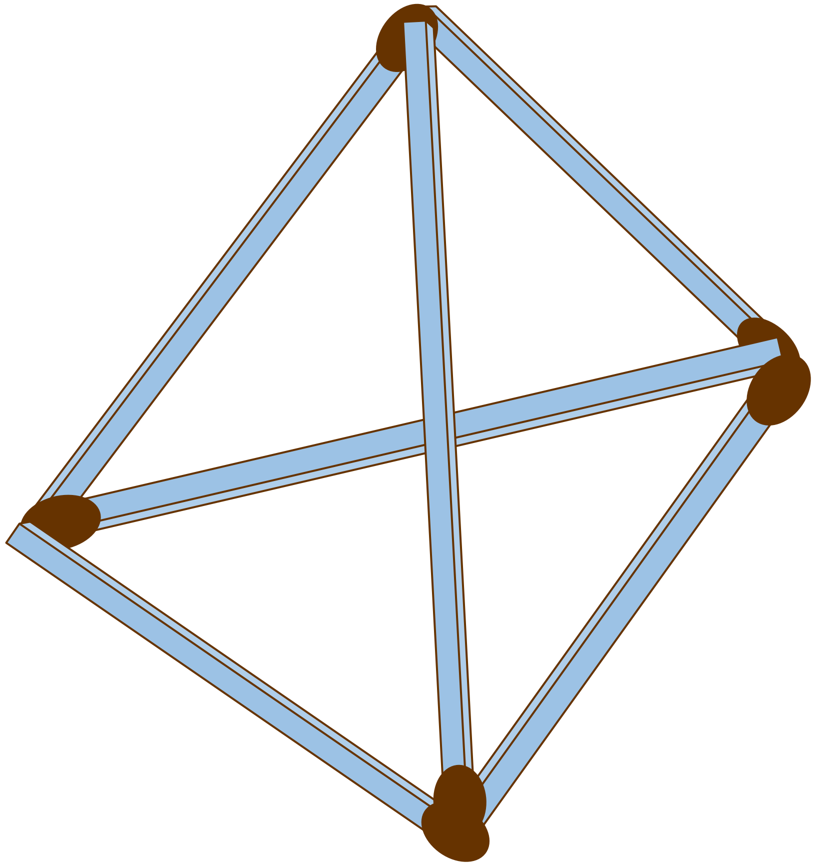
Как при помощи шести спичек сложить четыре одинаковых треугольника?



Автор: Семёнова Елена Юрьевна

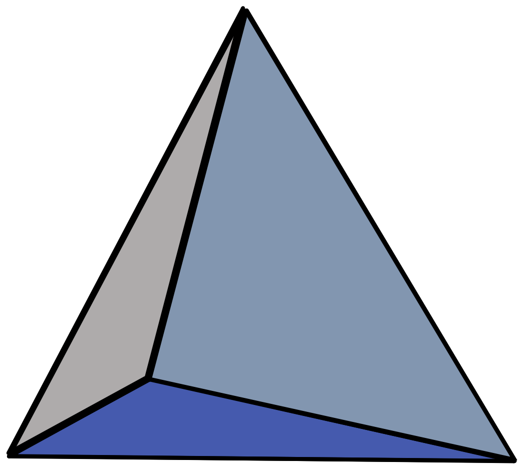
МОУ СОШ №5 – «Школа здоровья и развития» г. Радужный

Задача.
Как при помощи шести спичек сложить четыре одинаковых треугольника?

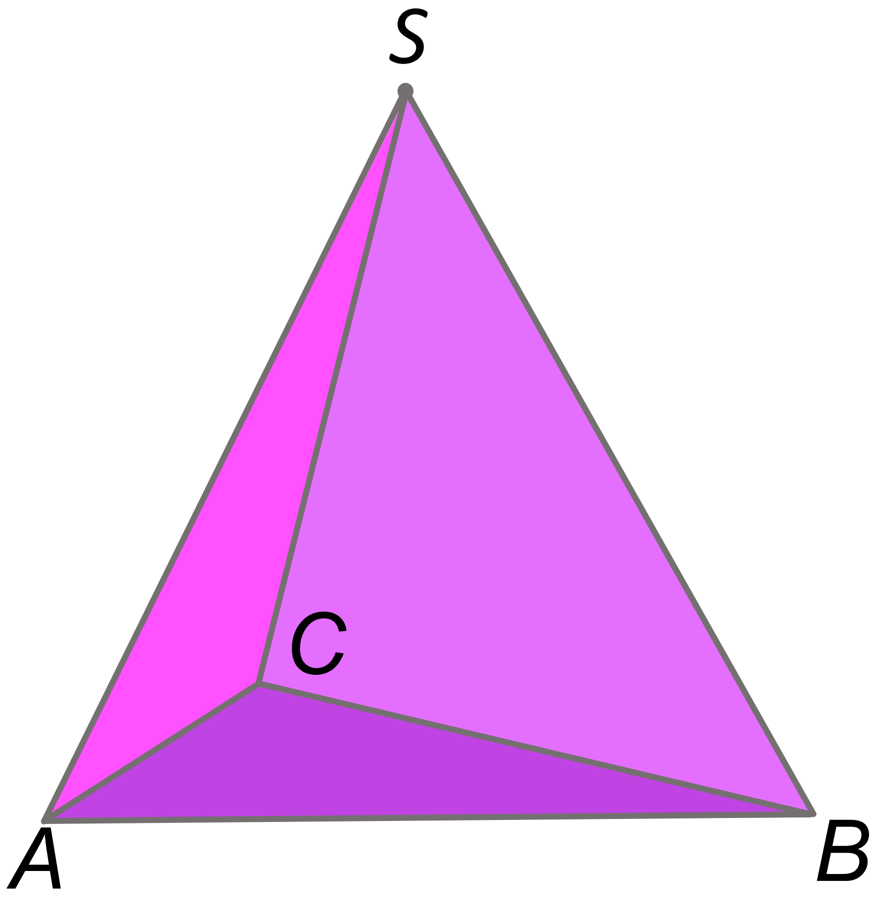


Как называется эта фигура?

Тетраэдр

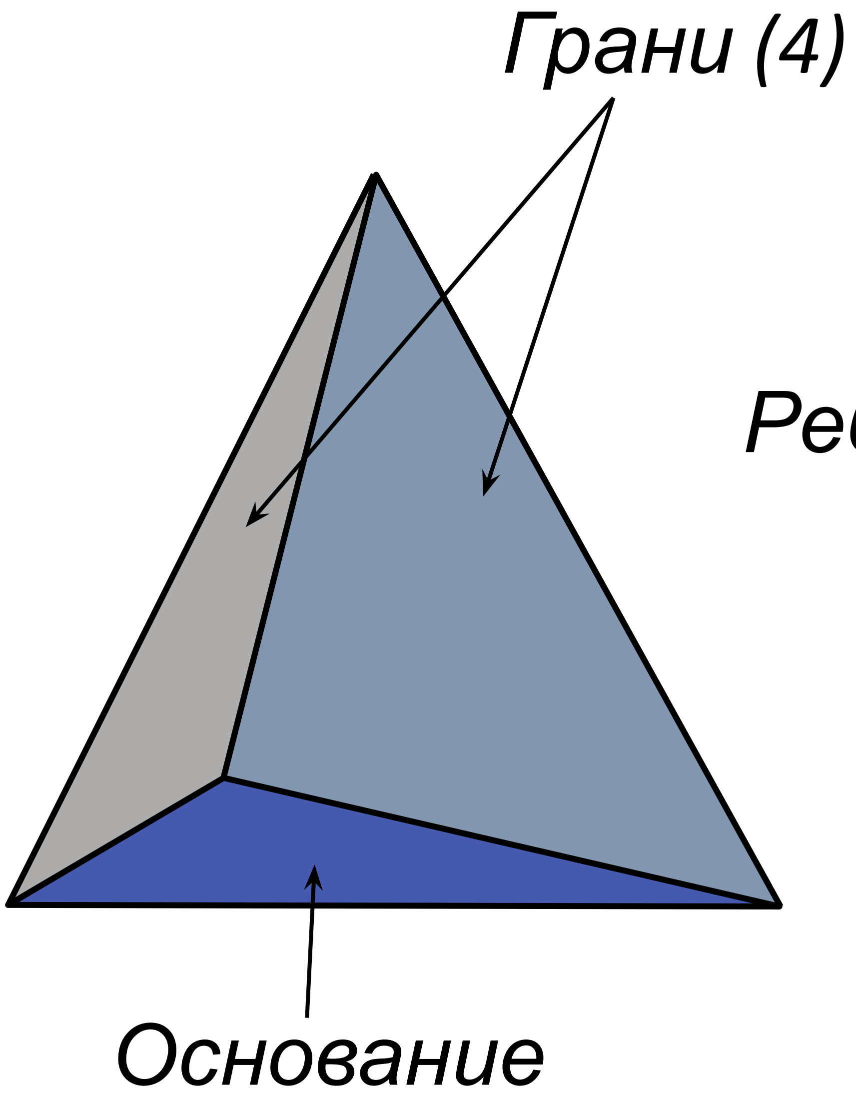


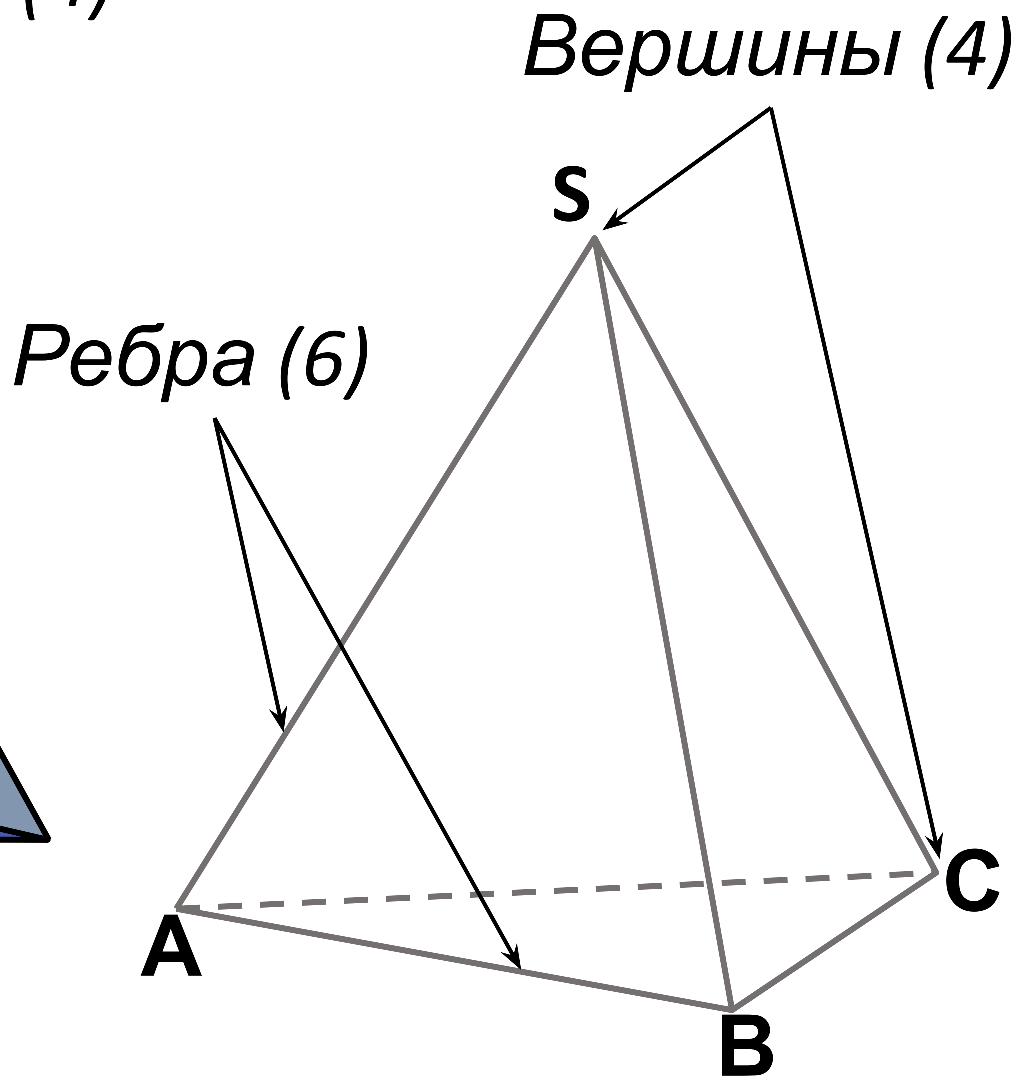
Понятие тетраэдра



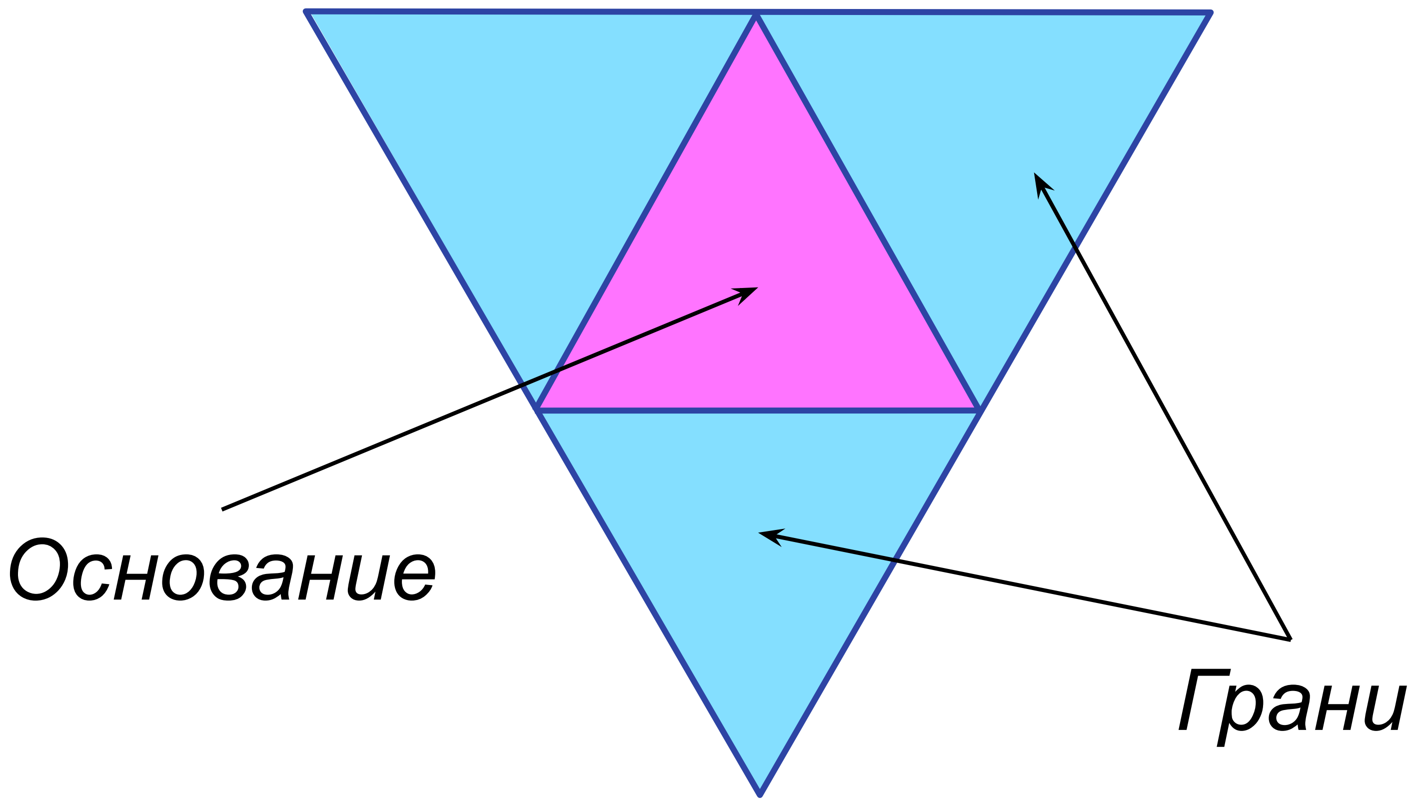
*Тетраэдр – (греч. tetréedro, от tetra, в сложных словах **четыре** и hedra – основание, **грань**)*

Элементы тетраэдра

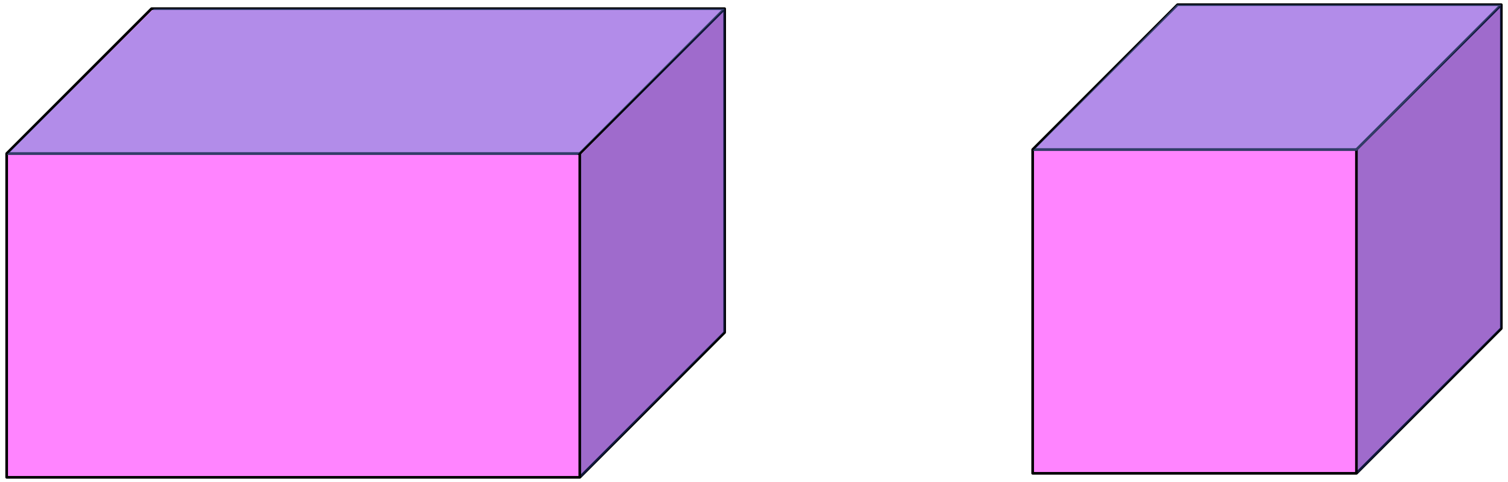




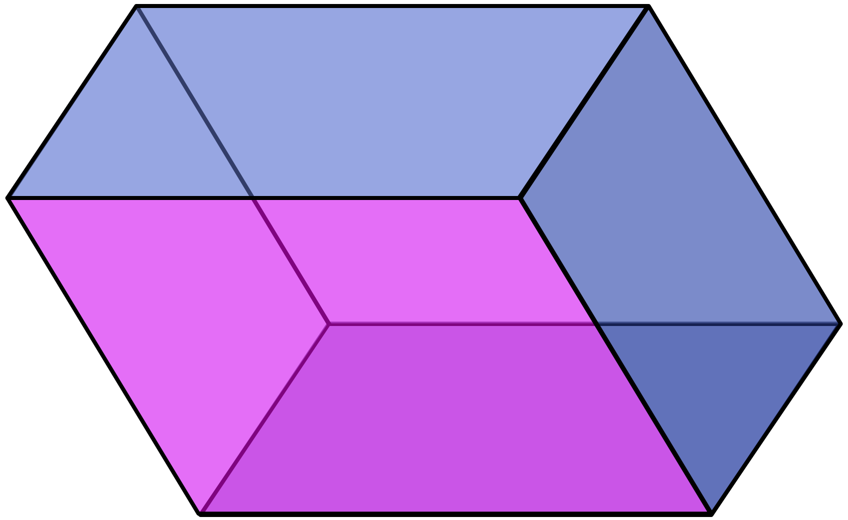
развертка тетраэдра



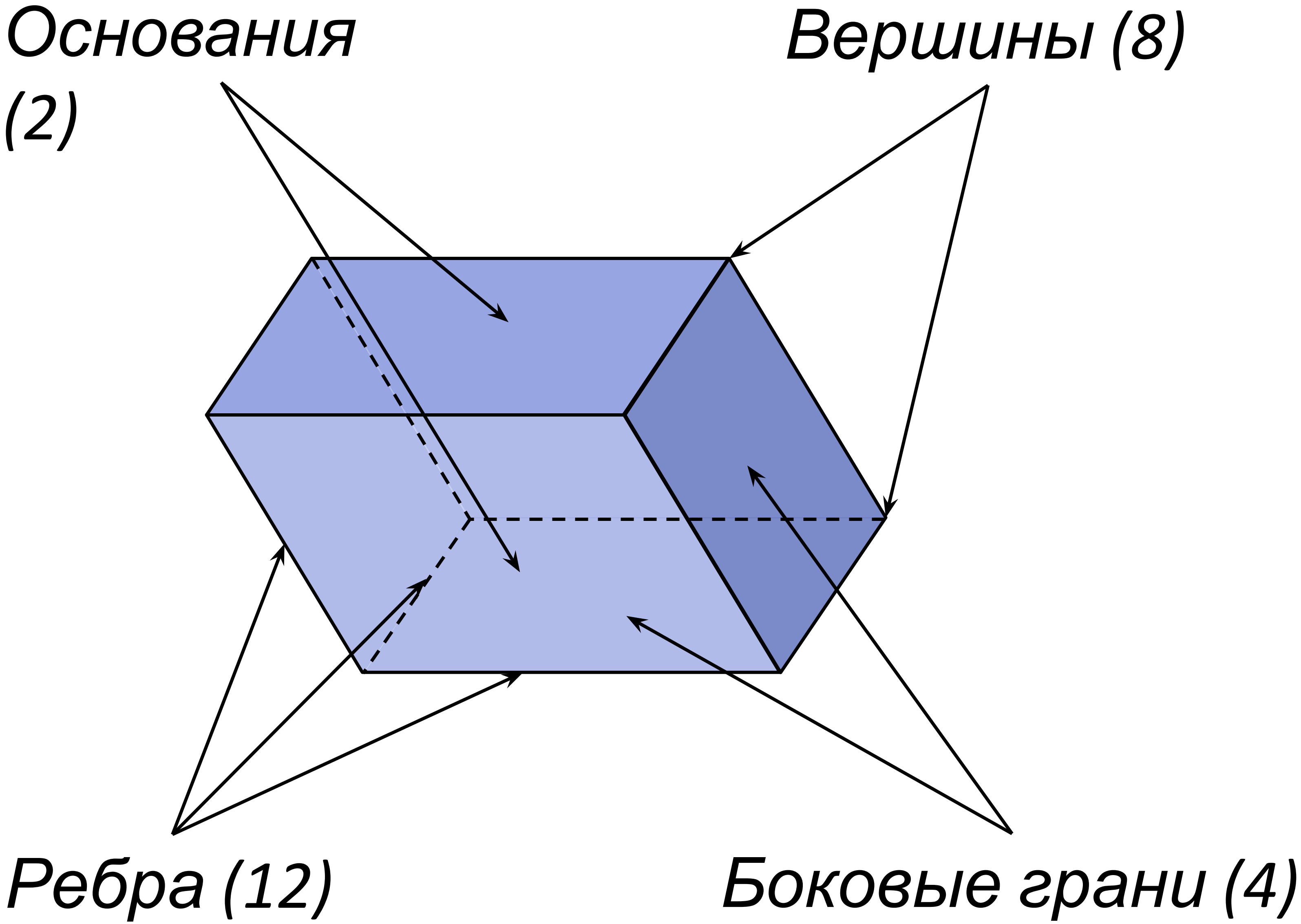
параллелепипед



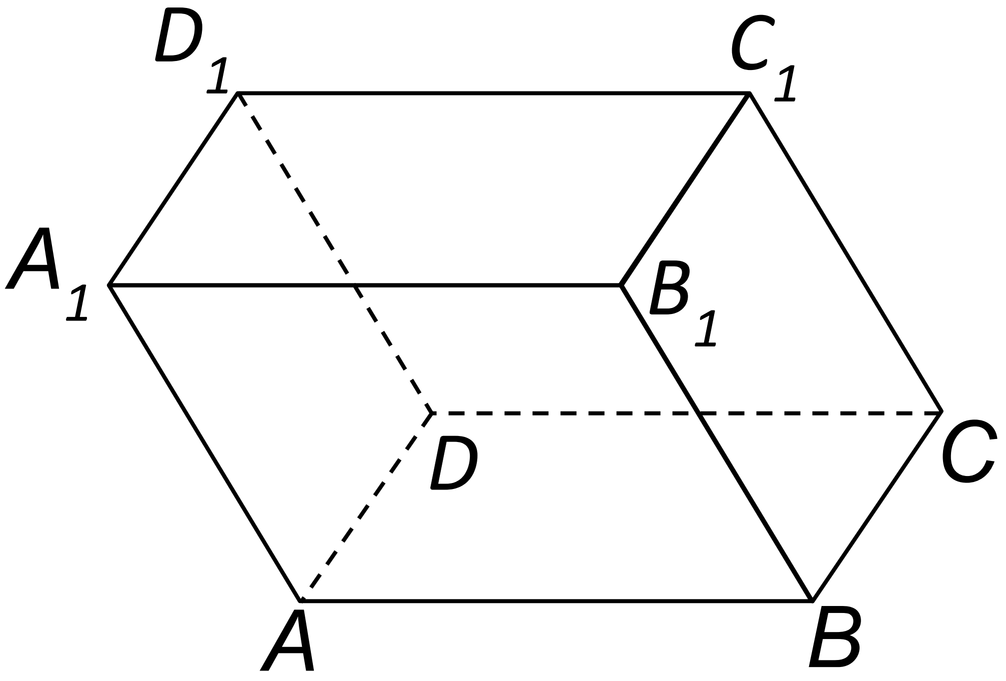
Наклонный параллелепипед



Параллелепипед *(от греч. παράλλος – **параллельный** и греч. επιπεδον – **плоскость**) – призма, основанием которой служит параллелограмм, или многогранник, у которого шесть граней и каждая из них – параллелограмм.*

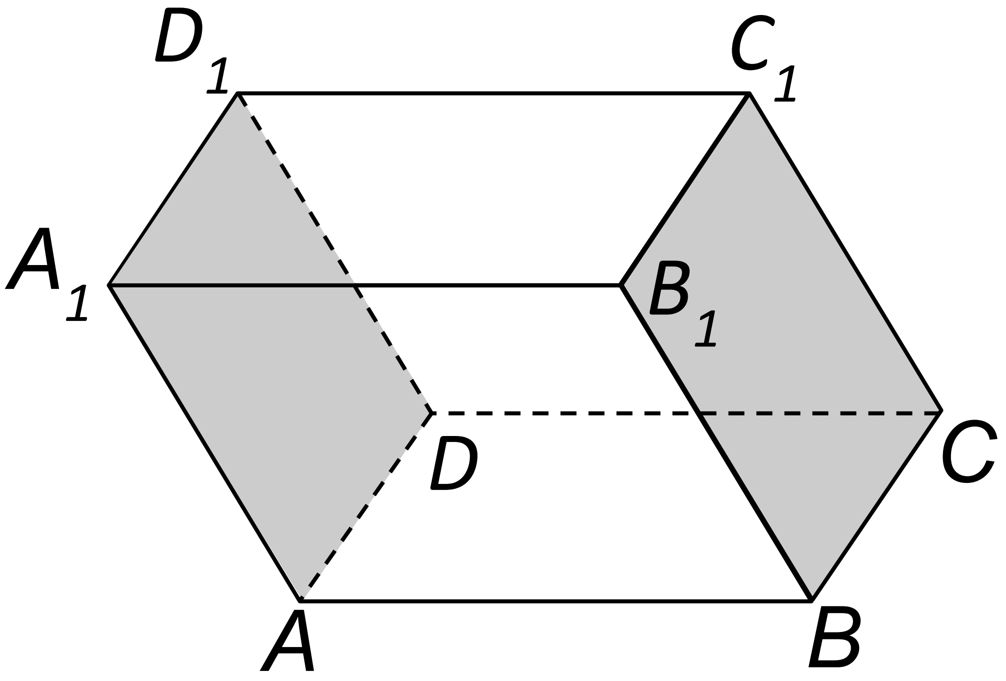

Основания (2)
Вершины (8)
Ребра (12)
Боковые грани (4)

Параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$



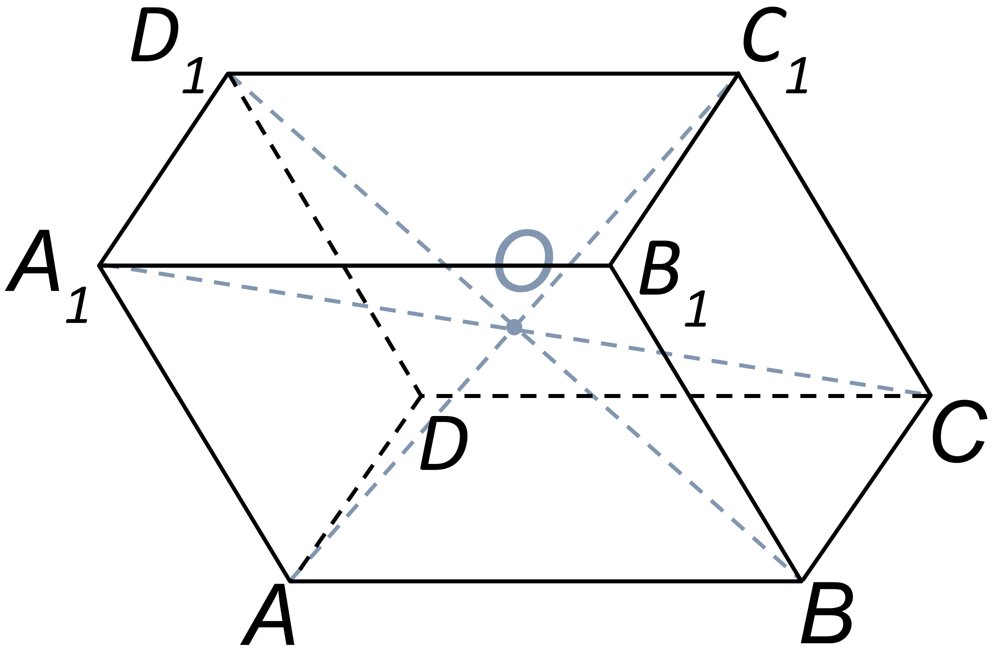
Свойства параллелепипеда (1)

Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



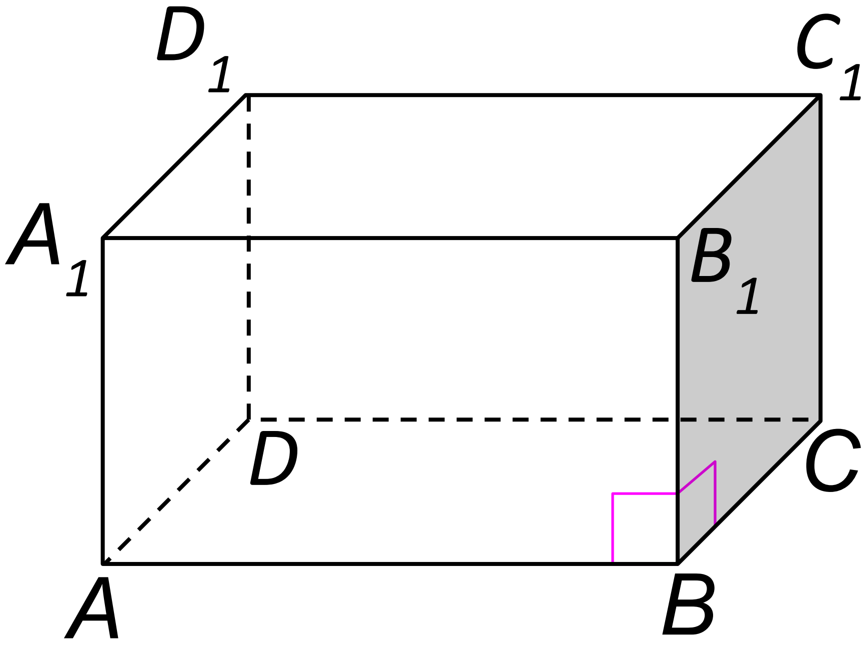
Свойства параллелепипеда (2)

Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам



Прямой параллелепипед

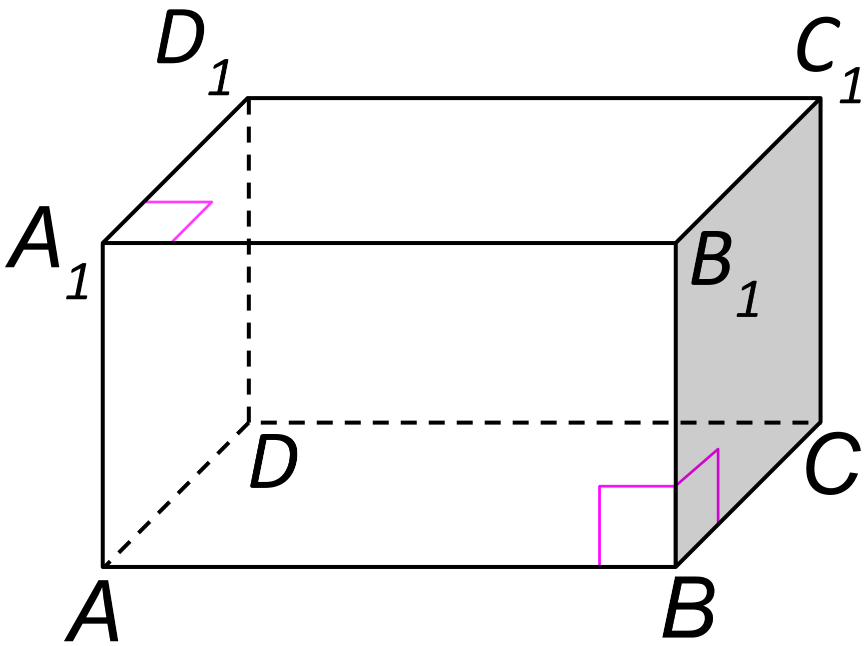
Если боковые ребра параллелепипеда перпендикулярны плоскости основания, то такой параллелепипед называется прямым



боковые грани – прямоугольники

Прямоугольный параллелепипед

Прямой параллелепипед, основания которого являются прямоугольниками называется прямоугольным

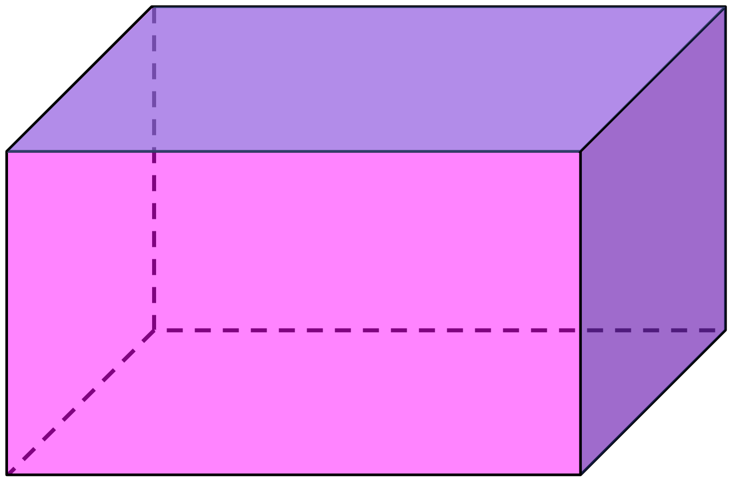


все грани – прямоугольники

Свойства прямоугольного параллелепипеда

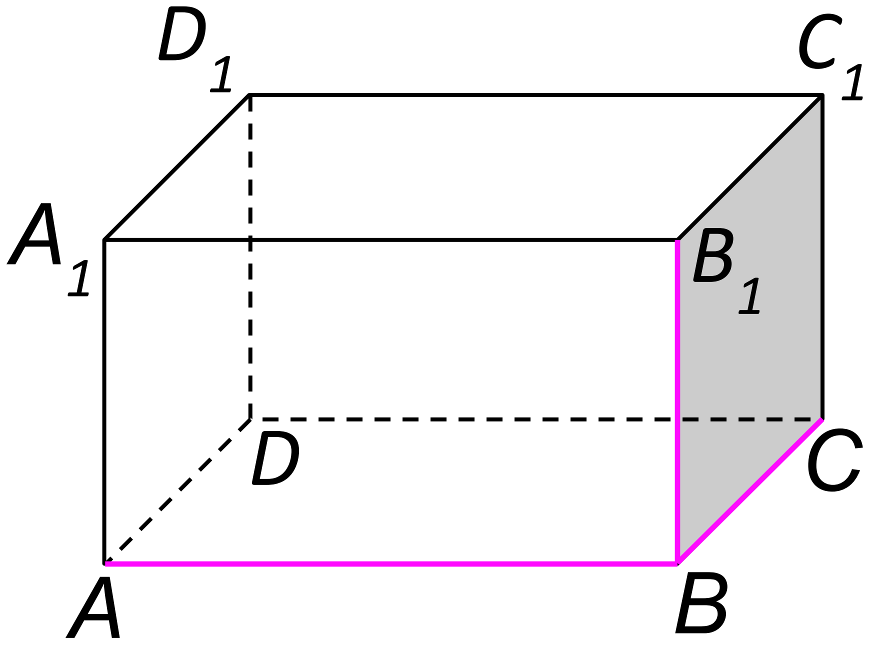
1° В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники

2° Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда– прямые



Прямоугольный параллелепипед

Длины трех ребер, имеющих общую вершину, назовем измерениями прямоугольного параллелепипеда

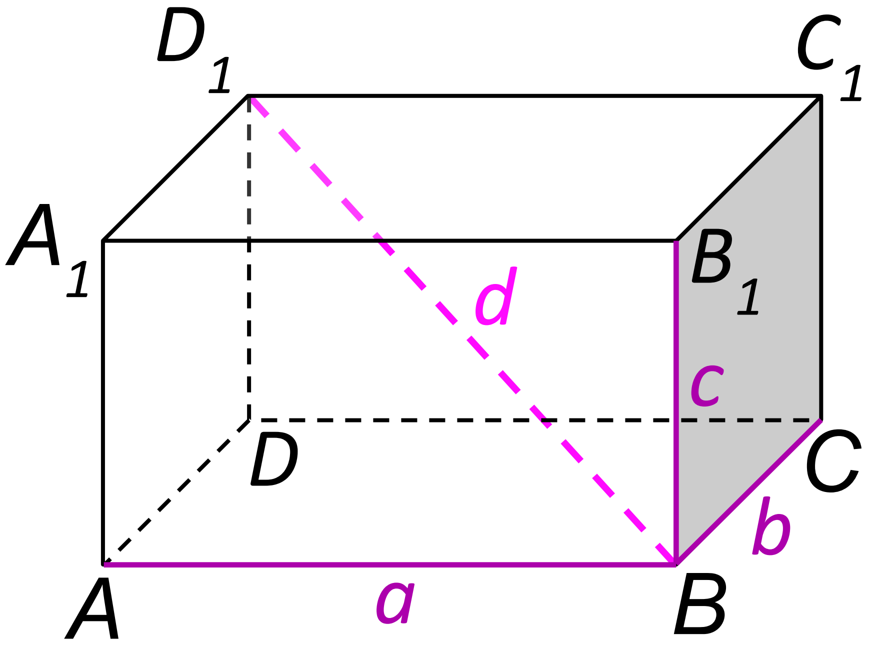


длина, ширина и высота

Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



Следствие.

Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны