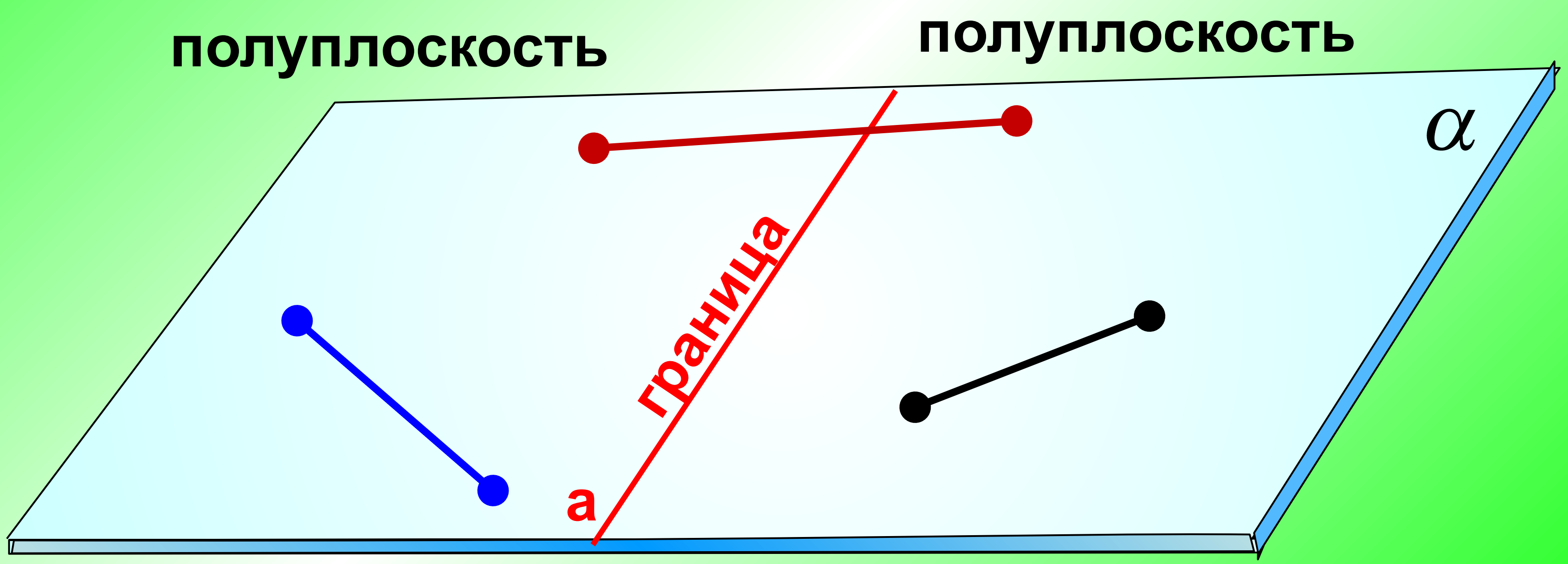
Углы с сонаправленными сторонами

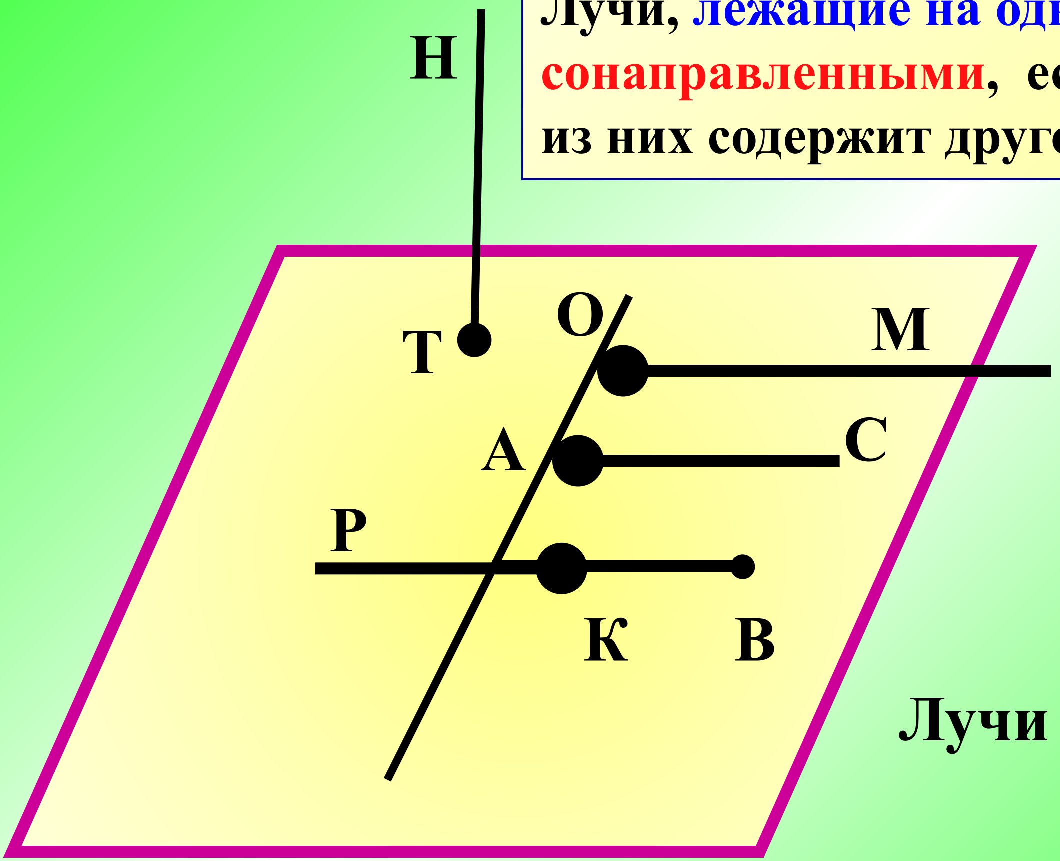
Любая прямая а, лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части, называемые полуплоскостями. Прямая а называется границей каждой из этих полуплоскостей.



Сонаправленные лучи

Два луча ОМ и АС, не лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они параллельны и лежат в одной полуплоскости с границей ОА

Лучи, лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они совпадают или один из них содержит другой



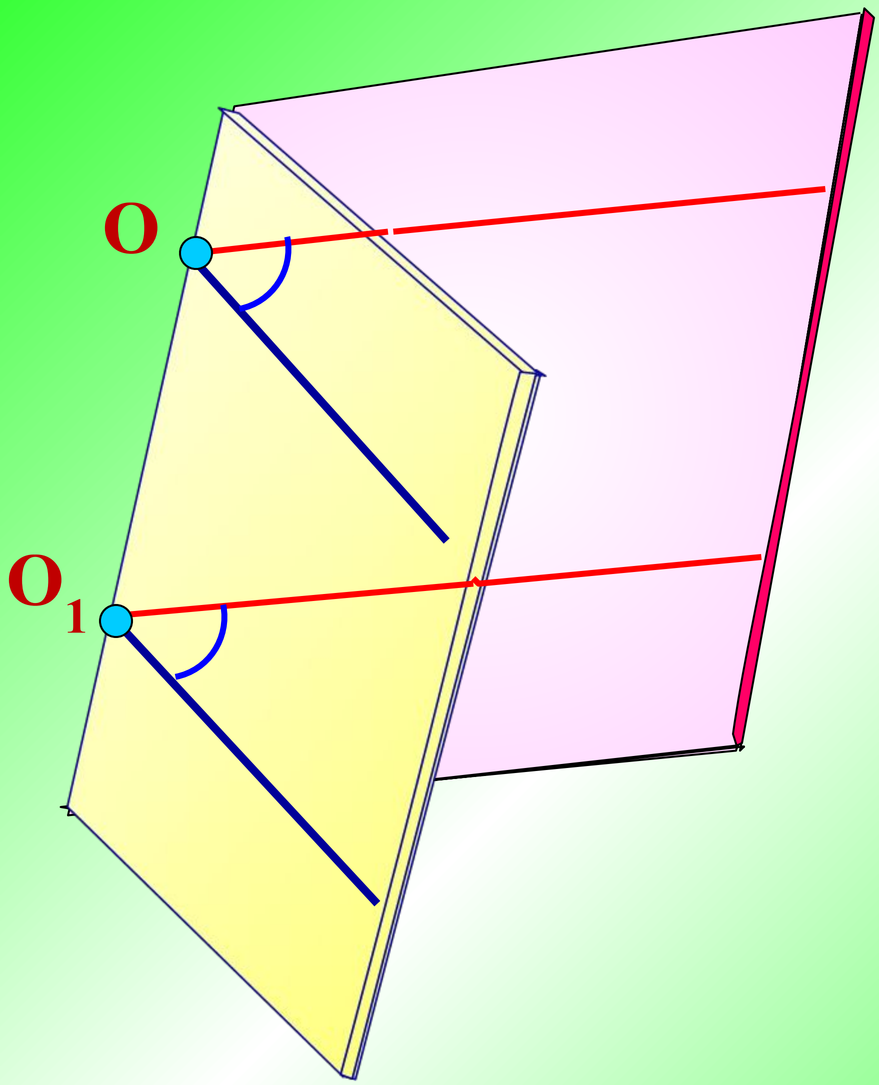
Лучи ОМ и АС – сонаправлены

Лучи ВР и КР – сонаправлены

Лучи КР и ОМ, АС и ТН – не являются сонаправленными

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны



Дано:

$\angle O$ и $\angle O_1$ с сонаправленными сторонами

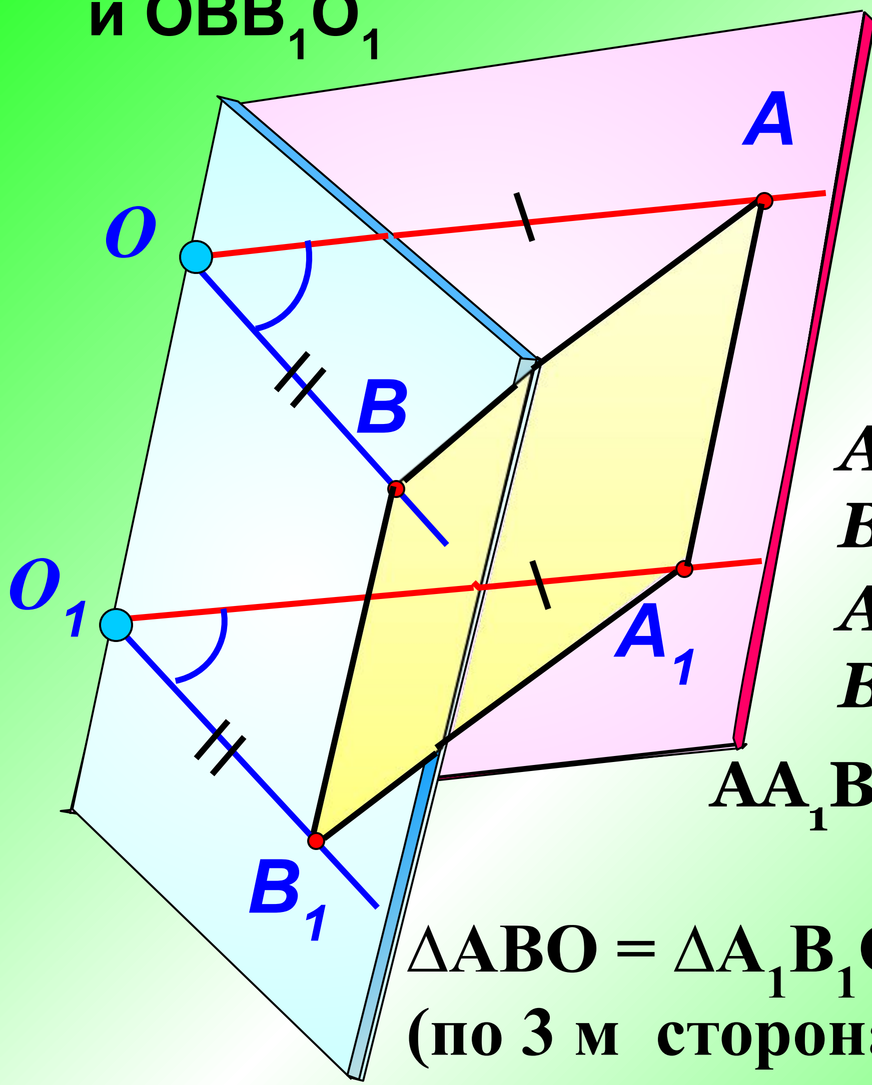
Доказать: $\angle O = \angle O_1$

Доказательство

Отметим точки A, B, A_1, B_1, такие что $OA=O_1A_1$ и $OB=O_1B_1$

Рассмотрим OAA_1O_1 $OA \parallel O_1A_1$ $OA = O_1A_1$ → OAA_1O_1–параллелограмм (по признаку).

и OBB_1O_1



Значит, $AA_1 \parallel OO_1$ и $AA_1 = OO_1$

Аналогично:

$BB_1 \parallel OO_1$ и $BB_1 = OO_1$.

$AA_1 \parallel OO_1$, $BB_1 \parallel OO_1$ → $AA_1 \parallel BB_1$

$AA_1 = OO_1$, $BB_1 = OO_1$ → $AA_1 = BB_1$

AA_1B_1B – параллелограмм

$\boxed{AB = A_1B_1}$

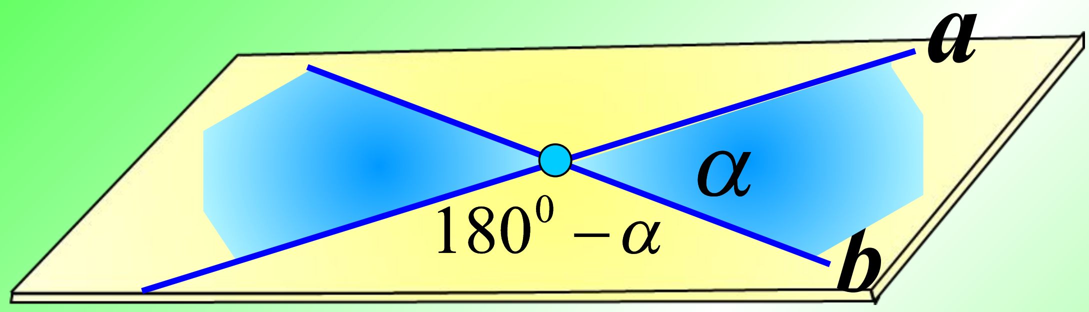
$\Delta ABO = \Delta A_1B_1O_1$ (по 3 м сторонам)

Вывод: $\angle O = \angle O_1$

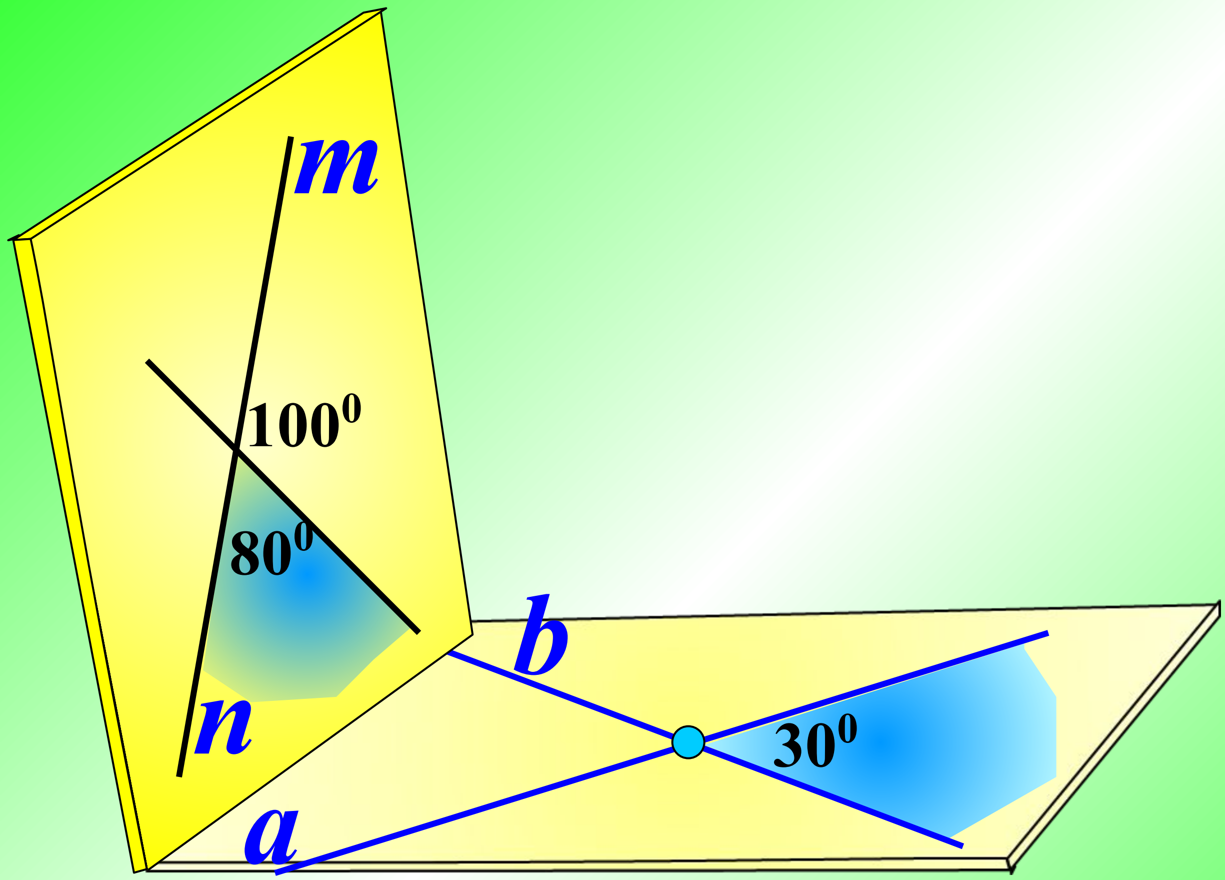
Угол между двумя прямыми в пространстве

Учитель Шендрикова А.В.

Угол между двумя прямыми



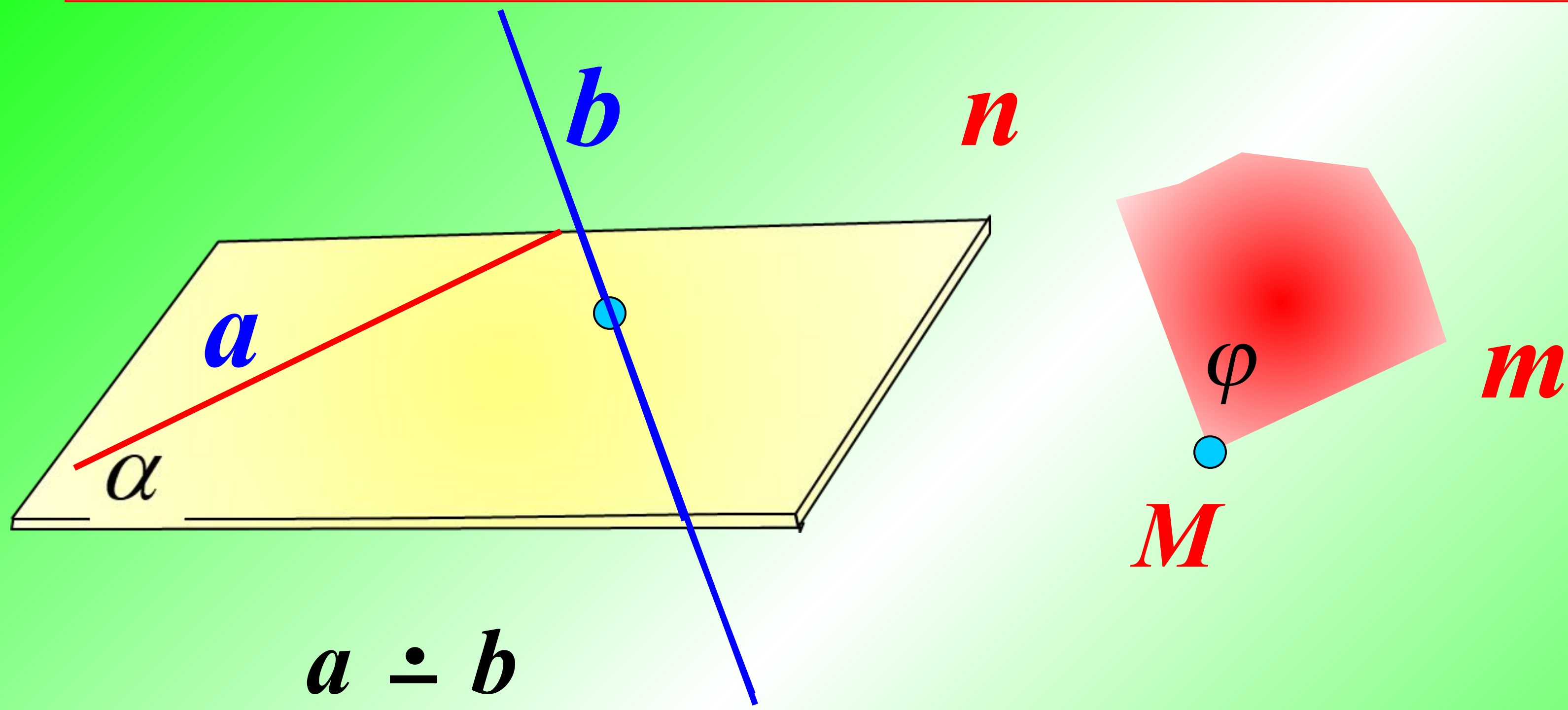
Пусть α - тот из углов, который не превосходит любого из трех остальных углов.
Тогда говорят, что угол между пересекающимися прямыми равен α .



Угол между прямыми *a* и *b* равен 30^0.

Угол между прямыми *m* и *n* равен 80^0.

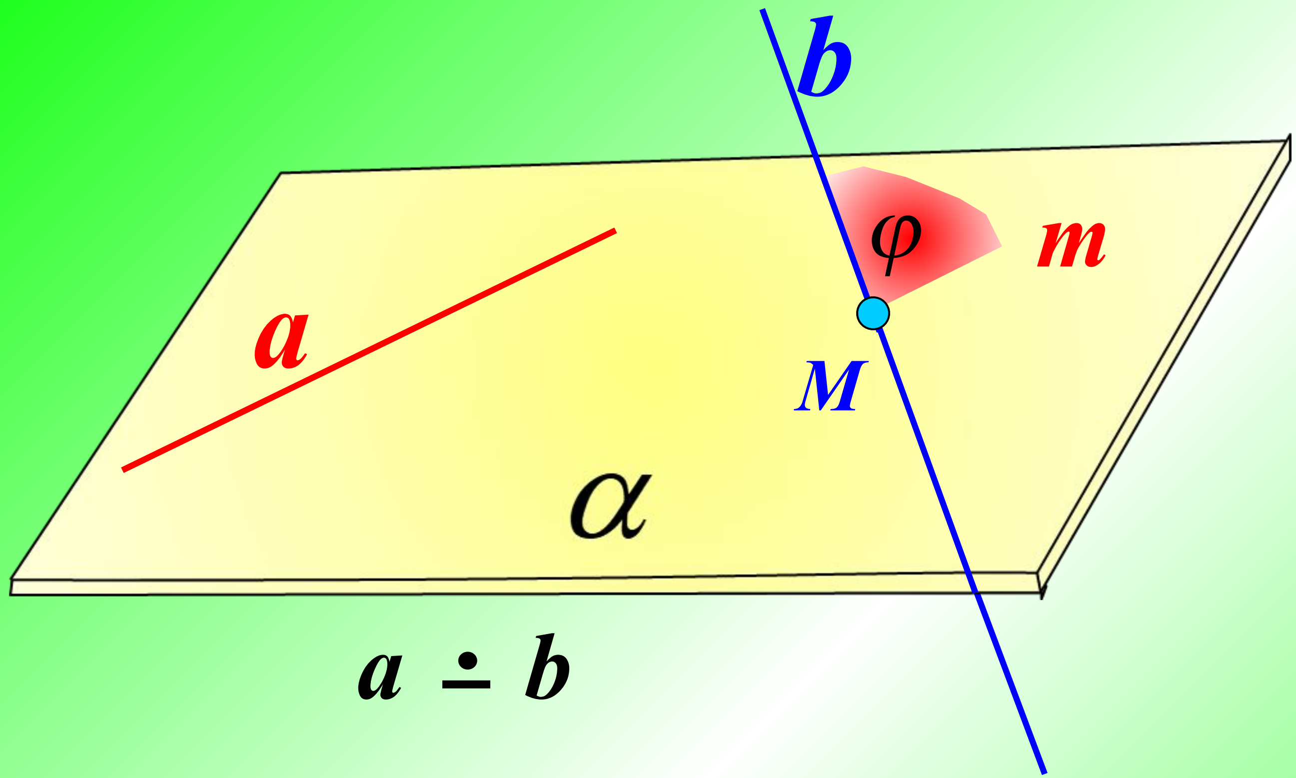
Угол между скрещивающимися прямыми



Через произвольную точку М проведем прямые m и n, соответственно параллельные прямым a и b.

Угол между скрещивающимися прямыми *a* и *b* равен *φ*

Угол между скрещивающимися прямыми

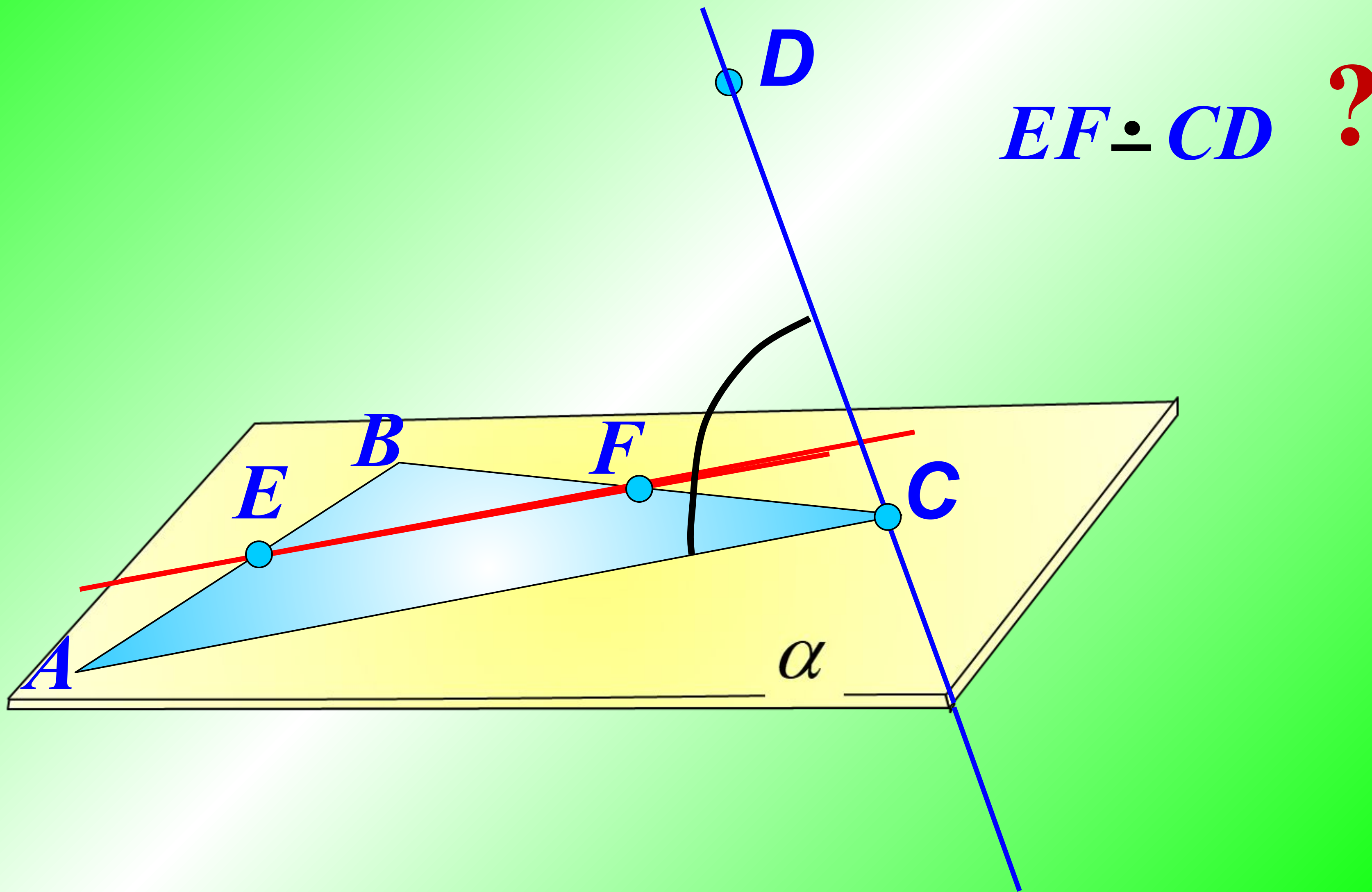


$a \dot{-} b$

Точку М можно выбрать произвольным образом.

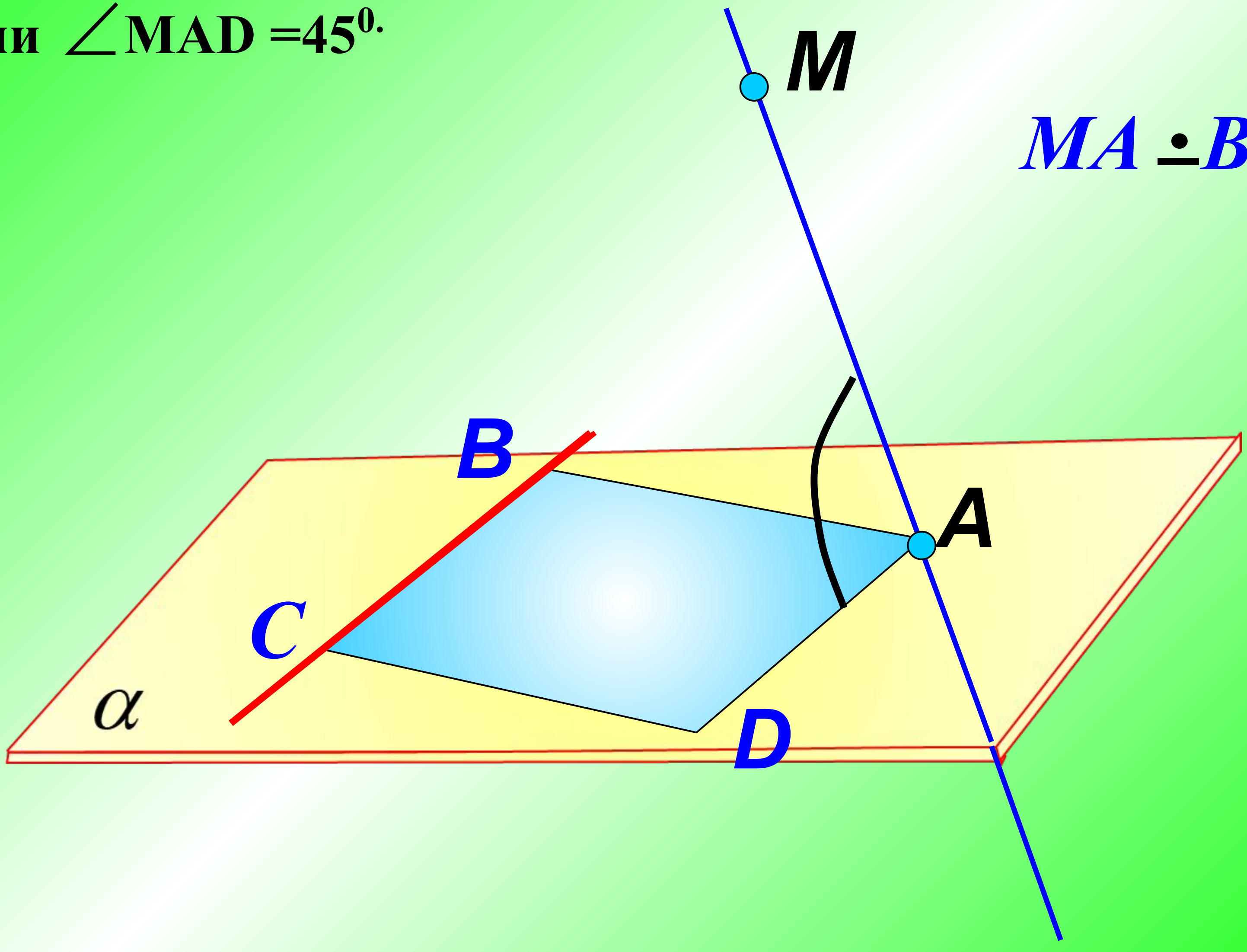
В качестве точки М удобно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC. E и F – середины отрезков AB и BC. Найдите угол между прямыми CD и EF, если $\angle$ DCA = 60^0



Прямая МА проходит через вершину квадрата ABCD и не лежит плоскости квадрата. Докажите, что МА и ВС – скрещивающиеся прямые.

Найдите угол между скрещивающимися прямыми МА и ВС, если $\angle$MAD =45^{0}.

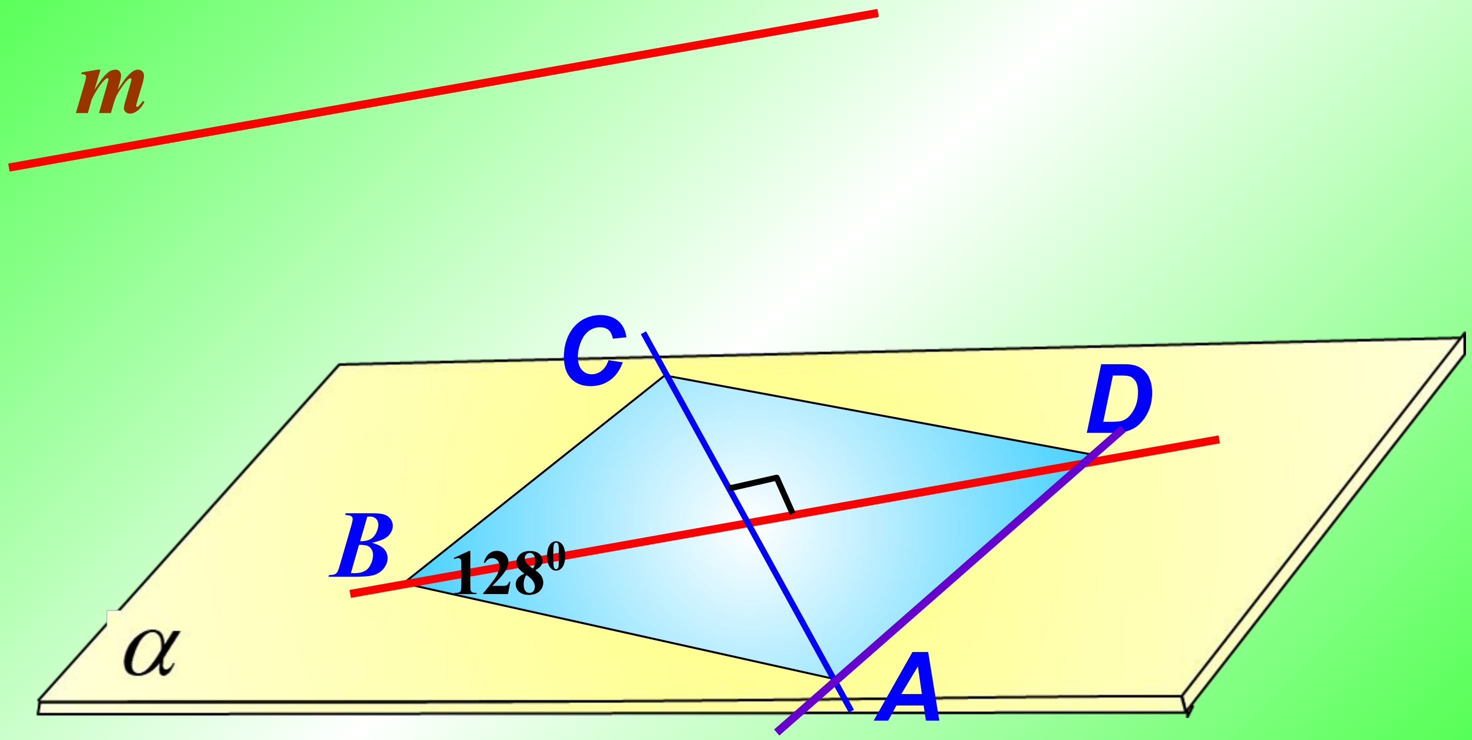


MA $\perp$ *BC* ?

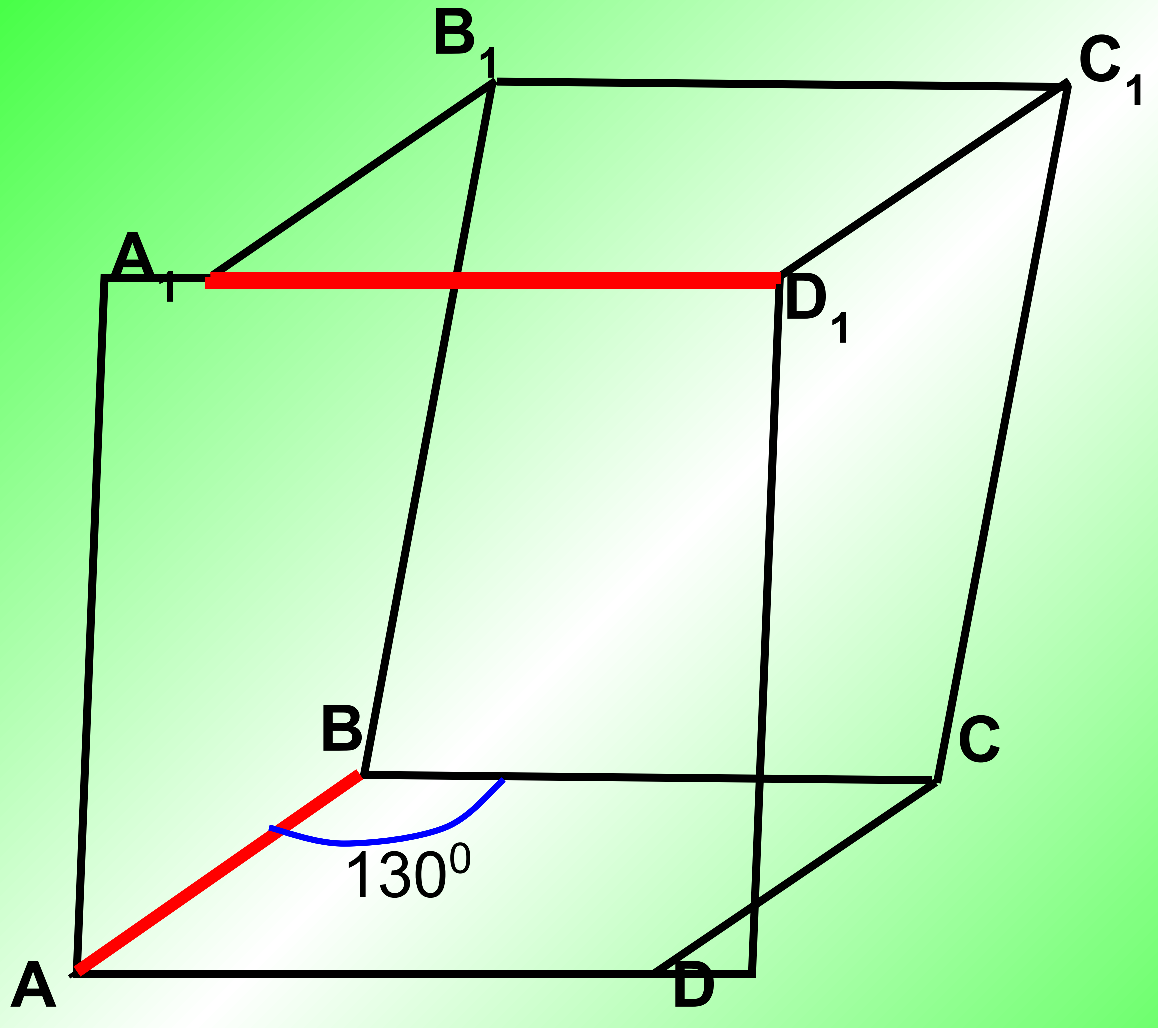
Прямая *m* параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что:

а) *m* и AC – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними;

б) *m* и AD – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними, если $\angle ABC = 128^0$.



На рисунке ABCD – параллелограмм, $\angle ABC = 130^0$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Найдите угол между прямыми AB и A_1D_1. Рассмотрите различные способы.



На рисунке ABCD – параллелограмм, $\angle BCC_1 = 120^0$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Найдите угол между прямыми BB_1 и AD.