



Решение задач с помощью квадратных уравнений



Необходимость решать квадратные уравнения еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения вавилоняне умели решать еще около 2000 лет до н. э. правило решения этих уравнений, изложенное в Вавилонских текстах, совпадает по существу с современными, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила.

Задача №1

Спортивная площадка площадью 1800 кв.м имеет форму прямоугольника, длина которого на 5м больше ширины. Найдите размеры площадки.

решение

x м- ширина площадки,
 $(x+5)$ м- длина площадки,
 $S=x(x+5)$.

$$x(x+5)=1800,$$

$$x^2+5x-1800=0,$$

$$D=25+7200=7225>0,$$

$$x=(-5\pm 85):2,$$

$x_1=-45$ не удовлетворяет условию задачи,

$$x_2=40, x+5=45$$

Ответ: 40м и 45м

Задача №2

Найти два последовательных натуральных числа, произведение которых равно 132.

Пусть x и $x+1$ – неизвестные числа, тогда

$$x(x+1)=132,$$

$$x^2 + x - 132 = 0,$$

$$D=1+528=529>0,$$

$$x=(-1\pm 23):2,$$

$x_1=-12$ - не удовлетворяет условию задачи,

$$x_2=11, x+1=12.$$

Ответ: 11 и 12.

Справка.

Натуральные числа: 1,2,3,4,5,6,7,...

Задача №3

Найти два последовательных нечетных числа, если их произведение равно 195.

Пусть x и $x+2$ – искомые числа, тогда

$$x(x+2)=195,$$

$$x^2+2x-195=0,$$

$$D=1+195=196>0,$$

$$x=-1\pm 14,$$

$x_1=-15$ -не удовлетворяет условию задачи,

$$x_2=13, x+2=15.$$

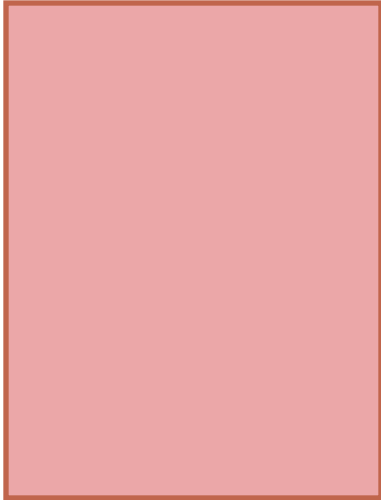
Ответ: 13и15.

Справка.

Нечетные числа: 1,3,5,7,9,11,...

Задача №4

Периметр прямоугольника равен 10 м, площадь-6 м². Найти его стороны.



Пусть a и b – стороны прямоугольника, тогда $P=2(a+b)$,

$$2(a+b)=10, a+b=5, a=5-b;$$

$$S=b(5-b),$$

$$5b-b^2=6,$$

$$b^2-5b+6=0,$$

$$D=25-24=1>0,$$

$$b=(5\pm 1):2,$$

$$b_1=3, b_2=2;$$

$$a_1=2, a_2=3.$$

Ответ: 2м и 3м.

Задача 5. Индусская задача

«На две партии разбившись

Забавлялись обезьяны.

Часть восьмая их в квадрате

В роще весело резвилась

Криком радостным двенадцать

Воздух свежий оглашали...

Вместе сколько ты мне скажешь,

Обезьян там было в роще?»



решение

Решение. Общая численность стаи x , то

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x + 12 \cdot 64 = 0$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0$$

по теореме, обратной теореме Виета,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 64; \\ x_1 \cdot x_2 = 768; \end{cases} \quad x_1=48 \text{ и } x_2=16.$$

Задача имеет два решения

Задача №6

Определите стороны прямоугольного поля площадью 140 га, если одна его сторона на 400 м больше другой.

Справка

$$1\text{га} = 10000\text{м}^2$$

решение

x м – сторона поля;

$(x+400)$ м – другая сторона.

По условию площадь 1400000 м².

Составим уравнение.

$$x(x+400)=1400\ 000,$$

$$x^2 + 400x - 1400\ 000=0,$$

$$D = 160000 + 5600\ 000 = 5760000$$

$$x_1 = 1000,$$

$$x_2 = 1400.$$

Ответ. 1000 м, 1400 м.



Задача №7

Расстояние между городами скорый поезд, идущий со скоростью 90 км/ч , проходит на $1,5 \text{ ч}$ быстрее товарного, который идет со скоростью 60 км/ч .
Каково расстояние между городами?

решение

x км/ч-расстояние между городами;

$x/90$ ч-время скорого поезда;

$x/60$ ч-время товарного поезда;

$x/90$ меньше $x/60$ на 1,5 часа.

Составим уравнение:

$$x/60 - x/90 = 3/2;$$

$$3x-2x=270;$$

$$x=270.$$

Ответ. 270 км.