



Разложение многочлена на множители



СПОСОБЫ РАЗЛОЖЕНИЯ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ

- Вынесение общего множителя за скобки**
- Способ группировки**
- С помощью формул сокращенного умножения**
- С помощью комбинации различных приемов**

ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

Алгоритм отыскания общего множителя:

1. найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем;
2. найти общую буквенную часть для всех членов многочлена (выбрать наименьший показатель степени);
3. произведение коэффициента и общей буквенной части, найденных на первом и втором шагах, является общим множителем, который выносим за скобки.

ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

Разложить на множители: $5y^4x - 20y^2$

Решение:

1. Наибольший общий делитель коэффициентов 5 и 20 равен 5
2. Общая буквенная часть с наименьшим показателем степени - y^2
3. Произведение коэффициента и общей буквенной части, найденных на первом и втором шагах, т. е. $5y^2$, является общим множителем, который и выносим за скобки

$$5y^4x - 20y^2 = 5y^2(y^2x - 4)$$

ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

№ 1. Разложить на множители:

а) $4x^2 + 12x$

б) $a^5b - 2a^3$

в) $5a^3b^2c - 10a^2bc + 15abc$

г) $2x(a + b) - 3y^2(a + b)$

ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

№ 1. Проверь себя:

а) $4x^2 + 12x = 4x(x + 3)$

б) $a^5b - 2a^3 = a^3(a^2b - 2)$

в) $5a^3b^2c - 10a^2bc + 15abc = 5abc(a^2b - 2a + 3)$

г) $2x(a + b) - 3y^2(a + b) = (a + b)(2x - 3y^2)$

СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

Чтобы разложить многочлен на множители способом группировки, надо:

1. объединяем слагаемые многочлена в группы (обычно по два, реже по три и т. д.), которые содержат общий множитель;
2. выносим общий множитель за скобки;
3. полученные произведения имеют общий множитель в виде многочлена, который снова выносим за скобки.

СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

Разложить на множители: $x^2 + xy + 3x + 3y$

Решение:

1. Объединим в одну группу x^2 и xy , во вторую - $3y$ и $3x$
2. В первой группе можно вынести за скобку x , во второй – 3 .
3. Теперь мы видим, что полученные произведения имеют общий множитель $(x + y)$, который можно вынести за скобку

$$\begin{aligned}x^2 + xy + 3x + 3y &= (x^2 + xy) + (3x + 3y) = \\ &= x(x + y) + 3(x + y) = (x + y)(x + 3)\end{aligned}$$

СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

Разложить на множители: $x^2 + xy + 3x + 3y$

Решение:

1. Объединим в одну группу x^2 и $3x$, во вторую - xy и $3y$
2. В первой группе можно вынести за скобку x , во второй - y .
3. Теперь мы видим, что полученные произведения имеют общий множитель $(x + 3)$, который можно вынести за скобку

$$\begin{aligned}x^2 + xy + 3x + 3y &= (x^2 + 3x) + (xy + 3y) = \\ &= x(x + 3) + y(x + 3) = (x + 3)(x + y)\end{aligned}$$

СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

№ 2. Разложить на множители:

а) $ab + 3a + 4b + 12$

б) $5y^2 + y + y^3 + 5$

в) $ax - 3x + 6 - 2a$

г) $6x^2 - x + 6 - x^3$

СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

№ 2. Проверь себя:

$$\begin{aligned} \text{а) } ab + 3a + 4b + 12 &= (ab + 4b) + (3a + 12) = \\ &= b(a + 4) + 3(a + 4) = (a + 4)(b + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 5y^2 + y + y^3 + 5 &= (5y^2 + y^3) + (y + 5) = \\ &= y^2(5 + y) + 1(y + 5) = (5 + y)(y^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } ax - 3x - 2a + 6 &= x(x - 3) - 2(a - 3) = \\ &= (x - 3)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } 6x^2 - x + 6 - x^3 &= (6x^2 - x^3) + (-x + 6) = \\ &= x^2(6 - x) + 1(6 - x) = (6 - x)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad (\text{разность квадратов})$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad (\text{квадрат суммы})$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad (\text{квадрат разности})$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (\text{разность кубов})$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (\text{сумма кубов})$$

С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Разложить на множители: $y^4 - 4x^2$

Решение:

1. Выражение y^4 можно представить в виде квадрата: $y^4 = (y^2)^2$
2. Выражение $4x^2$ можно представить в виде квадрата: $4x^2 = (2x)^2$
3. Таким образом мы получаем разность квадратов двух выражений

$$y^4 - 4x^2 = (y^2)^2 - (2x)^2 = (y^2 - 2x)(y^2 + 2x)$$

С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Разложить на множители: $y^2 + 4xy + 4x^2$

Решение:

1. Выражение y^2 – это квадрат выражения y
2. Выражение $4x^2$ – это квадрат выражения $2x$
3. Выражение $4xy$ – это удвоенное произведение первого и второго выражения
4. Таким образом мы получаем квадрат суммы двух выражений

$$\begin{aligned} y^2 + 4xy + 4x^2 &= y^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + (2x)^2 = (y + 2x)^2 = \\ &= (y + 2x)(y + 2x) \end{aligned}$$

С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Разложить на множители: $y^3 - 8x^6$

Решение:

1. Выражение y^3 – это куб выражения y
2. Выражение $8x^6$ – это куб выражения $2x^2$
3. Таким образом мы получаем разность кубов двух выражений

$$y^3 - 8x^6 = y^3 - (2x^2)^3 = (y - 2x^2)(y^2 + 2x^2y + 4x^4)$$

С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

№ 3. Разложить на множители:

а) $4 - 36a^2$

б) $a^2 - 12a + 36$

в) $1000 - x^3$

№ 4. Реши уравнение:

$$x^2 - 49 = 0$$

С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

№ 3. Проверь себя:

$$а) 4 - 36a^2 = (2 - 6a)(2 + 6a)$$

$$б) a^2 - 12a + 36 = (a - 6)^2 = (a - 6)(a - 6)$$

$$в) 1000 - x^3 = (10 - x)(100 + 10x + x^2)$$

№ 4. Проверь себя:

$$x^2 - 49 = 0$$

$$(x - 7)(x + 7) = 0$$

$$(x - 7) = 0$$

$$x = 7$$

$$(x + 7) = 0$$

$$x = -7$$