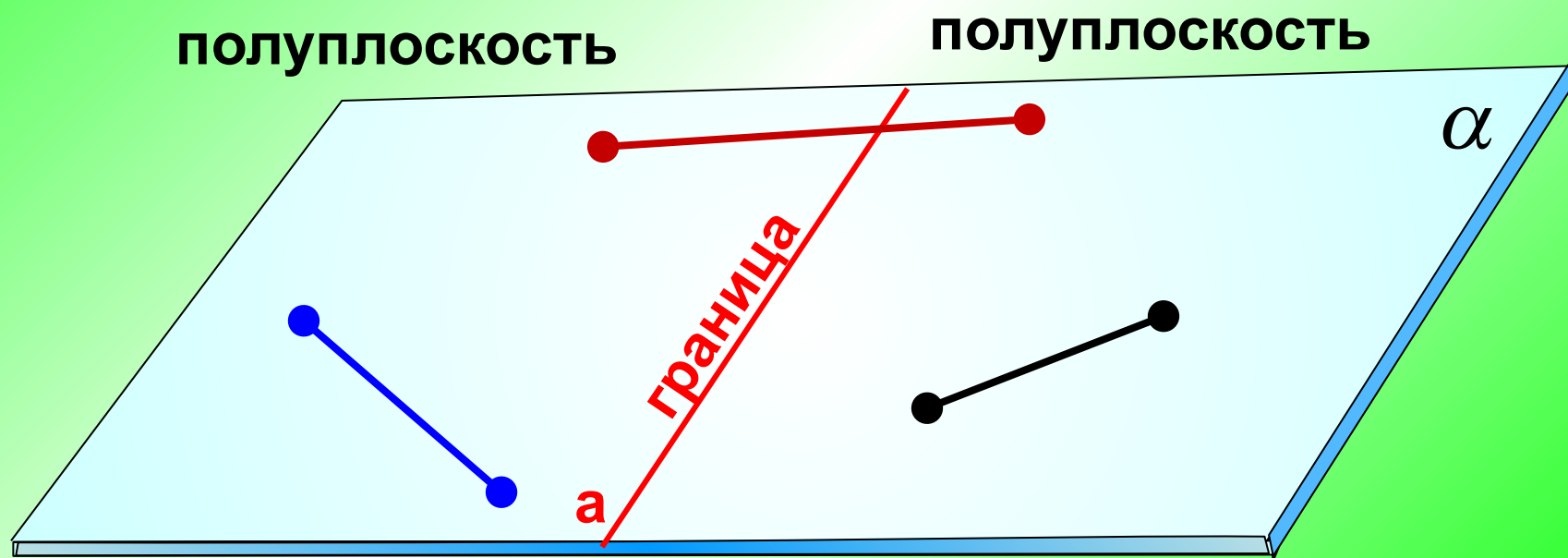


*Углы с
сонаправленными
сторонами*

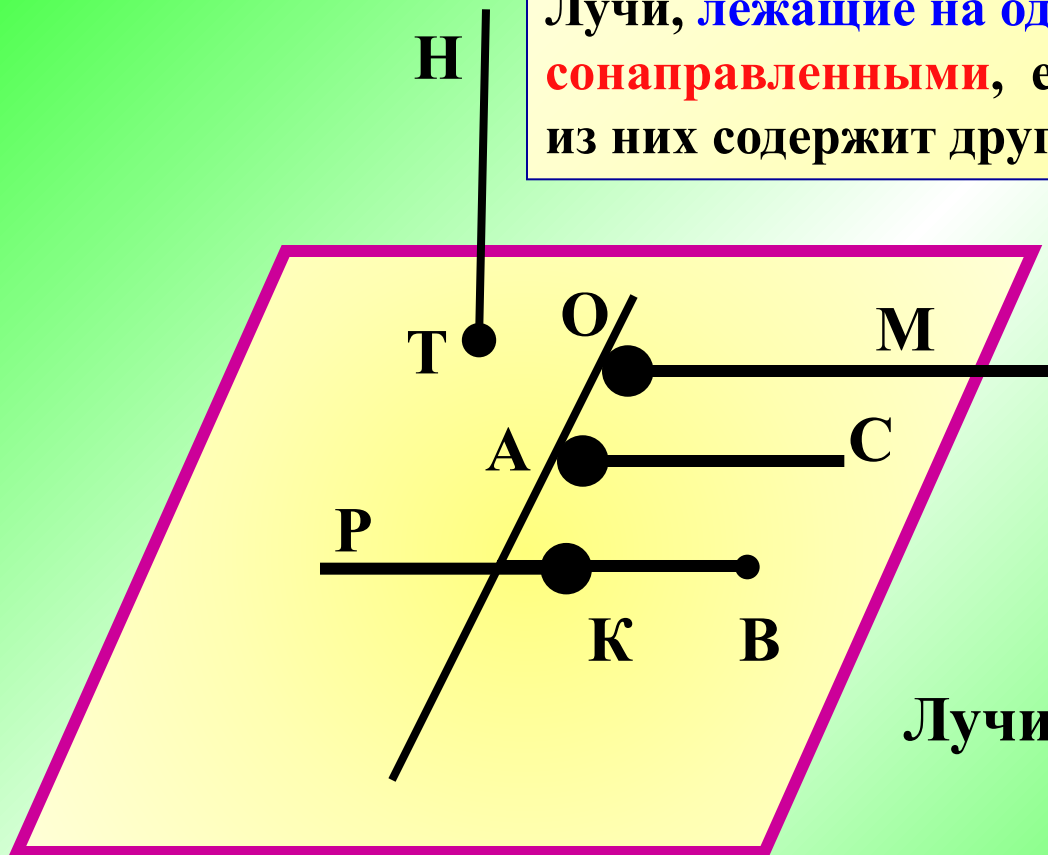
Любая прямая a , лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части, называемые полуплоскостями. Прямая a называется границей каждой из этих полуплоскостей.



Сонаправленные лучи

Два луча OM и AC , не лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если они параллельны и лежат в одной полуплоскости с границей OA

Лучи, лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если они совпадают или один из них содержит другой



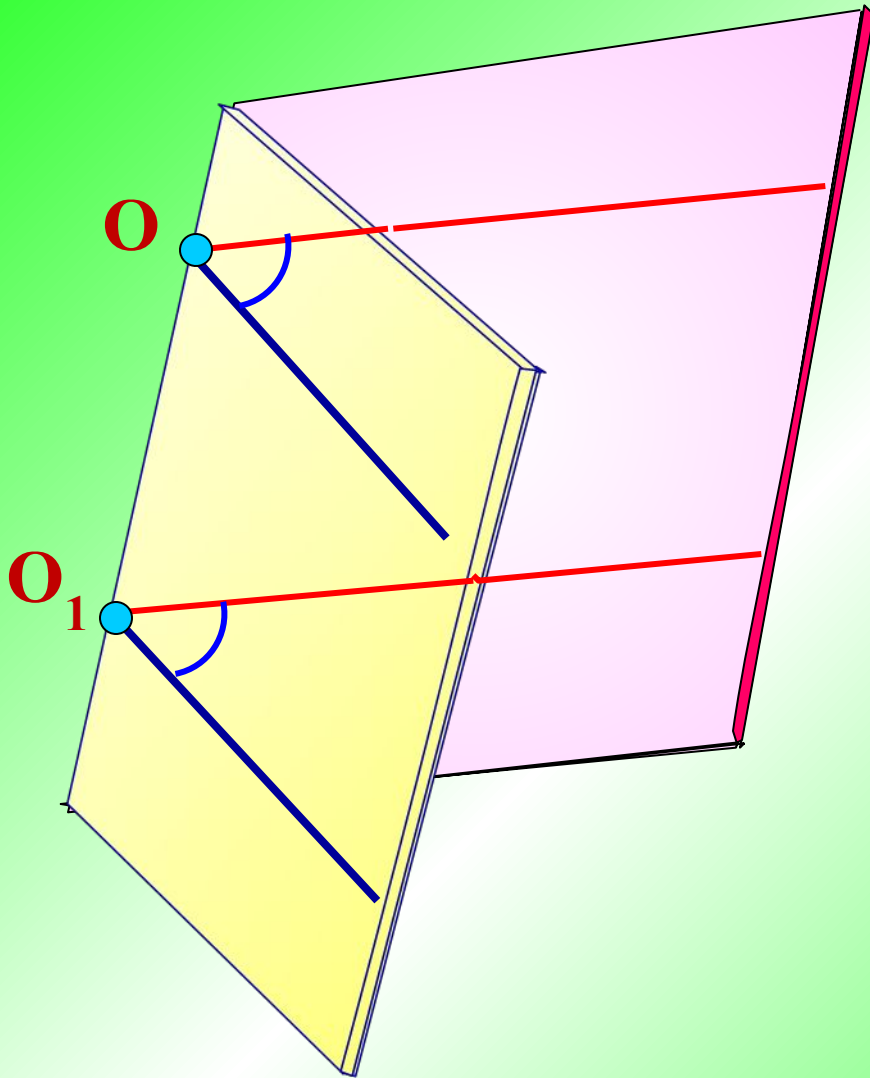
Лучи OM и AC –
сонаправлены

Лучи BP и KP –
сонаправлены

Лучи KP и OM , AC и TH –
не являются
сонаправленными

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены,
то такие углы равны



Дано:

$\angle O$ и $\angle O_1$ с
сонаправленными
сторонами

Доказать: $\angle O =$
 $\angle O_1$

Доказательство

Отметим точки A, B, A_1, B_1 , такие что $OA = O_1A_1$ и $OB = O_1B_1$

Рассмотрим OAA_1O_1 $OA \parallel O_1A_1$ $OA = O_1A_1 \implies$
и OBV_1O_1 $OB \parallel O_1B_1$ $OB = O_1B_1 \implies$
 OAA_1O_1 – параллелограмм
(по признаку).

Значит, $AA_1 \parallel OO_1$ и $AA_1 = OO_1$

Аналогично:

$BB_1 \parallel OO_1$ и $BB_1 = OO_1$.

$AA_1 \parallel OO_1 \implies AA_1 \parallel BB_1$

$BB_1 \parallel OO_1,$

$AA_1 = OO_1 \implies AA_1 = BB_1$

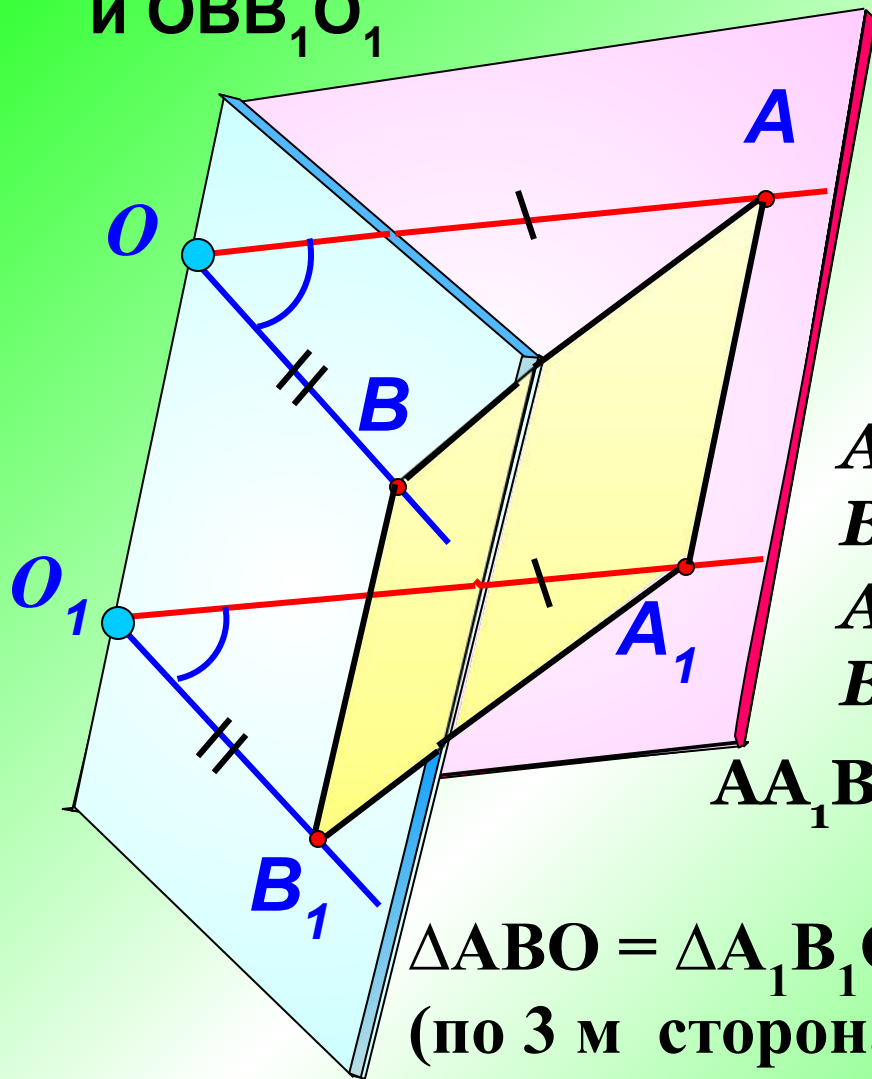
$BB_1 = OO_1,$

AA_1B_1B – параллелограмм

$$AB = A_1B_1$$

$\triangle ABO = \triangle A_1B_1O_1$
(по 3 м сторонам)

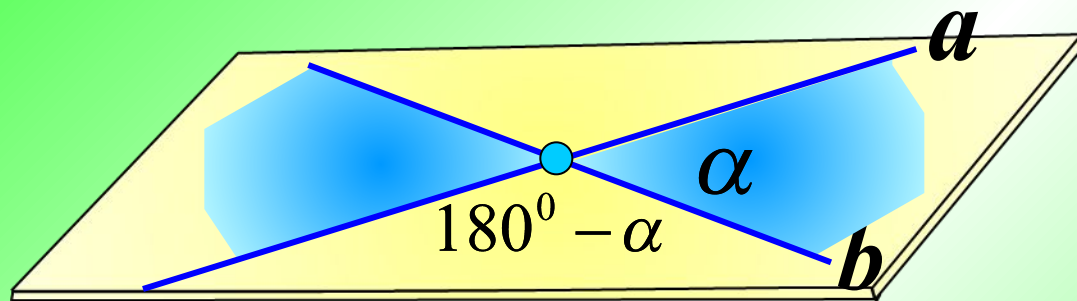
Вывод: $\angle O = \angle O_1$



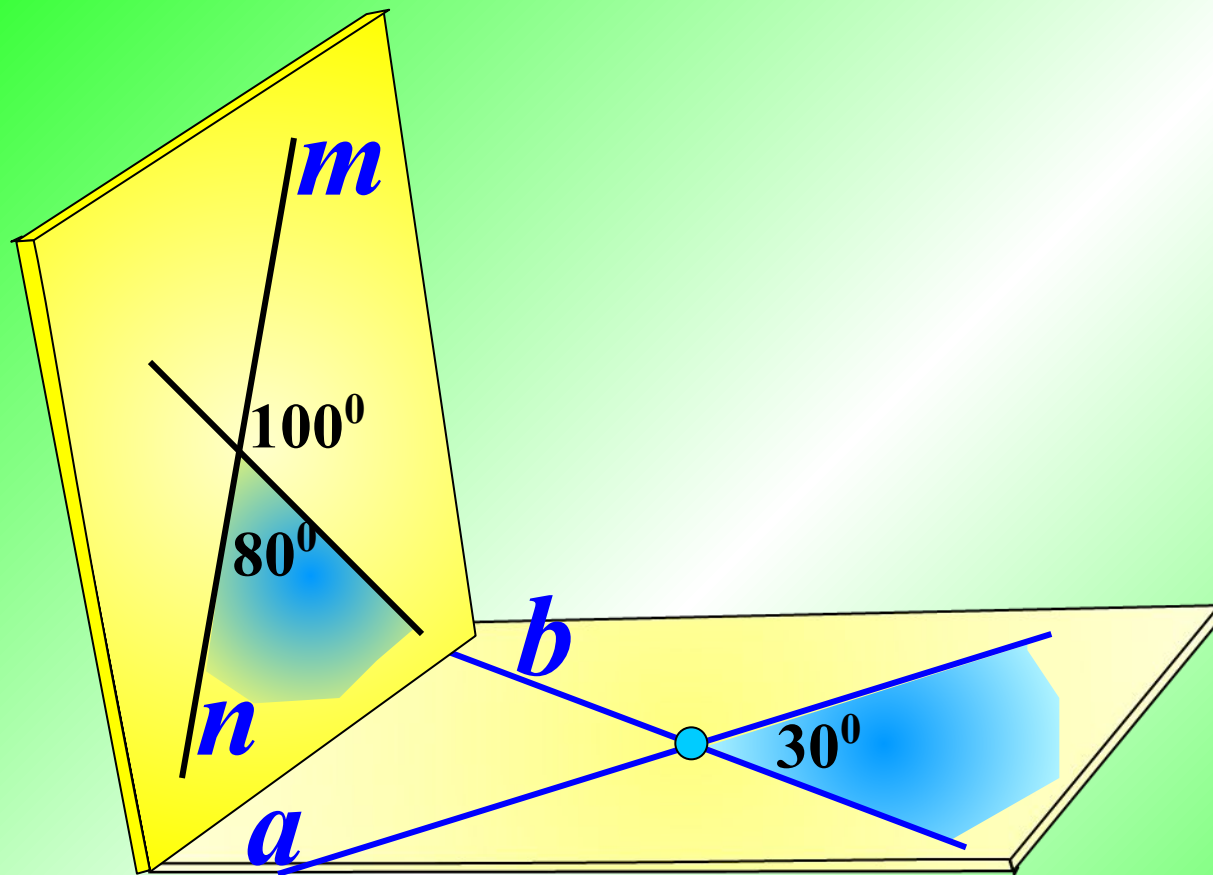
*Угол
между двумя прямыми в
пространстве*

Учитель Шендрикова А.В.

Угол между двумя прямыми



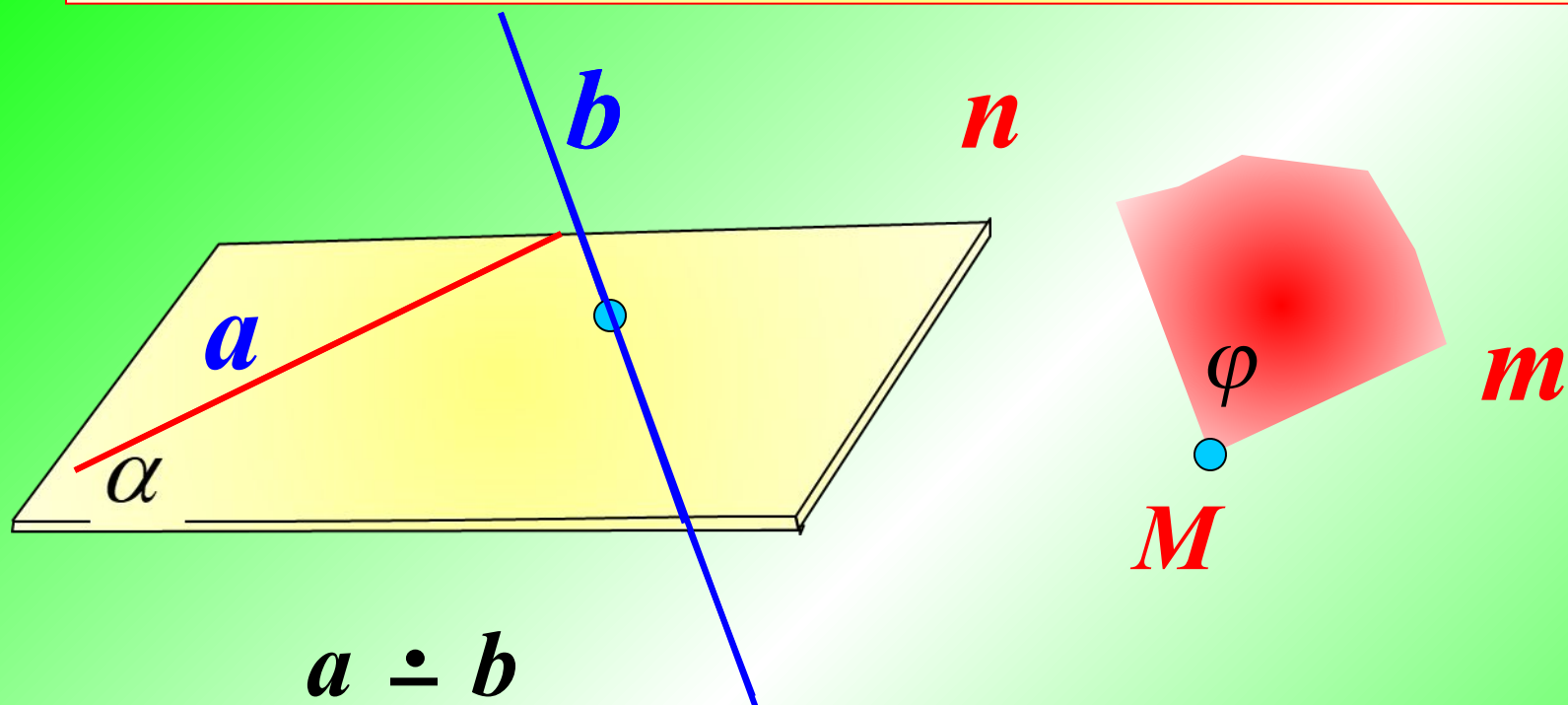
Пусть α - тот из углов, который не превосходит
любого из трех остальных углов.
Тогда говорят, что угол между пересекающимися
прямыми равен α .



Угол между прямыми a и b равен 30° .

Угол между прямыми m и n равен 80° .

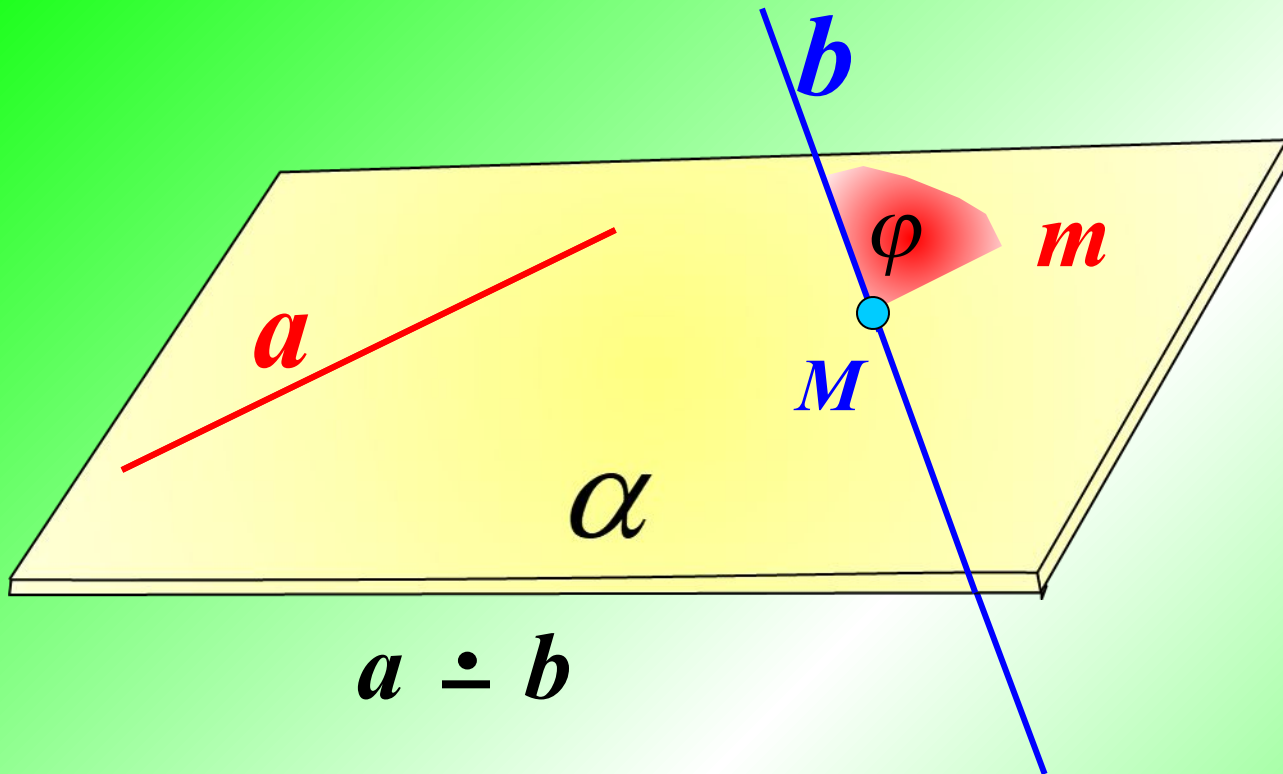
Угол между скрещивающимися прямыми



Через произвольную точку M проведем прямые m и n , соответственно параллельные прямым a и b .

Угол между скрещивающимися прямыми a и b равен φ

Угол между скрещивающимися прямыми

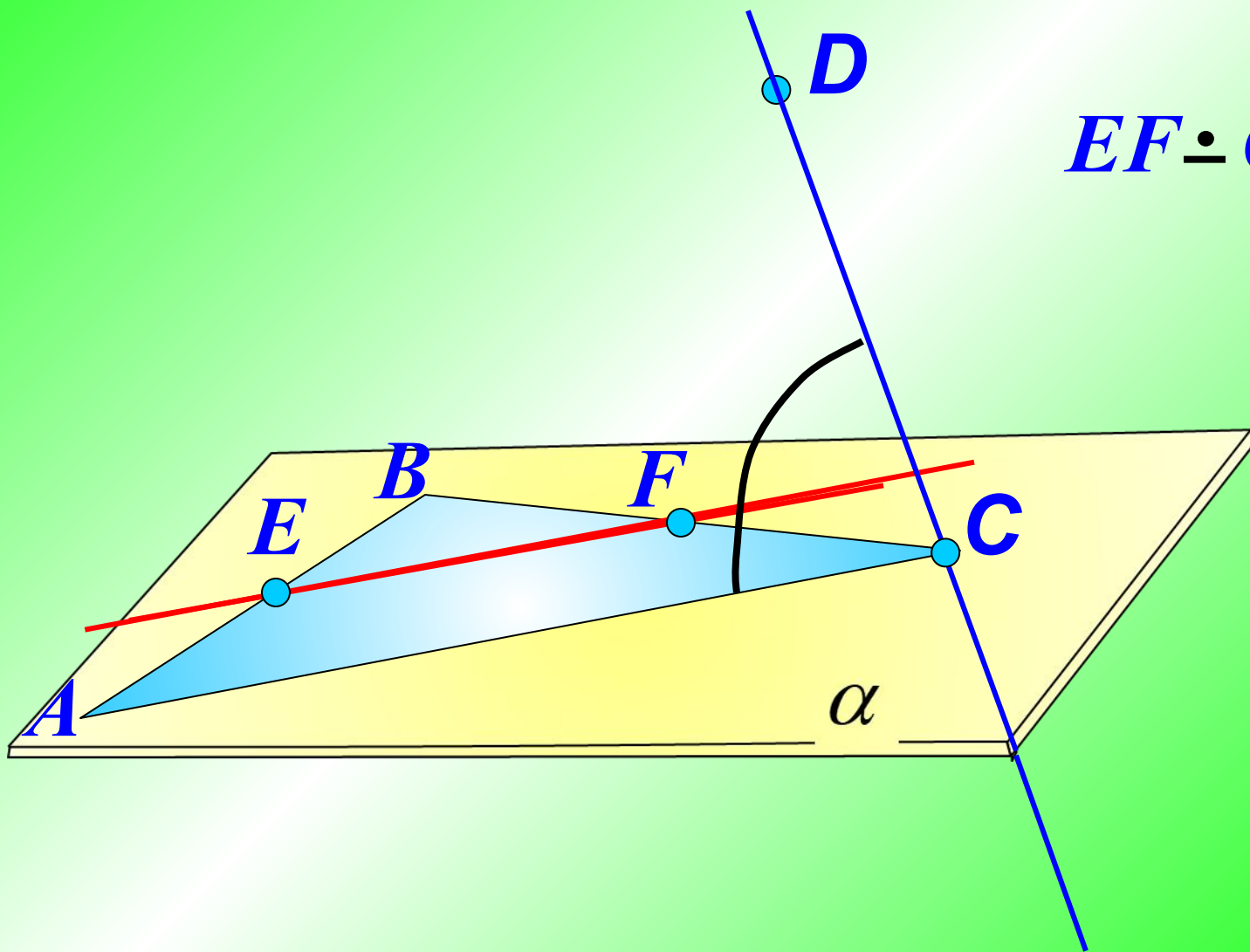


Точку M можно выбрать произвольным образом.

В качестве точки M удобно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC . E и F – середины отрезков AB и BC . Найдите угол между прямыми CD и EF , если $\angle DCA = 60^\circ$

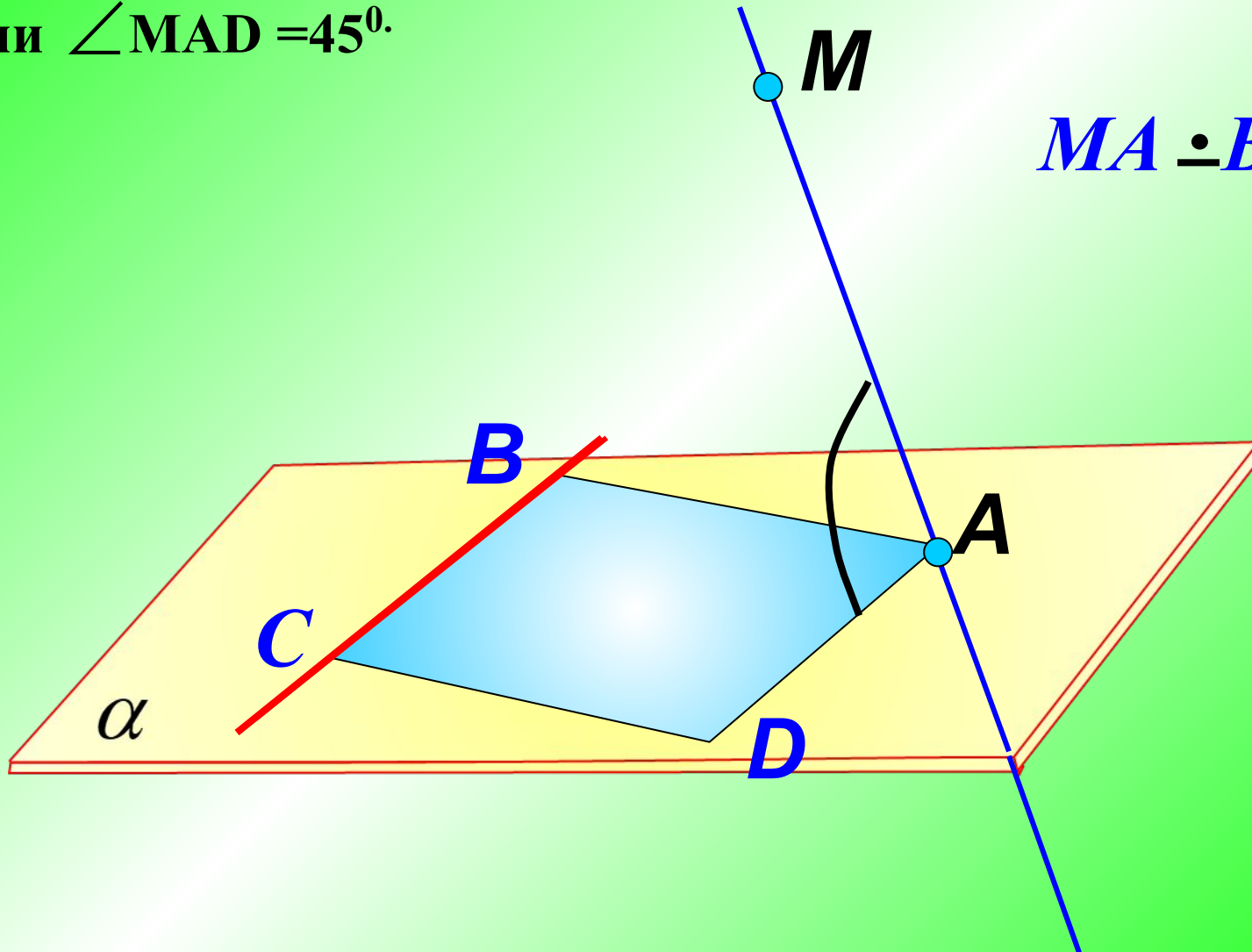
$EF \perp CD$?



Прямая MA проходит через вершину квадрата $ABCD$ и не лежит плоскости квадрата. Докажите, что MA и BC – скрещивающиеся прямые.

Найдите угол между скрещивающимися прямыми MA и BC , если $\angle MAD = 45^\circ$.

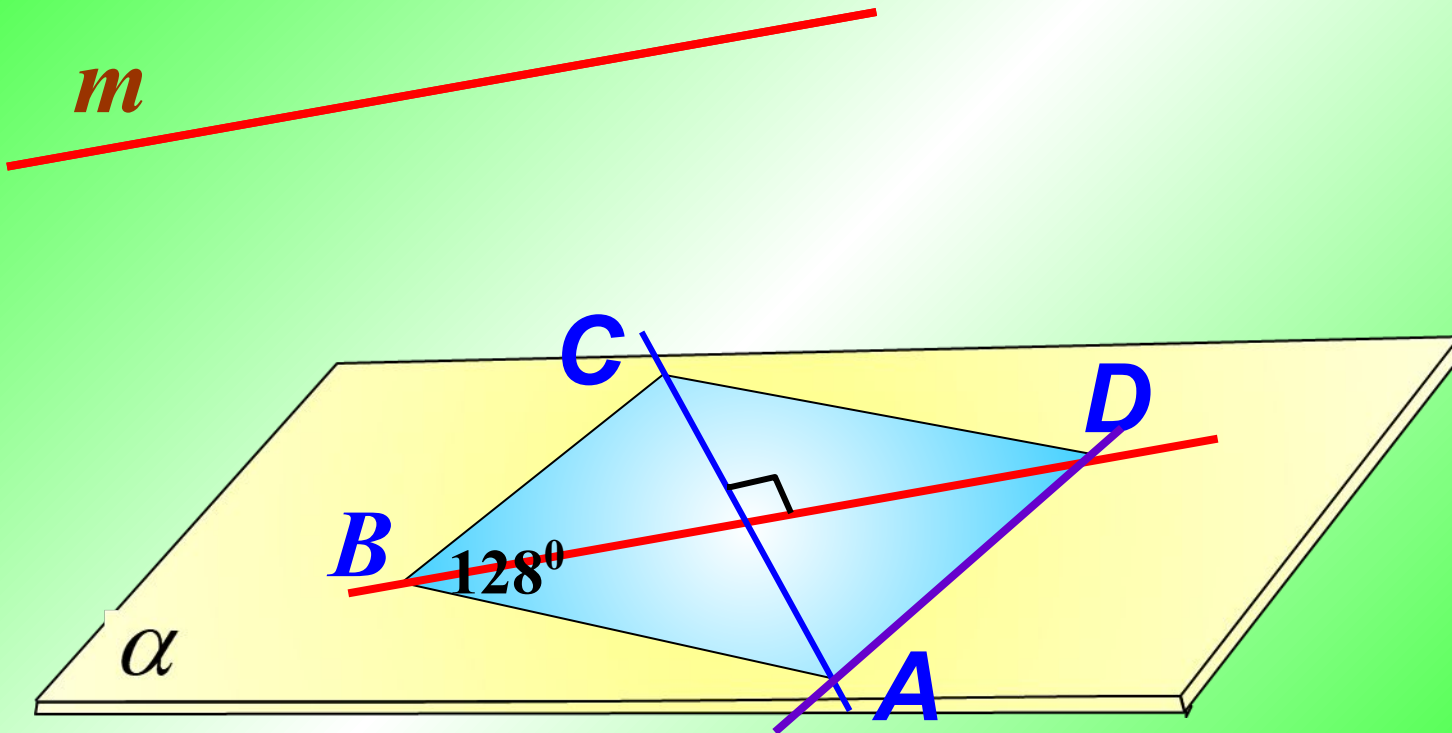
$MA \perp BC$?



Прямая m параллельна диагонали BD ромба $ABCD$ и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что:

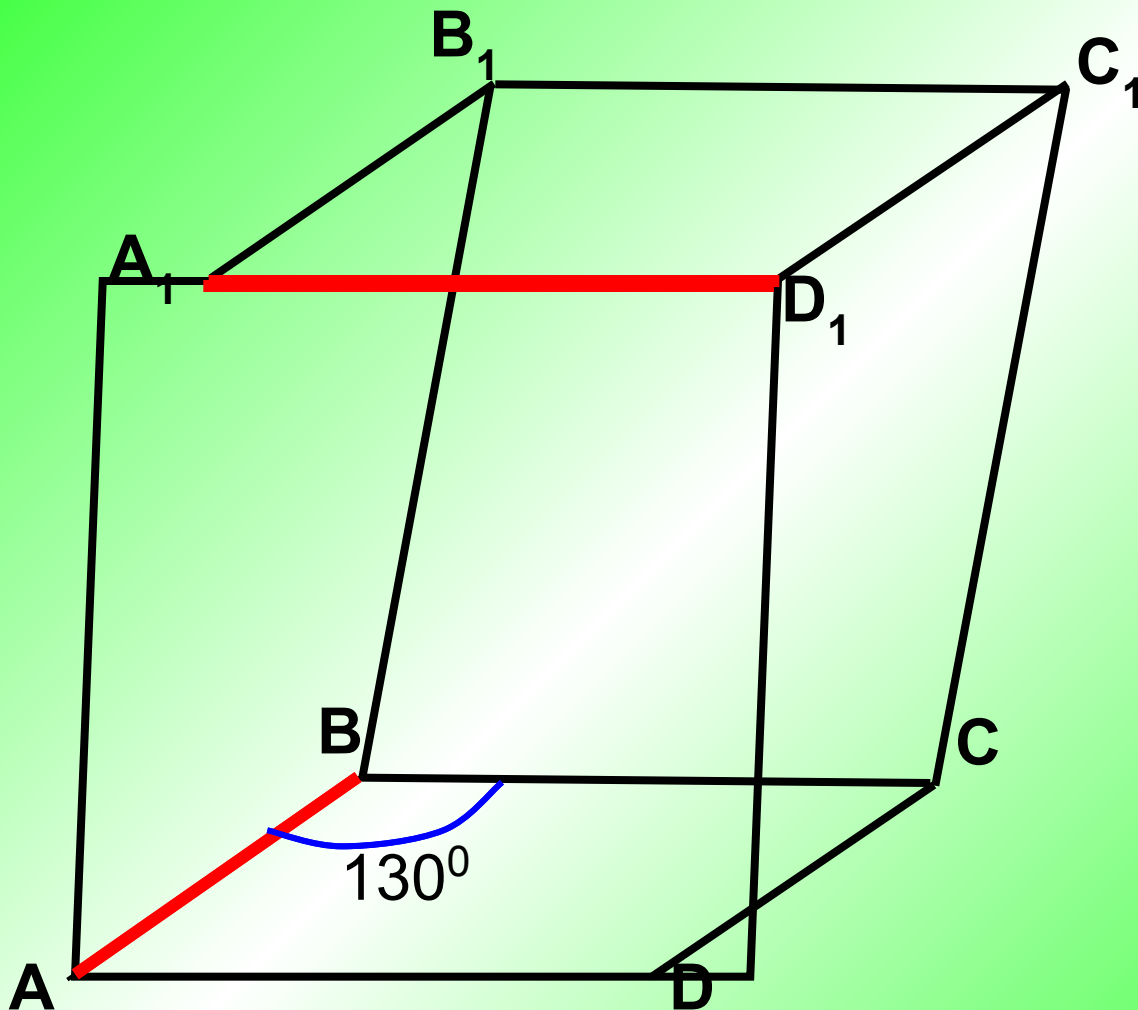
а) m и AC – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними;

б) m и AD – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними, если $\angle ABC = 128^\circ$.



На рисунке $ABCD$ – параллелограмм, $\angle ABC = 130^\circ$,
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$.
Найдите угол между прямыми AB и A_1D_1 .

Рассмотрите различные способы.



На рисунке $ABCD$ – параллелограмм, $\angle BCC_1 = 120^\circ$,
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$.
Найдите угол между прямыми BB_1 и AD .

