Лекція № 12

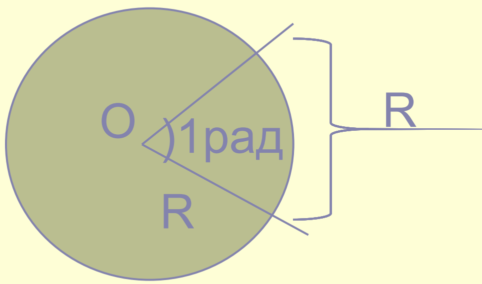
Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Застосування основних формул.

Радіанне вимірювання кутів

- **Кут 1 радіан** – це такий центральний кут, довжина дуги якого дорівнює радіусу кола.
- $180^0 = \pi$ радіан; 1 радіан = $\dfrac{180^0}{\pi} \approx 57^0$;

$1^0 = \dfrac{\pi}{180^0}$ рад ≈ 0,01745рад

- α^0- градусна міра кута, a – радіанна



$$\alpha^\circ = \frac{a \cdot 180^\circ}{\pi}$$

$$a = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ}$$

Формули переходу від градусної до радіанної міри і навпаки

Поміркуй

- Визначити радіанну міру кута 108^0.

$$a = \frac{\pi \cdot 108°}{180°} = \frac{3\pi}{5}$$

- Визначити градусну міру кута 2,3рад

$$\alpha° = \frac{2{,}3 \cdot 180°}{3{,}14} \approx 132°$$

Виконай самостійно

- Подай в радіанній мірі величини кутів

$36^0, 60^0, 270^0, 216^0.$

- Подай в градусній мірі величини кутів

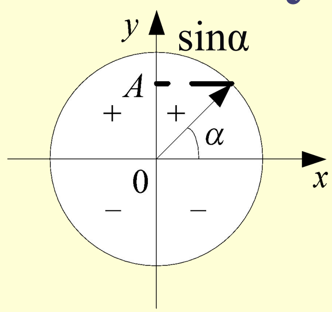
$\pi/12; \pi/8; 3\pi/4.$

- Перевір себе

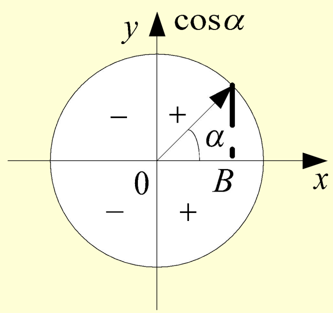
- $\pi/5; \pi/3; 3\pi/2; 6\pi/5.$

- $15^0; 22{,}5^0; 135^0; -20^0.$

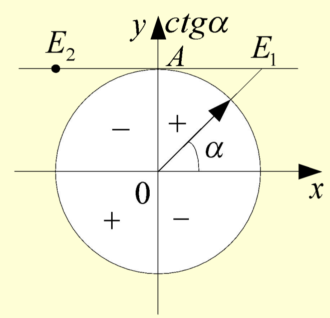
Лінії тригонометричних функцій для підрахунку кутів та їх знаків в різних чвертях кола



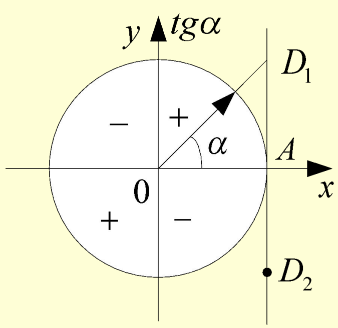
- Лінія синусів – проекція *OA* рухомого радіуса на вертикальний діаметр (відповідно до знака).



- Лінія косинусів – проекція *OB* рухомого радіуса на горизонтальний діаметр.



- E_1AE_2 – лінія котангенса



- D_1AD_2 – лінія тангенса

Необхідно знати

- При зростанні α від 0^0 до 90^0 –

 синус кута зростає від 0 до1, косинус спадає від 1 до 0, тангенс…
- При зростанні α від 90^0 до 180^0

 синус кута спадає від 1 до 0, косинус спадає від 0 до -1, тангенс…

- При зростанні α від 180^0 до 270^0

 синус кута спадає від 0 до -1, косинус зростає від -1 до 0, тангенс…

- При зростанні α від 270^0 до 360^0

 синус кута зростає від -1 до 0, косинус зростає від 0 до 1, тангенс..

Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}; \cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

,

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow tg\alpha * ctg\alpha = 1$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Виконати завдання

- Спростити вираз:

  $1+\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$;

  $1 - ctg\alpha * \sin\alpha * \cos\alpha$;

- Довести тотожність

  $(Ctg^2\alpha - \cos^2\alpha) * tg^2\alpha = \cos^2\alpha$

Формули зведення.

- Якщо кут α відкладається від вертикального діаметра одиничного кола ($\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$), то назва даної функції змінюється на кофункцію ;
- Якщо кут α відкладається від горизонтального діаметра одиничного кола ($\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$), то назва функції не змінюється.
- Перед новою функцією записується той знак, який мала функція, що зводилася за умови, що кут α гострий.

Формули зведення

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha,\quad \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha,\quad \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha,$$

$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha,\quad \sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha,\quad \sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha.$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha,\quad \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha,\quad \cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha,$$

$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha,\quad \cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha,\quad \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha.$$

$$tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-ctg\alpha,\quad tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=ctg\alpha,$$

$$ctg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-tg\alpha,\quad ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=tg\alpha.$$

Приведіть до тригонометричних функцій числа α

- $Sin(\pi \backslash 2+\alpha)$;
- $Cos(3\pi/2+\alpha)$;
- $Tg(\pi - \alpha)$;
- $Ctg(3\pi/2 - \alpha)$;
- $Sin(\pi+\alpha)$.

Обчислити

- $\sin 300^0 =$
- $\operatorname{Tg} 3\pi/4 =$

Періодичність функцій

- **T** називається **періодом** функції **f(x)**, якщо для довільного **x** з області визначення виконується рівність $f(x) = f(x + T)$.

  Дану функцію називають періодичною.

  Очевидно, що **T** і **–T** є періодами (найменшими). Також є періодами числа виду $n*T$.

  $f(x + 3T) = f((x + 2T) + T) = f(x + 2T) =$

  $= f((x + T) + T) = f(x + T) = f(x)$.

Дякую за увагу!