«Доказательства теоремы Пифагора»

Выполнила
ученица 8
класса
Карпова
Анастасия

Содержание:

- Вступление
- Биография Пифагора
- Теорема Пифагора
- Доказательства теоремы
- Список использованной литературы

История теоремы.

❖ <u>**Древний Китай**</u>

Исторический обзор начнем с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5:

"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4".

В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.

❖ *Древний Египет*

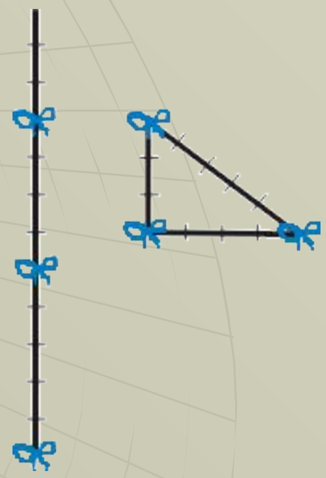
Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

было известно уже **египтянам** еще около 2300 г. до н. э., во времена царя **Аменемхета I** (согласно папирусу 6619 Берлинского музея)

По мнению Кантора **гарпедонапты**, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиною в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3м. от одного конца и 4 метра от другого . Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра.



❖***Древний Вавилон***

Несколько больше известно о теореме Пифагора у **вавилонян**. В одном тексте, относимом ко времени Хаммураби, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях.

❖***Древняя Индия***

Геометрия у **индусов**, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.

❖ <u>**Голландия**</u>

Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой - на критическом изучении греческих источников, Ван-дер-Варден (голландский математик) сделал следующий вывод:

"Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку."

Биография Пифагора.

Великий ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. на острове Самосе. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери Пифагора неизвестно. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.

Страсть к музыке и поэзии великого Гомера Пифагор сохранил на всю жизнь. Вскоре, неугомонному воображению юного Пифагора стало тесно на маленьком Самосе, и он отправляется в Милет, где встречается с другим ученым - Фалесом. Затем отправляется в путешествие и попадает в плен к вавилонскому царю Киру. В 530 г. до н.э. Кир двинулся в поход против племен в Средней Азии. И, пользуясь переполохом в городе, Пифагор сбежал на родину.

А на Самосе в то время царствовал тиран Поликрат. После нескольких месяцев притязаний со стороны Поликрата, Пифагор переселяется в Кротон. В Кротоне Пифагор учредил нечто вроде религиозно-этического братства или тайного монашеского ордена ("пифагорейцы"), члены которого обязывались вести так называемый пифагорейский образ жизни.

...Прошло 20 лет. Слава о братстве разнеслась по всему миру. Однажды к Пифагору приходит Килон, человек богатый, но злой, желая спьяну вступить в братство. Получив отказ, Килон начинает борьбу с Пифагором, воспользовавшись поджогом его дома. При пожаре пифагорейцы спасли жизнь своему учителю ценой своей, после чего Пифагор затосковал и вскоре покончил жизнь самоубийством.

Теорема Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Другие формулировки теоремы.

У Евклида эта теорема гласит (дословный перевод):

"В прямоугольном треугольнике квадрат стороны, натянутой над прямым углом, равен квадратам на сторонах, заключающих прямой угол".

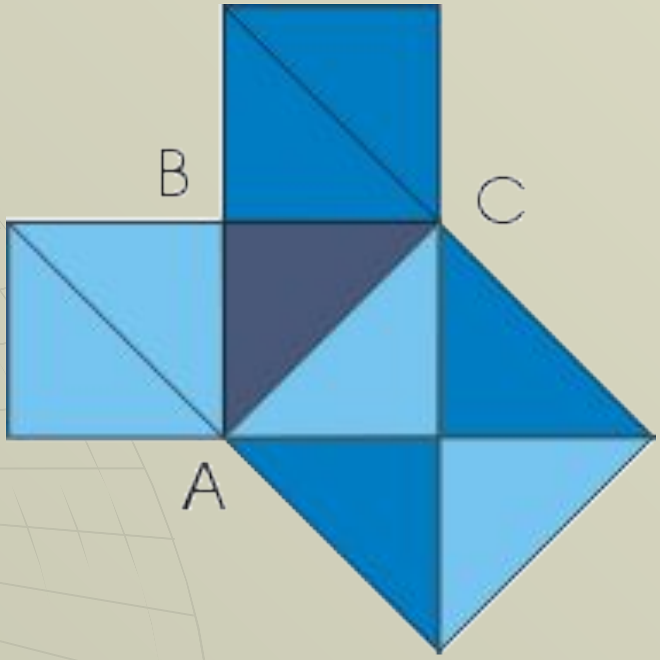
В Geometria Culmonensis (около 1400 г.) в переводе теорема читается так :

"Итак, площадь квадрата, измеренного по длинной стороне, столь же велика, как у двух квадратов, которые измерены по двум сторонам его, примыкающим к прямому углу".

Доказательства теоремы Пифагора.

ь ***<u>Простейшее доказательство.</u>***

Простейшее доказательство теоремы получается в простейшем случае равнобедренного прямоугольного треугольника. В самом деле, достаточно просто посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников, чтобы убедиться в справедливости теоремы. Например, для треугольника ABC : квадрат, построенный на гипотенузе AC, содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах -по два.

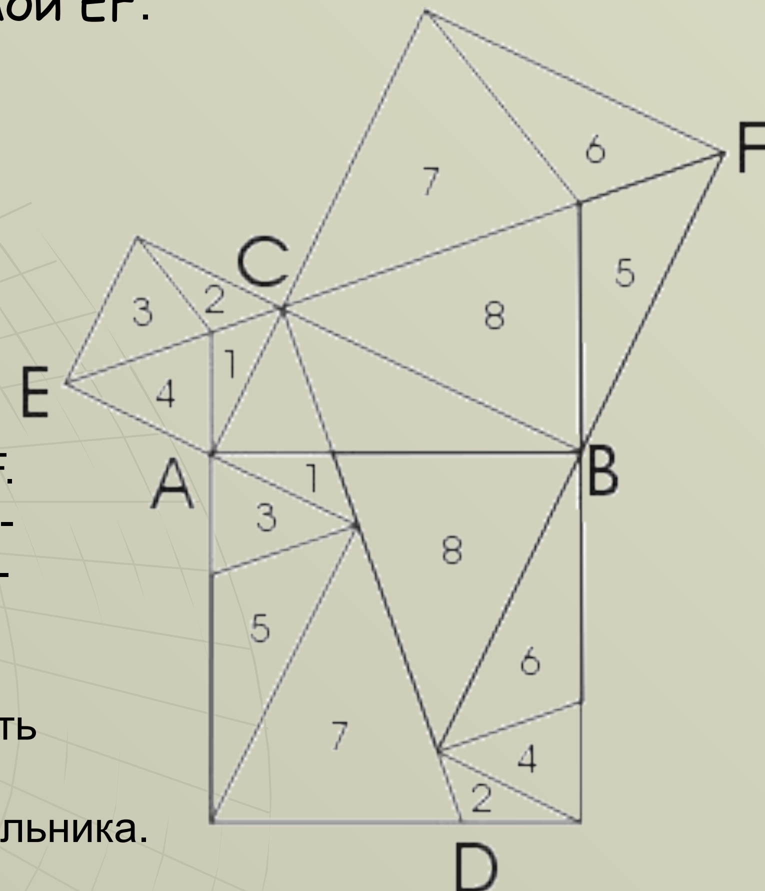


ьДоказательства методом разложения.

▪**Доказательство Эпштейна**

Начнем с доказательства Эпштейна ; его преимуществом является то, что здесь в качестве составных частей разложения фигурируют исключительно треугольники. Чтобы разобраться в чертеже, заметим, что прямая CD проведена перпендикулярно прямой EF.

Доказательство.

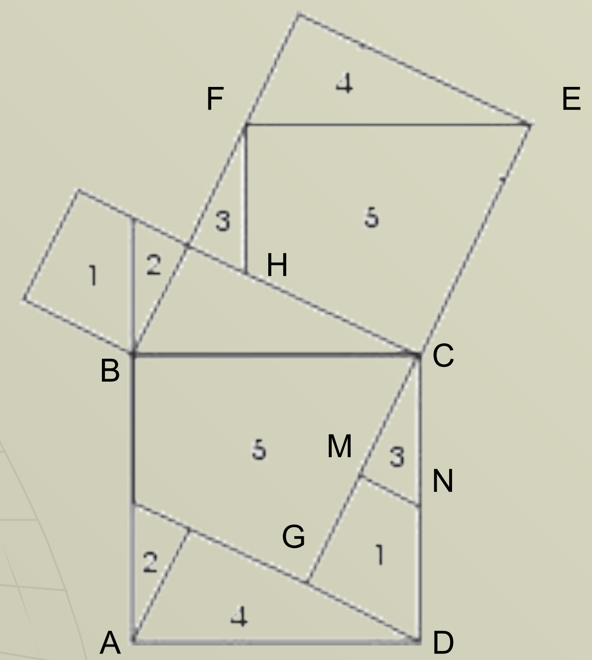


1. Проведем прямую EF, на которой лежат диагонали Двух квадратов, построенных на катетах треугольника И проведем прямую CD перпендикулярно EF через вер- Шину прямого угла треугольника.
2. Из точек A и B Продлим стороны квадрата, постро- енного на гипотенузе треугольника, до пересечения с EF.
3. Соединим полученные на прямой EF точки с противо- Лежащими вершинами квадрата и получим попарно рав- Ные треугольники.
4. Заметим, прямая CD делит больший квадрат на две Равные прямоугольные трапеции, которые можно разбить На треугольники, составляющие квадраты на катетах. И Получим квадрат со стороной, равной гипотенузе треугольника.

Теорема доказана.

▪**Доказательство Нильсена.**

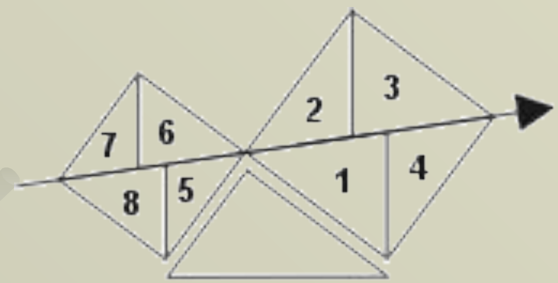
1. Продлим сторону AB квадрата, построенного на гипотенузе треугольника.
2. Построим прямую EF, параллельную BC.
3. Построим прямую FH, араллельную AB.
4. Построим прямую из точки D, параллельную CH.
5. Построим прямую из точки A, параллельную CG



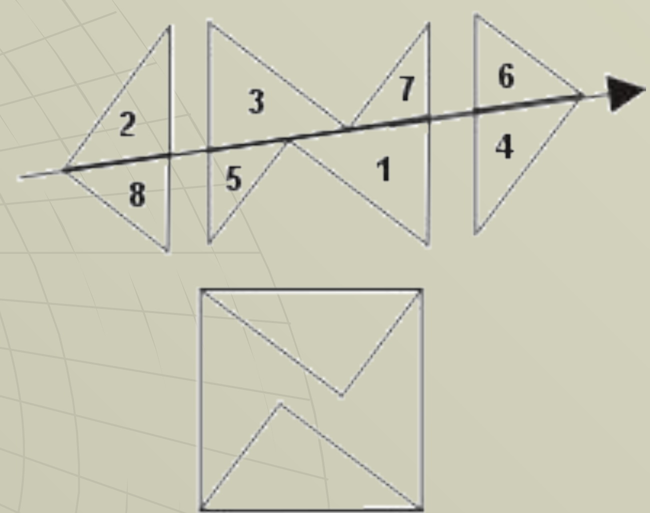
▪Доказательство Бетхера.

1. Проведем прямую, на которой лежат диагонали квадратов, построенных на катетах треугольника и опустим из вершин квадратов параллельные отрезки на эту прямую.
2. Переставим большие и маленькие части квадратов, расположенные над осью.
3. Разобьем полученную фигуру как указанно на рисунке и расположим их так, чтобы получился квадрат, сторона которого равна гипотенузе треугольника.

Теорема доказана.



Переставьте большие и маленькие части квадратов, расположенные над стрелкой.

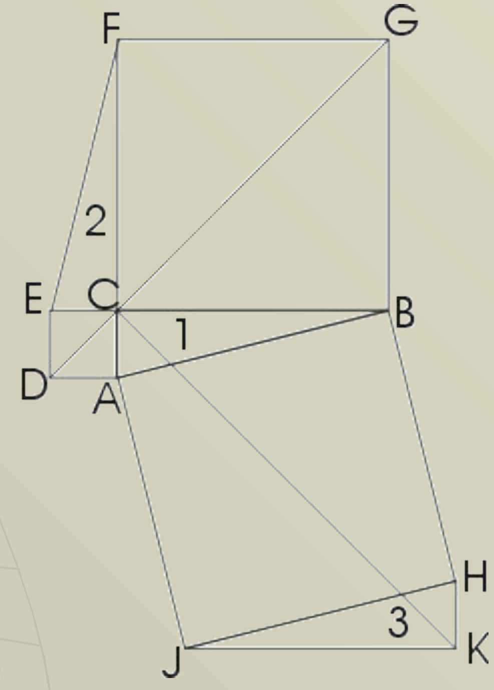


...И все остальное получится само собой.

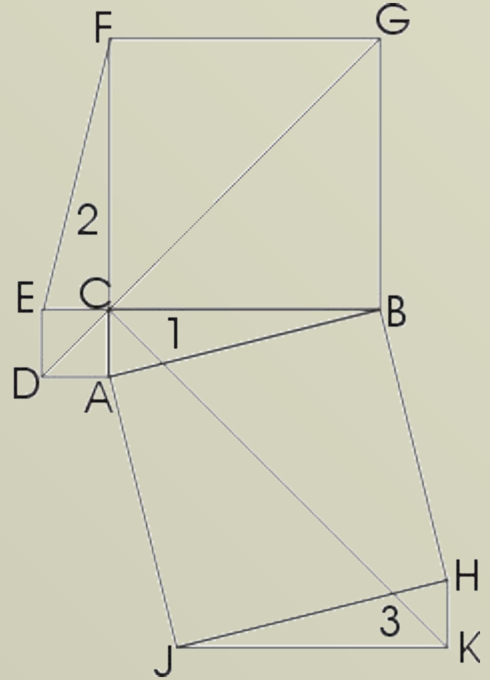
ьДоказательство методом дополнения.

От двух равных площадей нужно отнять равновеликие части так, чтобы в одном случае остались два квадрата, построенные на катетах, а в другом- квадрат, построенный на гипотенузе.

На рис. к обычной пифагоровой фигуре приставлены сверху и снизу треугольники 2 и 3, равные исходному треугольнику 1. Прямая DG обязательно пройдет через C. Заметим теперь (далее мы это докажем), что шестиугольники DABGFE и CAJKHB равновелики. Если мы от первого из них отнимем треугольники 1 и 2, то останутся квадраты, построенные на катетах, а если от второго шестиугольника отнимем равные треугольники 1 и 3, то останется квадрат , построенный на гипотенузе. Отсюда вытекает, что квадрат, построенный на гипотенузе, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах.



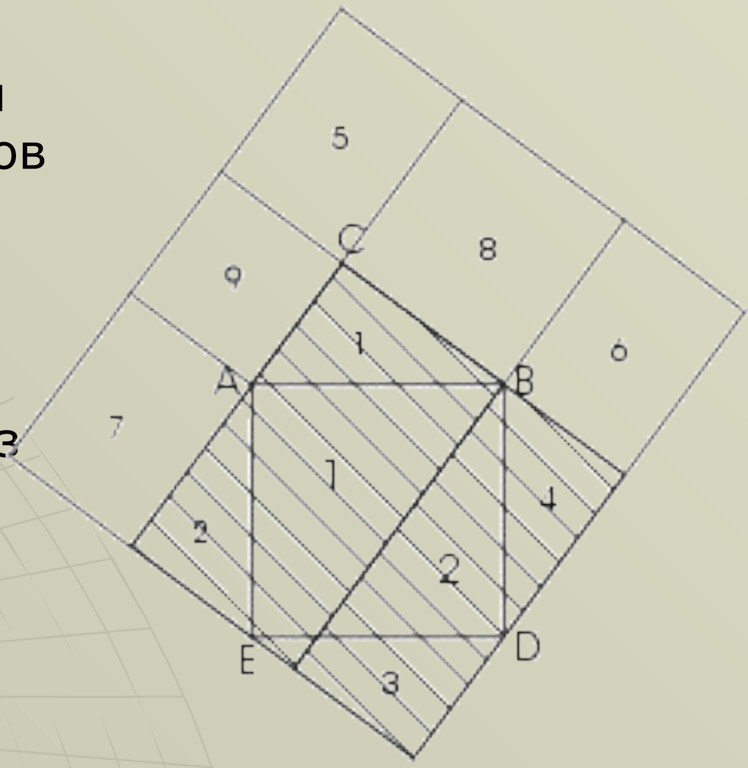
Остается доказать, что наши шестиугольники равновелики. Заметим, что прямая DG делит верхний шестиугольник на равновеликие части; то же можно сказать о прямой CK и нижнем шестиугольнике. Повернем четырехугольник DABG, составляющий половину шестиугольника DABGFE, вокруг точки A по часовой стрелке на угол 90; тогда он совпадет с четырехугольником CAJK, составляющим половину шестиугольника CAJKHB. Поэтому шестиугольники DABGFE и CAJKHB равновелики.



Теорема доказана.

ьДоказательство методом вычитания.

Познакомимся с другим доказательством методом вычитания. Знакомый нам чертеж теоремы Пифагора заключим в прямоугольную рамку, направления сторон которой совпадают с направлениями катетов треугольника. Продолжим некоторые из отрезков фигуры так, как указано на рисунке, при этом прямоугольник распадается на несколько треугольников, прямоугольников и квадратов. Выбросим из прямоугольника сначала несколько частей так чтобы остался лишь квадрат, построенный на гипотенузе. Эти части следующие:



1. треугольники 1, 2, 3, 4;
2. прямоугольник 5;
3. прямоугольник 6 и квадрат 8;
4. прямоугольник 7 и квадрат 9;

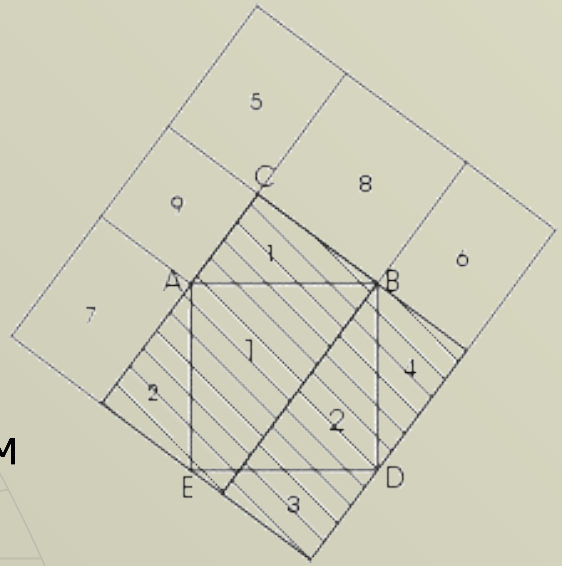
Затем выбросим из прямоугольника части так, чтобы остались только квадраты, построенные на кататах. Этими частями будут:

1. прямоугольники 6 и 7;
2. прямоугольник 5;
3. прямоугольник 1(заштрихован);
4. прямоугольник 2(заштрихован);

Нам осталось лишь показать, что отнятые части равновелики. Это легко видеть в силу расположения фигур. Из рисунка ясно, что:

1. прямоугольник 5 равновелик самому себе;
2. четыре треугольника 1,2,3,4 равновелики двум прямоугольникам 6 и 7;
3. прямоугольник 6 и квадрат 8, взятые вместе, равновелики прямоугольнику 1 (заштрихован);;
4. прямоугольник 7 вместе с квадратом 9 равновелики прямоугольнику 2(заштрихован);

Теорема доказана



Спасибо за внимание!!!