

**Тема
урока**

*Системы уравнений с двумя
переменными*

9 класс

1. Анализ д/з Зив 4

Задание 1. Решить

1. уравнения:

$$2x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$2(x^3 + 1) + 3x(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(2x^2 - 2x + 2 + 3x) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ 2x^2 + x + 2 = 0 \text{ нет корней} \end{cases}$$

Ответ: -1

$$2. \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+2} = 1$$

О.Д.З $x \neq 1; x \neq -2$

$$x + 2 - 2x + 2 = x^2 + x - 2$$

$$x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{7}$$

Ответ: $-1 - \sqrt{7}; -1 + \sqrt{7}$

$$3. \quad 7\left(2x + \frac{1}{2x}\right) - 2\left(4x^2 + \frac{1}{4x^2}\right) = 9$$

О.Д.З

$x \neq 0$

$$\text{Пусть } 2x + \frac{1}{2x} = t, \quad \left(4x^2 + \frac{1}{4x^2}\right) = t^2 - 2$$

$$\text{имеем } 7t - 2(t^2 - 2) = 9$$

$$2t^2 - 7t + 5 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = 2,5 \end{cases} \quad \text{Вернемся к исходной переменной}$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{2x} = 1 \\ 2x + \frac{1}{2x} = \frac{5}{2} \end{cases}; \quad \begin{cases} 4x^2 - 2x + 1 = 0 \\ 4x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{нет решения} \\ x = 1 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ : 1; 0,25

О.Д.З $x \neq 3; x \neq -3$

$$4. \quad \frac{x+3}{3-x} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{3}{9-x^2}$$

$$\frac{x+3}{3-x} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{3}{9-x^2}$$

$$x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = 3$$

$$12x = 3$$

$$x = \frac{1}{4} \quad \text{Ответ : } 0,25$$

5. При каких значениях параметра **a**
уравнение имеет

единственное решение?

$$(a-3)x^2 + (a+12)x + a + 21 = 0$$

5. При каких значениях параметра **a**

уравнение имеет $(a-3)x^2 + (a+12)x + a + 21 = 0$

единственное решение?

Если **$a-3=0$** , т.е. **$a=3$** , то уравнение линейное

$$15x + 3 + 21 = 0$$

$$15x = -24$$

$$x = -1,6$$

Если **$a-3 \neq 0$** , т.е. **$a \neq 3$** , то уравнение

квадратное и имеет единственное решение

$$D = (a+12)^2 - 4 \cdot (a-3)(a+21) =$$

$$= a^2 + 24a + 144 - 4(a^2 + 18a - 63) =$$

$$= -3a^2 - 48a - 396 = 0$$

$$a^2 + 16a - 132 = 0$$

$$\begin{cases} a = -22 \\ a = 6 \end{cases}$$

Ответ: **$a=3$** ; **$a=-22$** ;

$a=6$

2. Самостоятельная работа

1 вариант

$$1. 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$$

$$2. x^3 - 8x - 9 = 0$$

$$3. (x-2)(x+1)(x+4)(x+7) = 63$$

2 вариант

$$1. -11\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = -8$$

$$2. x^3 - 8x^2 + 7 = 0$$

$$3. \left(1 + \frac{2}{x}\right)\left(1 + \frac{3}{x}\right)(x+4)(x+6) = 12$$

3. Системы нелинейных уравнений с двумя неизвестными

Если рассматриваются два уравнения с двумя

переменными и ставится задача найти все пары чисел

$(a; b)$ таких, что при подстановке их в эти уравнения

$$\begin{cases} f_1(x, y) = \varphi_1(x, y) \\ f_2(x, y) = \varphi_2(x, y) \end{cases}$$

получаются верные равенства, то говорят, что задана

Решить систему уравнений – значит найти множество всех пар чисел (a, b) , таких, что при подстановке числа a вместо x и числа b вместо y получаются верные числовые равенства

Две системы уравнений называются равносильными, если их решения совпадают.

Методы решения систем уравнений :

- *метод подстановки;*
- *метод алгебраического сложения;*
- *метод замены переменной;*
- *метод разложения на множители.*

• метод

подстановки:

$$\begin{cases} 2x^2 + y = 4 \\ x^4 + y^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4 - 2x^2 \\ x^4 + (4 - 2x^2)^2 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 + 16 - 16x^2 + 4x^2 = 16 \\ 5x^4 - 16x^2 = 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x_{1,2} = \pm \frac{4}{\sqrt{5}} \end{array} \right. \end{cases}$$

Отве

т:

$$\begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 4 \\ x = 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{12}{5} \\ x = \frac{4}{\sqrt{5}} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{12}{5} \\ x = -\frac{4}{\sqrt{5}} \end{array} \right. \end{cases}$$

• метод алгебраического сложения:

$$\begin{cases} (x-y)^3 = 1 \\ x^2 - x^2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x^2 - x^2y = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = x-1 \\ x^2 - x^2(x-1) = 1 \end{cases};$$

$$+ \begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 3xy^2 = -2 \\ x^2 - x^2y = 1 \quad | \cdot 3 \end{cases}$$

$$x^3 - y^3 + 3xy^2 - 3x^2y = 1$$

$$(x-y)^3 = 1$$

$$x^2 - x^3 + x^2 = 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2 - x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

• **метод алгебраического**

сложения:

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - x^2(x-1) = 1 \end{cases}$$

Отве

т:

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ y = x - 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - x^3 + x^2 = 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2 - x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

• *метод замены
переменной:*

$$\begin{cases} x + xy + y = 11 \\ x^2 y + y^2 x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + xy = 11 \\ xy(x + y) = 30 \end{cases}$$

*Пусть $x + y = u$
тогда: $xy = v$*

$$\begin{cases} u + v = 11 \\ uv = 30 \end{cases}$$

Подбор

М:

$$\begin{cases} u = 5 \\ v = 6 \\ u = 6 \\ v = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \\ x + y = 6 \\ xy = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ x = 2 \\ y = 3 \\ x = 5 \\ y = 1 \\ x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$$

*Ответ: (2;3) (3;2) (1;5)
(5;1)*

• метод разложения на

множитель $(x - y)(x^2 - 3xy + 2y^2) = 0$

$$\begin{cases} (x - y)(x^2 - 3xy + 2y^2) = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ 2x^2 = 10 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3y \pm \sqrt{9y^2 - 8y^2}}{2} = \frac{3y \pm y}{2}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = y \end{cases}$$

• метод разложения на

множители:

$$\begin{cases} x = y \\ 2x^2 = 10 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3y \pm \sqrt{9y^2 - 8y^2}}{2} = \frac{3y \pm y}{2}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ 2x^2 = 10 \\ x = 2y \\ 4y^2 + y^2 = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y \\ x = \pm\sqrt{5} \\ x = 2y \\ y = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Отве

$$(\sqrt{5}; \sqrt{5}) (-\sqrt{5}; -\sqrt{5}) (\sqrt{2}; 2\sqrt{2}) (-\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$$

3. Самостоятельная работа

- Галицкий 9.116 – 9.120

1 вариант **а и в**

2 вариант **б и г**



4. Домашнее задание

- Галицкий 9.121 – 9.123

1 вариант **а и в**

2 вариант **б и г**