



ФОРМУЛА КОРЕНІВ КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ

ЕПІГРАФ

Щоб удосконалити розум,
потрібно більше
розмірковувати, ніж
заучувати

Рене Декарт



ПРИГАДАЙ

Математична розминка



1. Дайте означення поняття рівняння.

Рівняння – це рівність, що містить змінну.

2. Що називають коренем рівняння?

Значення змінної, при якому рівняння перетворюється на правильну рівність, називають коренем рівняння.

3. Що означає розв'язати рівняння?

Розв'язати рівняння – означає знайти всі його корені, або довести, що рівняння не має коренів.

4. Дайте означення лінійного рівняння.

Лінійним називають рівняння вигляду $ax+b=c$, де x – змінна, a , b і c – деякі числа, причому $a \neq 0$.

ПРИГАДАЙ

Математична розминка



5. Дайте означення квадратного рівняння.

Квадратним називають рівняння вигляду $ax^2+bx+c=0$, де x – змінна, a , b і c – деякі числа, причому $a \neq 0$.

6. Що називають коефіцієнтами квадратного рівняння?

Числа a , b і c називають коефіцієнтами квадратного рівняння, число a – перший коефіцієнт, число b – другий коефіцієнт, число c – вільний член.

7. Назвіть види квадратного рівняння.

- Види квадратного рівняння: повне та неповне.

8. Яке квадратне рівняння називається неповним?

- Якщо у квадратному рівнянні $ax^2+bx+c=0$ хоча б один коефіцієнтів b або c дорівнює нулю, то таке рівняння називають неповним квадратним рівнянням.

ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 785. Знайдіть корені рівняння

1) $2x^2 - 2 = 0$;

$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$

0

$-\sqrt{5}; \sqrt{5}$

коренів немає



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 785. Знайдіть корені рівняння

2) $3x^2 + 9 = 0$;

$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$

0

$-\sqrt{5}; \sqrt{5}$

коренів немає



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 785. Знайдіть корені рівняння

3) $1,4x^2=0$;

$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$

0

$-\sqrt{5}; \sqrt{5}$

коренів немає



$-1; 1$

ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 785. Знайдіть корені рівняння

4) $-7x^2 + 21 = 0;$

$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$

0

$-\sqrt{5}; \sqrt{5}$

коренів немає



$-1; 1$

ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 785. Знайдіть корені рівняння

5) $-1,8x^2=0$;

$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$

0

$-\sqrt{5}; \sqrt{5}$

коренів немає



$-1; 1$

ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 785. Знайдіть корені рівняння

$$6) \frac{1}{7}x^2 + \frac{5}{7}x = 0;$$

$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$

0

$-\sqrt{5}; \sqrt{5}$

коренів немає



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 787. Розв'яжіть рівняння

1) $x^2 - 5x = 0$;

0; 2,25

0; 50

-3; 0

-0,2; 0

0; 5

0; $\frac{1}{3}$



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 787. Розв'яжіть рівняння

2) $3x^2 + 9x = 0;$

0; 2,25

0; 50

-3; 0

-0,2; 0

0; 5

0; $\frac{1}{3}$



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 787. Розв'яжіть рівняння

3) $5x^2 + x = 0$;

0; 2,25

0; 50

-3; 0

-0,2; 0

0; 5

0; $\frac{1}{3}$



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 787. Розв'яжіть рівняння

4) $0,2x^2 - 10x = 0$;

0; 2,25

0; 50

-3; 0

-0,2; 0

0; 5

0; $\frac{1}{3}$



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 787. Розв'яжіть рівняння

5) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{12}x = 0;$

0; 2,25

0; 50

-3; 0

-0,2; 0

0; 5

0; $\frac{1}{3}$



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 787. Розв'яжіть рівняння

6) $4x^2 + 9x = 0;$

0; 2,25

0; 50

-3; 0

-0,2; 0

0; 5

0; $\frac{1}{3}$



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 794. Розв'яжіть рівняння

1) $(x+3)(x-5)=-15$;

0; 2

0

-1; 1

0; 24



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 794. Розв'яжіть рівняння

$$2) \frac{2}{3}x(x-3) = \frac{1}{2}x(x+4);$$

0; 2

0

-1; 1

0; 24



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 794. Розв'яжіть рівняння

$$3) (2x-3)^2=(3x-2)^2;$$

0; 2

0

-1; 1

0; 24



ПЕРЕВІР СЕБЕ

«Займи позицію»

№ 794. Розв'яжіть рівняння

$$4) (5x+1)(2x-1)=x(x+3)-6(x+\frac{1}{6});$$

0; 2

-1; 1

0

0; 24



ІСТОРИЧНА ДОВІДКА

Коли люди навчилися розв'язувати квадратне рівняння?

- Квадратні рівняння шляхом підбору коренів вміли вирішувати вавилоняни ще близько 4000 років до н.е.
- В стародавній Греції квадратні рівняння розв'язувалися за допомогою геометричних побудов.



ІСТОРИЧНА ДОВІДКА

Знаходженням коренів квадратного рівняння займалися такі вчені:

- давньогрецький математик Діофант Александрійський;
- індійський математик і астроном Брахмагупта;
- арабський математик, астроном і географ Мухамед Аль-Хорезмі;
- французький математик Франсуа Вієт;
- нідерландський математик Філіп Анрі Жирар;
- французький математик, філософ, фізик та фізіолог Рене Декарт;
- англієць Ісаак Ньютон.



ЗАВДАННЯ НА УРОК:

1. Вивчати:

- поняття дискримінанту квадратного рівняння;
- формулу дискримінанту квадратного рівняння;
- формули коренів повного квадратного рівняння;

2. Формувати практичні навички:

- обчислювати за формулою дискримінант квадратного рівняння;
- за значенням дискримінанту визначати кількість коренів квадратного рівняння;
- обчислювати за формулами корені квадратного рівняння;
- розв'язувати повні квадратні рівняння.



ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного
квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в
загальному вигляді:

1. Помножимо ліву і праву частини
рівняння на $4a$

$$4a^2x^2+4abx+4ac=0$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного
квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в
загальному вигляді:

2. Додамо до обох частин рівняння b^2

$$4a^2x^2+4abx+b^2+4ac=b^2$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного
квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в
загальному вигляді:

3. Оскільки, згідно формули квадрату суми $4a^2x^2+4abx+b^2=(2ax+b)^2$, матимемо

$$(2ax+b)^2+4ac=b^2$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного
квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в
загальному вигляді:

4. Перенесемо доданок $4ac$ з лівої частини рівняння в праву, змінивши його знак на протилежний

$$(2ax+b)^2=b^2-4ac$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Вираз $b^2 - 4ac$ називають дискримінантом квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ і позначають літерою D .

$D = b^2 - 4ac$ – формула дискримінанту квадратного рівняння.

Дискримінант (від латинського розрізняючий).

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного
квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в
загальному вигляді:

5. Урахувавши, що $b^2 - 4ac = D$, запишемо
рівняння у вигляді

$$(2ax+b)^2 = D$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного
квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в
загальному вигляді:

6. Розглянемо всі можливі випадки
розв'язання отриманого рівняння

$(2ax+b)^2=D$ залежно від значення D

1) $D>0$, тоді $2ax+b=\pm\sqrt{D}$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в загальному вигляді:

1 випадок. $D>0$, тоді

$$2ax+b=\sqrt{D} \quad \text{або} \quad 2ax+b=-\sqrt{D}$$

$$2ax=-b+\sqrt{D}$$

$$2ax=-b-\sqrt{D}$$

$$x=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$$

$$x=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Отже, коли $D > 0$, то рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ має два різних корені

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad \text{і} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}.$$

Коротко це можна записати так

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ - формула коренів квадратного рівняння.}$$

ЗАПАМ'ЯТАЙ



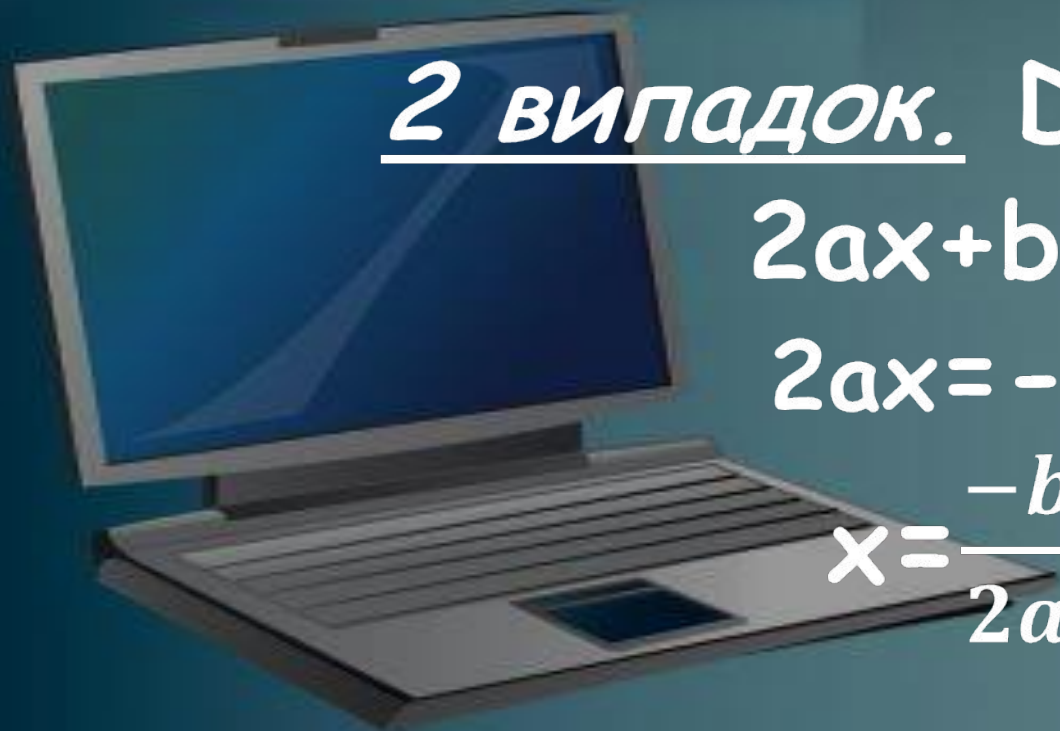
Знайдемо розв'язки повного квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в загальному вигляді:

2 випадок. $D=0$, тоді

$$2ax+b=0$$

$$2ax=-b$$

$$x=\frac{-b}{2a}$$



ЗАПАМ'ЯТАЙ



Отже, коли $D=0$, то рівняння $ax^2+bx+c=0$ має один корінь $x=\frac{-b}{2a}$.

Цей корінь можна було знайти і за формулою коренів квадратного рівняння, урахувавши, що $D=0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}.$$

Тому можна вважати, що рівняння $ax^2+bx+c=0$ при $D=0$ має два однакових корені, кожен з яких дорівнює $\frac{-b}{2a}$.

ЗАПАМ'ЯТАЙ



Знайдемо розв'язки повного квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ в загальному вигляді:

3 випадок. $D < 0$.

У цьому випадку рівняння $ax^2+bx+c=0$ не має коренів, оскільки не існує такого значення x , при якому значення виразу $(2ax+b)^2$ було б від'ємним.

ЗАПАМ'ЯТАЙ

Опорна схема:



$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Якщо $D > 0$, то
 $x_{1,2} =$

Якщо $D = 0$, то
 $x =$

Якщо $D < 0$, то
коренів немає

ВИКОНАЙ

№ 807 (усно).

Скільки різних коренів має квадратне рівняння, якщо його дискримінант дорівнює:

Один

Два

1) 4;

2) 0;

3) -9;

4) 17.

Два

Коренів немає



ВИКОНАЙ

№ 809 (усно).

Чи правильно записано дискримінант
квадратного рівняння:



1) $2x^2 + 3x - 1 = 0$, $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$;

Ні

Так

2) $3x^2 - 4x + 2 = 0$, $D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2$;

3) $-\frac{1}{2}x^2 - 5x + 3 = 0$, $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-\frac{1}{2})$;

Так

Так

4) $\frac{1}{8}x^2 + 2x - 4 = 0$, $D = 2^2 - 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot (-4)$.

ВИКОНАЙ

№ 812 (письмово).

Розв'яжіть рівняння:

$$1) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1; D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3.$$

Відповідь: 2; 3.



ВИКОНАЙ

№ 812 (письмово).

Розв'яжіть рівняння:

$$2) 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49; D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = -3; x_2 = 0,5.$$

Відповідь: -3; 0,5.



ВИКОНАЙ

№ 812 (письмово).

Розв'яжіть рівняння:

$$3) 3x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1; D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm 1}{6}$$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = -\frac{2}{3}.$$

Відповідь: $-1; -\frac{2}{3}.$



ВИКОНАЙ

№ 812 (письмово).

Розв'яжіть рівняння:

$$4) x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0; D = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2 \cdot 1} = -5$$

Відповідь: -5.



ВИКОНАЙ

№ 812 (письмово).

Розв'яжіть рівняння:

$$5) x^2 + x - 90 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361; D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 19}{2}$$

$$x_1 = -10; x_2 = 9.$$

Відповідь: -10; 9.



ВИКОНАЙ

№ 812 (письмово).

Розв'яжіть рівняння:

$$6) x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100 + 96 = 196; D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = -2; x_2 = 12.$$

Відповідь: -2; 12.



ВИКОНАЙ

Робота в парах.

Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1; D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = -1; x_2 = -0,5.$$

Відповідь: -1; -0,5.



ВИКОНАЙ

Робота в парах.

Розв'яжіть рівняння:

$$2) 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0; D = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 9} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Відповідь: $\frac{1}{3}$.



ВИКОНАЙ

Робота в парах.

Розв'яжіть рівняння:

$$3) x^2 - 2x + 7 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 4 - 28 = -24; D < 0$$

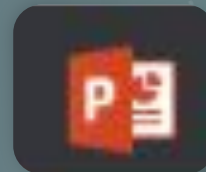
$$x \in \emptyset$$

Відповідь: коренів немає.



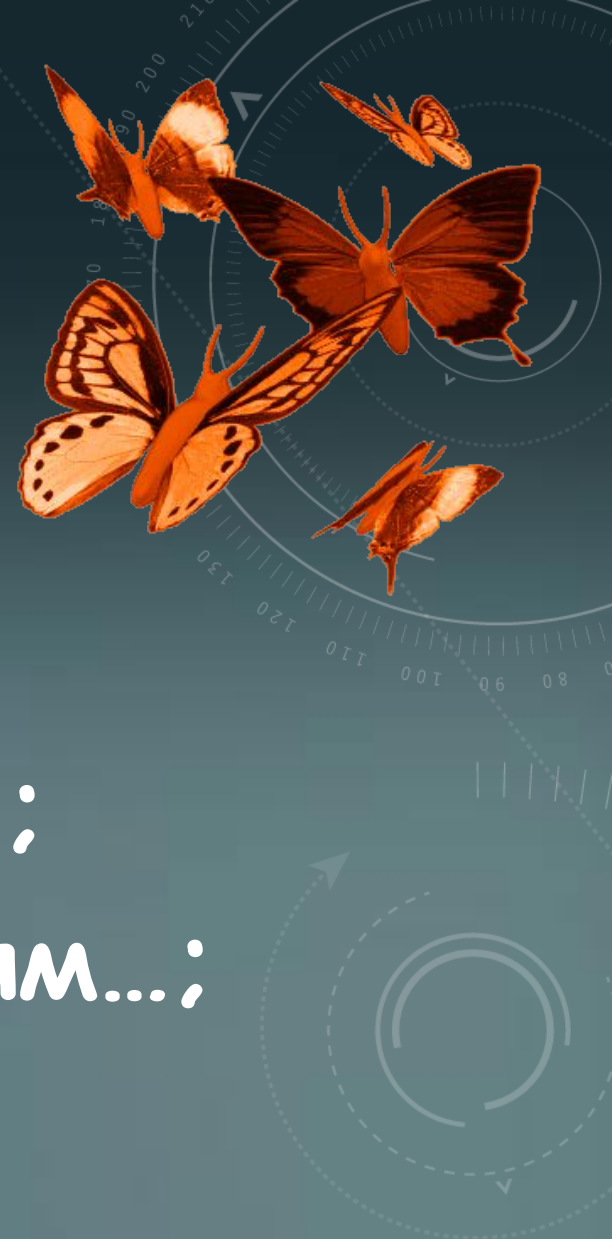
ПЕРЕВІР СЕБЕ

Виберіть правильний варіант
відповіді на запитання,
натиснувши значок ☐ перед ним,
Щоб перейти до наступного
запитання натисніть кнопку  .
Щоб закінчити тестування
натисніть кнопку  .



РЕФЛЕКСІЯ

- мені було незрозуміло...;
- у мене виникли такі запитання...;
- я не впорався з такими завданням...;
- мені вдалося...



ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Опрацювати § 21, с.177 -179;
виконати №№ 811, 813, 815.

