

**Формули суми і різниці
однойменних
тригонометричних
функцій та формули
перетворення добутку
тригонометричних
функцій у суму**

Формули суми і різниці тригонометричних функцій

● За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2 \sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

**Словесно її можна сформулювати
так:**

***Сума синусів двох аргументів
дорівнює подвоєному добутку синуса
півсуми цих аргументів на косинус їх
піврізниці***

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2 \sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Зразки застосування

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Перетворення добутку тригонометричних функцій у суму

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Самостійна робота

1) Перетворіть суму (або різницю) тригонометричних функцій у добуток і спростіть

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Відповіді:

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо: $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Література

Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу:
Дворівневий підруч. Для 10 кл.
загальноосвіт. навч. закладів.- Х.:Світ
дитинства, 2004. – с. 94 - 99