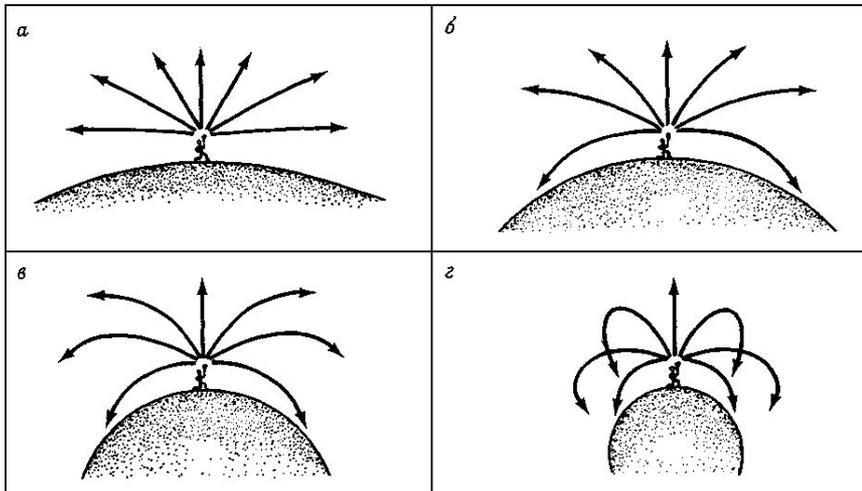


# ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И КРОТОВЫЕ НОРЫ

В общей теории  
относительности

# Первое знакомство с черной дырой

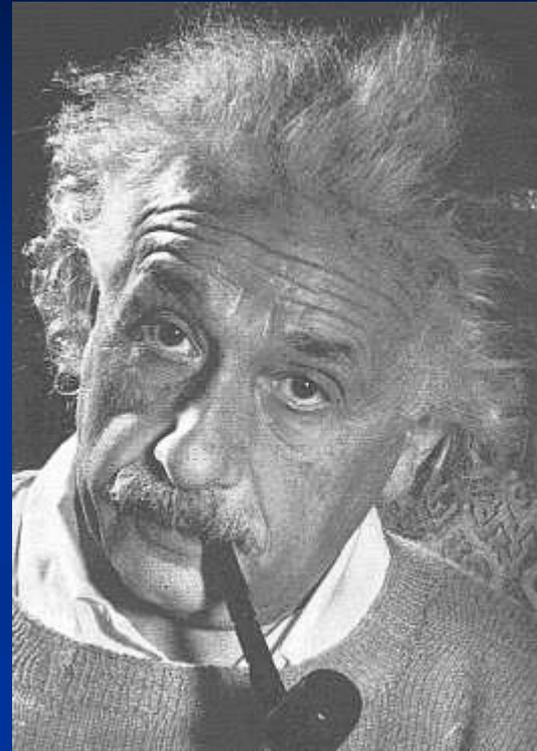
- 1795 г. Пьер-Симон Лаплас (1749 — 1827)



$$v_2 = \sqrt{\frac{2MG}{R}} \Rightarrow$$
$$v_2 = c \quad \boxed{R = \frac{2MG}{c^2}}$$
$$G \approx 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}.$$

# Теория относительности

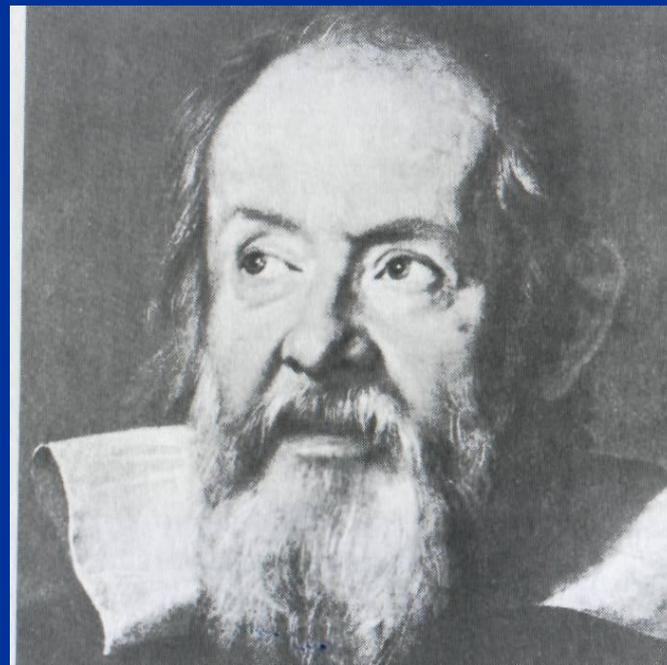
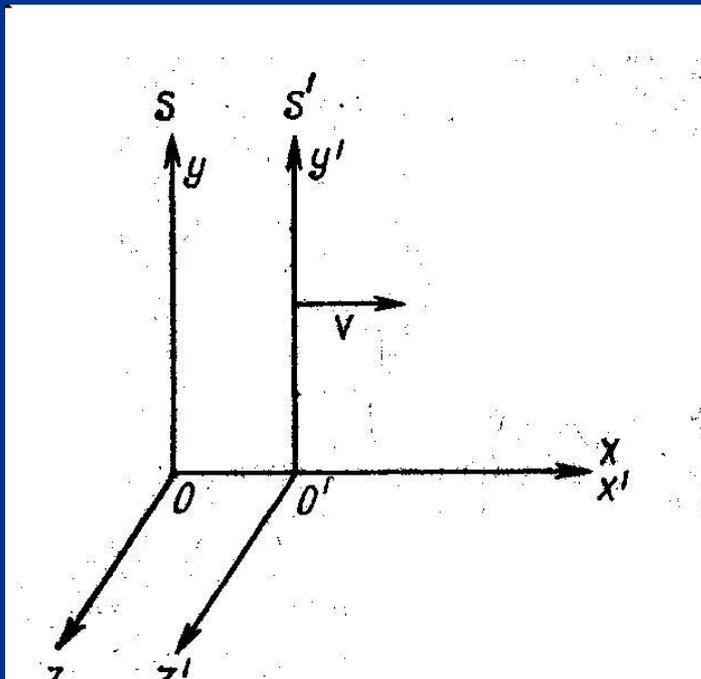
- Специальная теория относительности (СТО; 1905 г.)
- Общая теория относительности (ОТО; 1915 — 1916 гг.)



Альберт Эйнштейн

1879 — 1955

# Преобразования Галилея



$$\left. \begin{aligned} x &= x' + vt' \\ t &= t' \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = v_1 + v_2.$$

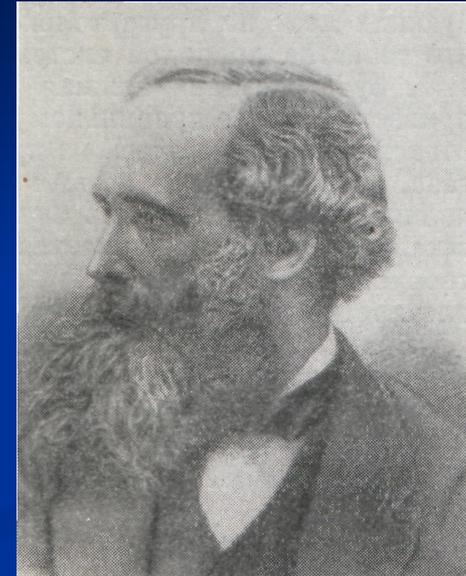
Галилео Галилей  
(1564 — 1642)

# Истоки СТО

- Уравнения Максвелла

$$c \approx 300\,000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

- Гипотеза Эфира
- Эксперименты по обнаружению скорости Земли относительно Эфира



Джемс Клерк  
Максвелл

(1831 — 1879)

# Основные постулаты СТО

- Принцип относительности Эйнштейна:

Все законы физики во всех инерциальных системах отсчета имеют один и тот же вид

- Постоянство скорости света:

Скорость света не зависит от скорости движения источника и во всех инерциальных системах отсчета одинакова

# Преобразования Лоренца

## ■ Преобразования Галилея

$$\left. \begin{array}{l} x = x' + Vt', \\ t = t' \end{array} \right\} \Rightarrow v = v_1 + v_2.$$

## Преобразования Лоренца

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

# Следствия преобразований Лоренца

- Относительность одновременности:

$$S : t_A = t_B; \quad A = (-\ell, 0, 0), \quad B = (\ell, 0, 0);$$

$$S' : t'_A - t'_B = \frac{2V\ell/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \neq 0.$$

- Сокращение расстояний

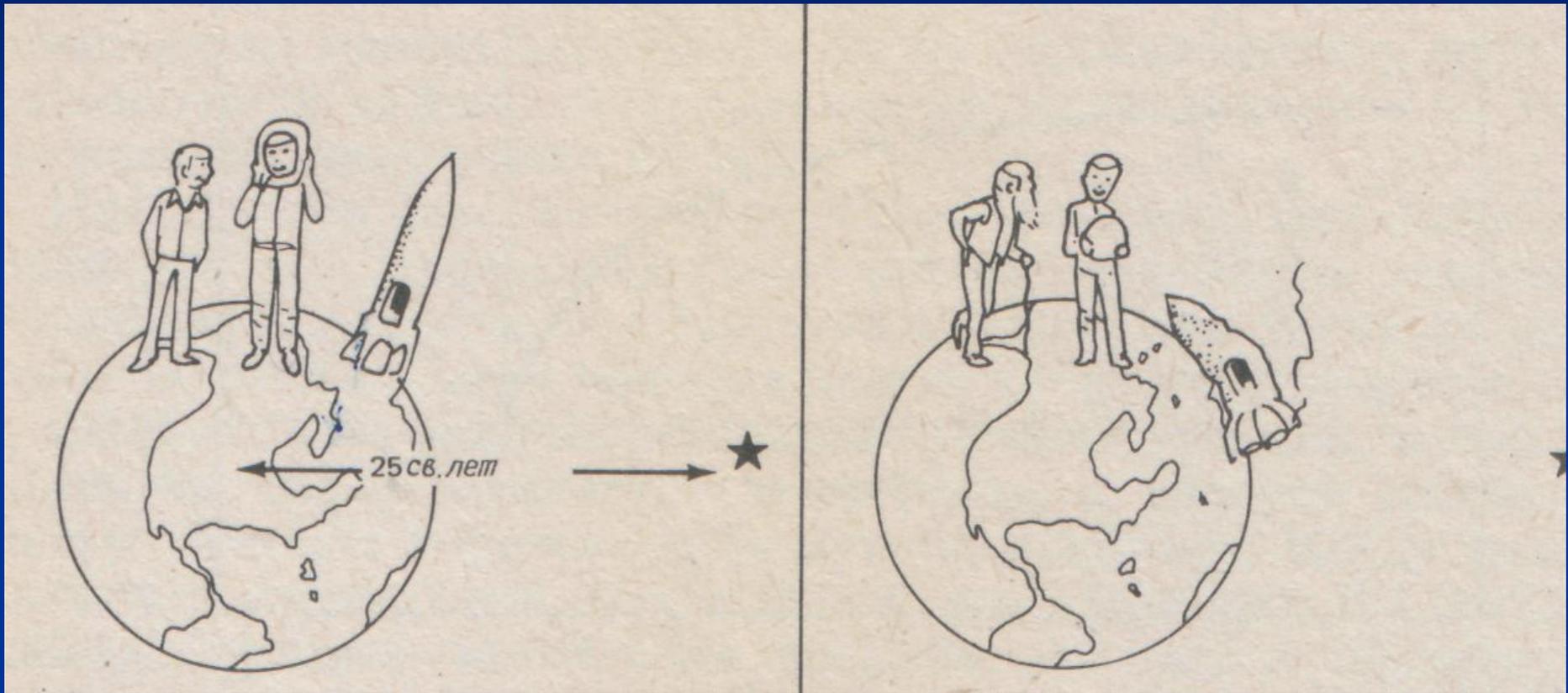
$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

- Замедление времени

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

# Парадоксы СТО

- Парадокс близнецов

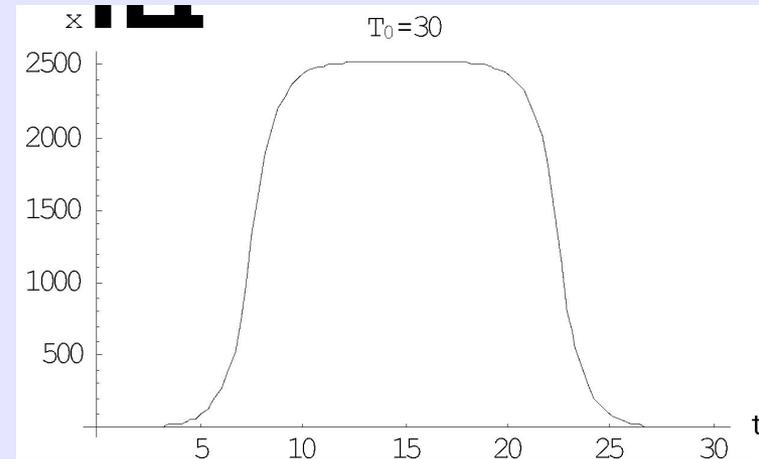


# Путешествие с постоянным ускорением

$$a = g = 10 \text{ м} / \text{с}^2$$

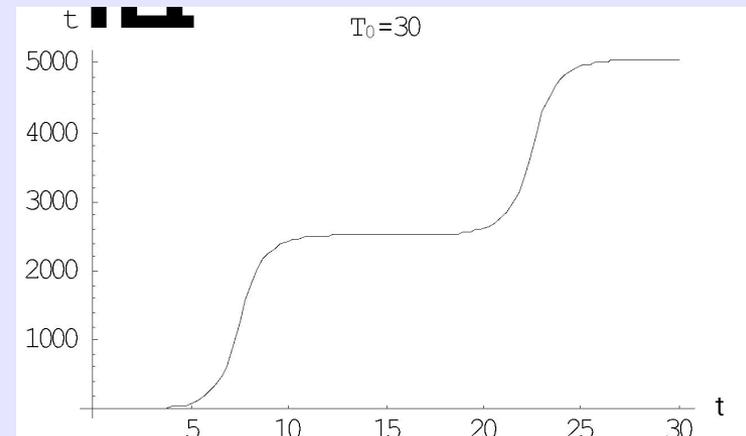
- **Время путешествия 30 лет.**

Расстояние ( $x(\tau)$ ) в световых годах. Максимальное удаление от Земли  $x(15) = 2523$  св.лет  
Время путешествия с точки зрения земного наблюдателя 5050 лет.



- **Время путешествия 60 лет.**

Расстояние ( $x(\tau)$ ) в световых годах. Максимальное удаление от Земли  $x(30) = 6,7 \cdot 10^6$  св.лет  
Время путешествия с точки зрения земного наблюдателя  $1,34 \cdot 10^7$  лет.



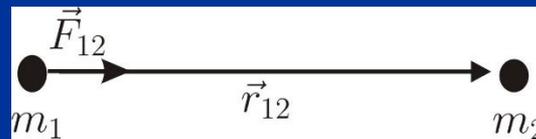
# Основные идеи ОТО

- ОТО — Релятивистская теория гравитации
- Закон всемирного тяготения



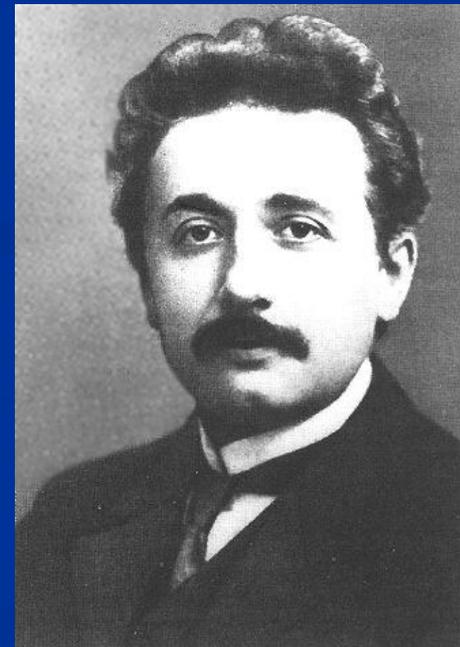
Исаак Ньютон

(1643 — 1727)



The diagram shows two masses,  $m_1$  and  $m_2$ , represented by black dots. A horizontal arrow labeled  $\vec{r}_{12}$  points from  $m_1$  to  $m_2$ . Another horizontal arrow labeled  $\vec{F}_{12}$  points from  $m_1$  towards  $m_2$ , parallel to  $\vec{r}_{12}$ .

$$\vec{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{М}^3}{\text{кг с}^2}$$



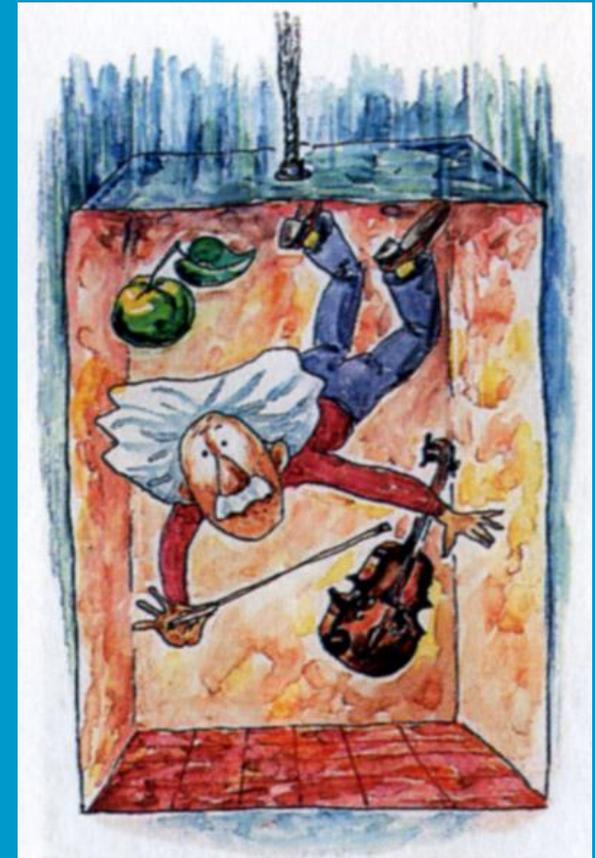
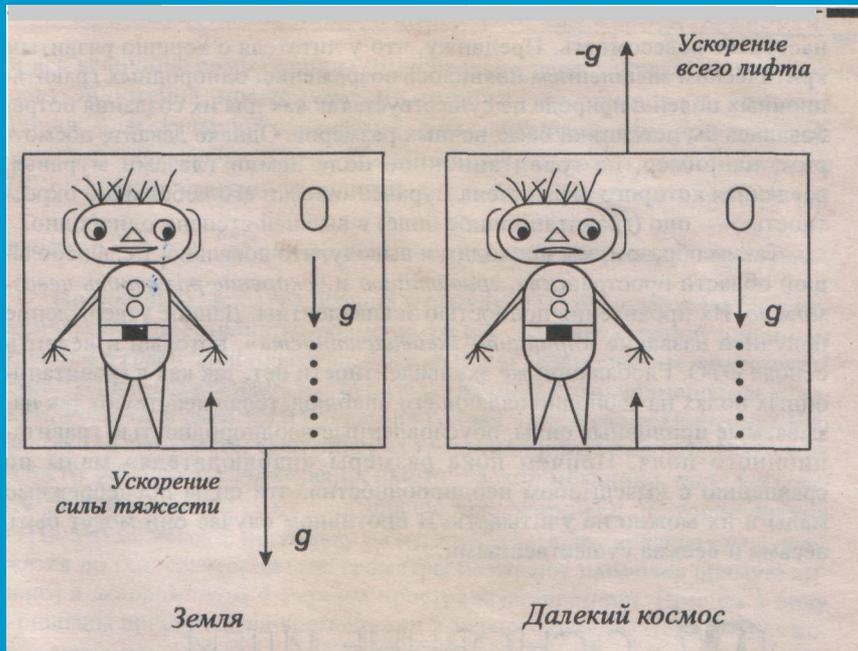
Альберт Эйнштейн

(1879 — 1955)

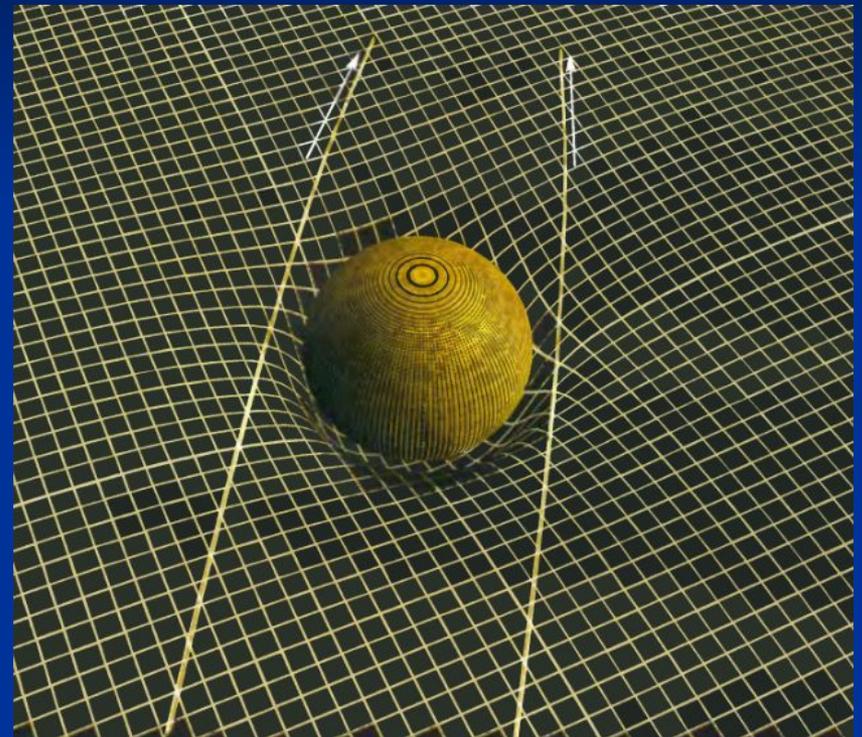
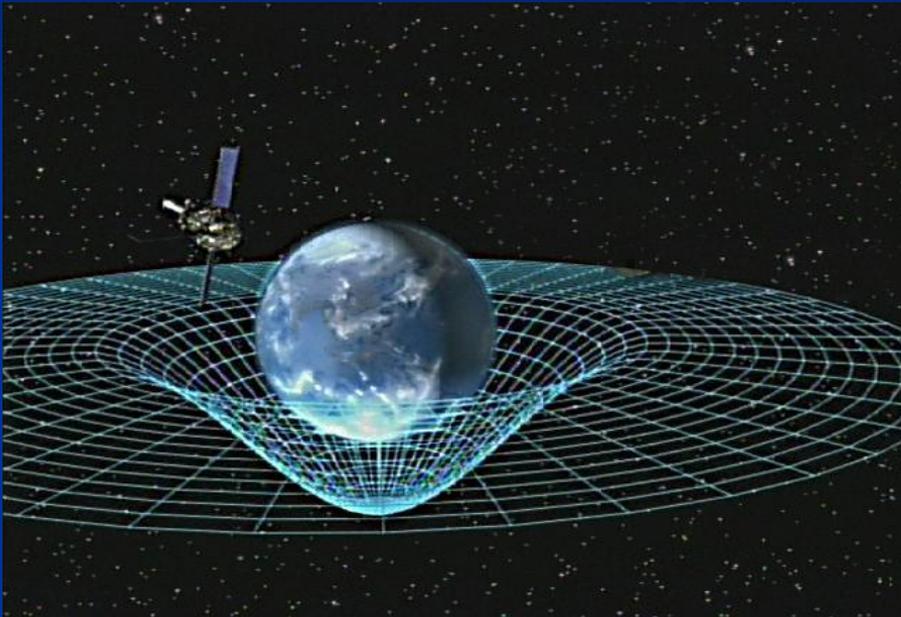
# Принцип эквивалентности

$$m_I \overset{\square}{a} = m_G \overset{\square}{g}$$

$$\left| \frac{m_G - m_I}{m_I} \right| \leq 10^{-12}$$



# Искривление Гравитация пространства-времени

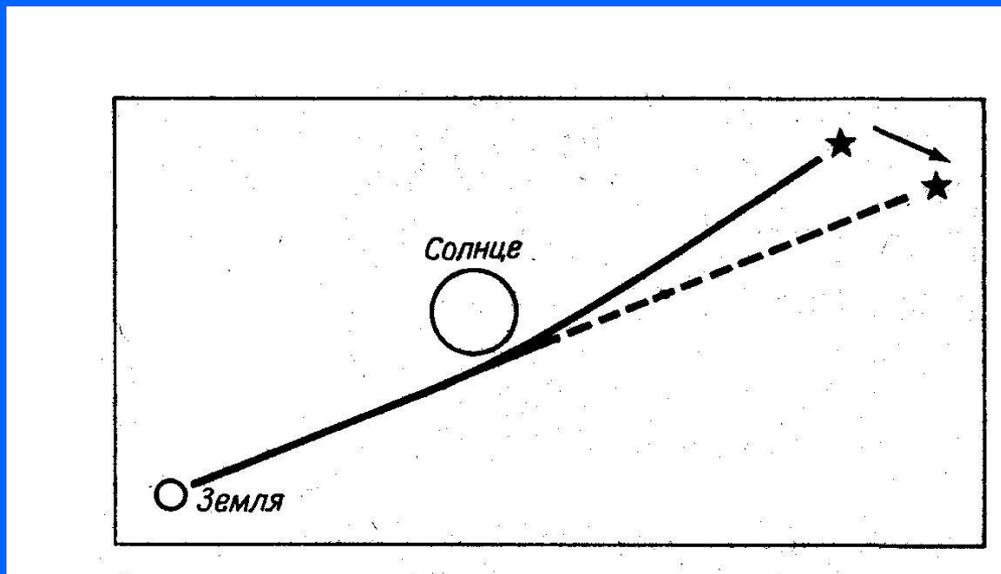


# Уравнения Эйнштейна

$$R_{ij} - \frac{1}{2} R g_{ij} = \kappa T_{ij}$$

здесь  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \approx 2,07 \cdot 10^{-48} g^{-1} cm^{-1} s^2$

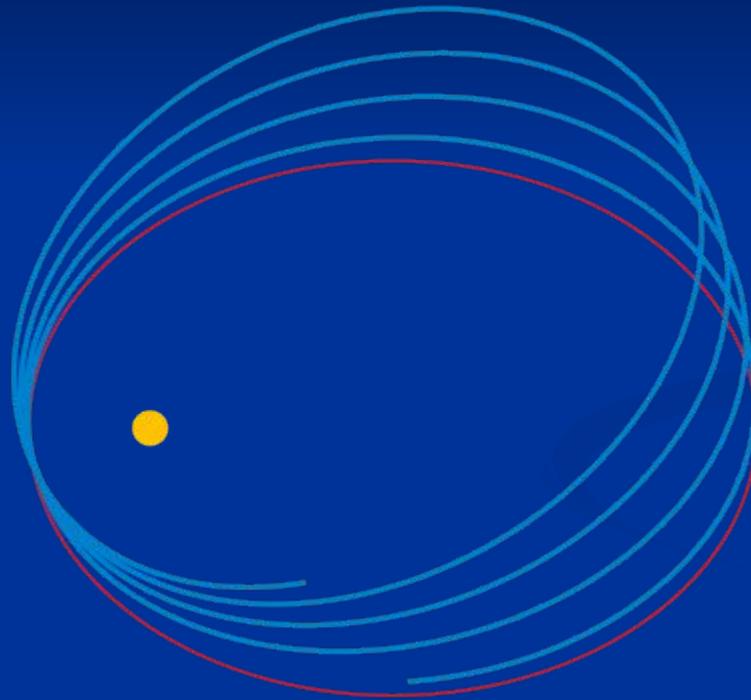
— Эйнштейновская гравитационная постоянная



Отклонение луча света

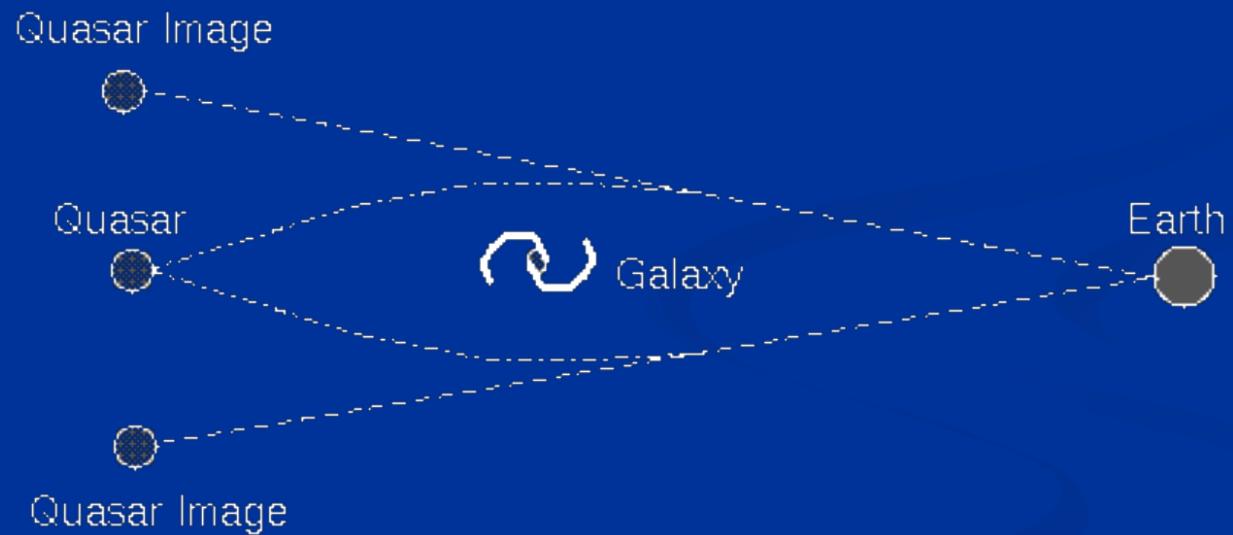
$$\Delta\varphi = 1,75''$$

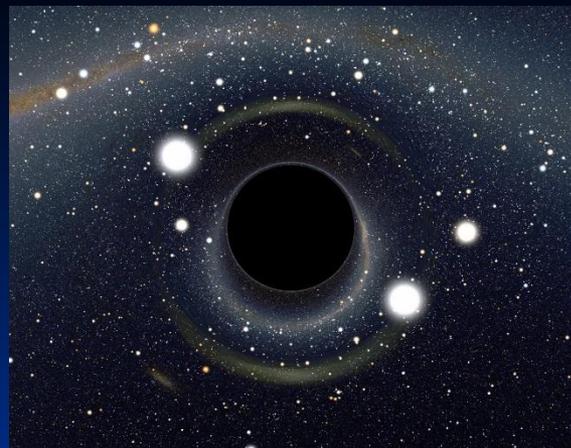
# Орбиты планет



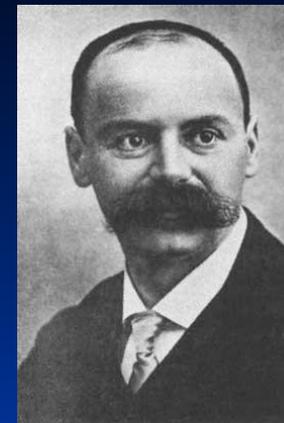
Для Меркурия  $\Delta\varphi \approx 43''$  за сто лет.

# Гравитационные линзы





# Черные дыры



- Решение Шварцшильда (1916 г.)

К.

Шварцшильд  
(1873-1916)

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - r_g/r} + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2) - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2 dt^2.$$

$$r_g = \frac{2MG}{c^2} \quad \text{— гравитационный радиус}$$

для Земли  $r_g \approx 1\text{см}$ ,  
для Солнца  $r_g \approx 3\text{км}$ .

# Геометрия Шварцшильда

$$ds^2 = \frac{1}{1 - \frac{r}{r_g}} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) - \left(1 - \frac{r}{r_g}\right)c^2 dt^2,$$

$$r_g = \frac{\kappa M c^2}{4\pi} \quad \text{— Гравитационный радиус,}$$

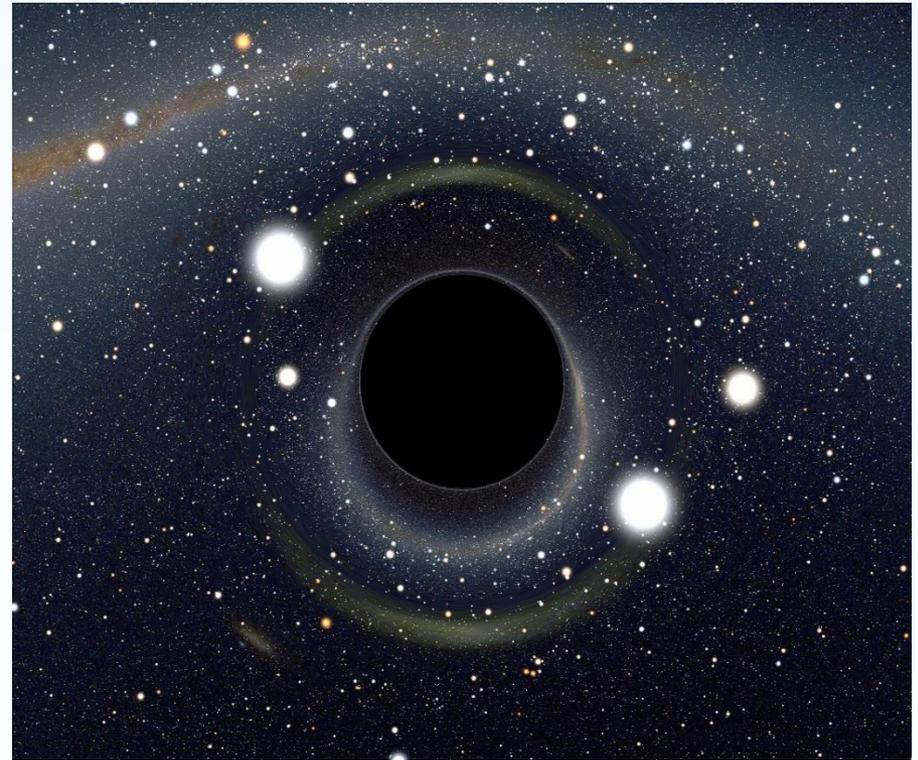
$r = r_g$  — Сфера Шварцшильда

$$dt = \frac{1}{1 - \frac{r}{r_g}} d\tau,$$

$$\int dt = \int_{r_0}^{r_g} \frac{dr}{c\left(1 - \frac{r}{r_g}\right)\sqrt{\frac{r_g}{r}}} \rightarrow \infty,$$

$$L_0 = \int_{r_0}^{r_g} \frac{dr}{c\sqrt{\frac{r_g}{r}}} < \infty,$$

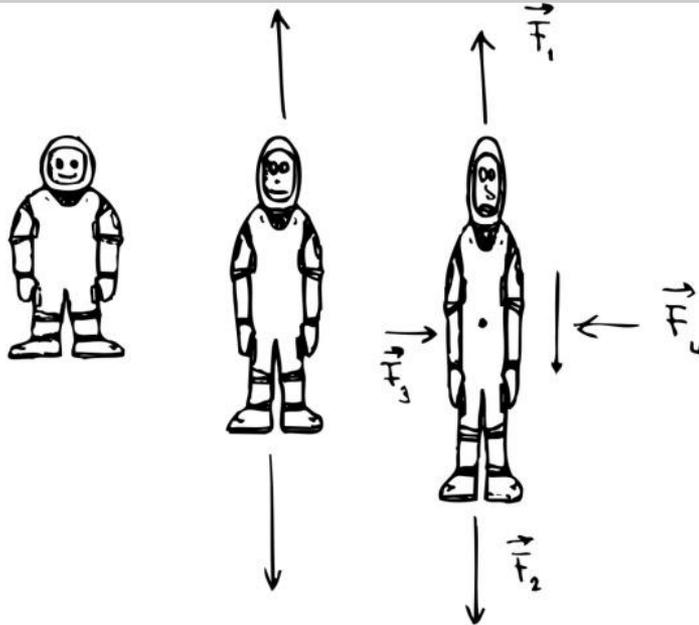
$$\tau_0 = \int_{r_0}^{r_g} \frac{dr}{c\sqrt{\frac{r_g}{r}}} < \infty, \quad \Delta\tau \approx 0,00015 \frac{M}{M_\odot}.$$



# Падение в черную дыру



# Геометрия Шварцшильда



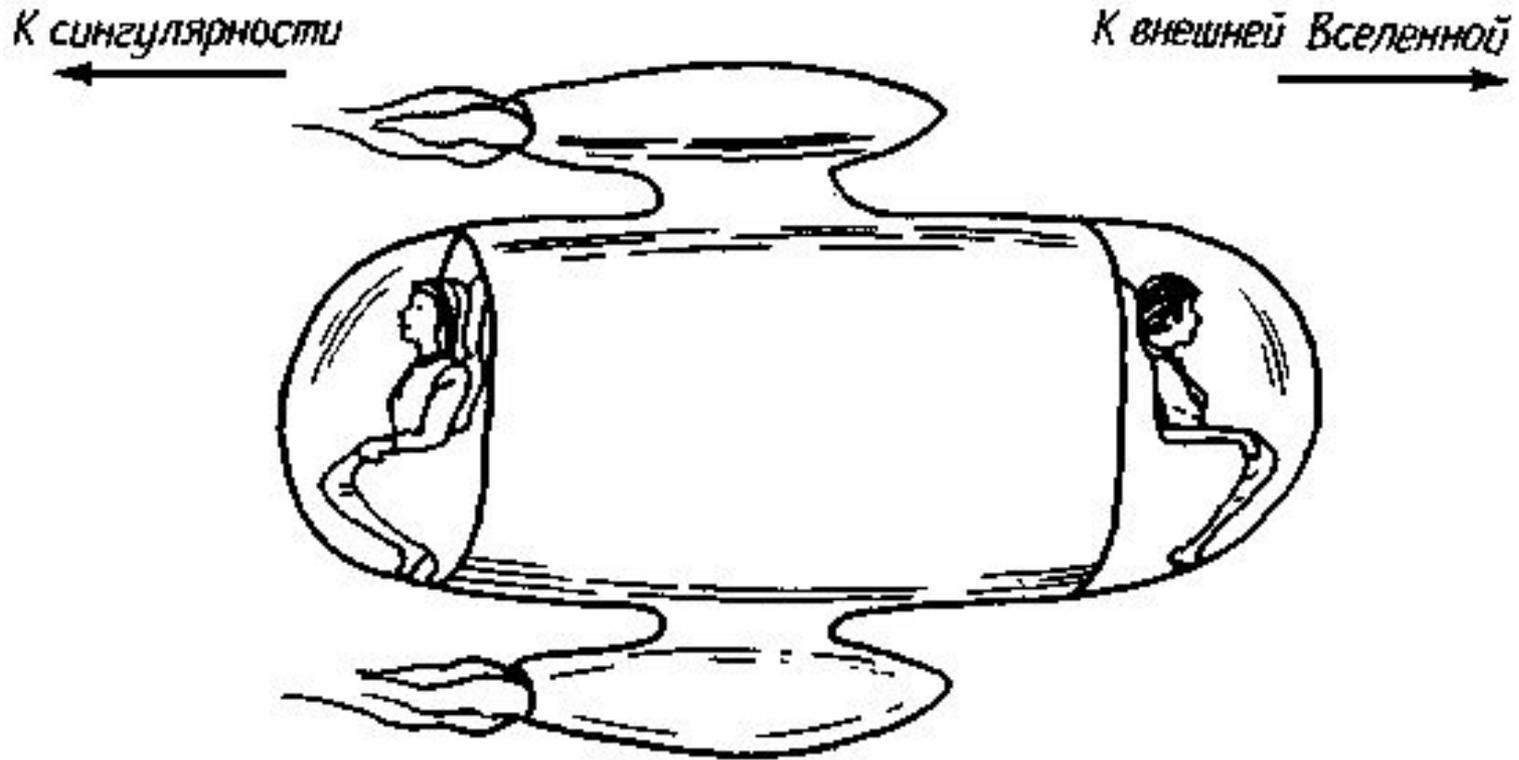
$$|\vec{F}_{1,2}| = \frac{mc^2 2M}{r^3} \chi \sim 10^{10} \text{ Н}; \quad |\vec{F}_{3,4}| \sim \frac{mc^2 M}{r^3} \bar{g} \sim 2,5 \cdot 10^9 \text{ Н}$$

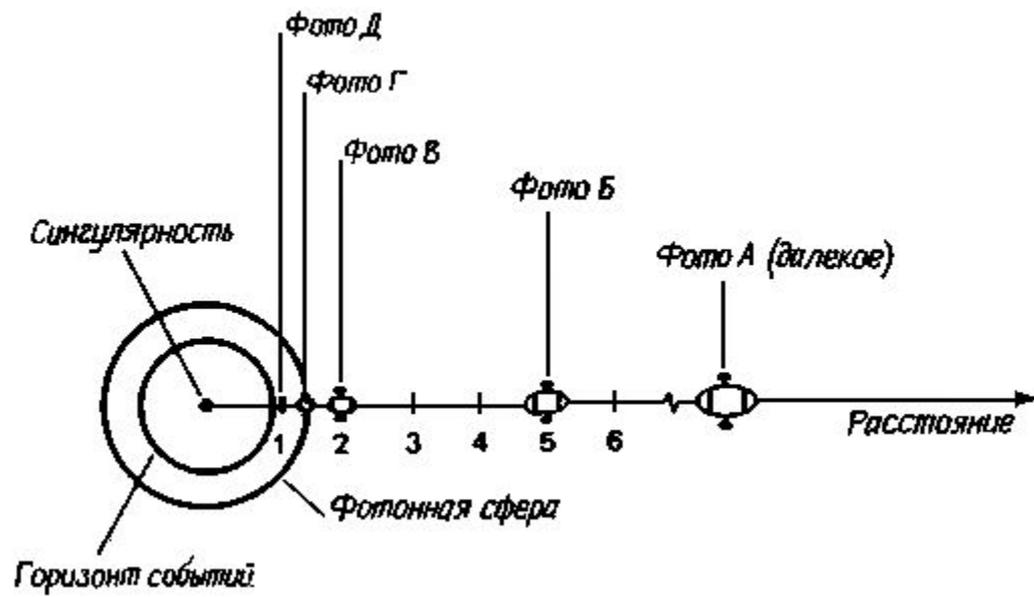
$$\bar{g} = \sqrt{y^2 + z^2};$$

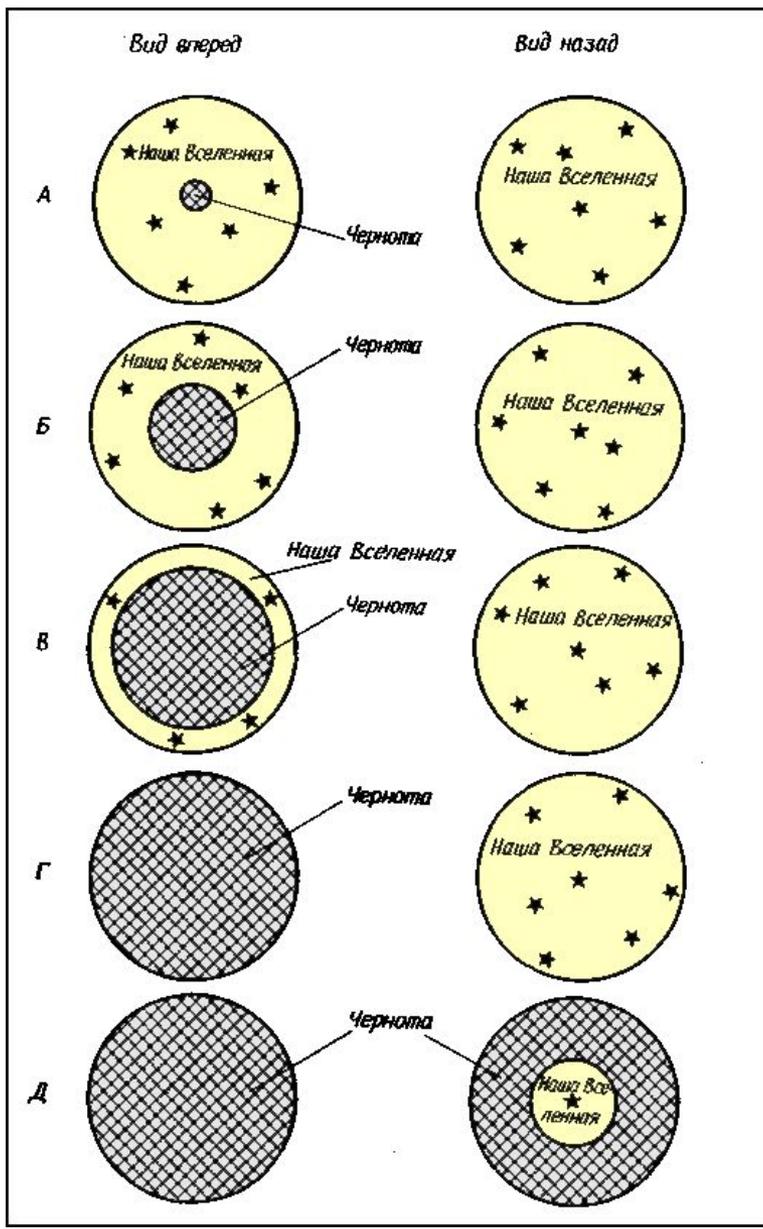
$$m \sim 1 \text{ кг}, \quad 2M_0 \sim 3 \cdot 10^3 \text{ м}; \quad r \sim 2M; \quad \chi \sim 1 \text{ м}$$

$$\bar{g} \sim 0,5 \text{ м}$$

# Путешествие к черной дыре



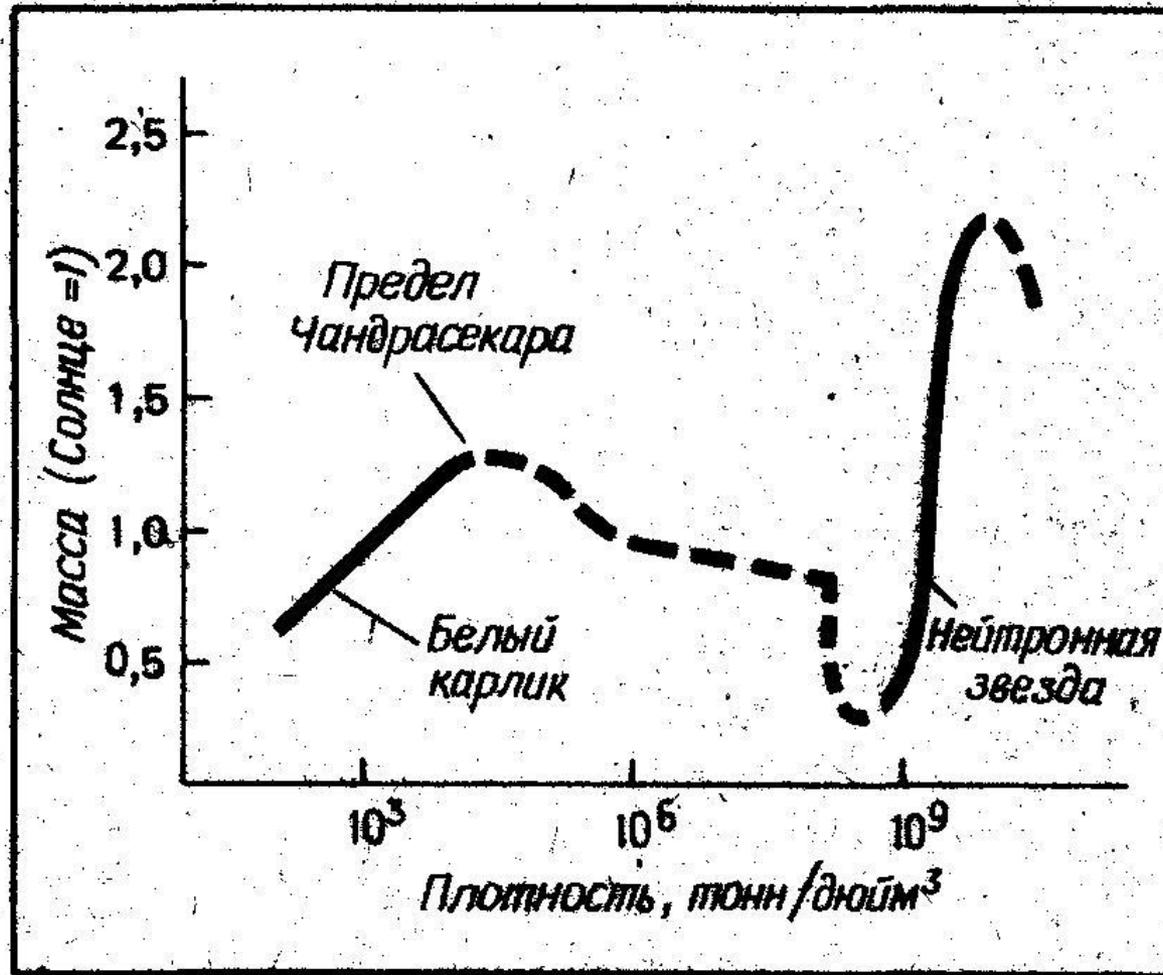




# Эволюция звезд

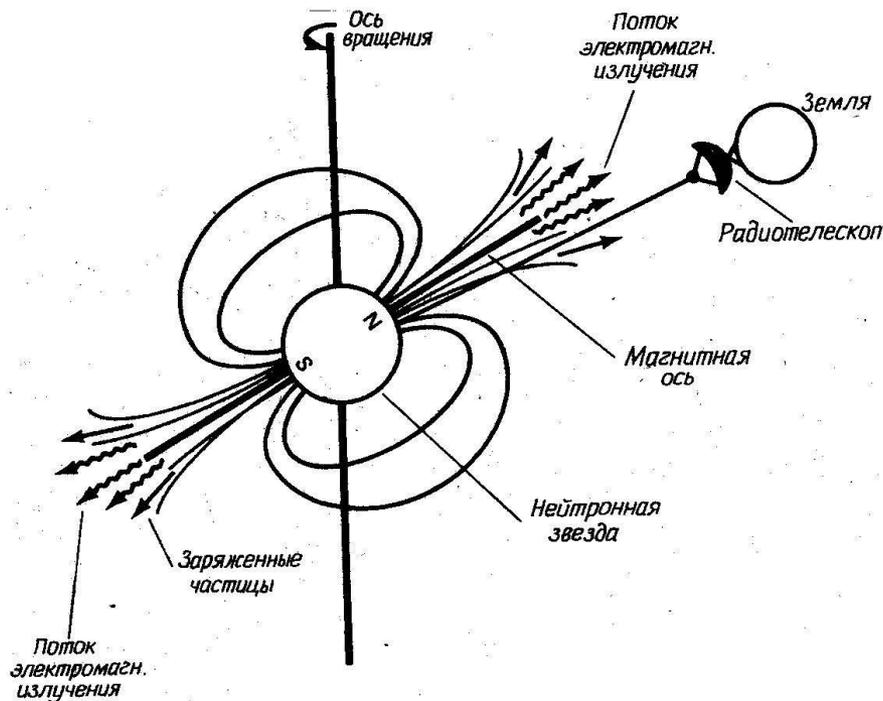
- Солнце:  $\rho \approx 1 \text{ г/см}^3$  водород  $\Rightarrow$  гелий
- $T \sim 10^8 \text{ К}$  гелий  $\Rightarrow$  углерод
- Белые карлики:  $\rho \sim 10^7 \text{ г/см}^3$  ( $M \leq 1,2 M_{\odot}$ )
- Звезды с  $M \lesssim 2,25 M_{\odot}$  )  $\Rightarrow$  **Нейтронные**  
звезды ( $\rho \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ )
- Звезды с  $M \gtrsim 3 M_{\odot}$  )  $\Rightarrow$  *Черные дыры*

# Эволюция звезд (продолжение)

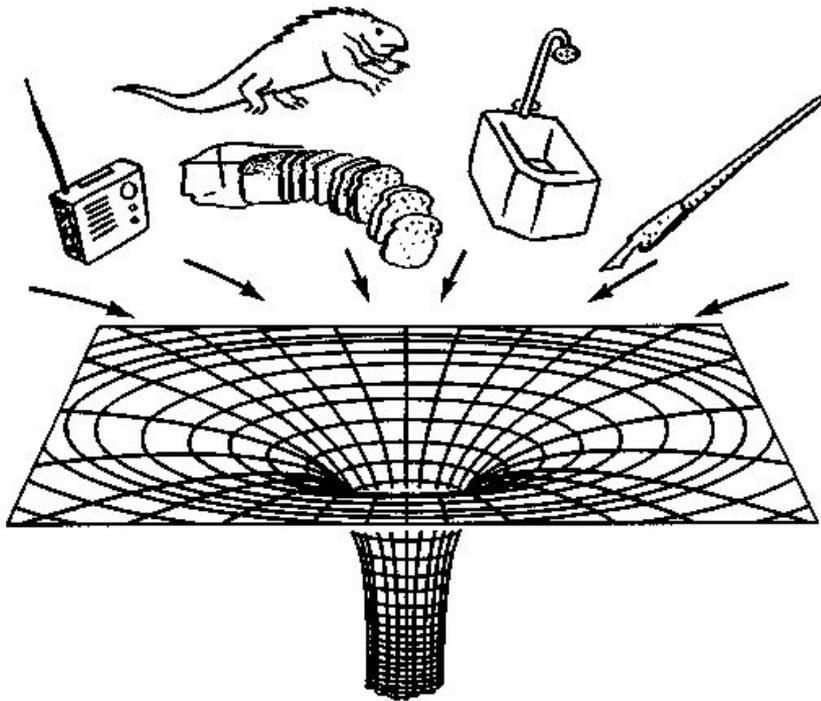


# Пульсары

- 1968 год (Крабовидная туманность)
- Нейтронная звезда  $R \sim 15 - 20$  км

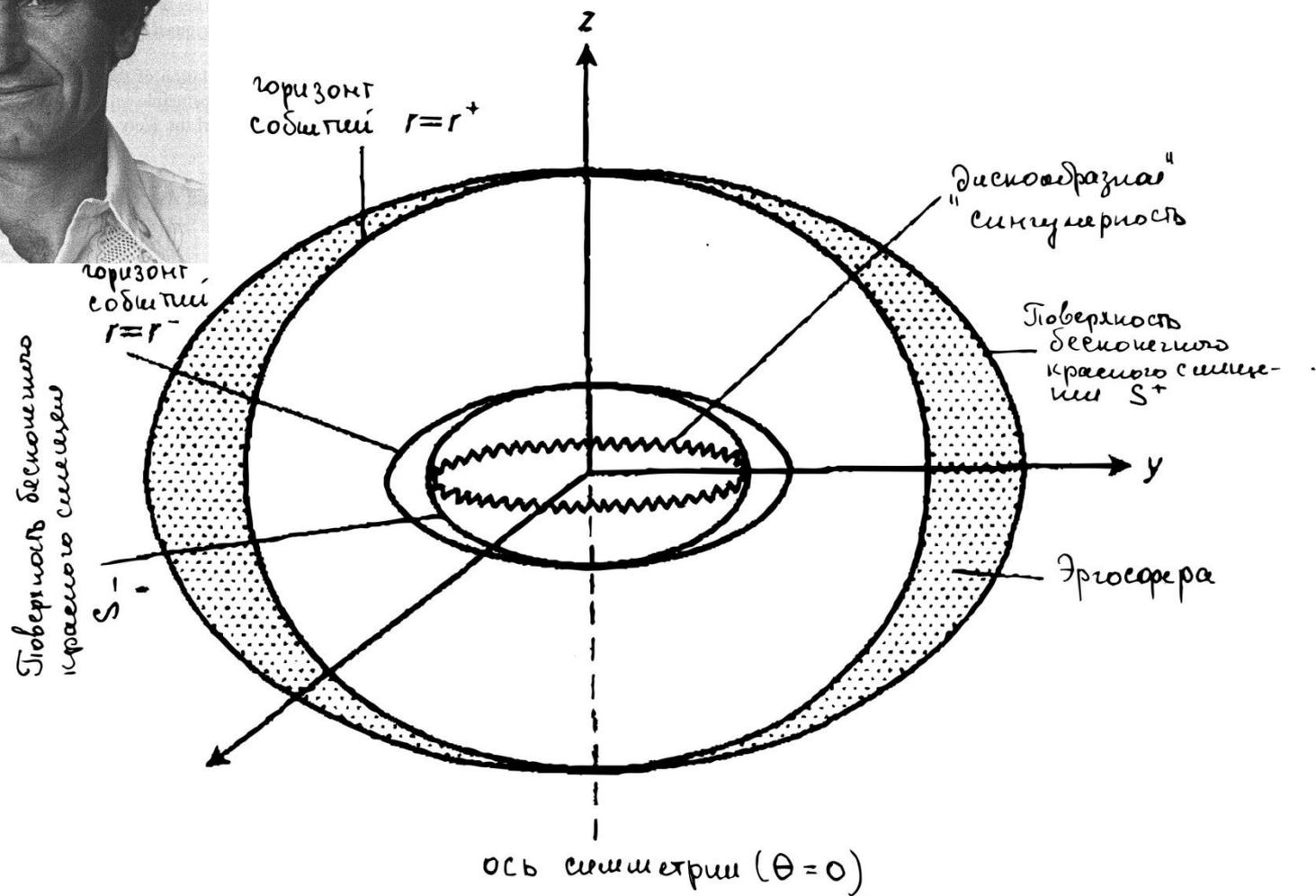
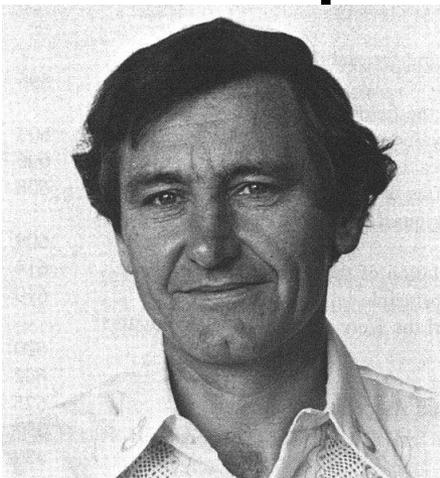


# «У черной дыры нет волос»

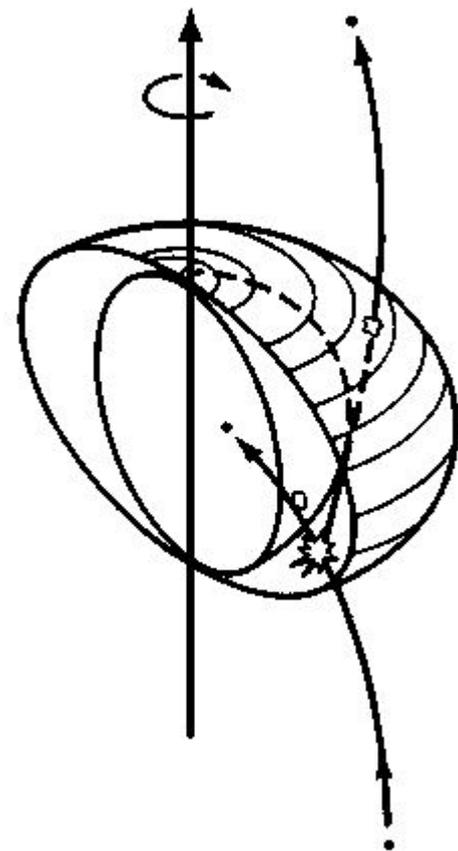
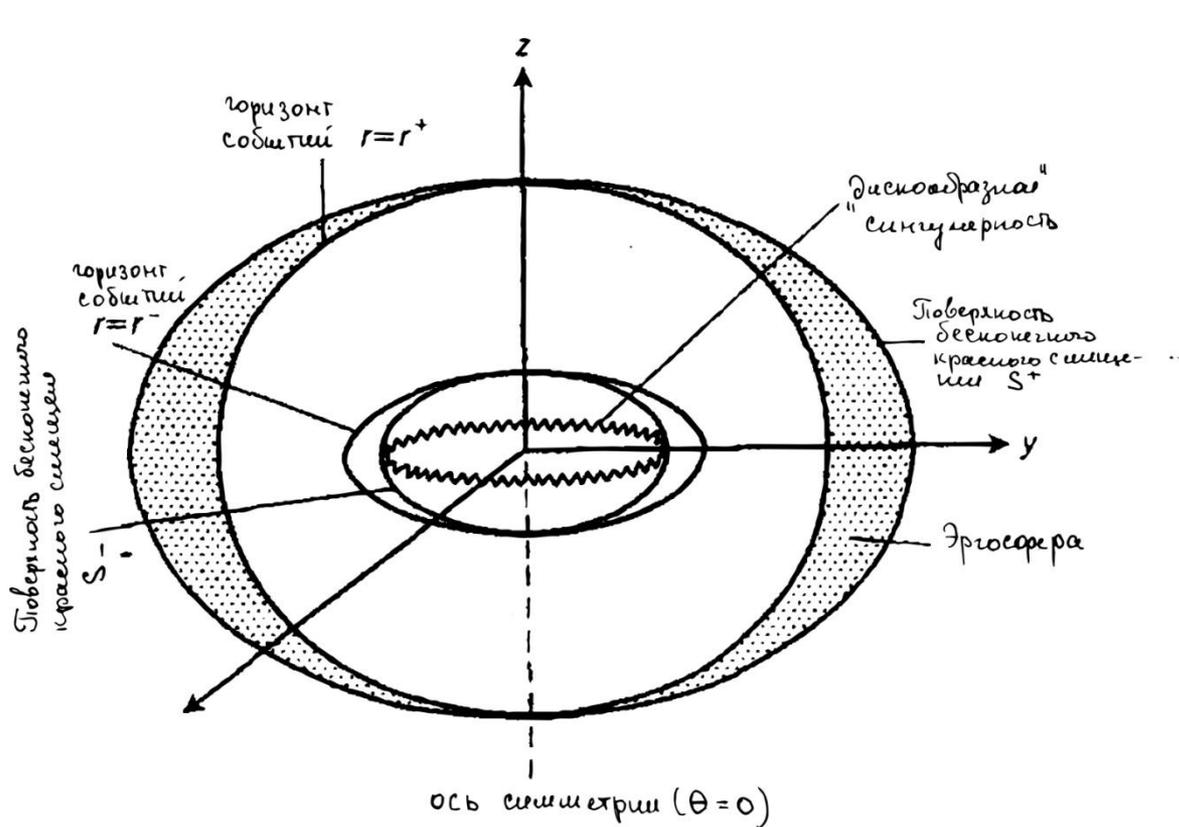


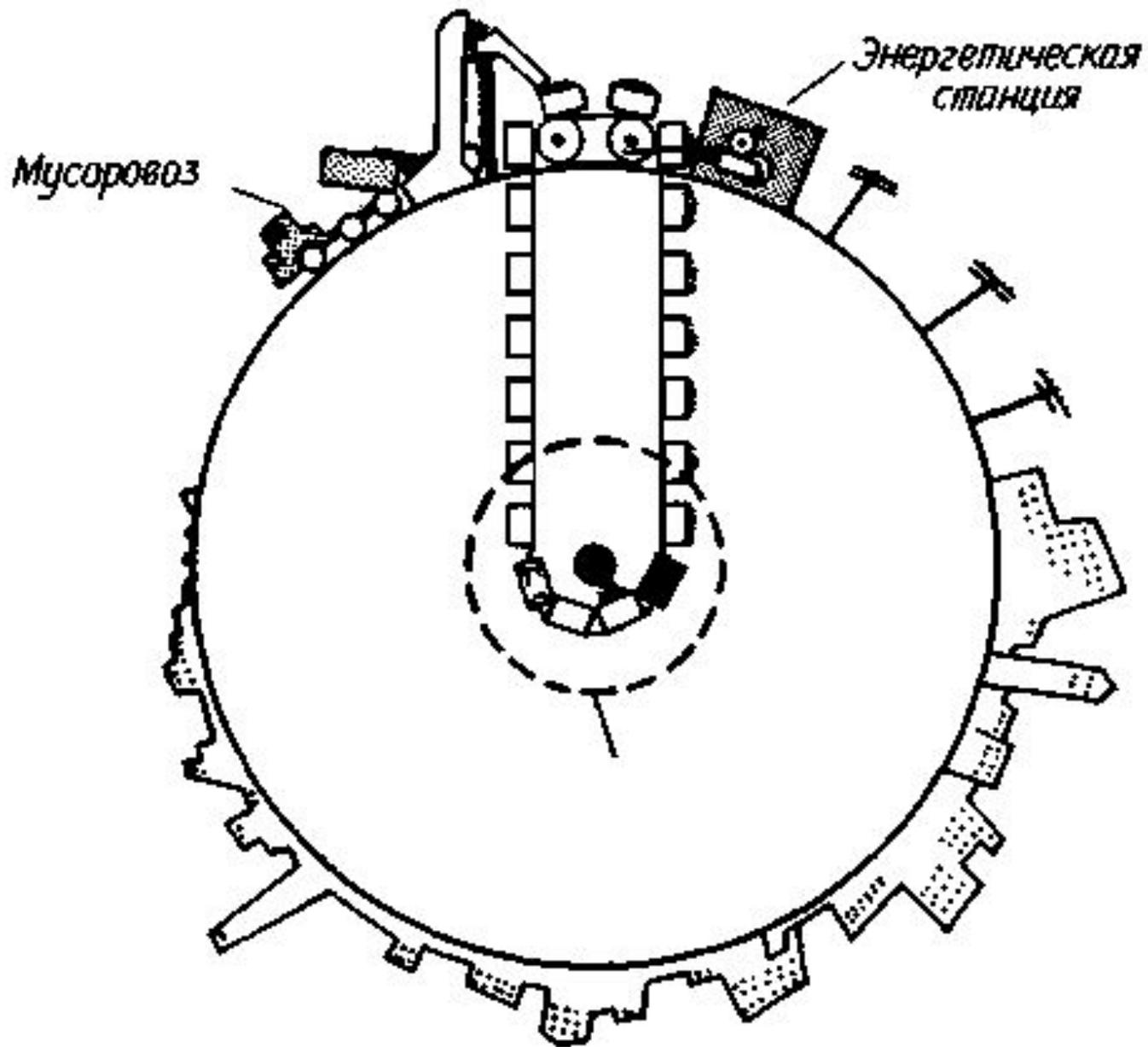
- Черные дыры полностью характеризуются следующими параметрами:
  1. Массой
  2. Электрическим зарядом
  3. Моментом импульса

# Вращающиеся черные дыры (Керр, 1963)

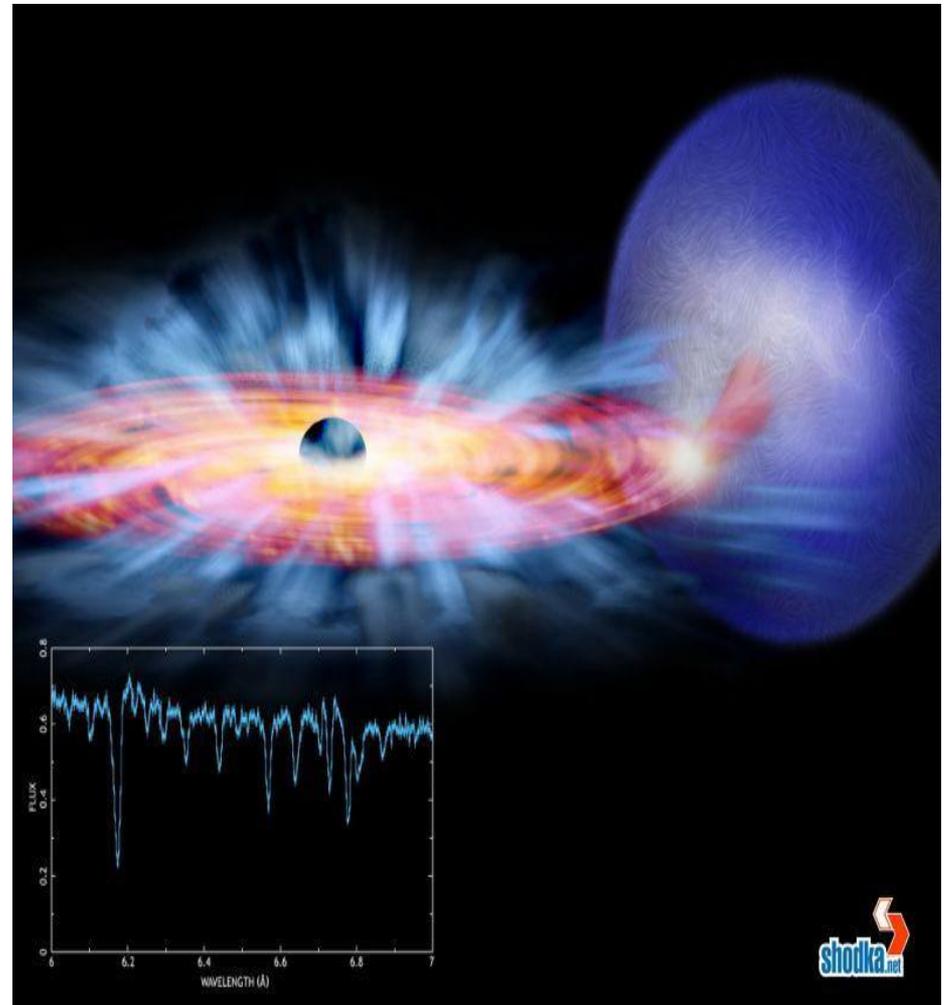
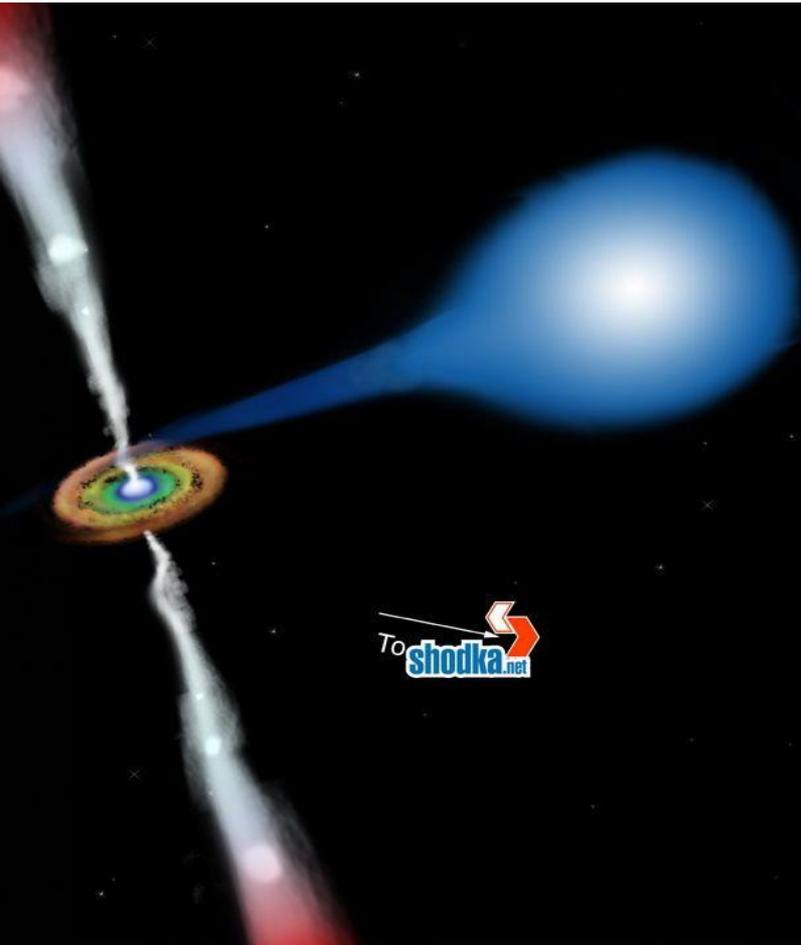


# Вращающиеся черные дыры (Практическое применение)





# Поиски черных дыр



# Большой Адронный Коллайдер

Ученый мир замер в ожидании: сегодня, всего через несколько часов на границе Швейцарии и Франции будет запущен самый крупный из когда-либо существовавших ускорителей элементарных частиц — Большой Адронный Коллайдер. Научные пессимисты считают, что в его недрах может быть создана «**черная дыра**» — объект со сверхбольшой гравитацией, **способный уничтожить планету.**

# БАК



- Суммарная энергия

$$E \sim 14 \cdot 10^{12} \text{ eV} \approx 22 \text{ erg}$$

⇓

$$M_{\text{BH}} \sim 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ g} \approx 1,5 \cdot 10^4 M_{\text{P}}$$

$$r_g = \frac{2M_{\text{BH}}G}{c^2} \approx 3,7 \cdot 10^{-48} \text{ cm}$$

$$(\tau \sim 10^{-84} \text{ c}, \quad T \sim 10^{45} \text{ K})$$

$$L_P \equiv \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ cm}$$

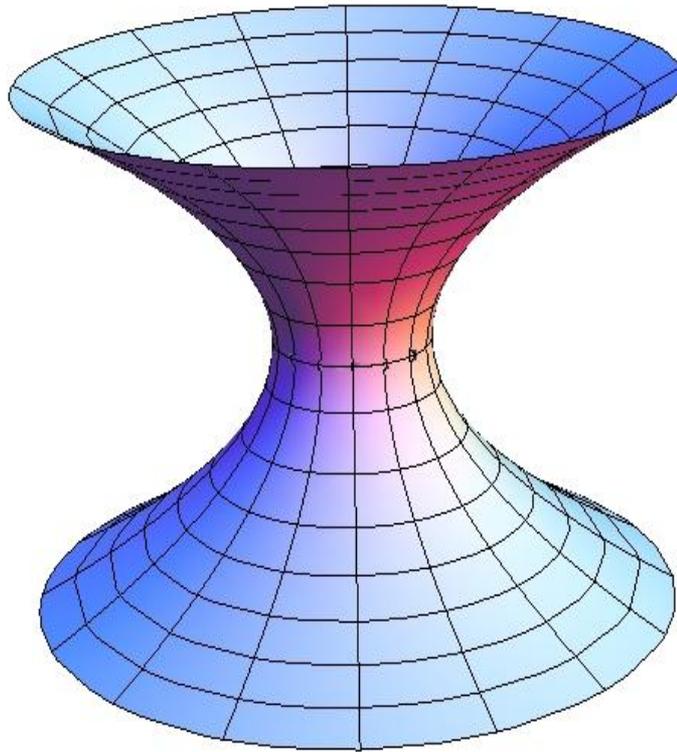
$$M^* = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,177 \cdot 10^{-5} \text{ g}$$

# Кротовые норы

Кротовые норы — это объекты (точные решения) со следующими свойствами:

- Нет сингулярностей
- Нет горизонтов
- Приливные силы всюду конечны
- Они соединяют либо  
два асимптотически плоских  
пространства, либо две области  
одного и того же пространства

# Кротовая нора, соединяющая два асимптотически плоских пространства



# Кротовая нора, соединяющая две области одного и того же пространства

Двумерная модель «кротовой норы»

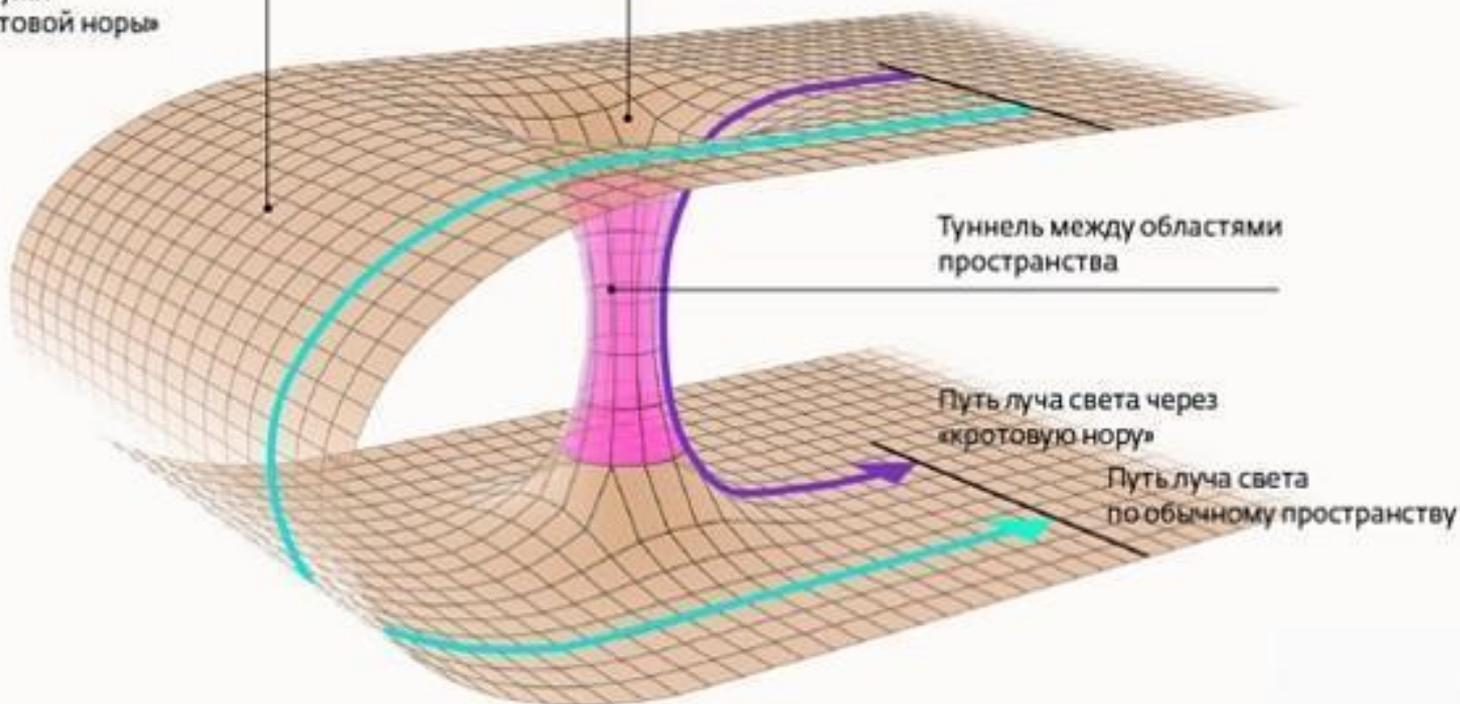
Обычное пространство  
снаружи  
«кротовой норы»

Вход в «кротовую нору»

Туннель между областями  
пространства

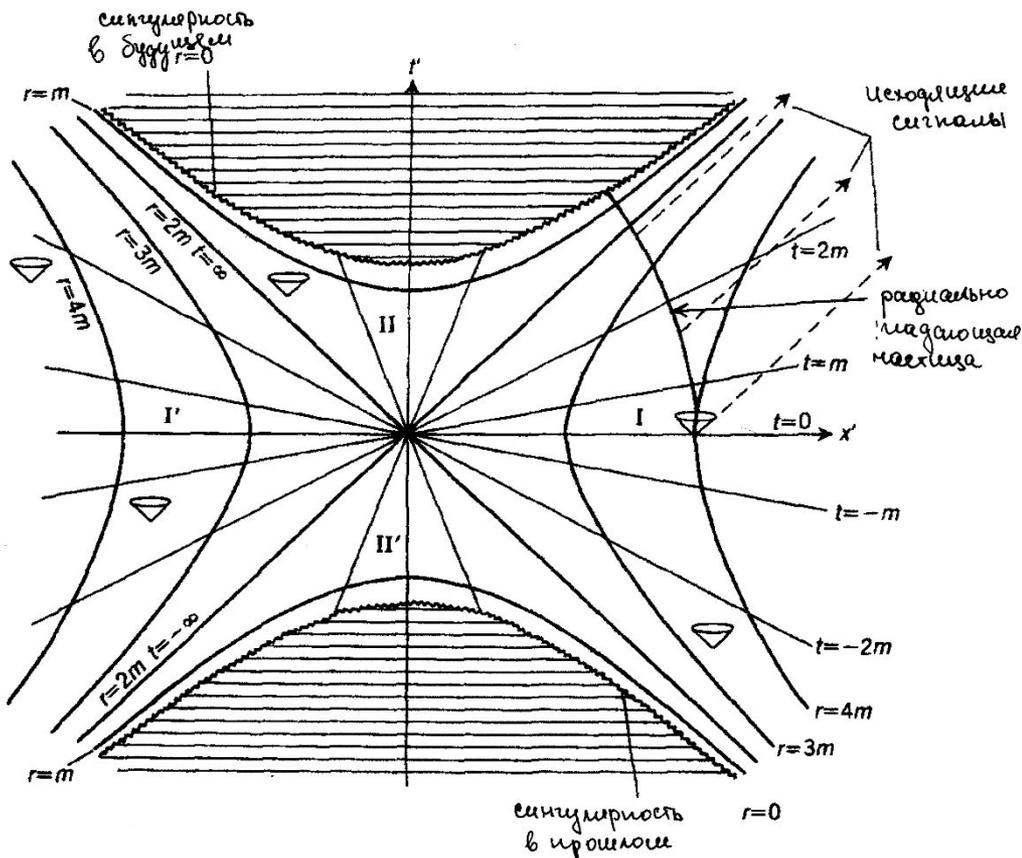
Путь луча света через  
«кротовую нору»

Путь луча света  
по обычному пространству



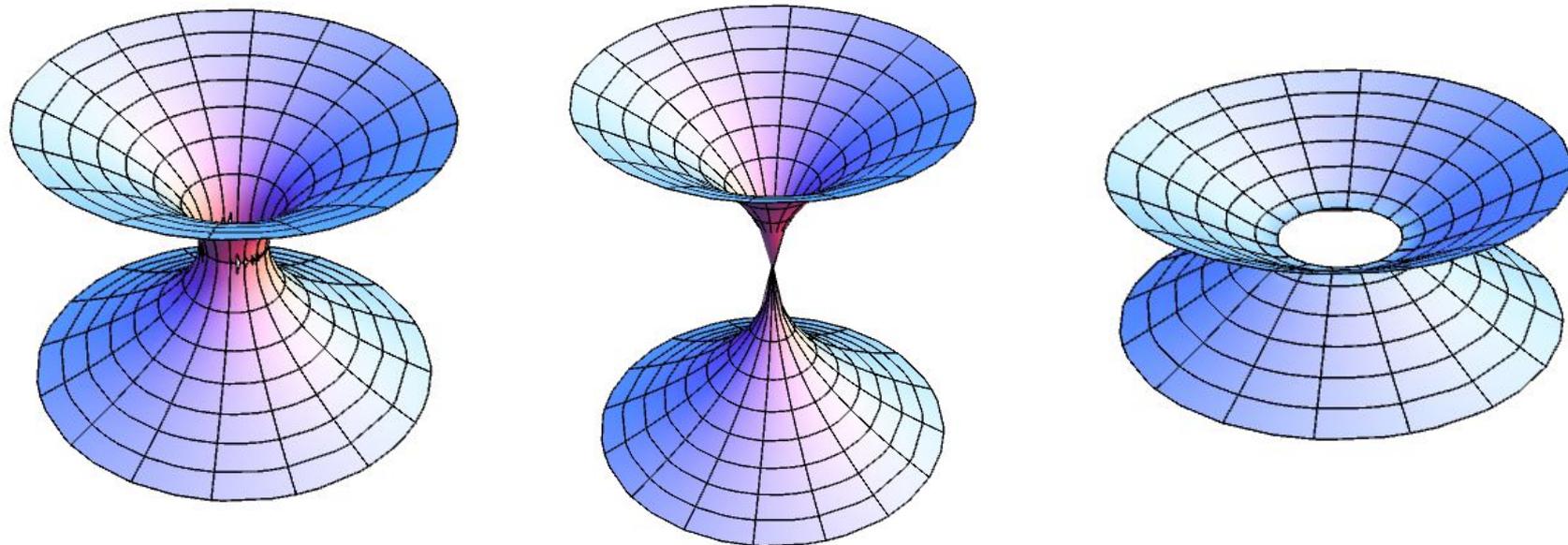
# Решение Шварцшильда как кротовая нора

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - r_g/r} + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2) - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2 dt^2.$$



- L. Flamm (1916)
- A. Einstein & N. Rosen (1935)

# Непроходимая «кротовая нора»

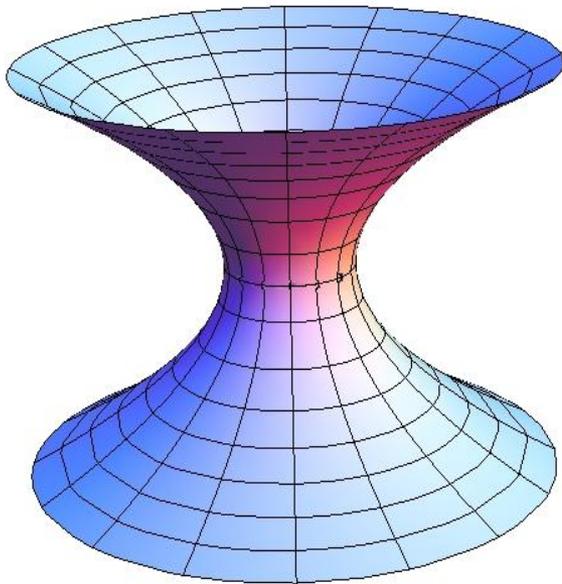


|         |          |              |         |             |         |         |
|---------|----------|--------------|---------|-------------|---------|---------|
|         |          |              |         |             |         |         |
| $r < 1$ | $r = -1$ | $-1 < r < 0$ | $r = 0$ | $1 < r < 0$ | $r = 1$ | $r > 1$ |

# Проходимые кротовые норы

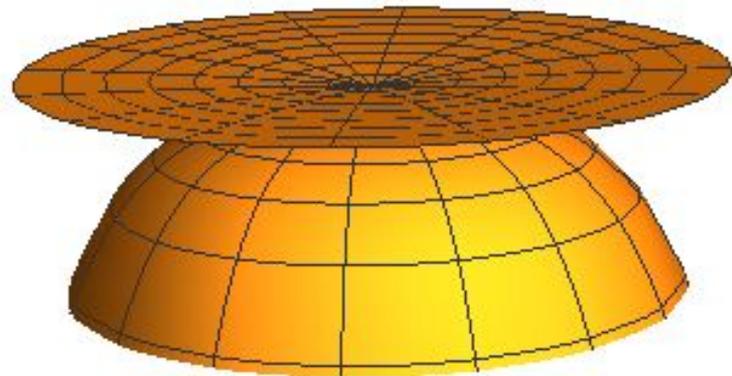
- Простейшая кротовая нора Торна—Морриса

- $ds^2 = dr^2 + (r^2 + a^2)(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) - c^2 dt^2$

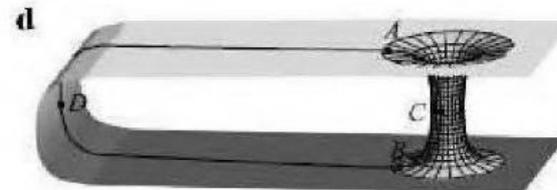
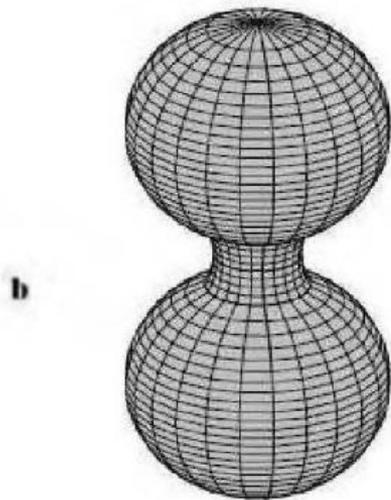
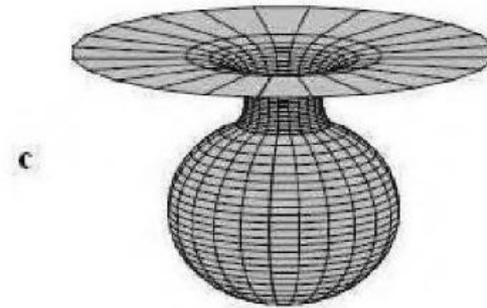
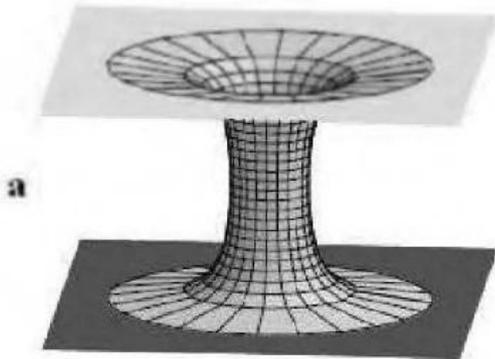


$$M = 0, \quad a = \mathcal{M}$$

$$ds^2 = e^{2M/\varrho} \left[ d\varrho^2 + \varrho^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi) \right] - e^{-2M/\varrho} dt^2, \quad (\mathcal{M} = M).$$

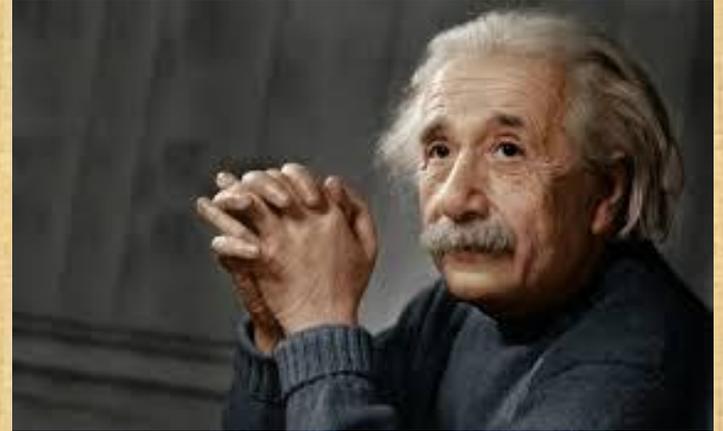


# Различные типы кротовых нор



# Как в принципе можно обнаружить кротовую нору

- наблюдение отдаленных областей Вселенной сквозь горловину ;
- специфические виды ускорения заряженных частиц и формы струй вещества за счет радиальных магнитных полей;
- особые характеристики орбит пробных тел вблизи устьев КН;
- (линзирование) вблизи КН.



Спасибо за внимание !