

Темы занятия:

Вероятностный подход к
измерению информации

Важно знать

- Содержательный подход частный случай вероятностного.
- В содержательном подходе количество информации, заключенное в сообщении, определяется объемом знаний, который это сообщение несет получающему его человеку.
- Количество информации, заключенное в сообщении, должно быть тем больше, чем больше оно пополняет наши знания.

Важно знать

- В теории информации для бита дается следующее определение:
- **Сообщение, уменьшающее неопределенность знания в два раза, несет 1 бит информации.**
- **Неопределенность знаний о результате некоторого события-это количество возможных результатов события.**
- Сообщение об одном из двух равновероятных результатов некоторого события несет **1 бит** информации.

Вернемся к формуле Хартли

- Пусть в некотором сообщении содержатся сведения о том, что произошло одно из N равновероятных событий.
- Тогда количество информации i , содержащееся в сообщении о том, что произошло одно из N равновероятных событий, можно определить из уже известной нам **формулы Хартли**:

$$N=2^i.$$

Решение такого уравнения имеет вид:

$$i=\log_2 N$$

(логарифм N по основанию 2)

Пример решения задачи

- Шахматная доска состоит из 64 полей: 8 столбцов на 8 строк. Какое количество **бит** несет сообщение о выборе одного шахматного поля?
- **Решение.**
- Поскольку выбор любой из 64 клеток равновероятен, то количество бит находится из формулы:

$$2^i=64,$$

$$i=\log_2 64=6, \text{ так как } 2^6=64.$$

Следовательно, $i=6$ бит.

Важно знать

- В случае, когда количество информации становится нецелой величиной, для решения задачи придется воспользоваться таблицей двоичных логарифмов.
- Также, если N не является целой степенью 2, то можно выполнить округление i в большую сторону. При решении задач в таком случае i можно найти как:

|

$$i = \log_2 K,$$

- где K - ближайшая к N степень двойки, такая, что $K > N$.

Вероятностный подход

- Введем следующие понятия:
- **Испытание** - любой эксперимент;
- **Единичное испытание** - испытание, в котором совершается одно действие с одним предметом (например, подбрасывается монетка, или из корзины извлекается шар);
- **Исходы испытаний** - результаты испытания (например, при подбрасывании монеты выпал «орел», или из корзины извлекли белый шар);
- **Множество исходов испытания** - множество всех возможных исходов испытания;
- **Случайное событие** - событие, которое может произойти или не произойти (например, выигрыш билета в лотерее, извлечение карты определенной масти из колоды карт).

Вероятностный подход

- Вероятностью случайного события (**p**) называется отношение числа благоприятствующих событию исходов (**m**) к общему числу исходов (**n**):

$$p = m/n.$$

Пример решения задачи

- **Пример:**
- В беспроигрышной лотерее разыгрывается 3 книги, 2 альбома, 10 наборов маркеров, 10 блокнотов.
- Какова вероятность выиграть книгу?

Решение.

Общее число исходов $2+3+10+10=25$; число благоприятствующих исходу событий равно 3

Вероятность выигрыша книги вычисляется по формуле:

$$p=3/25=0,12$$

Формула Шеннона

- Заметим, что во многих случаях события происходят с разной вероятностью, а значит формула $N=2^i$ не всегда применима.
- Вероятностный подход предполагает, что возможные события имеют различные вероятности реализации.
- В этом случае, зная **вероятность** (p) событий, можно определить **количество информации** (i) в сообщении о каждом из них из формулы:

$$2^i = 1/p$$

Формула Шеннона

- Количество информации будет определяться по формуле Шеннона, предложенной им в 1948 г. для различных вероятностных событий:

$$I = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$$

или

$$I = -(p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + \dots + p_N \log_2 p_N)$$

Где:

I - количество информации;

N - количество возможных событий;

p_i - вероятность i -го события.

Пример решения задачи

- В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?
- **Решение.**
- Общее число исходов: $8+24=32$, число благоприятствующих исходу событий равно 8.
- Вероятность выбора черного шара определяется как :
 - $p=8/32=1/4=0,25$
- Количество информации вычисляем из соотношения
 - $2^i=1/0,25=4,$
- значит, $i=2$ бита.

Пример решения задачи

- В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?
- **Решение.**
- Общее число исходов: $8+24=32$, число благоприятствующих исходу событий равно 8.
- Вероятность выбора черного шара определяется как :
 - $p=8/32=1/4=0,25$
- Количество информации вычисляем из соотношения
 - $2^i=1/0,25=4,$
- значит, $i=2$ бита.

Решение задач по пройденному материалу

- **Задача 1**
- Жесткий диск пуст и имеет объем 750 Гбайт.
- а) Сколько книг, каждая из которых состоит из 2048 страниц, на каждой странице 256 строк, в каждой строке 128 символа, можно записать на такой жесткий диск (каждый символ кодируется одним байтом)?
- б) Если учесть, что каждая такая книга 6 см толщиной, то какой высоты в метрах (целое число) будет стопка, если все их сложить друг на друга?

Решение задач по пройденному материалу

- **Задача 2**
- Жесткий диск пуст и имеет объем 160 Гбайт.
- а) Сколько книг, каждая из которых состоит из **256** страниц, на каждой странице 128 строк, в каждой строке 64 символа, можно записать на такой жесткий диск (каждый символ кодируется одним байтом)?
- б) Если учесть, что каждая такая книга 3 см толщиной, то какой высоты в метрах (целое число) будет стопка, если все их сложить друг на друга?

Решение задач по пройденному материалу

- **Задача 3**

- В коробке находятся 16 фруктов: 8 яблок, 4 груш(-и), 2 лимона и 2 ананаса. Какое количество информации содержится в сообщениях о том, что из коробки случайным образом были последовательно взяты с возвратом яблоко (I1), груша (I2), лимон (I3) и ананас (I4).

- **Задача 4**

- В ящике находятся 128 овощей: 16 помидоров, 16 кабачков, 64 моркови и 32 свеклы. Какое количество информации содержится в сообщениях о том, что из ящика случайным образом были последовательно взяты с возвратом помидор (I1), кабачок (I2), морковь (I3) и свекла (I4).

Решение задач по пройденному материалу

- **Задача 5**
- Информационный объем текста, подготовленного с помощью компьютера, равен 1,9 Мб. Сколько символов содержит этот текст?