1.02 *Классная работа*

Сумма и разность кубов двух выражений

Сумма и разность кубов двух выражений

«Три пути ведут к знанию:
- путь размышления самый благородный,
- путь подражания самый легкий,
- и путь опыта это путь самый горький»

Конфуций

Продолжим изучение формул сокращённого умножения! Необходимо потрудиться, решать много примеров, чтобы приобрести опыт, чтобы усвоить сложный учебный материал.

Сумма и разность кубов двух выражений

На уроке

мы узнаем:

формулы, по которым находятся сумма и разность кубов двух чисел;

мы научимся:

применять формулы для упрощения вычислений;

применять формулы для разложения многочлена на множители;

мы сможем:

преобразовывать алгебраические выражения с помощью изученных формул.

Готовимся к изучению новой темы

Запишите в виде выражения:

1) куб суммы чисел a и b;
2) сумму кубов чисел a и b;
3) разность кубов чисел c и d;
4) куб разности чисел c и d.

Возведите в куб одночлен:

1) y^2;
2) $2x^3$;
3) $3a^2b^4$;
4) $0{,}1mn^5$;
5) $\frac{1}{6}b^6c^7$;
6) $\frac{2}{7}p^{10}k^{15}$.

Представьте в виде куба одночлена выражение:

1) a^3b^6;
2) $8x^3y^9$;
3) $\frac{1}{64}c^9$;
4) $125m^{12}n^{21}$;
5) $0{,}216k^{15}p^{24}$;
6) $0{,}008a^9b^{18}c^{27}$.

Сумма и разность кубов двух выражений

Умножим двучлен $a+b$ на трёхчлен a^2-ab+b^2. Получим:

$$(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3-\underline{a^2b}+\underline{\underline{ab^2}}+\underline{a^2b}-\underline{\underline{ab^2}}+b^3=a^3+b^3.$$

Тем самым мы доказали тождество

$$\boxed{a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)}$$

Это тождество называют **формулой суммы кубов двух выражений**.

Многочлен a^2-ab+b^2, стоящий в правой части, называют **неполным квадратом разности**. Такое название объясняется его внешним сходством с многочленом $a^2-2ab+b^2$, который равен квадрату разности a и b.

Теперь можно сформулировать правило.

Сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности.

Сумма и разность кубов двух выражений

Разложим на множители выражение $a^3 - b^3$. Имеем:

$$a^3 - b^3 = a^3 + (-b)^3 = \left(a + (-b)\right)\left(a^2 - a(-b) + (-b)^2\right) =$$
$$= (a - b)\left(a^2 + ab + b^2\right).$$

Мы доказали тождество

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a - b)\left(a^2 + ab + b^2\right)}$$

Это тождество называют **формулой разности кубов двух выражений**.

Многочлен $a^2 + ab + b^2$ называют **неполным квадратом суммы**.

Итак, сформулируем правило.

Разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений и неполного квадрата их суммы.

Сумма и разность кубов двух выражений

Пример 1. Разложите на множители:

1) $8a^3 + 27b^3$; 2) $x^6 - y^9$.

Решение. 1) Представив данный многочлен в виде суммы кубов двух выражений, получим:

$$8a^3 + 27b^3 = (2a)^3 + (3b)^3 = (2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2).$$

2) Представив данный многочлен в виде разности кубов двух выражений, получим:

$$x^6 - y^9 = (x^2)^3 - (y^3)^3 = (x^2 - y^3)(x^4 + x^2y^3 + y^6).$$

Пример 2. Упростите выражение $(4y - 1)(16y^2 + 4y + 1)$ и найдите его значение при $y = \frac{1}{2}$.

Решение. Имеем: $(4y - 1)(16y^2 + 4y + 1) = (4y)^3 - 1 = 64y^3 - 1$.

При $y = \frac{1}{2}$

$$64y^3 - 1 = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 1 = 64 \cdot \frac{1}{8} - 1 = 8 - 1 = 7.$$

Сумма и разность кубов двух выражений

675. Какому из данных выражений тождественно равен многочлен $a^3 - 27$:

1) $(a-3)(a^2+6a+9)$;
2) $(a-3)(a^2-9)$;
3) $(a-3)(a^2-3a+9)$;
4) $(a-3)(a^2+3a+9)$?

677. Разложите на множители:

1) a^3+8;
2) c^3-64;
3) $125-b^3$;
4) $1+x^3$;
5) a^3+1000;
6) $27a^3-1$;
7) $1000c^3-216$;
8) a^3b^3-1;
9) $m^3n^3+0{,}001$;
10) $\frac{64}{343}m^3-\frac{125}{216}n^3$;

679. Представьте в виде многочлена выражение:

1) $(x-2)(x^2+2x+4)$;
2) $(2a-1)(4a^2+2a+1)$;
3) $(a^2+1)(a^4-a^2+1)$;
4) $(0{,}5xy+2)(0{,}25x^2y^2-xy+4)$.

Итог урока

На уроке

мы узнали?:

формулы, по которым находятся сумма и разность кубов двух чисел;

мы научились?:

применять формулы для упрощения вычислений;

применять формулы для разложения многочлена на множители;

мы сможем?:

преобразовывать алгебраические выражения с помощью изученных формул.

Домашнее задание

- Прочитать п. 18, выучить формулы, ответить на вопросы 1-6.
- Решить № 678, 680