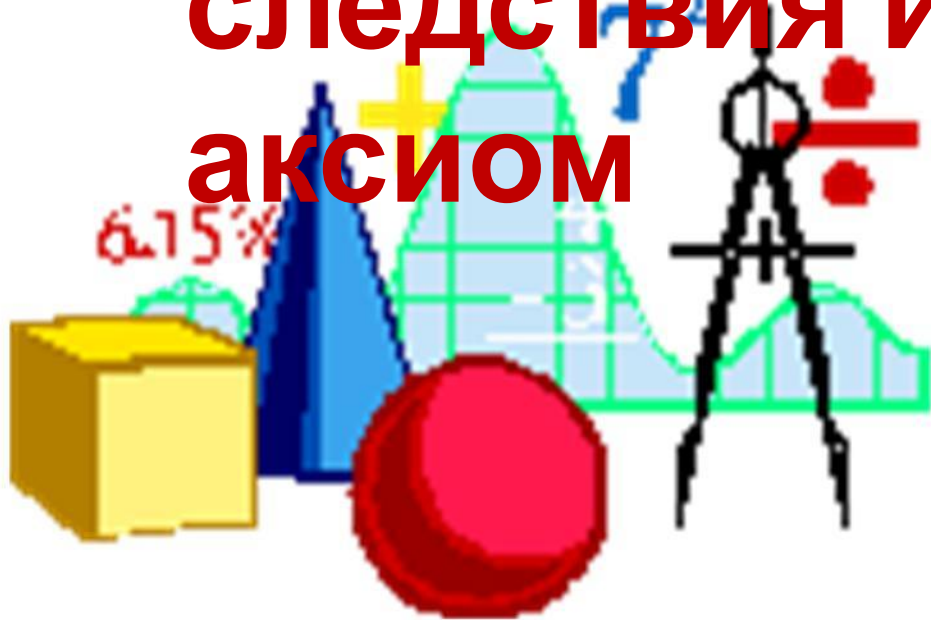


# Аксиомы стереометрии, следствия из аксиом



Если теорему так и не смогли доказать, она становится аксиомой.

Евклид

*Урок № 1*

# Геометрия

```
graph TD; A[Геометрия] --> B[Планиметрия]; A --> C[Стереометрия];
```

## Планиметрия

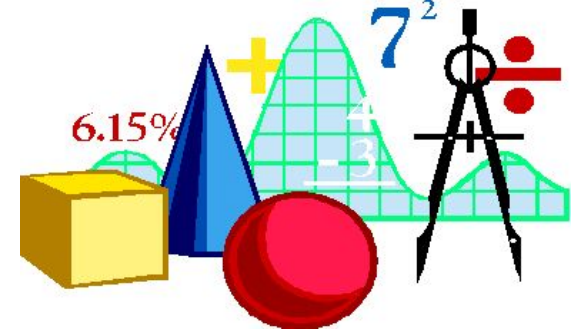
## Стереометрия

*stereos* - телесный, твердый, объемный, пространственный

*metreo* - измерять

# Стереометрия-

Это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.

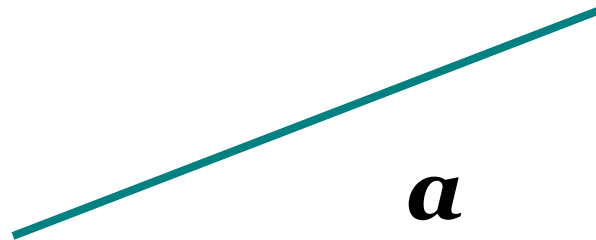


## Основные понятия в пространстве:

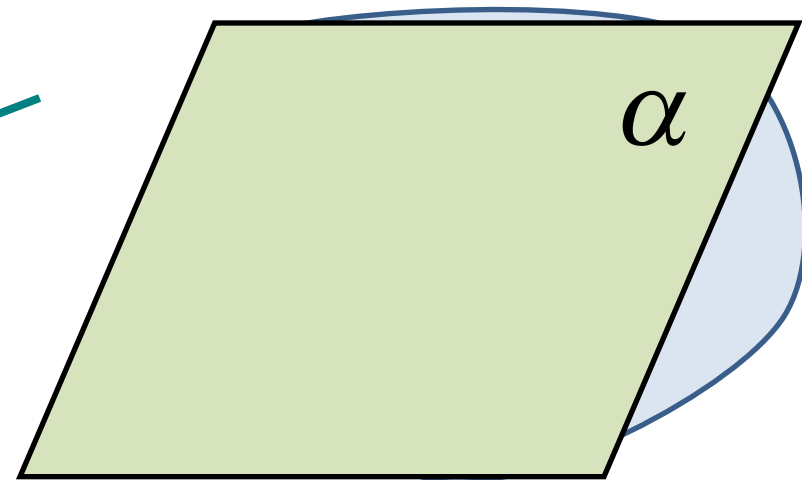
*Точка*

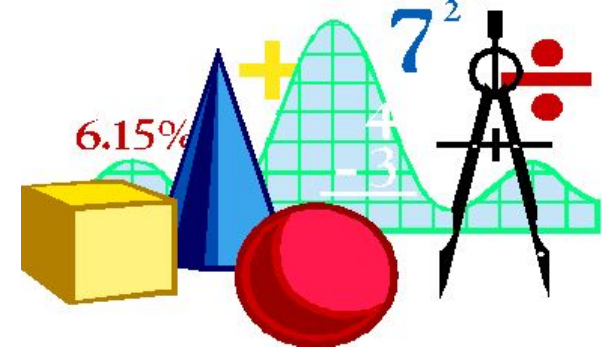


*Прямая*



*Плоскость*





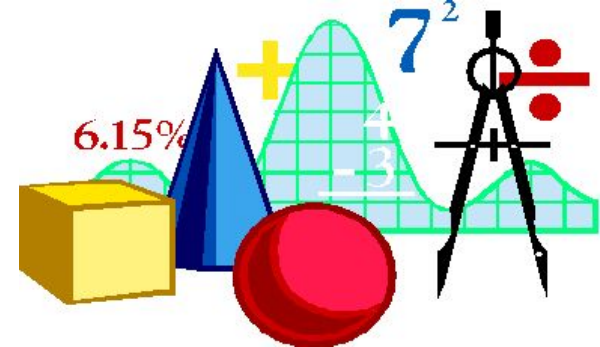
## *Обозначение основных фигур в пространстве:*

*точка*      **$A, B, C, \dots$**

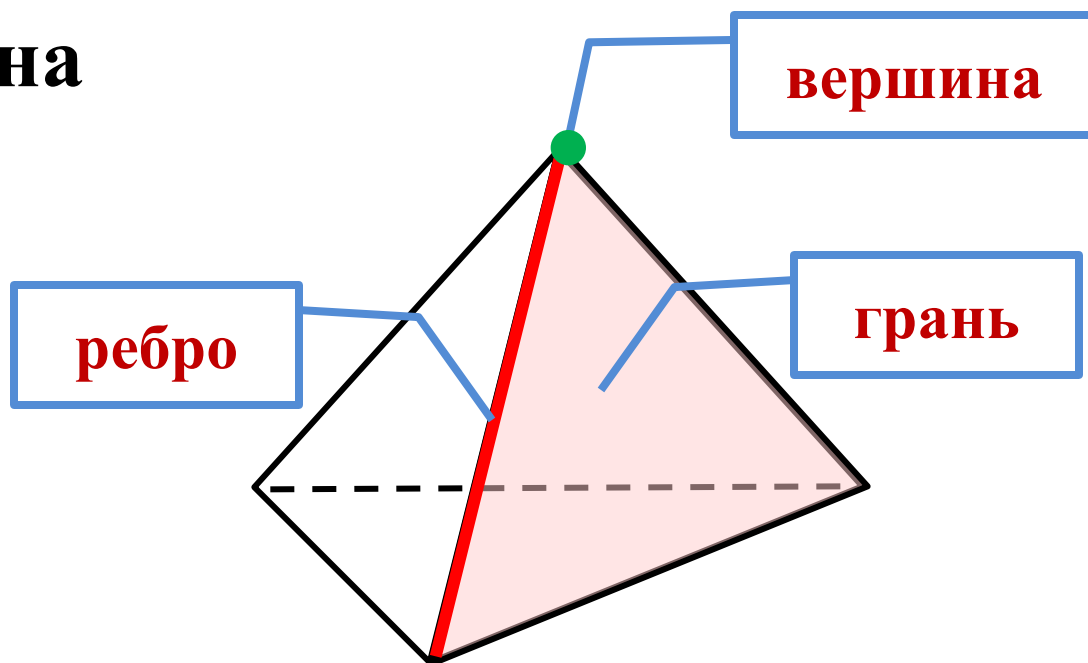
*прямая*      **$a, b, c, \dots$**   
или  
 **$AB, BC, CD, \dots$**

*плоскость*      **$\alpha, \beta, \gamma, \dots$**

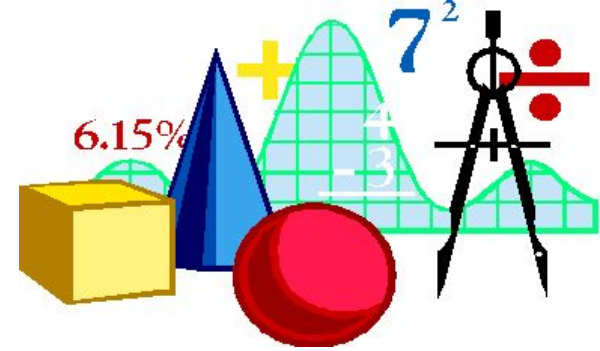
# Геометрические понятия



- **Плоскость – грань**
- **Прямая – ребро**
- **Точка – вершина**



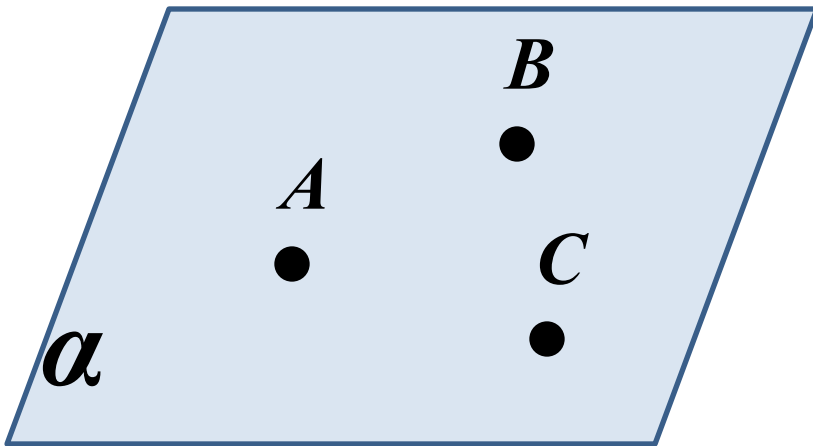
# Аксиома



(от греч. ахіѡта – принятие положения)

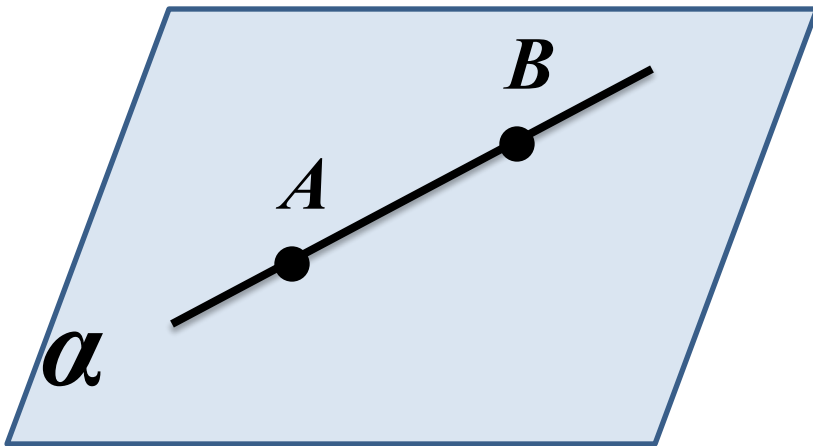
*исходное положение  
научной теории,  
принимаемое без  
доказательства*

# Аксиомы стереометрии



*A1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.*

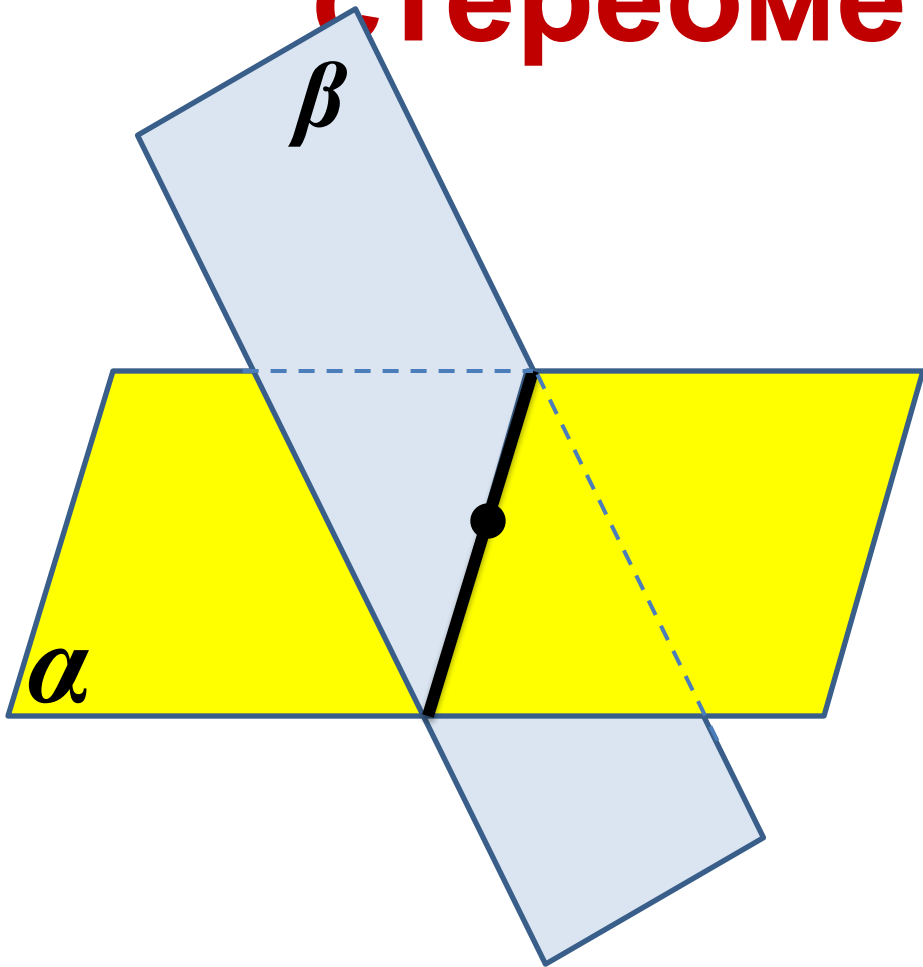
# Аксиомы стереометрии



*A2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости*



# Аксиомы стереометрии

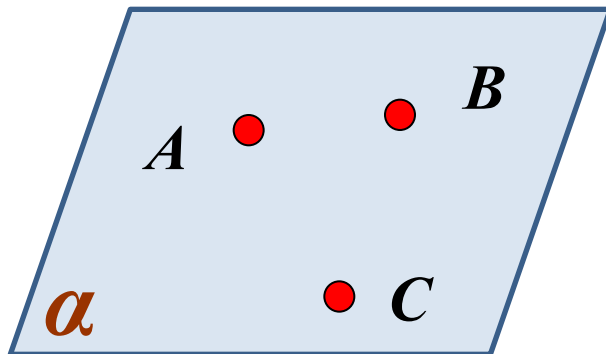


*А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.*

# *Аксиомы стереометрии описывают:*

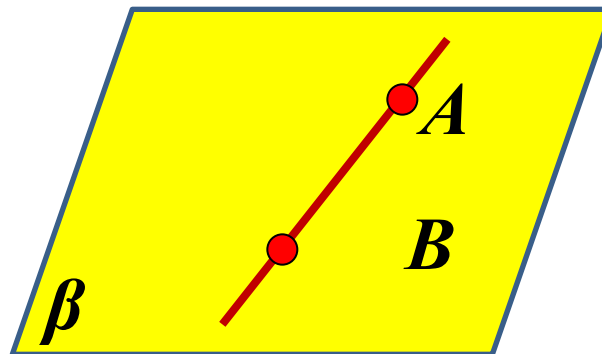
**A1.**

*Способ задания  
плоскости*



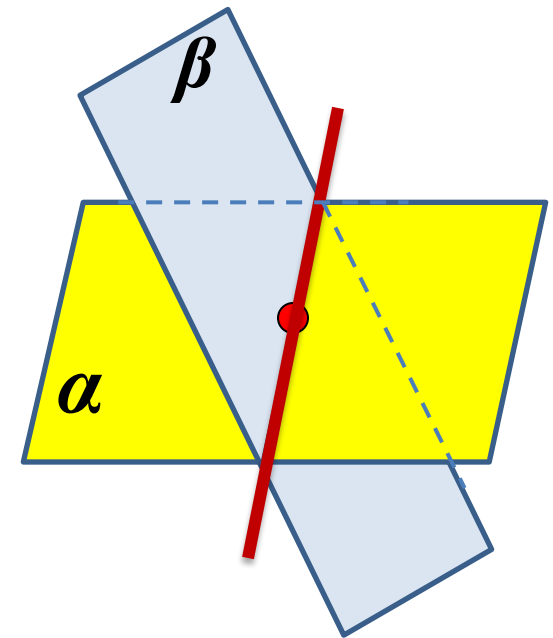
**A2.**

*Взаимное  
расположение  
прямой и  
плоскости*



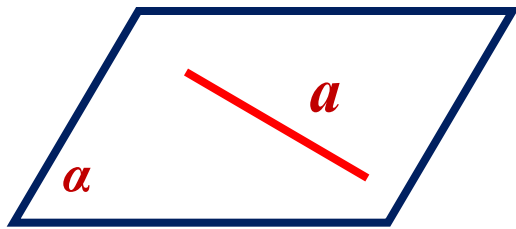
**A3.**

*Взаимное  
расположение  
плоскостей*



# Взаимное расположение прямой и плоскости

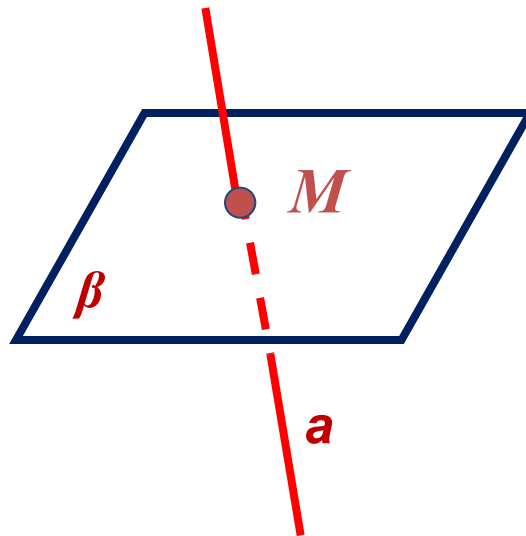
Прямая  
лежит в  
плоскости.



$$a \subset \alpha$$

Множество  
общих точек

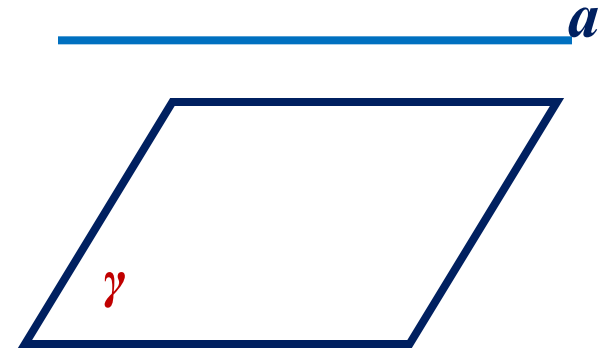
Прямая пересекает  
плоскость.



$$a \cap \beta = M$$

Единственная  
общая точка

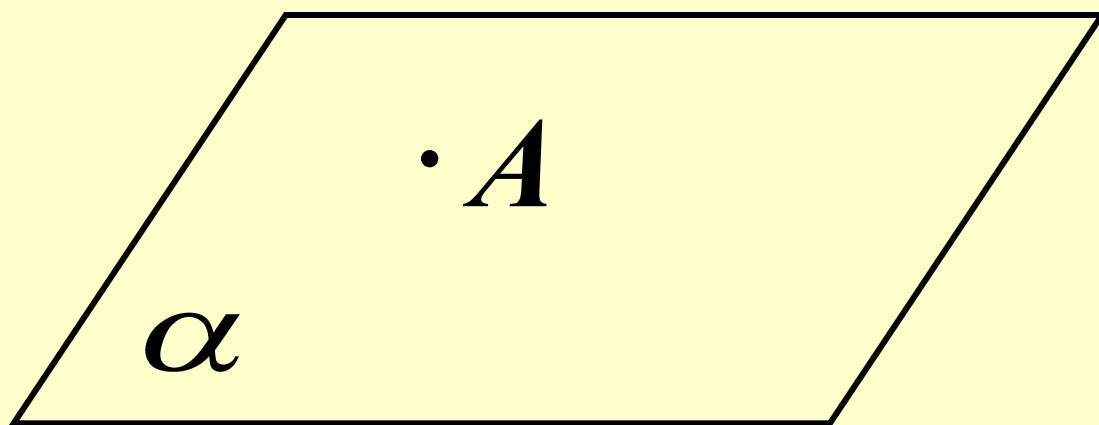
Прямая не  
пересекает  
плоскость.



$$a \cap \gamma = \emptyset$$

Нет общих точек

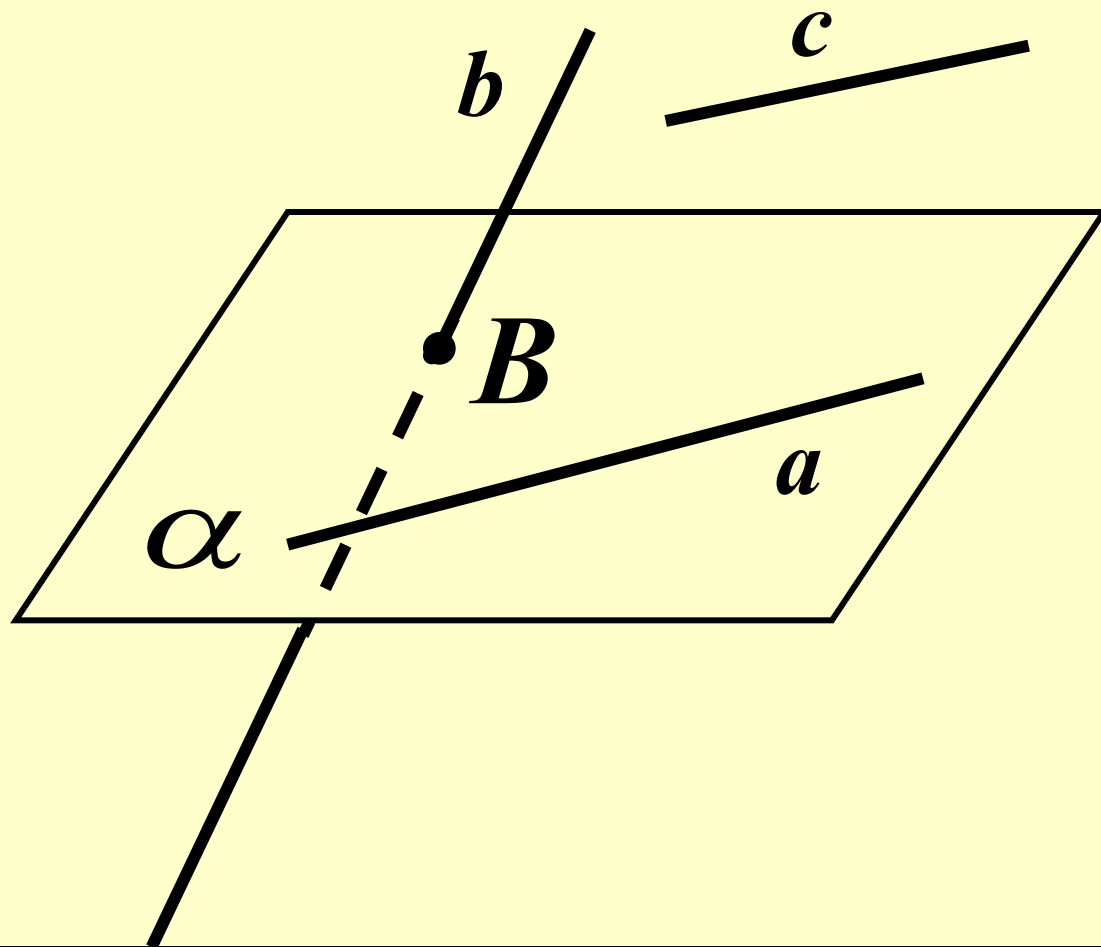
# Прочти чертеж



$$A \in \alpha$$

$$C \notin \alpha$$

# Прочти чертеж

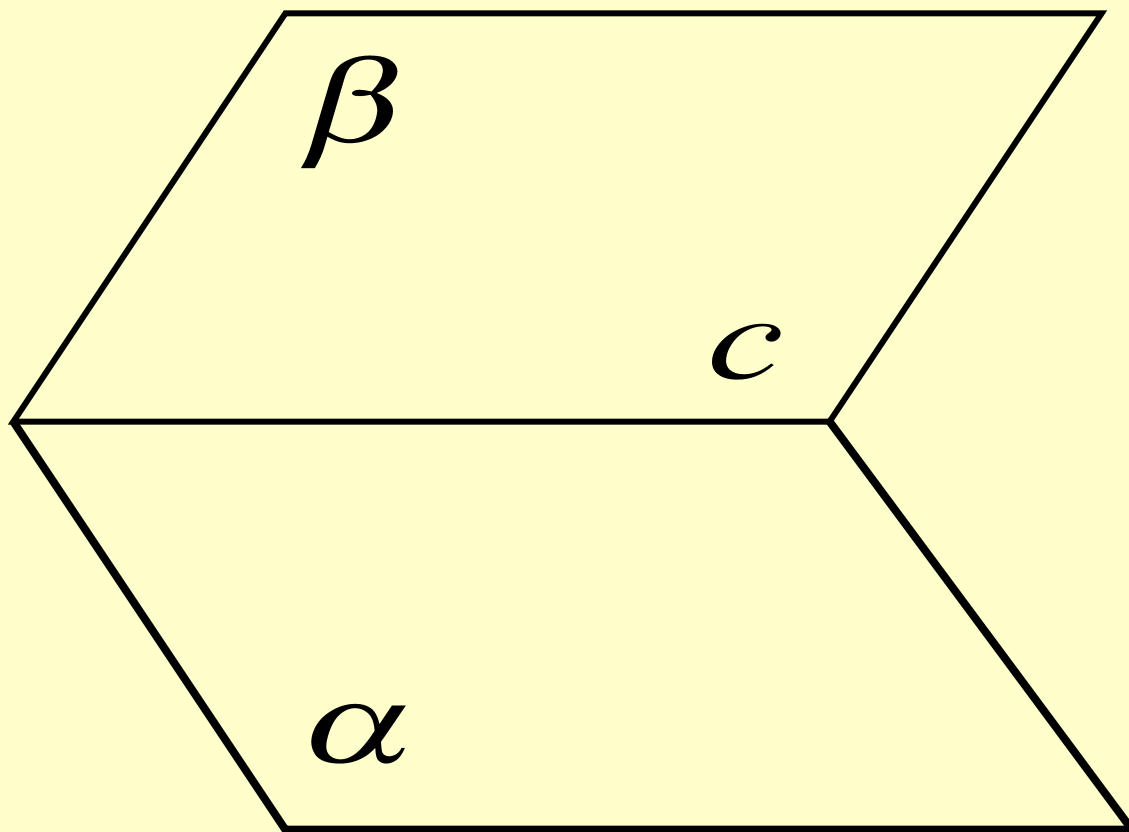


$$a \in \alpha$$

$$b \boxtimes \alpha = B$$

$$c \notin \alpha$$

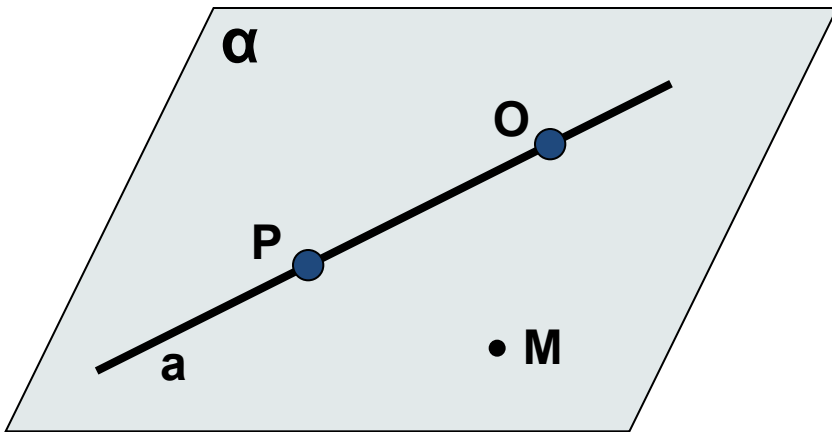
# Прочти чертеж



$$\alpha \boxtimes \beta = c$$

## Следствия из аксиом стереометрии

**Теорема 1.** Через прямую и не лежащую на ней точку  
проходит плоскость и притом только одна.



Дано:  $a, M \notin a$

Доказать:  $(a, M) \subset \alpha$

$\alpha$ - единственная

Доказательство :

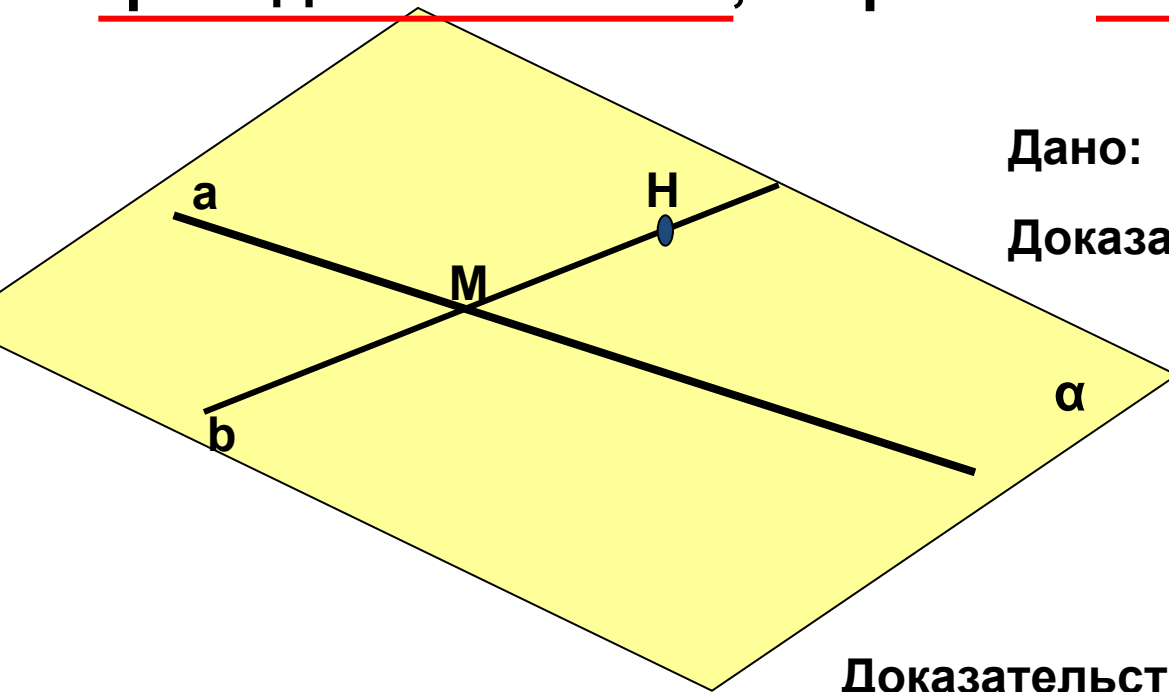
**1.**  $P, O \in a; \{P, O, M\} \not\subset a$

По аксиоме A1: через точки P, O, M проходит плоскость .

По аксиоме A2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е.  $(a, M) \subset \alpha$

**2.** Любая плоскость проходящая через прямую a и точку M проходит через точки P, O, и M, значит по аксиоме A1 она – единственная. Ч.т.д.

**Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.**



Дано:  $a \cap b$

Доказать: 1.  $(a \cap b) \subset \alpha$   
2.  $\alpha$  - единственная

Доказательство:

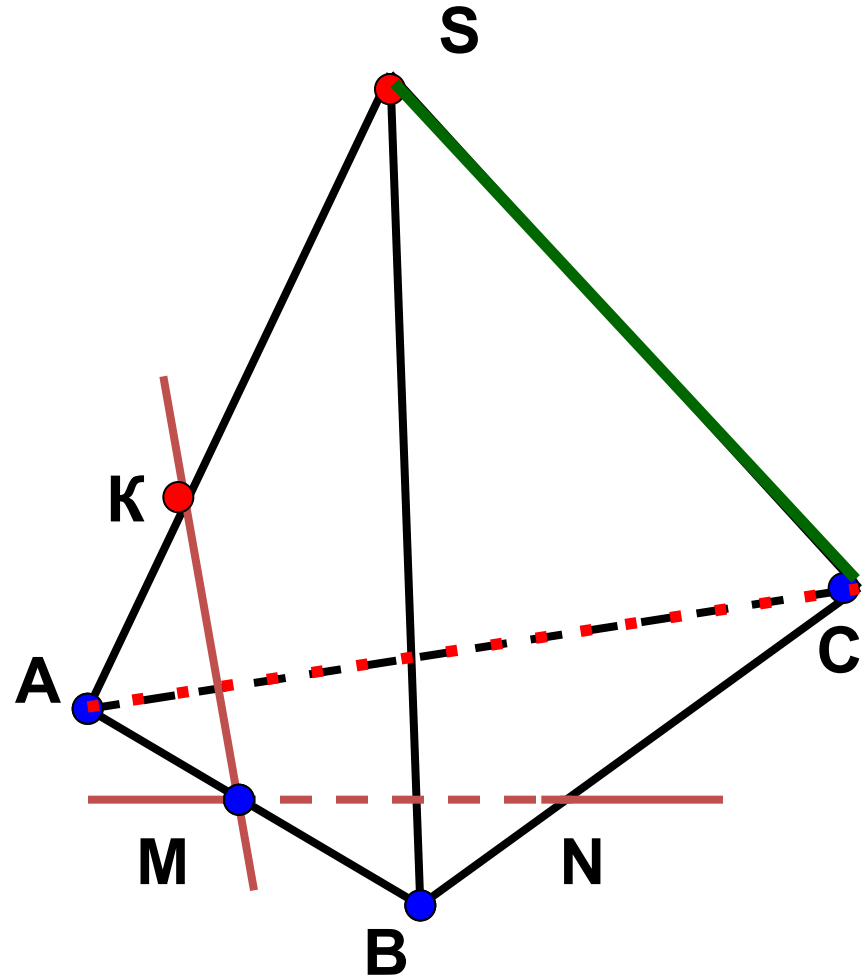
1. Через  $a$  и  $N \notin a, N \in b$  проходит плоскость  $\alpha$ .

$(M, N) \in \alpha, (M, N) \in b$ , значит по А2 все точки  $b$  принадлежат плоскости.

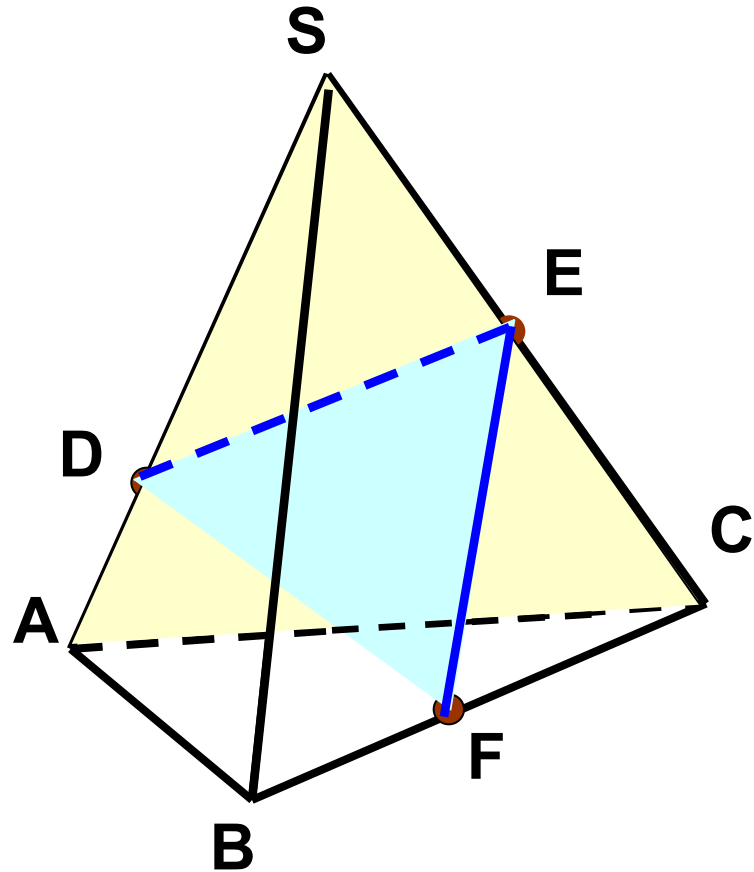
2. Плоскость проходит через  $a$  и  $b$  и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые  $a$  и  $b$ , проходит и через  $N$ , значит  $\alpha$  – единственная.



- *Пользуясь данным рисунком, назовите:*
- *а) четыре точки, лежащие в плоскости  $SAB$ , в плоскости  $ABC$ ;*
- *б) плоскость, в которой лежит прямая  $MN$ , прямая  $KM$ ;*
- *в) прямую, по которой пересекаются плоскости  $ASC$  и  $SBC$ , плоскости  $SAC$  и  $CAB$ .*

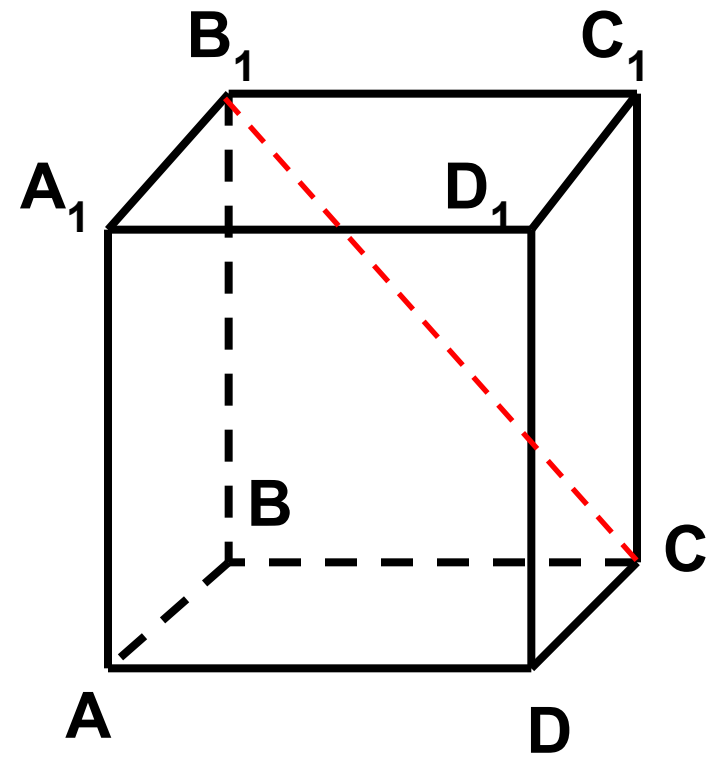


- Пользуясь данным рисунком, назовите:
- а) две плоскости, содержащие прямую  $DE$ , прямую  $EF$
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $DEF$  и  $SBC$ ; плоскости  $FDE$  и  $SAC$ ;
- в) две плоскости, которые пересекает прямая  $SB$ ; прямая  $AC$ .



• Пользуясь данным рисунком, назовите:

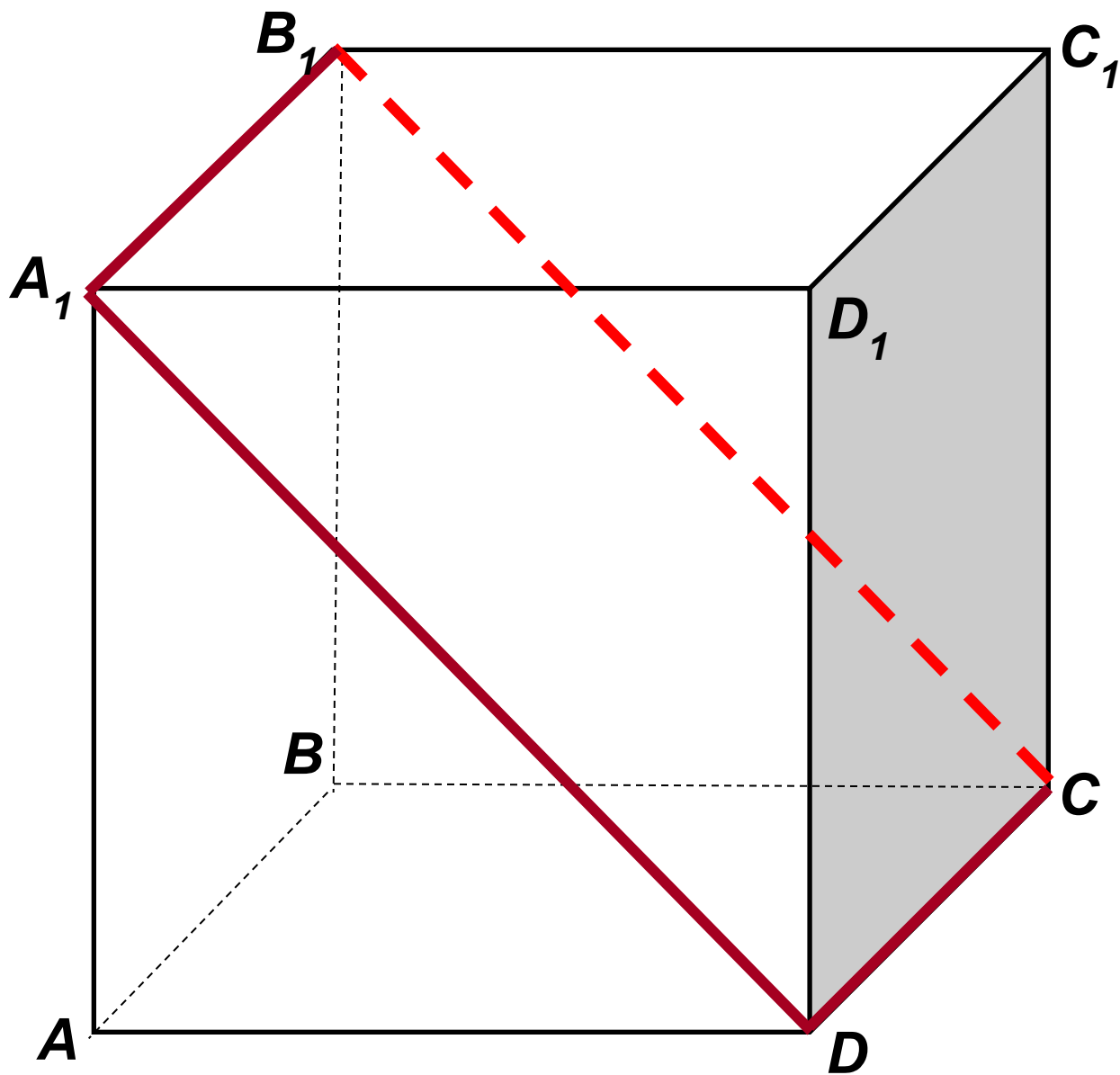
• а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;



a)

$B_1C$

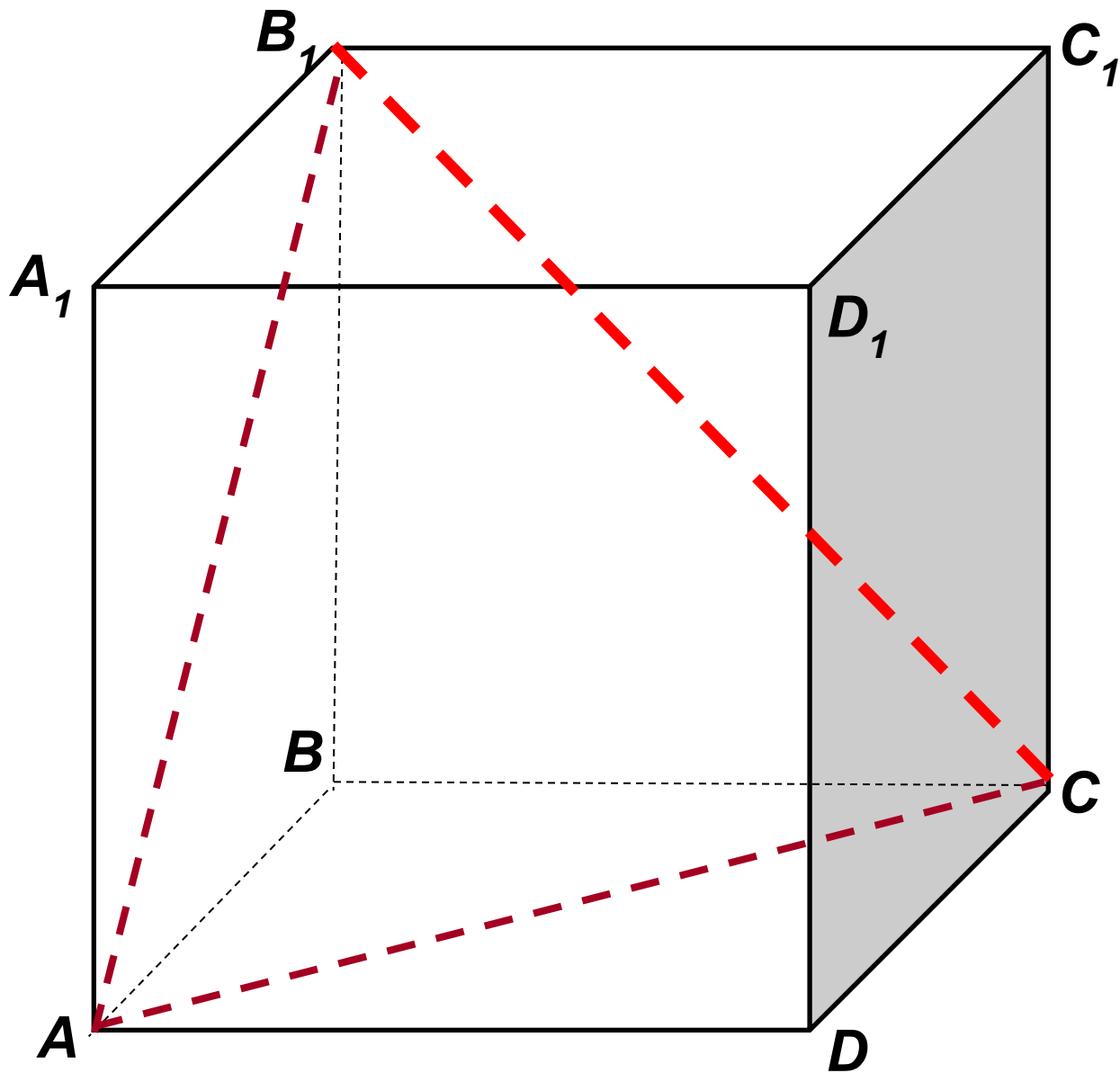
?



a)

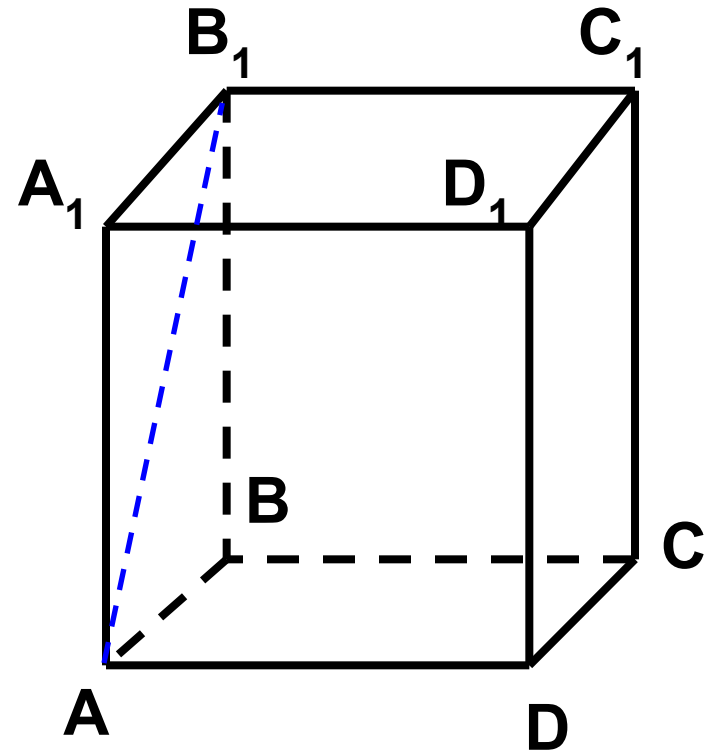
$B_1C$

?

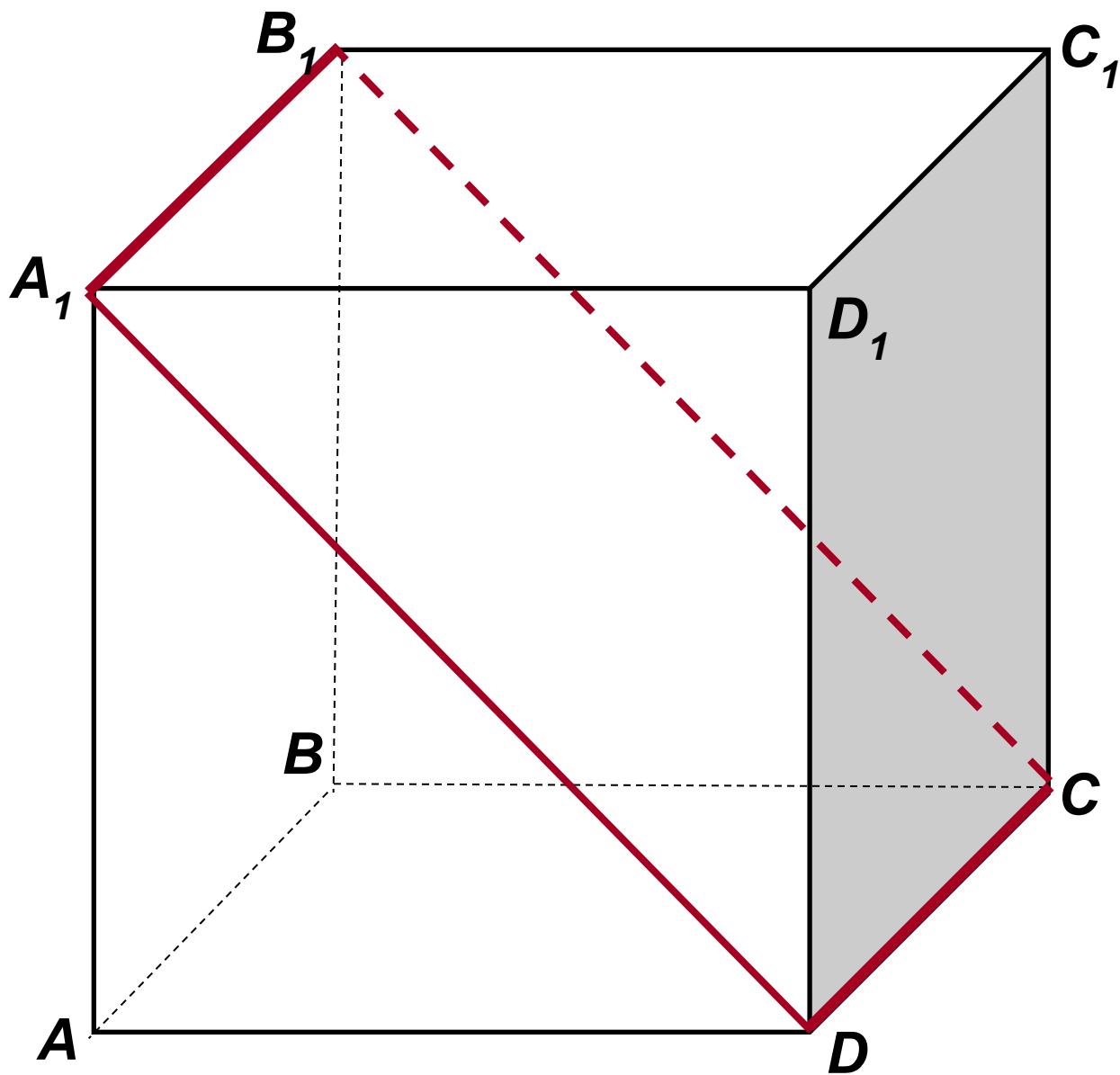


**• Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;**
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $ADC_1$  и  $A_1B_1B$ ;**

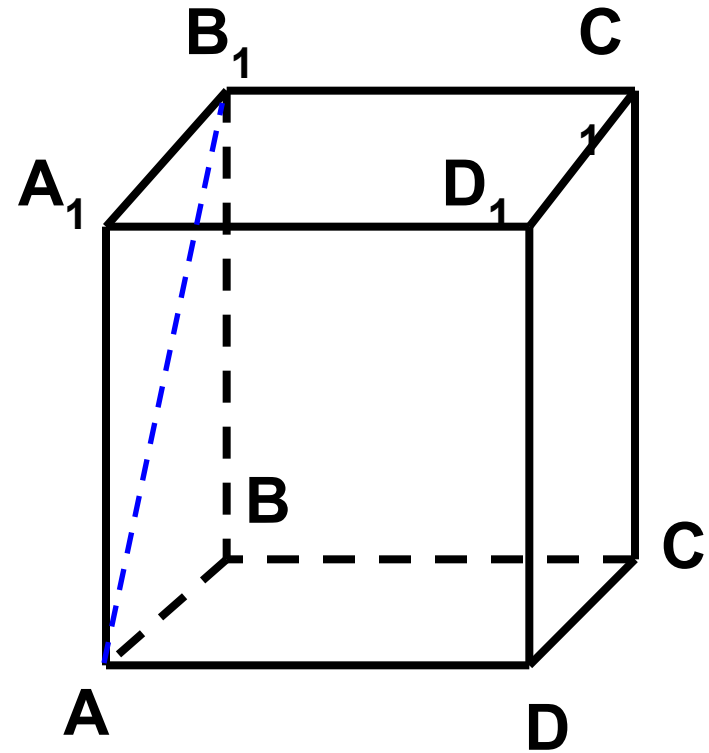


б)



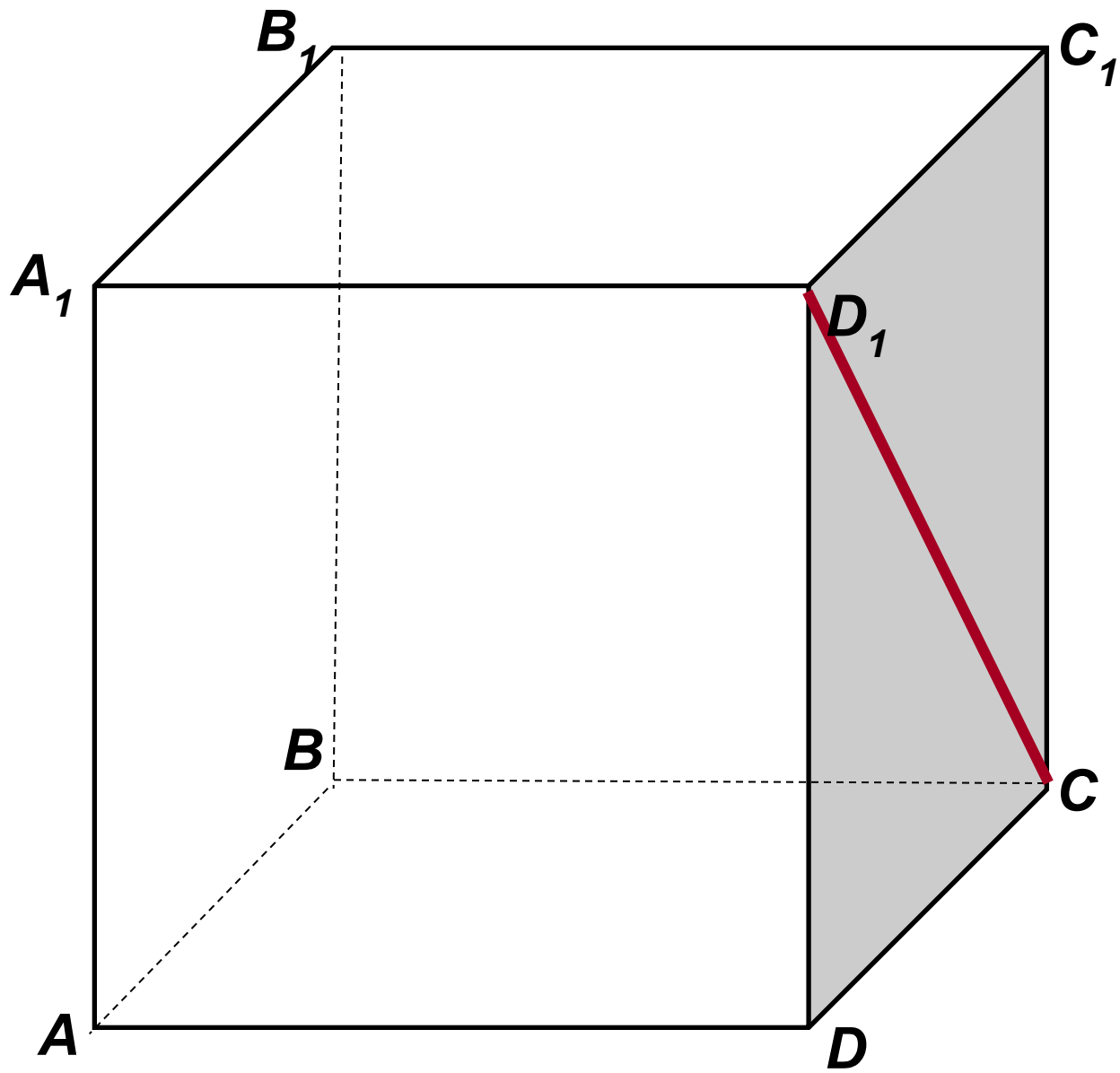
**• Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;**
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $A_1DC_1$  и  $A_1B_1B$ ;**
- в) плоскость, не пересекающуюся с прямой  $CD_1$ ; с прямой  $BC_1$**





**в)**



**• Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;**
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $A_1DC_1$  и  $A_1B_1B$ ;**
- в) плоскость, не пересекающуюся с прямой  $CD_1$ ; с прямой  $BC_1$**

