

Расчёт цепей переменного тока



I. Цепь переменного тока с активным сопротивлением

Мгновенное значение мощности

Закон Ома для цепи

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t$$

$$p = i^2 R = I_m^2 R \cos^2 \omega t$$

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega t)$$

$$p = \frac{I_m^2 R}{2} + \frac{I_m^2 R}{2} \cos 2\omega t$$

Средняя мощность, выделяемая за период переменным гармоническим током равна

$$\bar{P} = \frac{I_m^2 R}{2} = I_{\partial}^2 R$$

Действующие значение напряжения и силы тока

$$I_{\partial} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U_{\partial} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

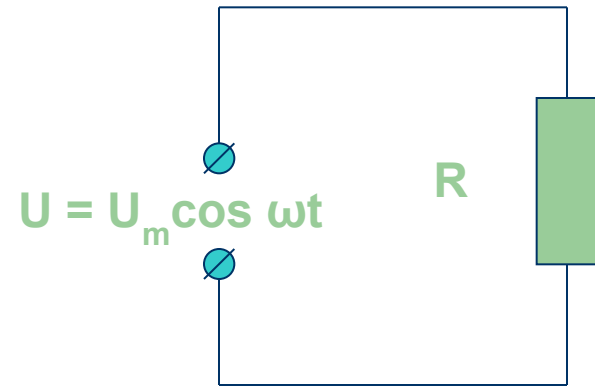
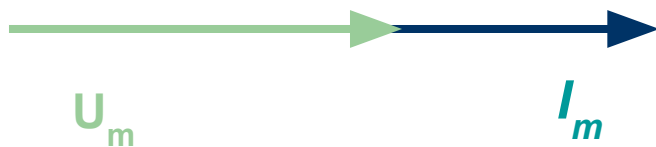
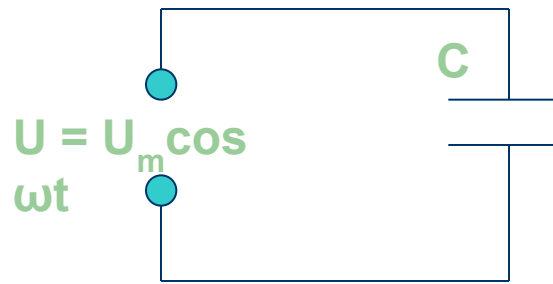


Диаграмма токов и напряжений



Вывод: **напряжение и сила тока в резисторе совпадают по фазе в любой момент времени**

II. Цепь переменного тока с ёмкостным сопротивлением



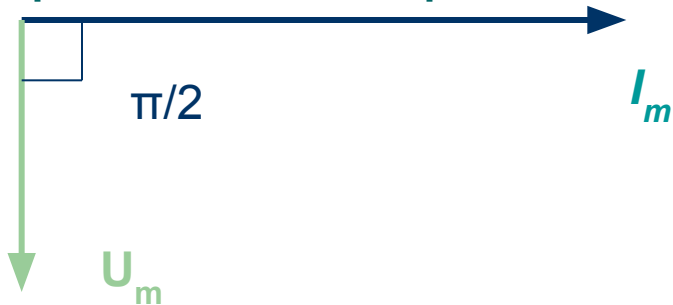
$$q = Cu = CU_m \cos \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -I_m \sin \omega t;$$

$$I_m = \omega CU_m \quad \text{- амплитуда силы тока}$$

$$i = I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Диаграмма токов и напряжений



$$I_m = \frac{U_m}{X_C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

- Закон Ома

- реактивное сопротивление конденсатора называют ёмкостным сопротивлением

Вывод: колебания силы тока в цепи конденсатора опережают по фазе колебания напряжения на его обкладках по фазе на $\pi/2$

III. Цепь переменного тока с индуктивным сопротивлением

$$E_{si} = -L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} = U_m \cos \omega t$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{U_m}{L} \cos \omega t$$

$$i = -\frac{U_m}{L\omega} \sin \omega t \quad I_m = \frac{U_m}{X_L}$$

$$X_L = \omega L$$

- закон Ома

- реактивное сопротивление катушки называют **индуктивным сопротивлением**

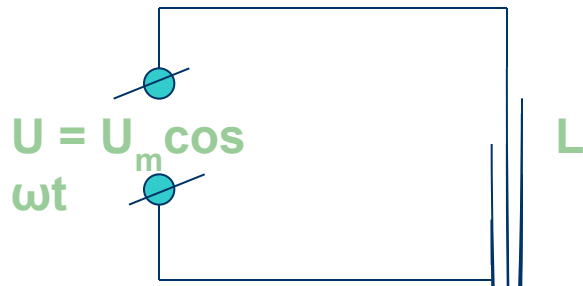
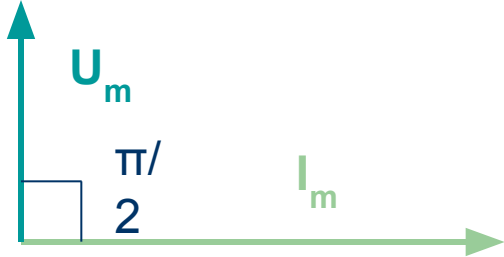
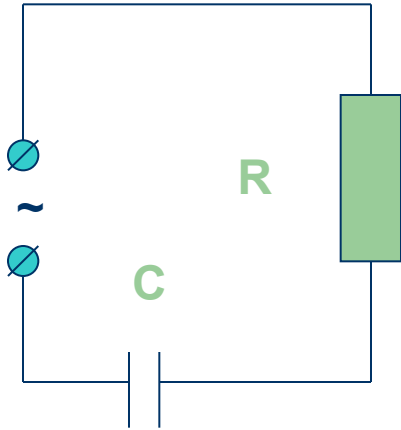


Диаграмма токов и напряжений



Вывод: колебания силы тока в катушке отстают по фазе на $\pi/2$ от колебаний напряжения в ней

IV. Цепь переменного тока с последовательным соединением активного и ёмкостного сопротивлений

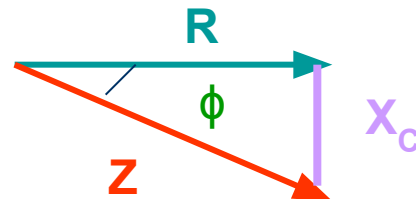
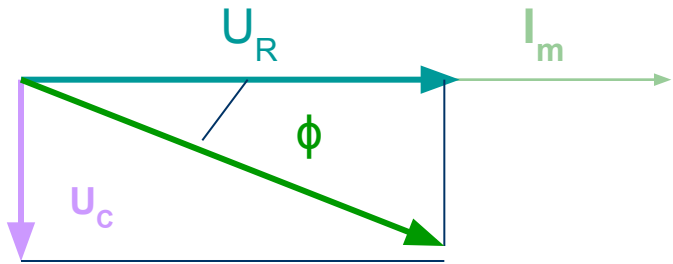


$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$

- закон Ома для данной цепи

Треугольник сопротивлений

Диаграмма токов и напряжений



$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

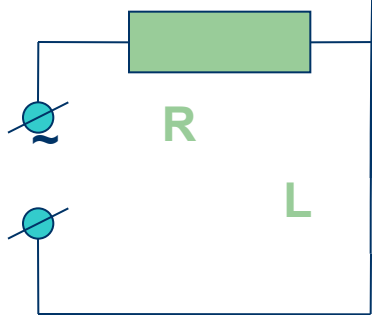
- полное сопротивление цепи

Вывод: колебания силы тока в цепи опережают по фазе колебания напряжения по фазе на ϕ

Сдвиг фазы

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega C R}$$

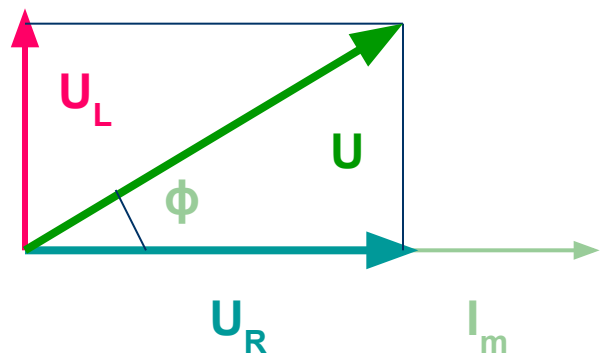
V. Цепь переменного тока с последовательным соединением активного и индуктивного сопротивлений



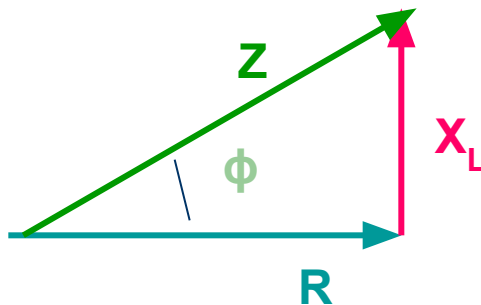
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

- закон Ома для данной цепи

Диаграмма токов и напряжений



Треугольник сопротивлений



$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

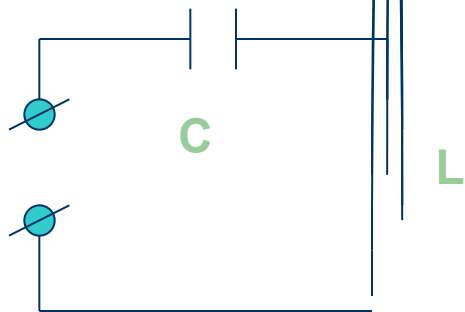
- полное сопротивление цепи

Вывод: колебания силы тока в цепи отстают по фазе на ϕ от колебаний напряжения в ней

Сдвиг фазы

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

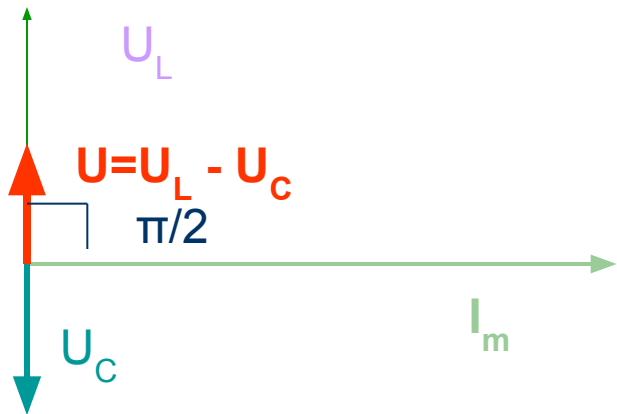
VI. Цепь переменного тока с последовательным соединением ёмкостного и индуктивного сопротивлений



$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{X_L - X_C} = \frac{U}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

- закон Ома для данной цепи

Диаграмма токов и напряжений

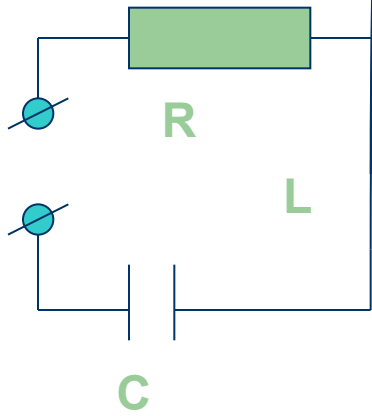


$$Z = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

- полное сопротивление цепи

Вывод: колебания силы тока в данной цепи отстают по фазе на $\pi/2$ от колебаний напряжения в ней

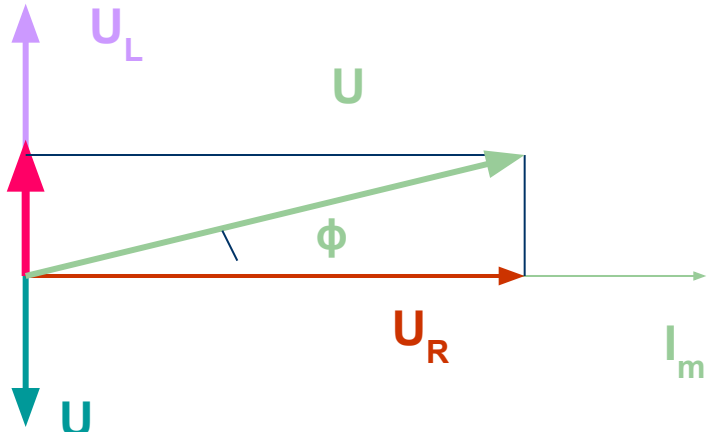
VII. Цепь переменного тока с последовательным соединением активного, ёмкостного и индуктивного сопротивлений



$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{- закон Ома для данной цепи}$$

Треугольник сопротивлений

Диаграмма токов и напряжений



The impedance triangle is a right-angled triangle where the hypotenuse is the total impedance Z , the horizontal base is the resistance R , and the vertical height is the net reactance $X_L - X_C$. The angle between Z and R is ϕ .

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

- полное сопротивление цепи

Сдвиг фазы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Вывод: колебания силы тока в цепи отстают по фазе на φ от колебаний напряжения в ней