

# Формули суми і різниці тригонометричних функцій

Алгебра  
10 клас

# Формули суми і різниці тригонометричних функцій

● За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

**Словесно її можна сформулювати  
так:**

***Сума синусів двох аргументів  
дорівнює подвоєному добутку синуса  
півсуми цих аргументів на косинус їх  
піврізниці***

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2 \sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2 \sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$



# Зразки застосування

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу *перетворення суми синусів у добуток*:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

# Перетворення добутку тригонометричних функцій у суму

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

# Самостійна робота

1) Перетворіть суму (або різницю) тригонометричних функцій у добуток і спростіть

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

# Відповіді:

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

За формулами додавання:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Додаючи почленно ці рівності, одержуємо:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cos y$$

Якщо позначити:

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

То, додаючи і віднімаючи ці рівності, маємо:  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Тоді одержуємо формулу перетворення суми синусів у добуток:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$



Дякую за увагу !