

Тригонометричні  
формули додавання та  
наслідки з них

# Формули додавання

## План вивчення теми:

### 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

### 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

### 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

### 4. Приклади застосування

# Косинус різниці і суми

## План вивчення теми:

### 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

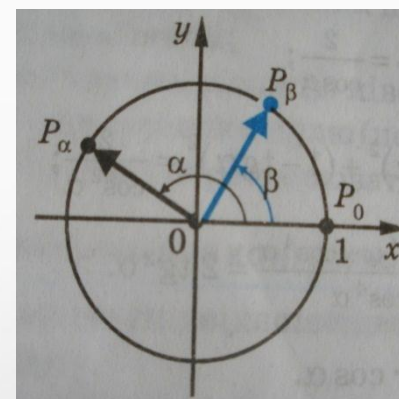
### 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

### 3. Тангенс різниці і суми

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta}; \quad tg(\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha tg\beta}$$

### 4. Приклади застосування



## План вивчення теми:

### 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

### 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

### 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

### 4. Приклади застосування

## Словесно їх можна сформулювати так:

Косинус різниці двох кутів (чисел) дорівнюють добутку косинуса першого кута (числа) на косинус другого плюс добуток синуса першого синуса на другого.

Косинус суми двох кутів (чисел) дорівнюють добутку косинуса першого кута (числа) на косинус другого мінус добуток синуса першого на синус другого.

# Синус суми і різниці

## План вивчення теми:

### 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

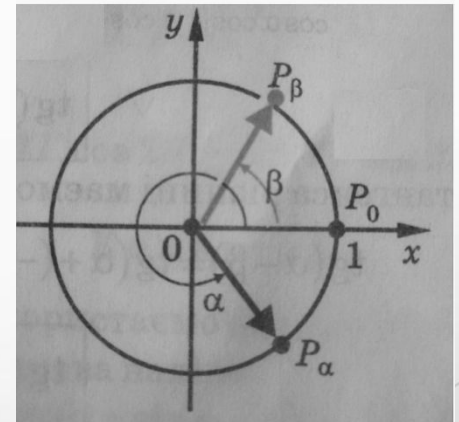
### 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

### 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

### 4. Приклади застосування



# План вивчення теми:

## 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

## 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

## 4. Приклади застосування

# План вивчення теми:

## 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

## 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

## 4. Приклади застосування



## План вивчення теми:

### 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

### 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

### 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

### 4. Приклади застосування

# Застосування тригонометричних формул додавання

I. Обчислення значень  
тригонометричних  
виразів

II. Спрощення  
тригонометричних  
виразів

III. Доведення  
тригонометричних  
тотожностей

# План вивчення теми:

## 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

## 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

## 4. Приклади застосування

$$3. \operatorname{tg} 15^{\circ} = \operatorname{tg}(45^{\circ} - 30^{\circ}) = \frac{\operatorname{tg} 45^{\circ} - \operatorname{tg} 30^{\circ}}{1 + \operatorname{tg} 45^{\circ} \operatorname{tg} 30^{\circ}} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} =$$
$$\frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{e}{e} = 5 - \sqrt{3}$$

## План вивчення теми:

### 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

### 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

### 3. Тангенс різниці і суми

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

### 4. Приклади застосування

# План вивчення теми:

## 1. Косинус різниці і суми

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## 2. Синус різниці і суми

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

## 3. Тангенс різниці і суми

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta}; \quad tg(\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha tg\beta}$$

## 4. Приклади застосування