

**Системы двух линейных
уравнений с двумя
переменными
Алгебра 7 класс**

Линейное уравнение с двумя переменными

Уравнение вида:

$$ax + by + c = 0$$

называется линейным уравнением с двумя переменными (где x , y - переменные, a , b и c - некоторые числа).

(x ; y)

Решением уравнения с двумя неизвестными называется пара переменных, при подстановке которых уравнение становится верным числовым равенством.

Основные понятия

Если даны два линейных уравнения с двумя переменными x и y :

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

и поставлена задача – найти такие пары значений $(x; y)$, которые одновременно удовлетворяют и тому, и другому уравнению, то говорят, что заданные уравнения образуют **систему уравнений**.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Основные понятия

Пару значений $(x; y)$, которая одновременно является решением и первого, и второго уравнений системы, называют *решением системы*.

Решить систему – это значит найти все ее решения или установить, что их нет.

Пример:

$$\begin{cases} x + y - 5 = 0, \\ 2x - y - 4 = 0. \end{cases}$$

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0, \\ x + 2y - 4 = 0. \end{cases}$$

1. Построим график уравнения

$$2x - y - 3 = 0, \quad y = 2x - 3.$$

x	1	2
y	-1	1

Получим точки:

$(1; -1), (2; 1)$

2. Построим график уравнения

$$x + 2y - 4 = 0, \quad 2y = -x + 4,$$

$$y = (-x + 4) : 2.$$

x	0	2
y	2	1

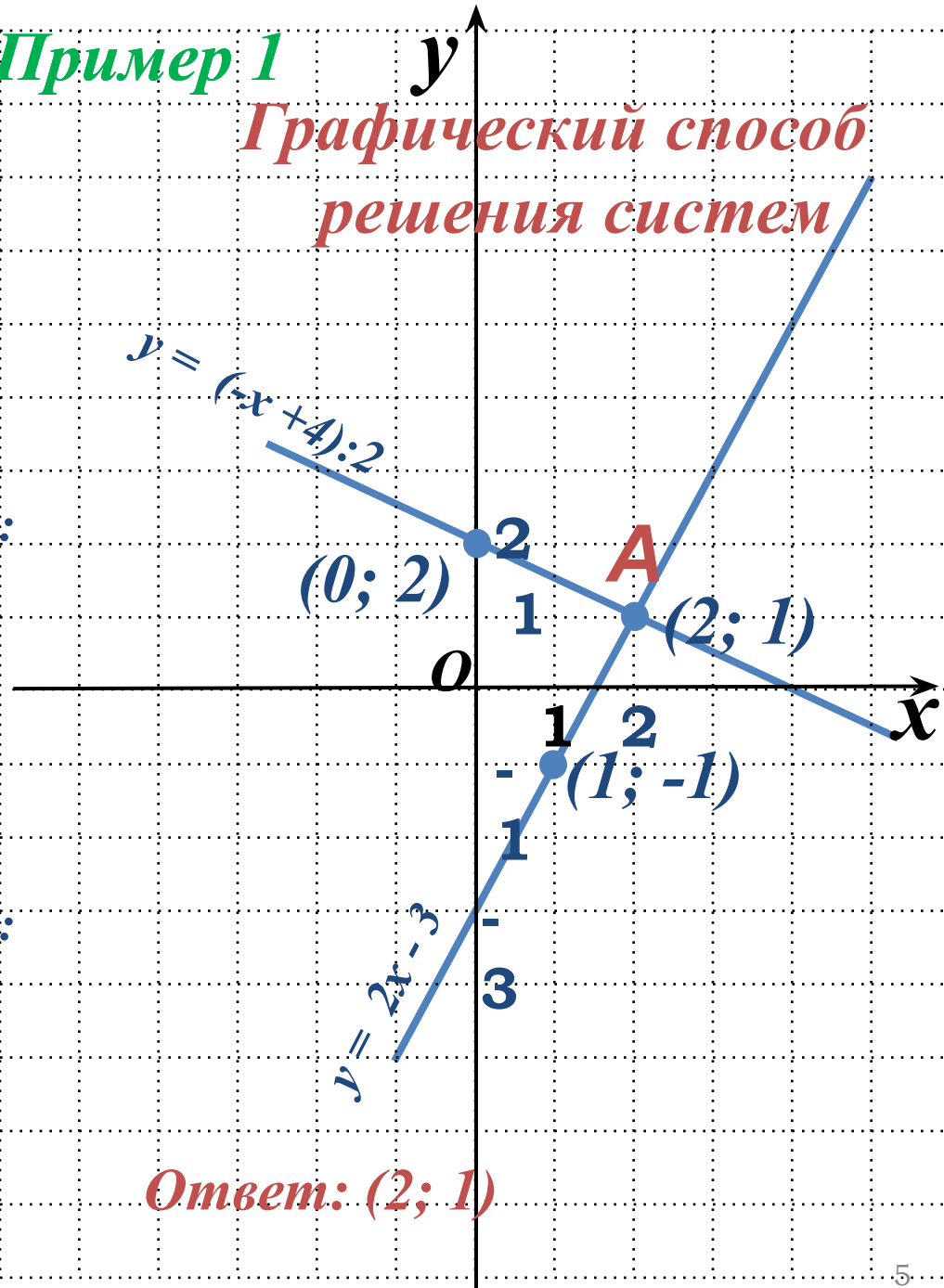
Получим точки:

$(0; 2), (2; 1)$

3. Прямые пересекаются в единственной точке $A(2;1)$

Пример 1

**Графический способ
решения систем**



Ответ: $(2; 1)$

Алгоритм решения системы уравнений графическим способом

- 1. Приводим оба уравнения к виду линейной функции $y = kx + m$.**
- 2. Составляем расчётные таблицы для каждой функции.**
- 3. Строим графики функций в одной координатной плоскости.**
- 4. Определяем число решений:**
 - Если прямые пересекаются, то одно решение пара чисел $(x ; y)$ – координаты точки пересечения;**
 - Если прямые параллельны, то нет решений;**
 - Если прямые совпадают, то бесконечно много решений.**
- 5. Записываем ответ.**

Алгоритм решения системы уравнений способом подстановки

- Из любого уравнения выразить **x** или **y** (**например: y из 1 уравнения**).
- В другое уравнение вместо выраженной переменной (**y**) подставить полученное буквенное выражение .
- Получилось уравнение с одной переменной (**x**). Решив его, найти значение переменной (**x**).
- Подставить найденное значение переменной (**x**) в выражение, определённое на первом шаге (**например: y**). Вычислить значение другой переменной (**y**).

Решение системы способом подстановки

Выразим y
через x

$$\begin{cases} y - \\ 2x = 4, \\ 7x - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1. \end{cases}$$

Подста
вим

Подстав
им

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: $x = 1$;
 $y = 6$.

Решим
уравнени
е

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - \\ (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x - 2x - 4 &= \\ 5x &= 1; \\ \underline{x = 1} & \end{aligned}$$

;

Метод подстановки решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными

$$\begin{cases} 3x + y - 2 = 0, \\ 2x - y + 5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - (-3x + 2) + 5 = 0 \\ 2x + 3x - 2 + 5 = 0 \\ 5x = -3 \\ x = -0,6 \\ y = -3 \cdot (-0,6) + 2 = 3,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 2, \\ 2x - (-3x + 2) + 5 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = -3 \\ x = -0,6 \\ y = -3 \cdot (-0,6) + 2 = 3,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -0,6, \\ y = 3,8. \end{cases}$$

Ответ : $(-0,6; 3,8)$.

Метод подстановки решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными

$$\begin{cases} 5x - 3y + 8 = 0, \\ x + 12y = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} 5(11 - 12y) - 3y + 8 = 0; \\ 55 - 60y - 3y + 8 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(11 - 12y) - 3y + 8 = 0, \\ x = 11 - 12y; \end{cases} \quad \begin{cases} 55 + 8 = 60y + 3y; \\ 63 = 63y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1. \\ x = 11 - 12 \cdot 1 = -1. \end{cases}$$

Ответ : $(-1; 1)$.

Самостоятельная работа

$$\begin{cases} 5x + y = 24 \\ 7x + 4y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3m - 2n = 9, \\ 5m + n = 15; \end{cases}$$

**«Методы решения
систем линейных
уравнений: метод
сложения».**

СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ

ПРИ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ
УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ
СПОСОБОМ СЛОЖЕНИЯ:

1. умножают левую и правую части одного или обоих уравнений на некоторое число так, чтобы коэффициенты при одной из переменных в разных уравнениях стали противоположными числами;
2. складывают почленно полученные уравнения;
3. решают полученное уравнение с одной переменной;
4. находят соответствующее значение второй переменной.



Устно

1. На какие числа нужно умножить левые и правые части уравнений системы, чтобы получить при одной из переменных противоположные коэффициенты:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ x - 4y = 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 3x - 2y = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x - 2y = 1, \\ 5x + 6y = 2; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 5x + 2y = -3, \\ 4x - 7y = 5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x - 3 = 2, \\ 2x - 15y = 5; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} -9x + 3y = 1, \\ 4x + 5y = 0? \end{cases}$$

Решим
уравнение

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \quad || \cdot (-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравне-
ния почленно

$$+ \begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим
уравнение


$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7 \cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

Подставим


$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)

3. Решение систем двух линейных уравнений

МЕТОДОМ СЛОЖЕНИЯ.

$$\begin{cases} 5x + 2y = -9; \\ 4x - 5y = 6. \end{cases}$$

$$5x + 2y = -9;$$

$$x = -1$$

$$5 \cdot (-1) + 2y = -9;$$

$$2y = -9 + 5;$$

$$2y = -4;$$

$$y = -2.$$

Ответ: (-1; -2)

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 5x + 2y = -9 & \cdot 5 \\ 4x - 5y = 6 & \cdot 2 \end{cases} \\ + \begin{cases} 25x + 10y = -45; \\ 8x - 10y = 12; \end{cases} \\ \hline 33x \quad \quad = -33; \\ x = -33 : 33; \\ x = -1 \quad \quad 5x + 2y = -9; \end{array}$$

Решите систему уравнений методом сложения:

$$1) \begin{cases} x - 3y = 5, \\ 4x + 9y = 41; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x - 2y = 1, \\ 12x + 7y = -26; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 10x + 2y = 12, \\ -5x + 4y = -6; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 8y = 13, \\ 2x - 3y = 17; \end{cases}$$

Решите систему уравнений:

$$а) \begin{cases} 4x + 15y = -42, \\ -6x + 25y = -32; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 12x - 35y = 25, \\ -8x - 15y = -55; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 9x + 8y = -53, \\ 15x + 12y = -27; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 25x - 24y = -21, \\ 10x - 9y = 3. \end{cases}$$

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ !**

