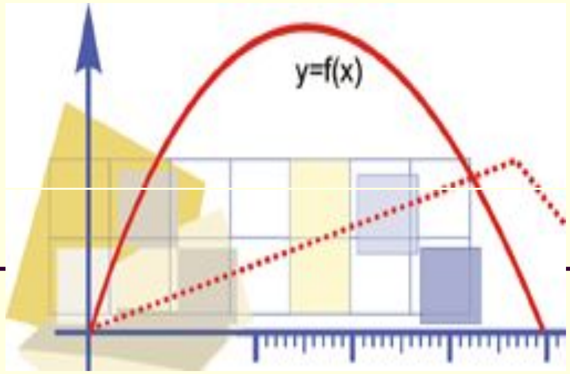


Преобразование графиков функций

Оригинал: МБОУ СОШ №5 – «Школа здоровья и развития» г. Радужный

Повторение:

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \sin x$, называется синусом.

Функция определена и непрерывна на всем множестве действительных чисел. Эта функция ограничена: $|\sin x| \leqslant 1$. Она периодическая, ее период $T = 2\pi n$, $n \in Z$ (наименьший период 2π): $\sin(x + 2\pi n) = \sin x$, $n \in Z$. Функция $y = \sin x$ — нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$ ее график симметричен относительно начала координат. График этой функции называется синусоидой (рис. 38).

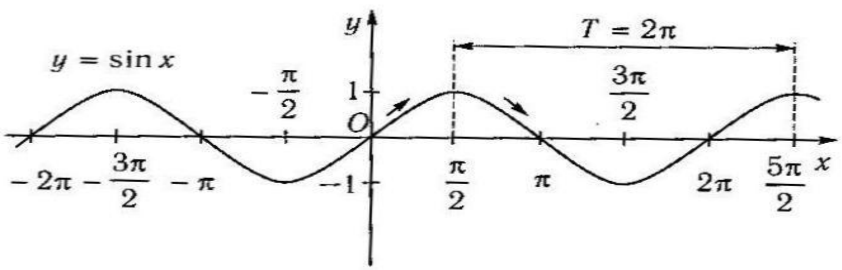


Рис. 38

Функция принимает нулевые значения при $x = \pi n$, $n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция $y = \sin x$ возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$ и убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \cos x$, называется косинусом.

Функция определена и непрерывна при всех действительных значениях x. Эта функция ограничена: $|\cos x| \leqslant 1$. Она периодическая, ее период $T = 2\pi n$, $n \in Z$ (наименьший период 2π): $\cos(x + 2\pi n) = \cos x$, где $n \in Z$. Функция $y = \cos x$ — четная: $\cos(-x) = \cos x$ и ее график симметричен относительно оси ординат. График этой функции называется косинусоидой (рис. 39).

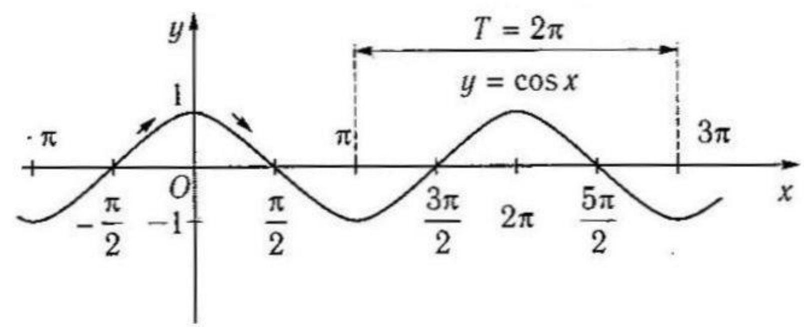


Рис. 39

Функция принимает нулевые значения при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция $y = \cos x$ возрастает на промежутках $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in Z$ и убывает на промежутках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$. $n \in Z$.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \operatorname{tg} x$, называется тангенсом.

Функция определена при $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$, ее областью значений является интервал $(-\infty; +\infty)$. Она периодическая, ее период $T = \pi n$, $n \in Z$ (наименьший период π): $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x$, $n \in Z$. Функция $y = \operatorname{tg} x$ — нечетная: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ и ее график симметричен относительно начала координат. В точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$ функция $y = \operatorname{tg} x$ не существует, и говорят, что в этих точках функция терпит разрыв, т. е. она не является непрерывной. График функции $y = \operatorname{tg} x$ называется тангенсоидой (рис. 40).

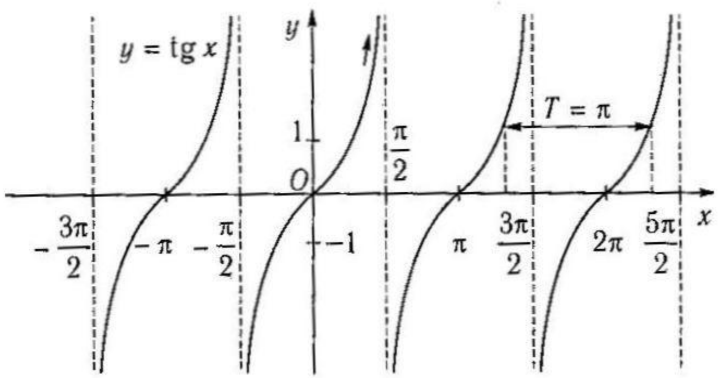


Рис. 40

Функция принимает нулевые значения при $x = \pi n$, $n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция $y = \operatorname{tg} x$ возрастает на всех интервалах определения $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in Z$.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \operatorname{ctg} x$, называется котангенсом.

Функция определена при $x \neq \pi n$, $n \in Z$, ее областью значений является интервал $(-\infty; +\infty)$. Она периодическая, ее период $T = \pi n$, $n \in Z$ (наименьший период π): $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x$, $n \in Z$. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ — нечетная: $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$ и ее график симметричен относительно начала координат. В точках $x = \pi n$, $n \in Z$ функция $y = \operatorname{ctg} x$ не существует, и говорят, что в этих точках она терпит разрыв, т. е. функция не является непрерывной.

График функции $y = \operatorname{ctg} x$ называется котангенсоидой (рис. 41).

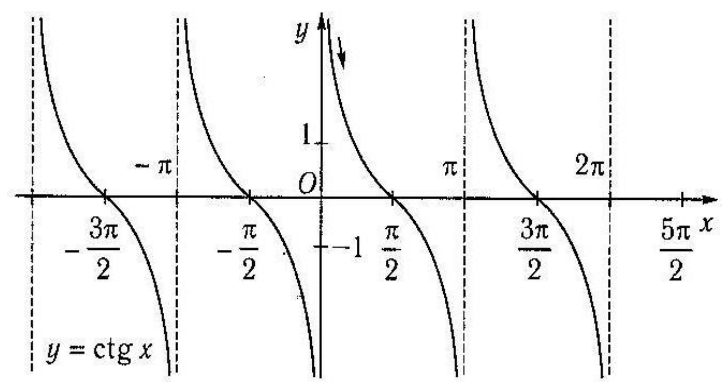


Рис. 41

Функция принимает нулевые значения при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция $y = \operatorname{ctg} x$ убывает на всех интервалах определения $(2\pi n; \pi + \pi n)$, $n \in Z$.

- Урок 1

Пусть задан график функции $y = f(x)$

все 7 преобразований с рисунками должны быть в конспекте

- Преобразование вида $y = kf(x)$
- Преобразование вида $y = f(x) + b$
- Преобразование вида $y = f(x – a)$
- Преобразование вида $y = f(mx)$
- Преобразование вида $y = |f(x)|$
- Преобразование вида $y = f(|x|)$
- Преобразование вида $y = -f(x)$

1. Преобразование вида $y = kf(x)$

— *Это растяжение (сжатие) в k раз графика функции $y = f(x)$ вдоль оси ординат*

Если , $|k| > 1$, то происходит

Растяжение

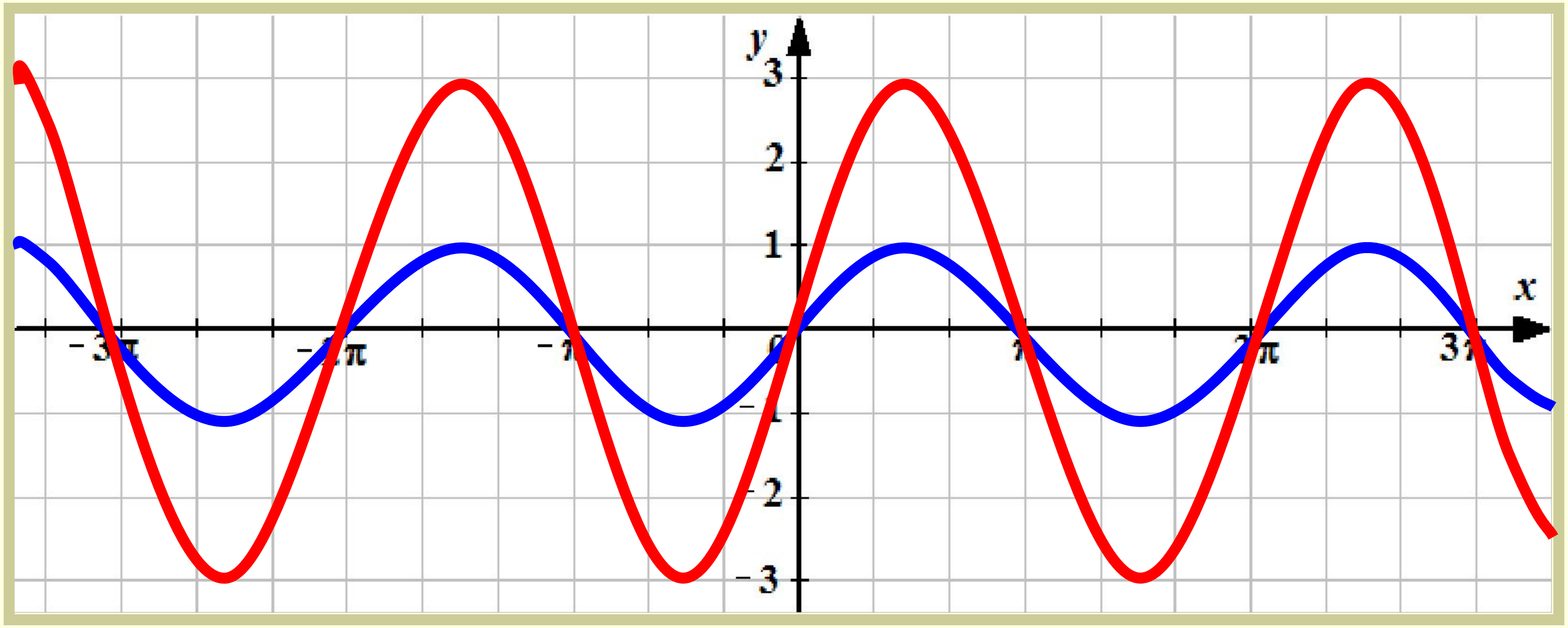
Если , $|k| < 1$, то происходит

Сжатие

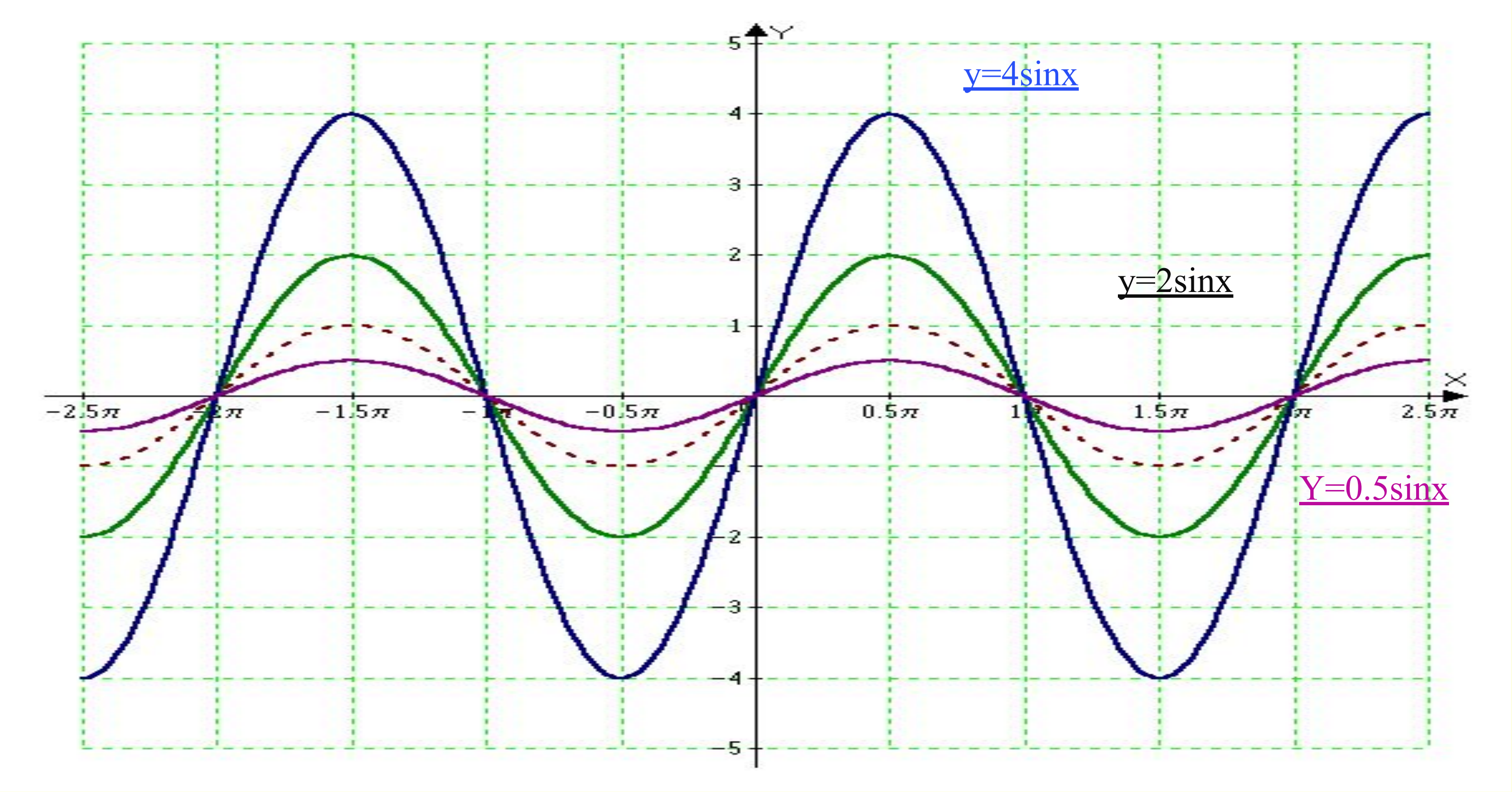
1. Преобразование вида $y = kf(x)$

<u>Пример:</u> $y = 3\sin x$

- Строим график функции $y = \sin x$
- Строим график функции $y = 3\sin x$



ПОСТРОИТЕ ГРАФИК Y=4SINX Y=0,5SINX



2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

— *Это параллельный перенос графика функции y = f(x) на b единиц вдоль оси ординат*

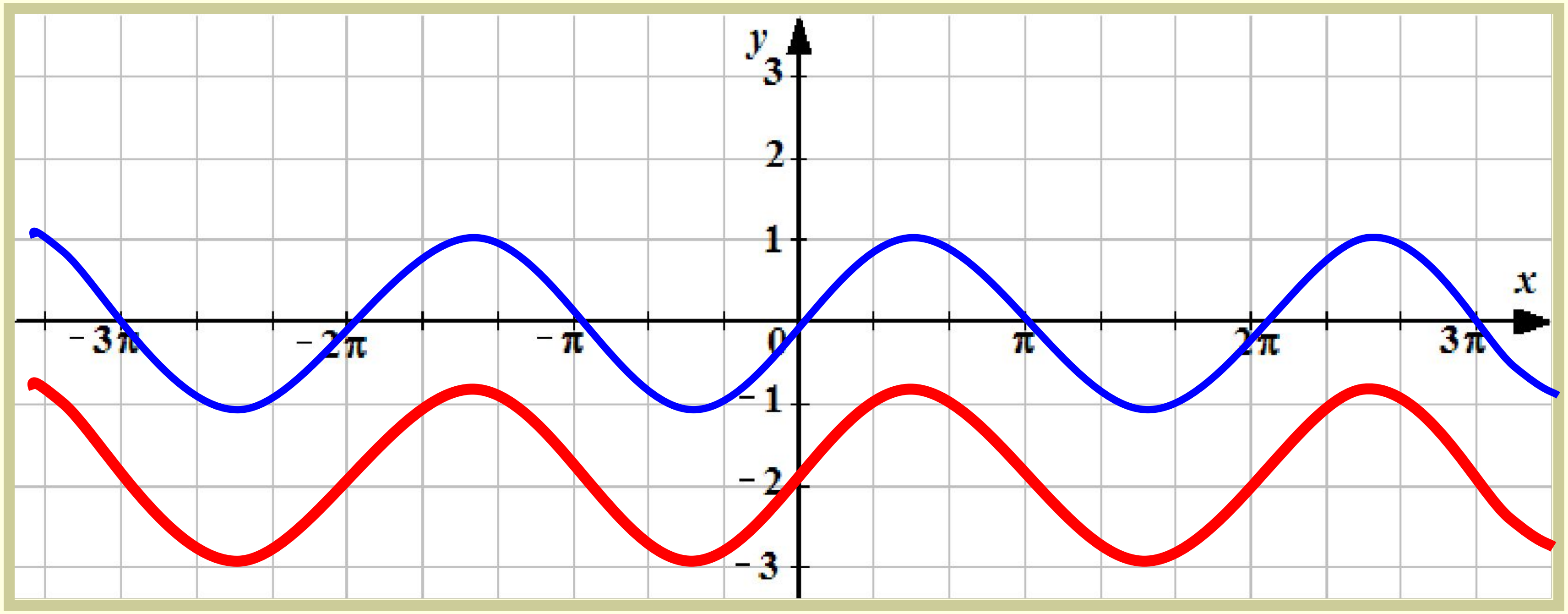
Если b > 0, то происходит смещение ↑

Если b < 0, то происходит смещение ↓

2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

Пример: $y = \sin x - 2$

- Строим график функции $y = \sin x$
- Строим график функции $y = \sin x - 2$



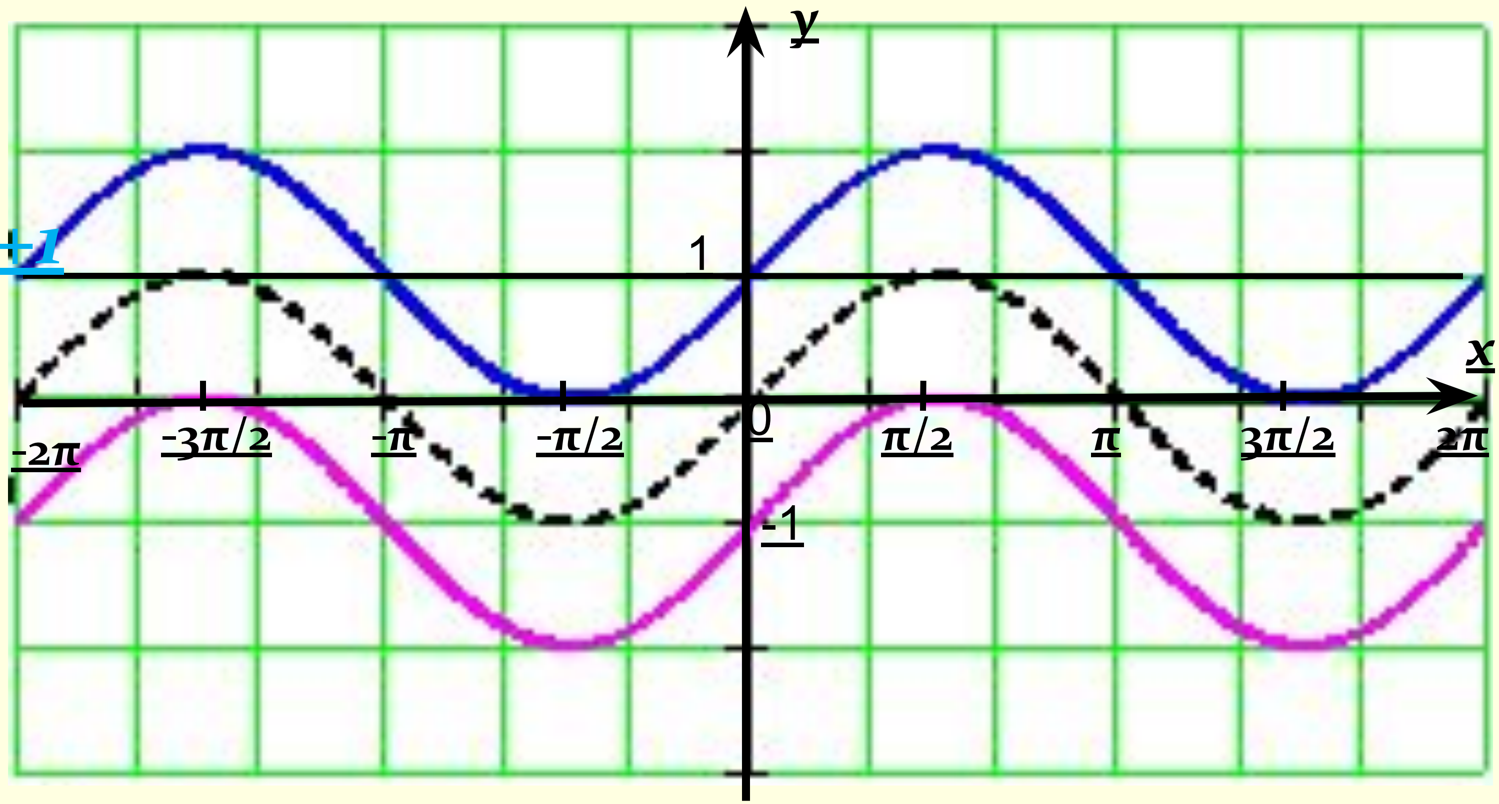
Постройте графики

$y = \sin x + 1$ $y = \sin x - 1$

$y = \sin x + 1$

$y = \sin x$

$y = \sin x - 1$



3. Преобразование вида *y = f(x – a)*

— Это параллельный перенос графика функции y = f(x) на a единиц вдоль оси абсцисс

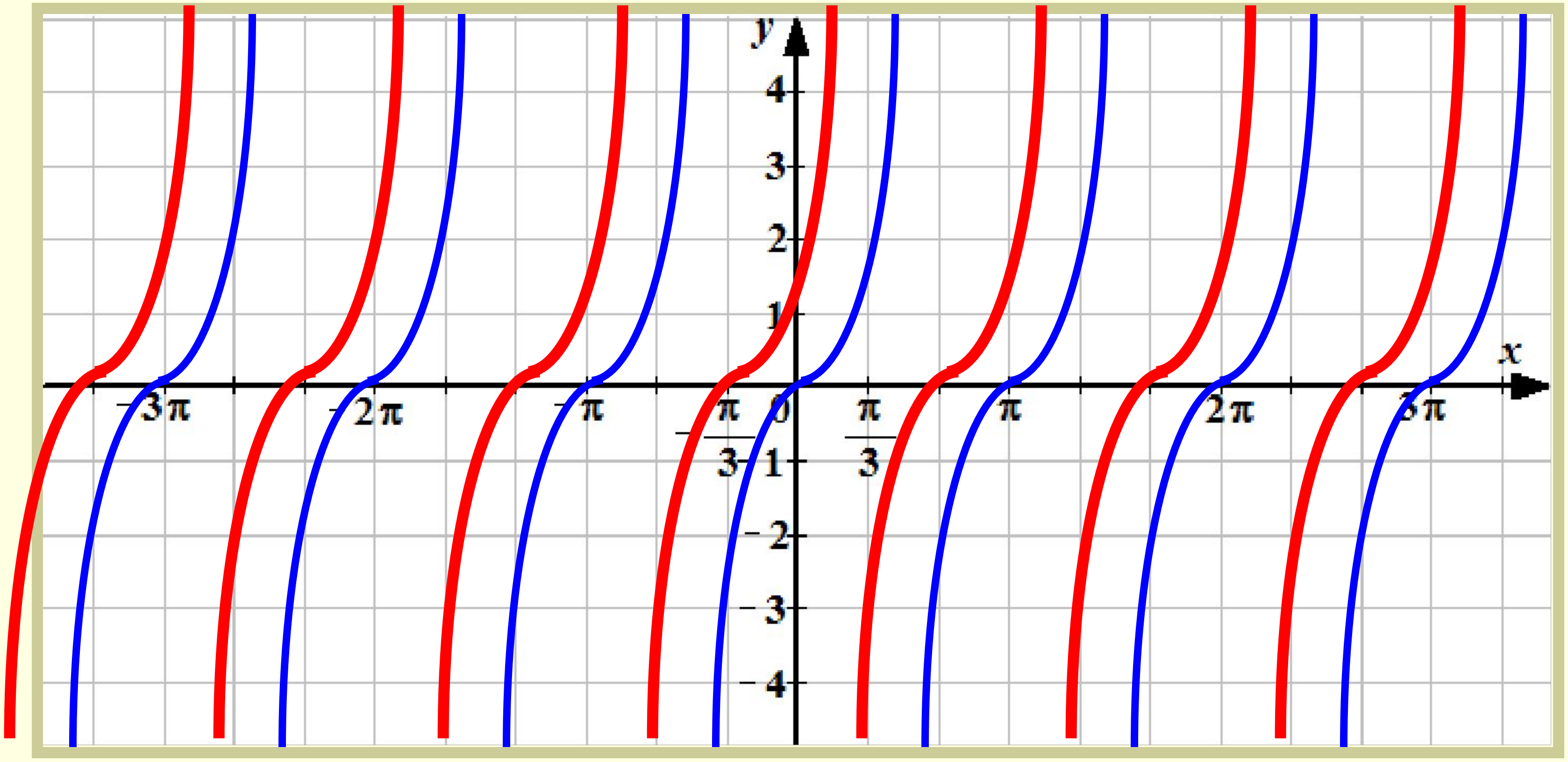
Если a > 0, то происходит смещение

Если a < 0, то происходит смещение

3. Преобразование вида *y = f(x – a)*

Пример: $y = tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

- ☼ Строим график функции $y = tg\,x$
- ☼ Строим график функции $y = tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

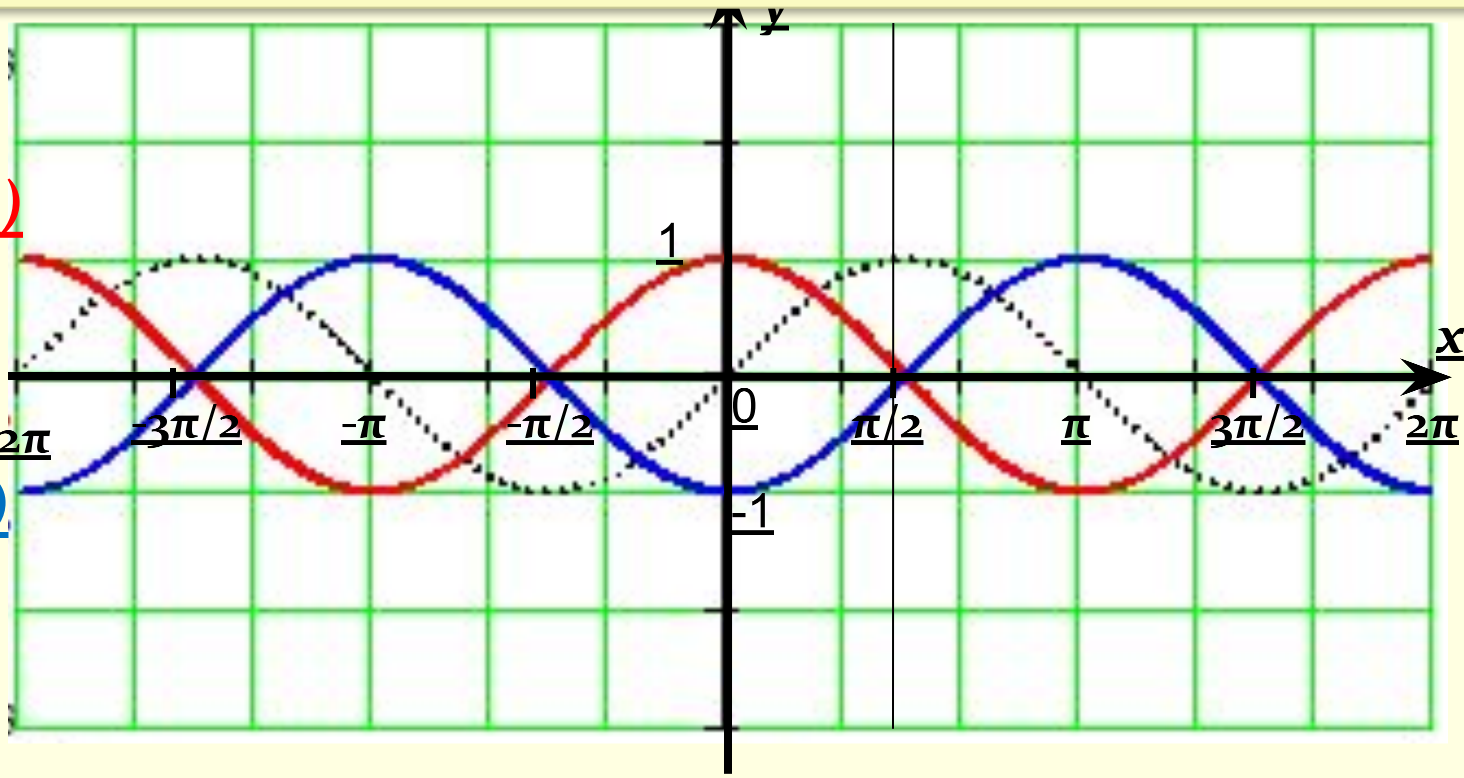


Постройте графики $y = \sin(x + \pi/2)$
$y = \sin(x - \pi/2)$

$y = \sin(x + \pi/2)$

$y = \sin x$

$y = \sin(x - \pi/2)$



4. Преобразование вида $y = f(mx)$

— *Это растяжение (сжатие) в* ***m*** *раз графика функции $y = f(x)$* ***вдоль оси абсцисс***

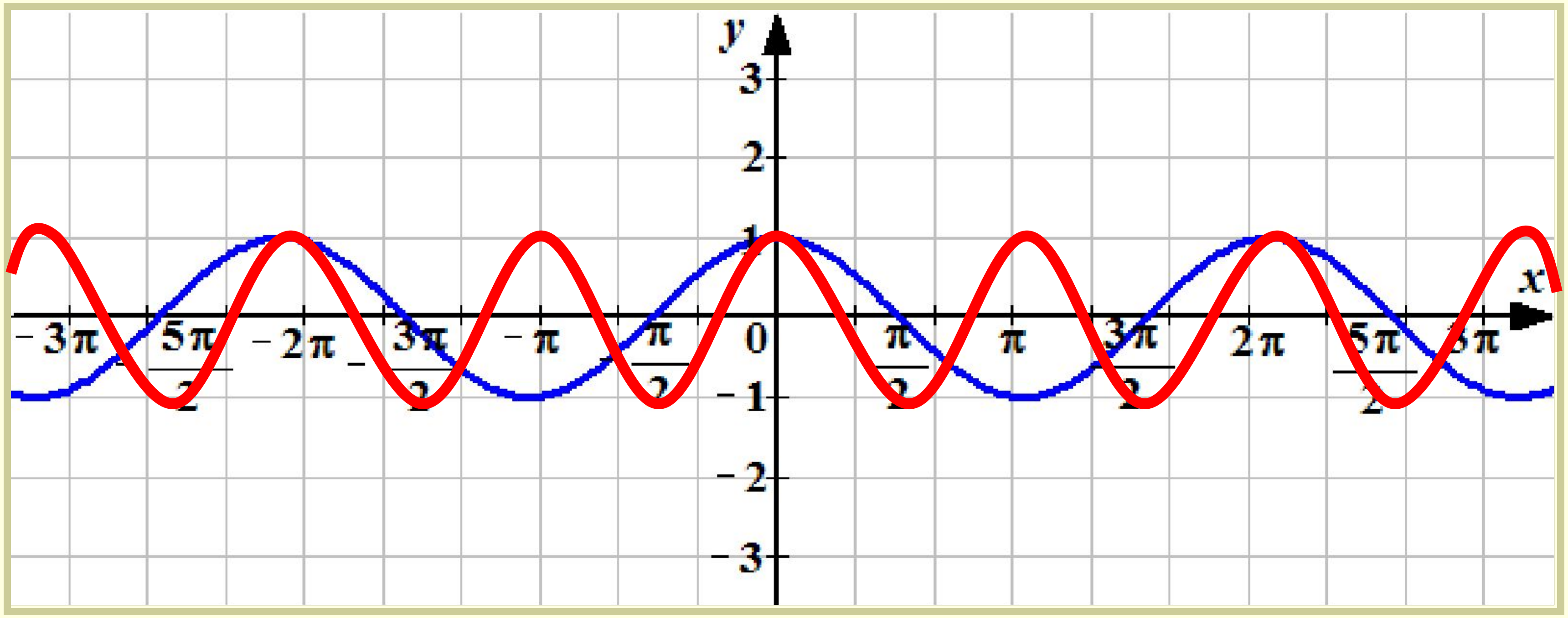
Если , $|m| > 1$, то происходит Сжатие

Если , $|m| < 1$, то происходит Растяжение

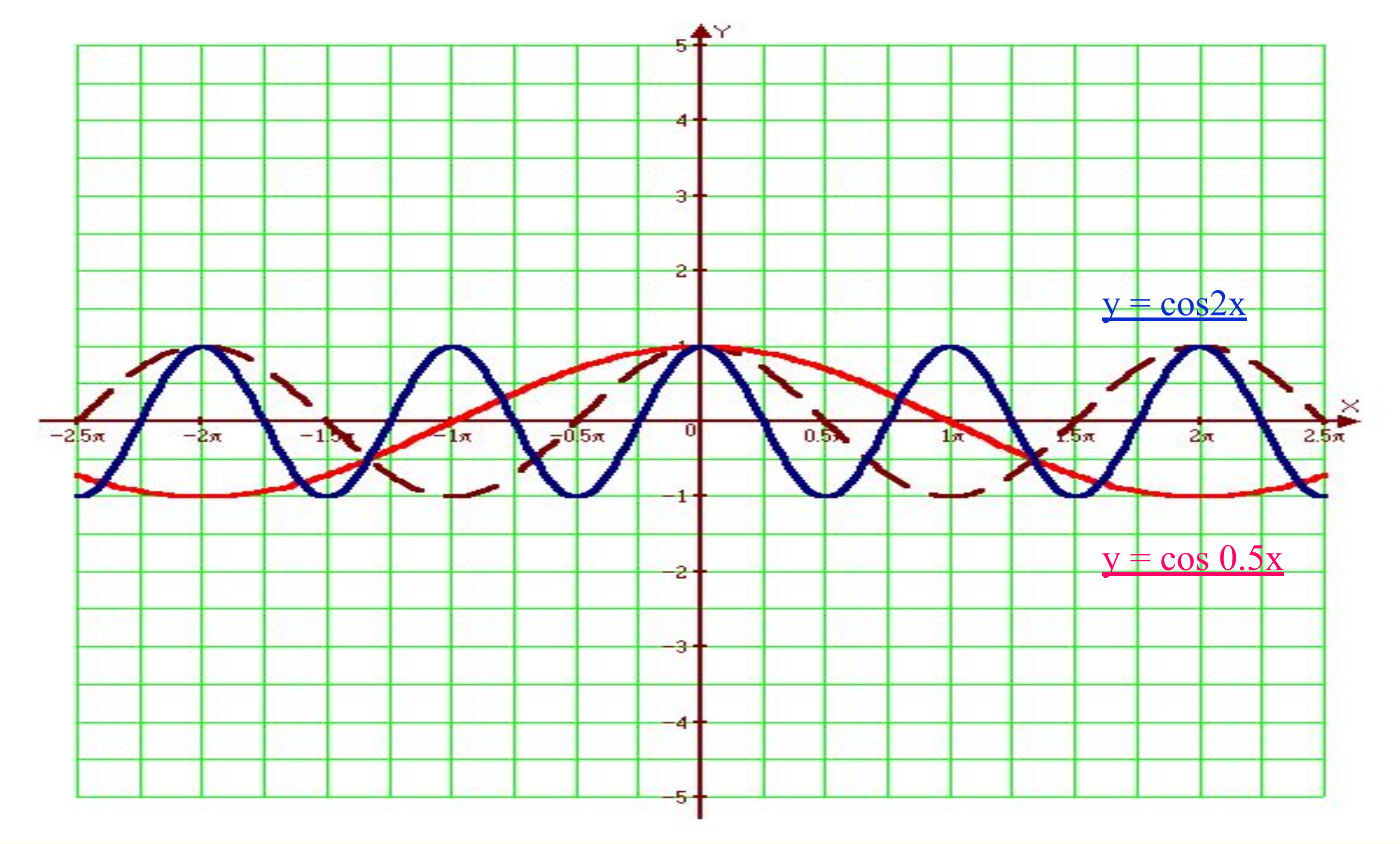
4. Преобразование вида *y = f(mx)*

<u>*Пример:*</u> *y = cos 2x*

- *Строим график функции y = cos x*
- *Строим график функции y = cos 2x*

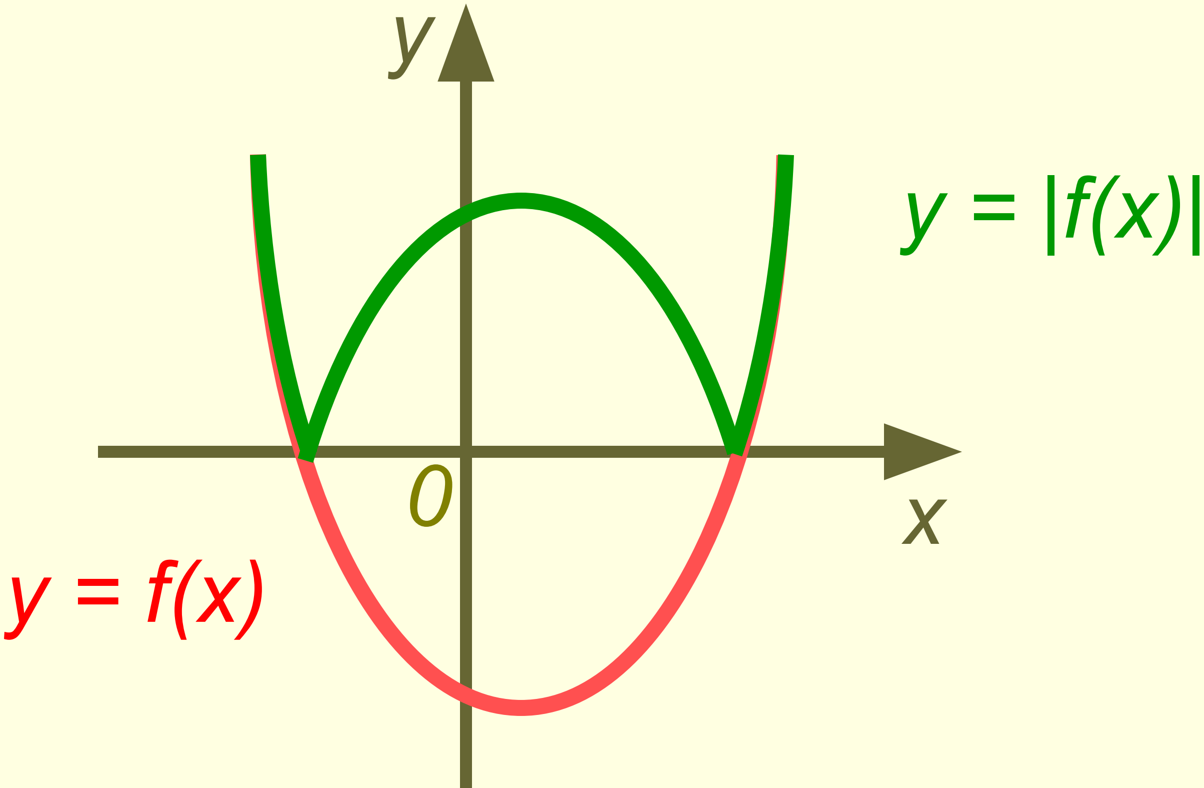


ПОСТРОЙТЕ ГРАФИК У=COS0,5X



5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

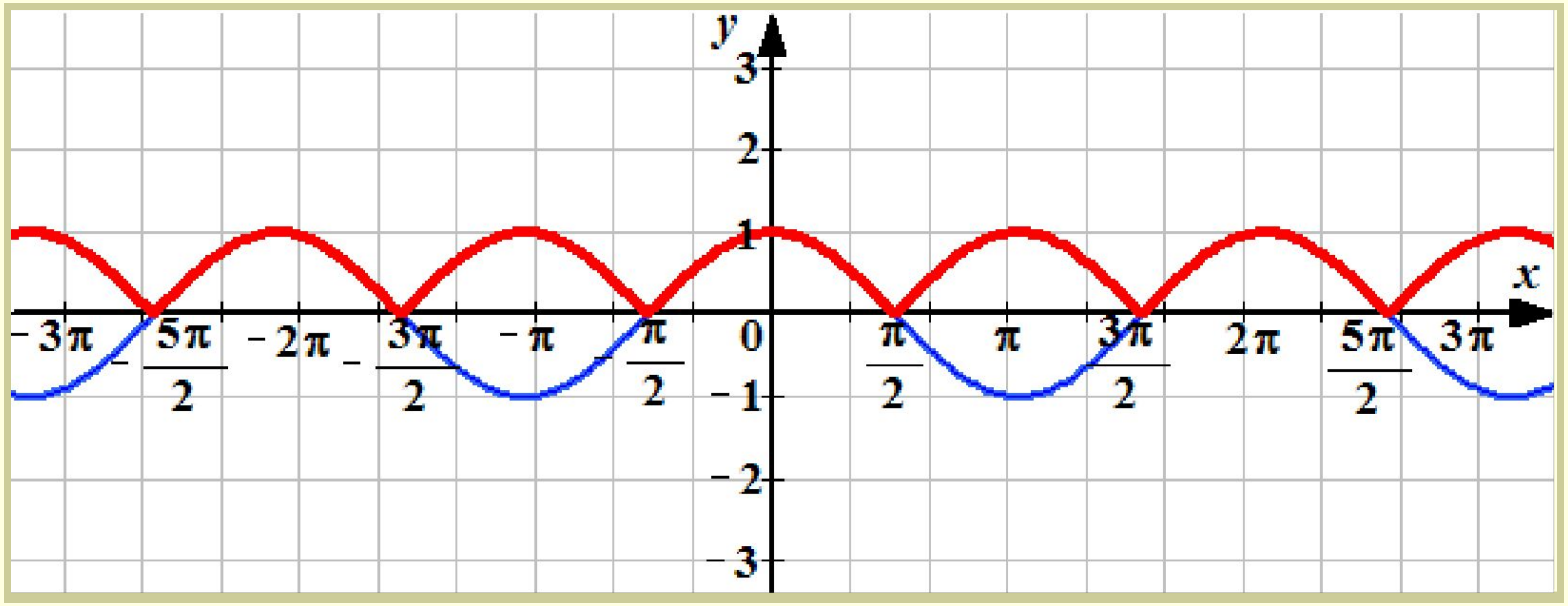
— *Это отображение нижней части графика функции y = f(x) в верхнюю полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением верхней части графика*



5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

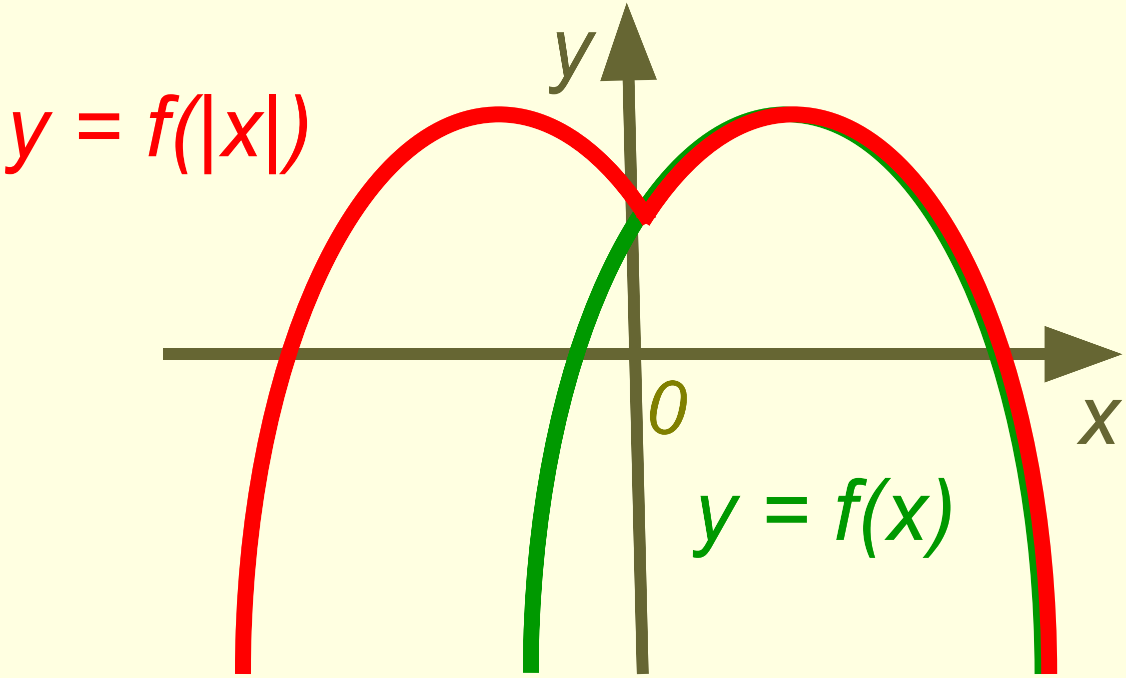
<u>Пример:</u> $y = |\cos x|$

- Строим график функции $y = \cos x$
- Строим график функции $y = |\cos x|$



6. Преобразование вида $y = f\,(|x|)$

— *Это отображение правой части графика функции*
$y = f(x)$ в левую полуплоскость
относительно оси ординат
с сохранением правой части графика

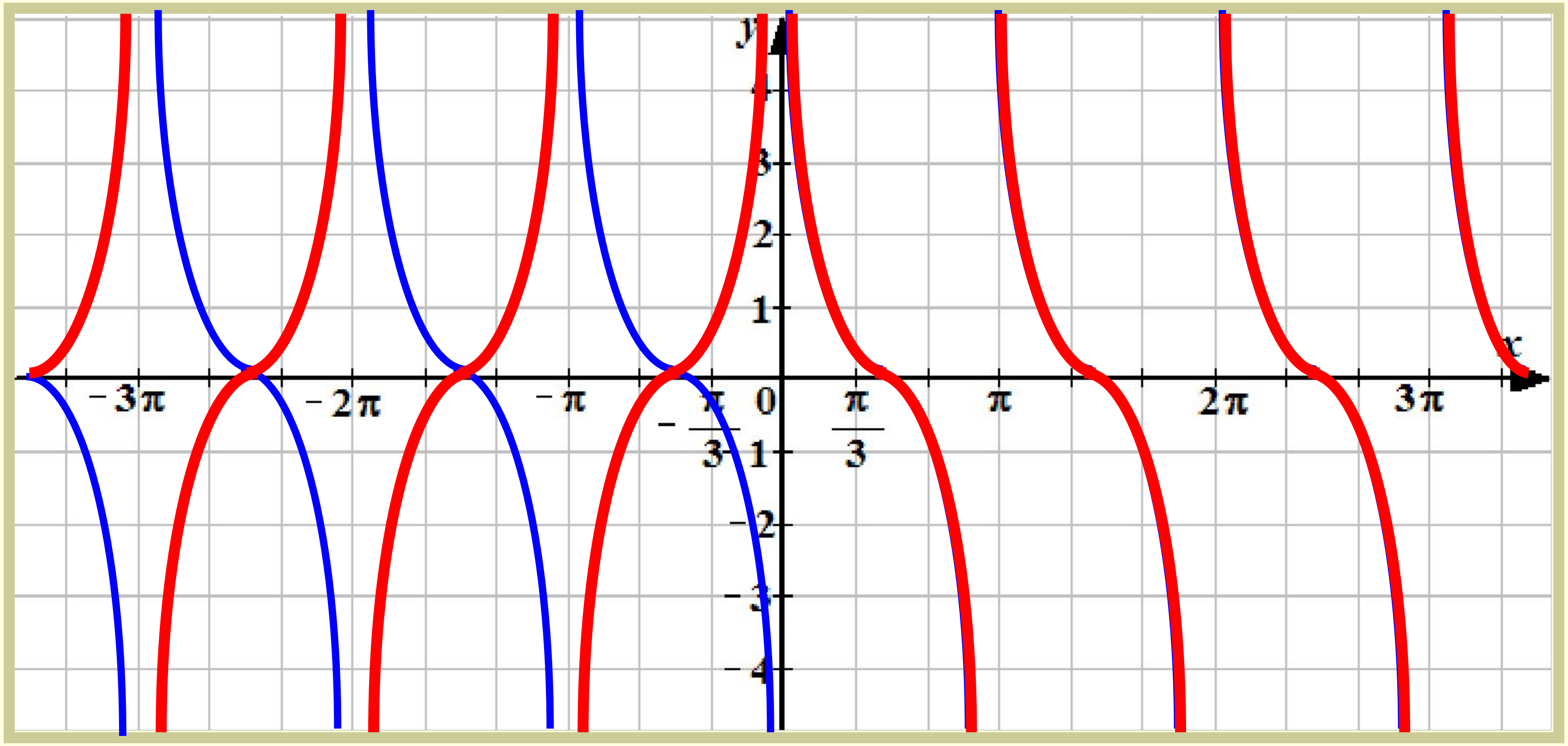


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

<u>*Пример:*</u> $y = ctg\,|x|$

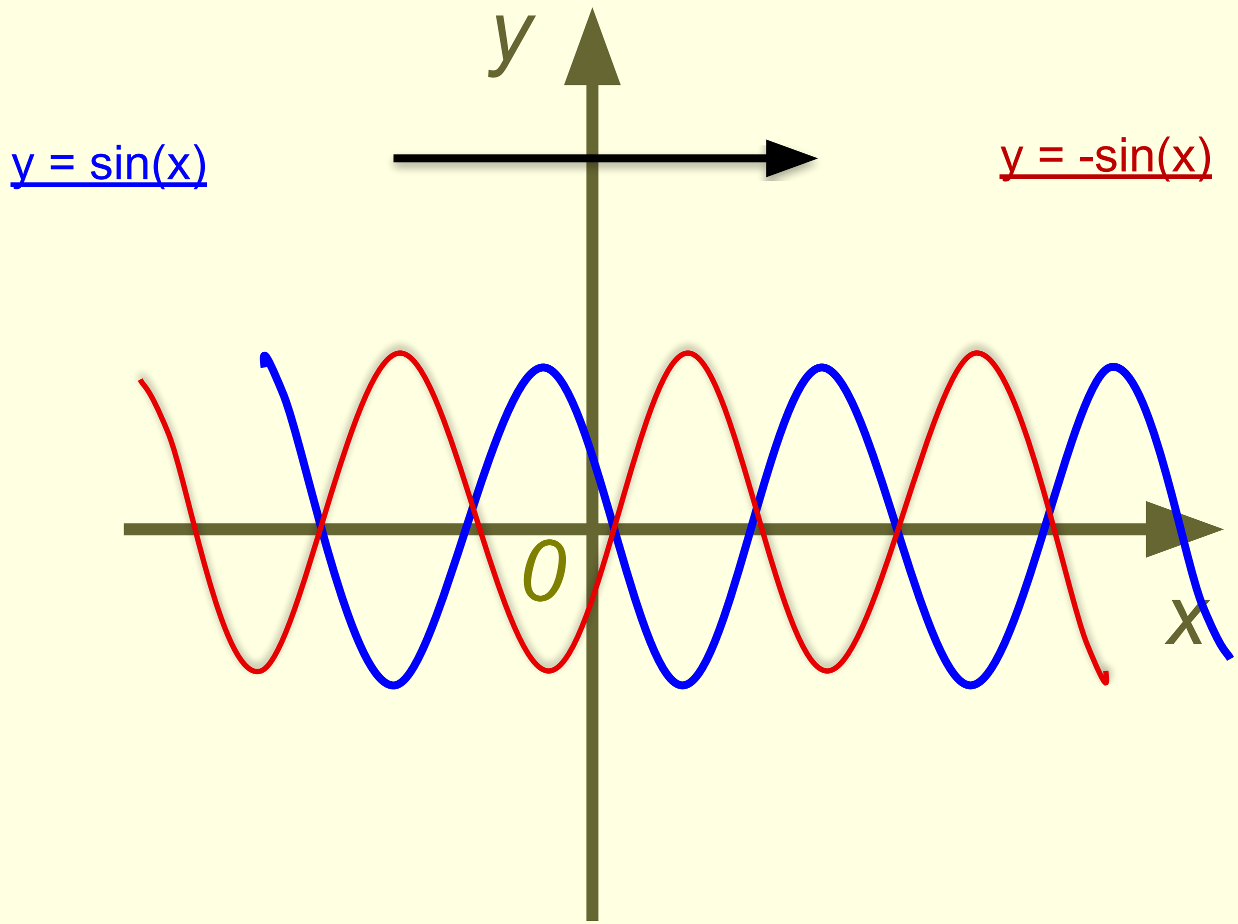
- *Строим график функции $y = ctg\ x$*

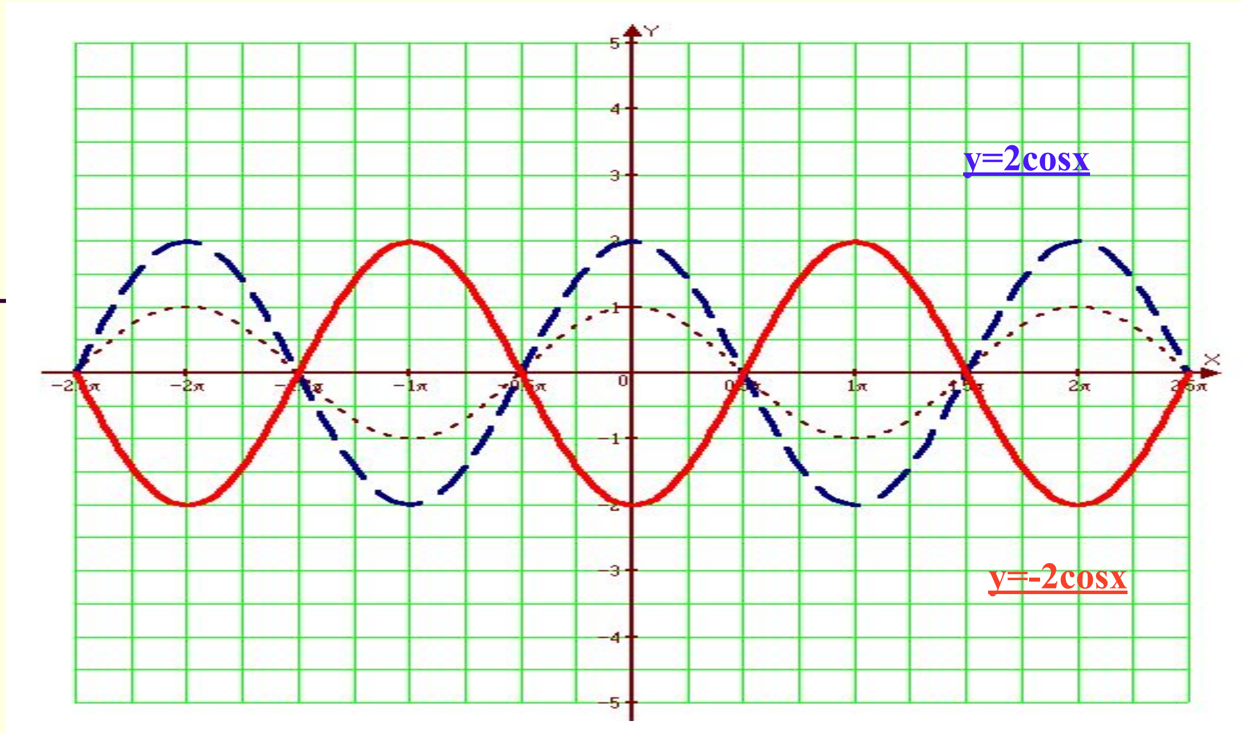
- *Строим график функции $y = ctg\,|x|$*

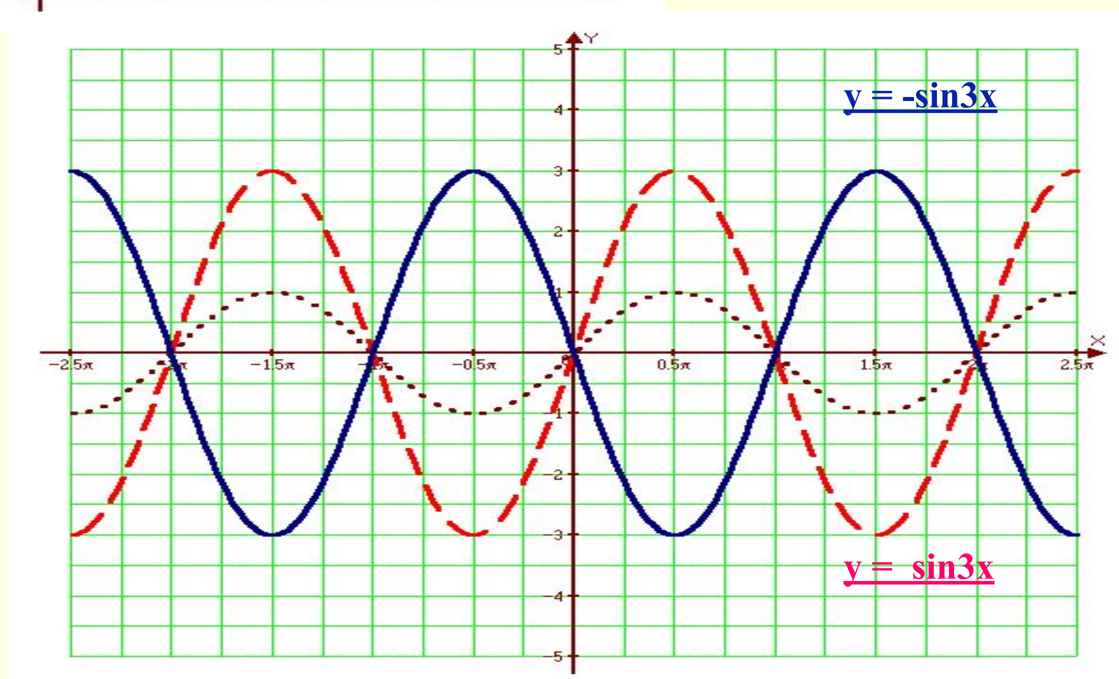


Преобразование вида: y = -f(x) «Зеркало»

— *Это отображение графика зеркально*



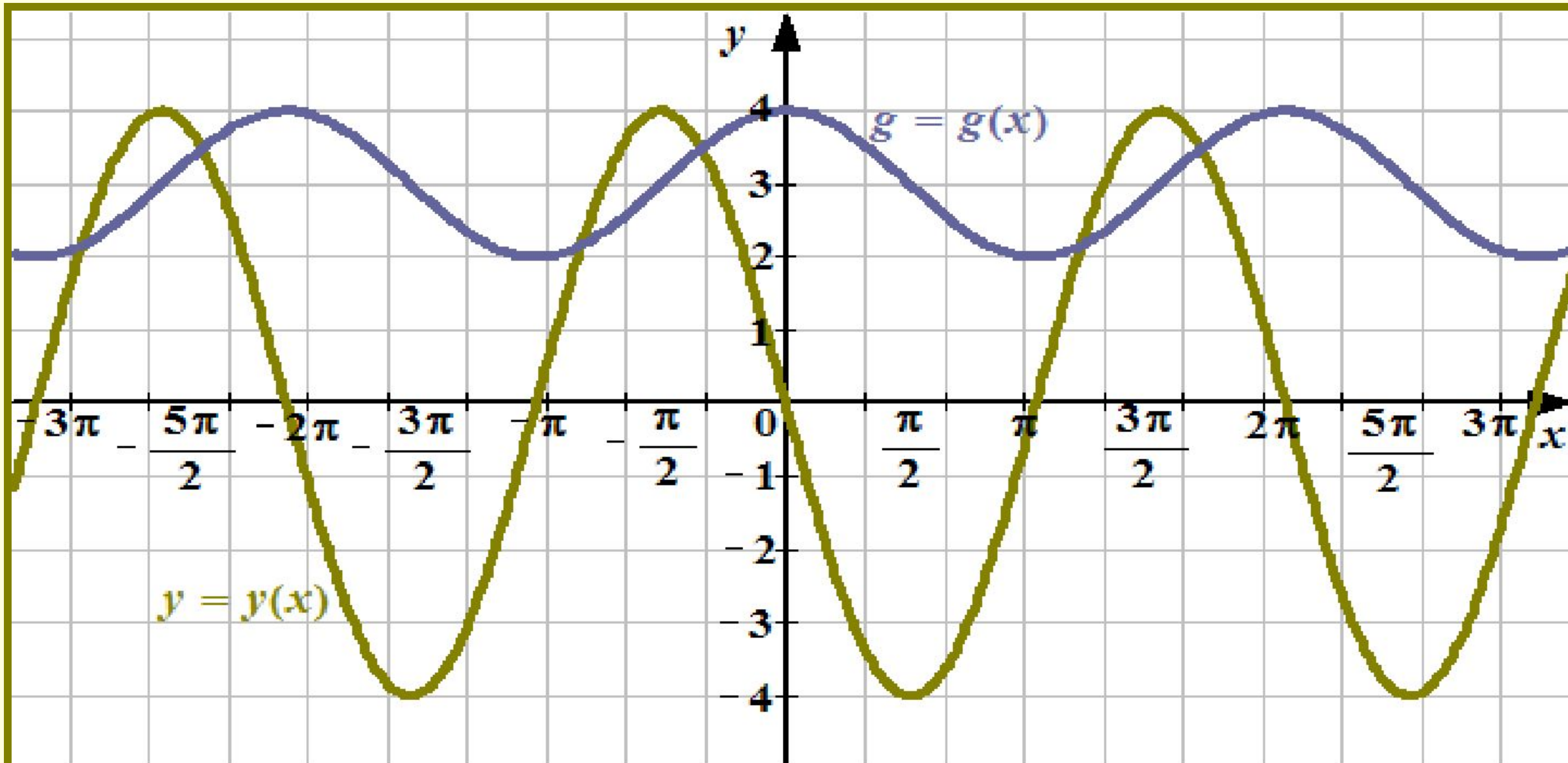

y=2cosx
y=-2cosx


y = -sin3x
y = sin3x

Дз выполнить конспект и задания.

Урок 2

По заданным графикам определите вид функции:

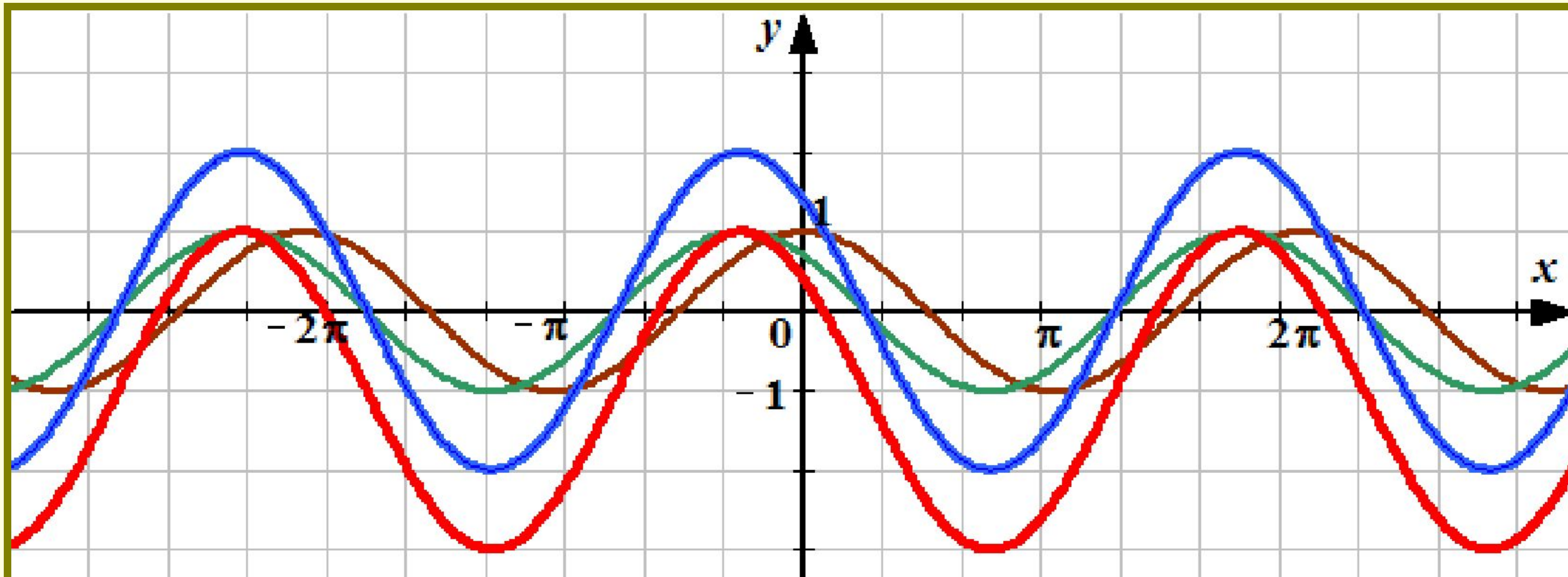


y(x) = ?

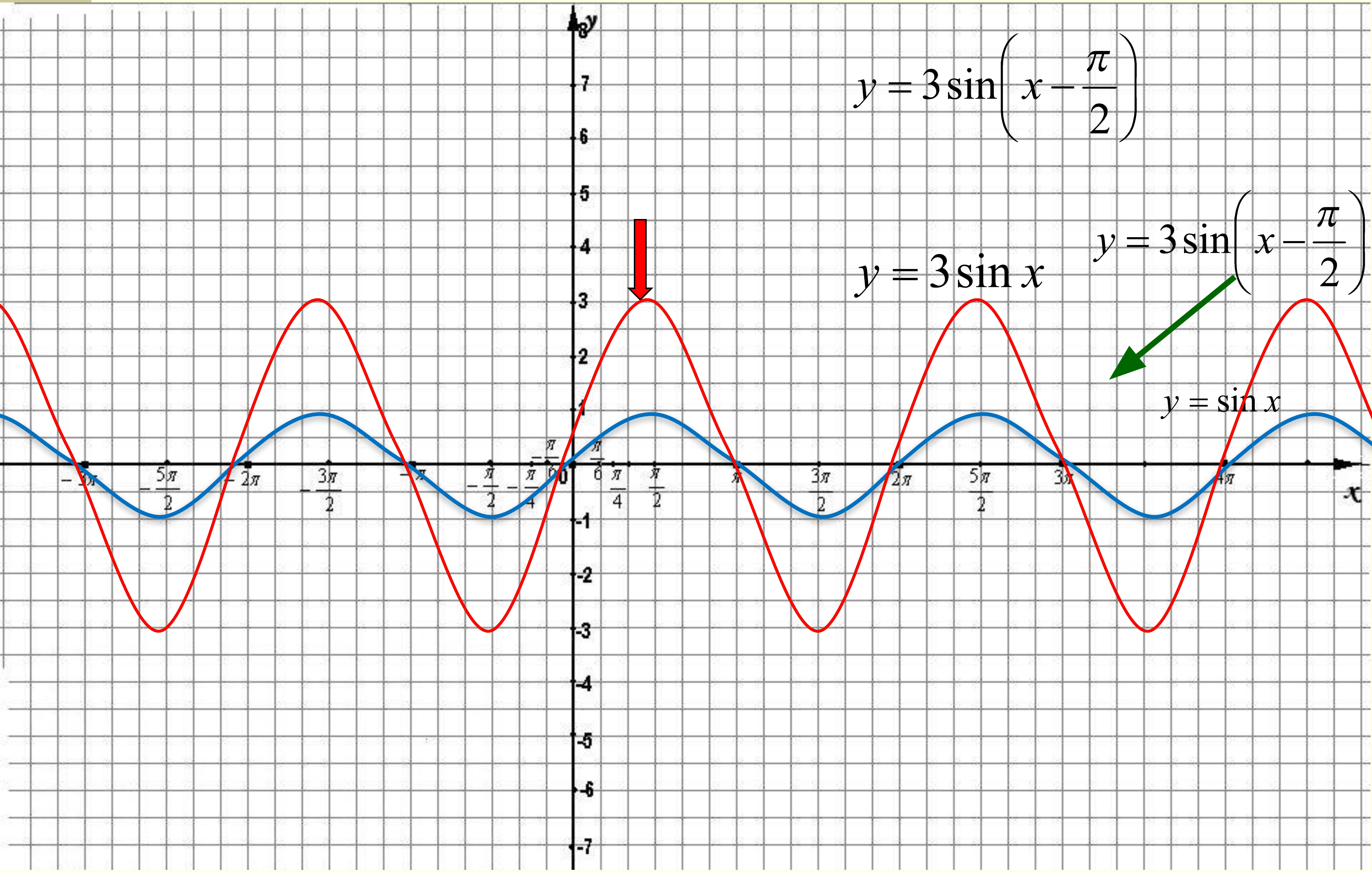
g(x) = ?

График функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

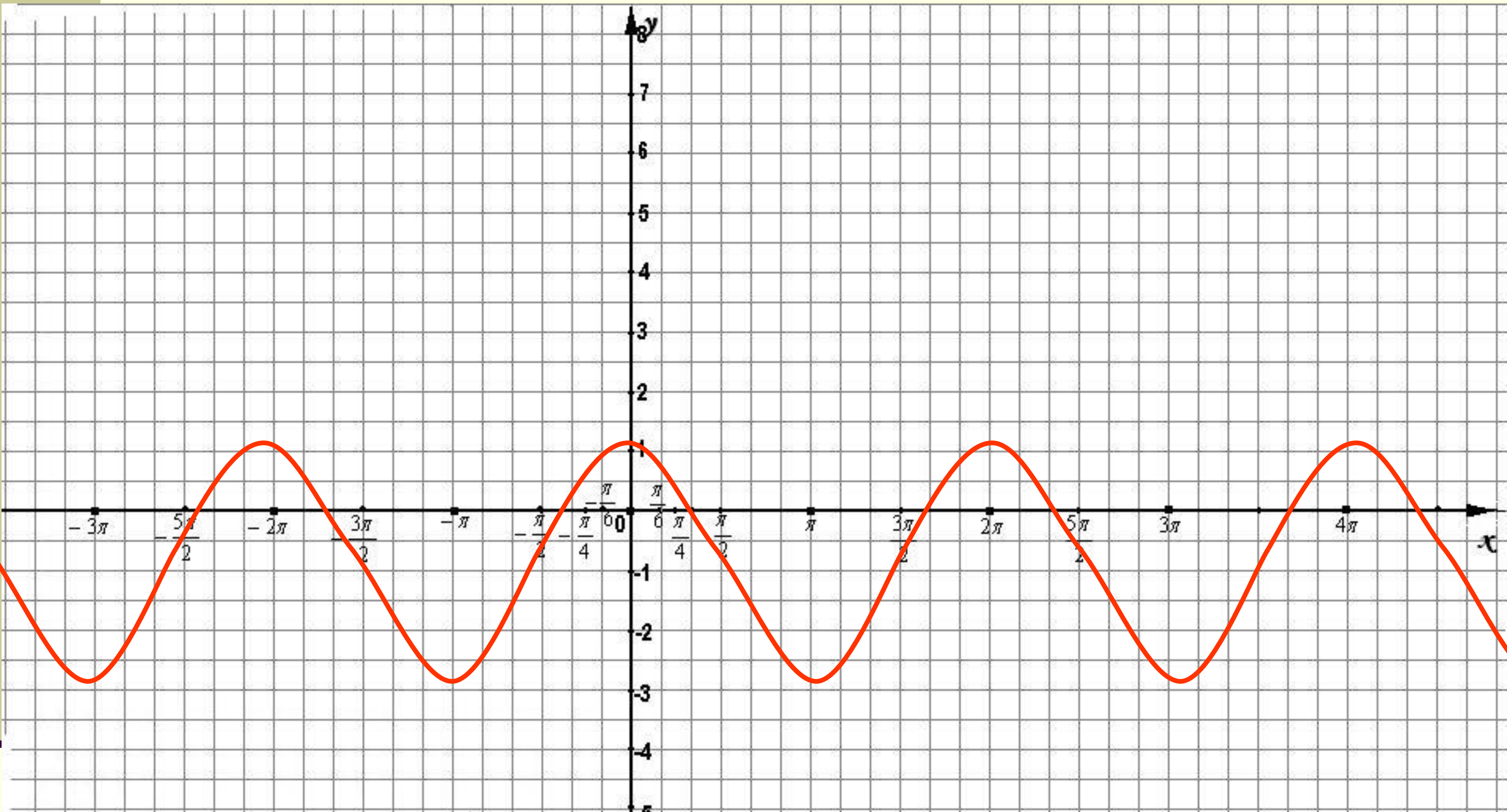
- ~~Строим график функции $y = \cos x$~~
- Строим график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$
- Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$
- Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$



Построить график функции



Тест 1 График какой функции изображен на рисунке?



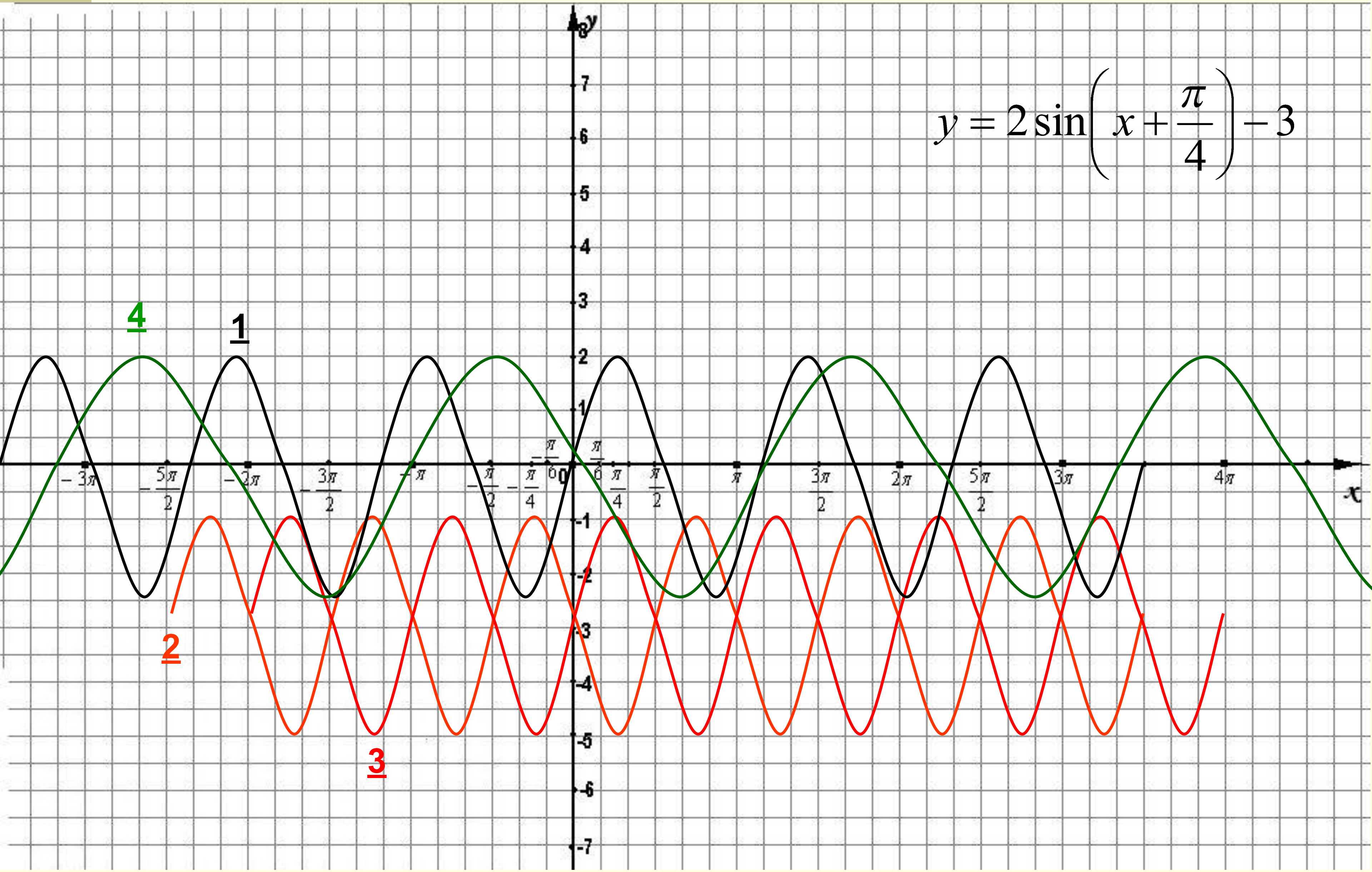
Выберите ответ:

$y = \cos x + 2$ $y = \sin x - 2$ $y = 2\cos x - 1$ $y = 2\sin x - 1$

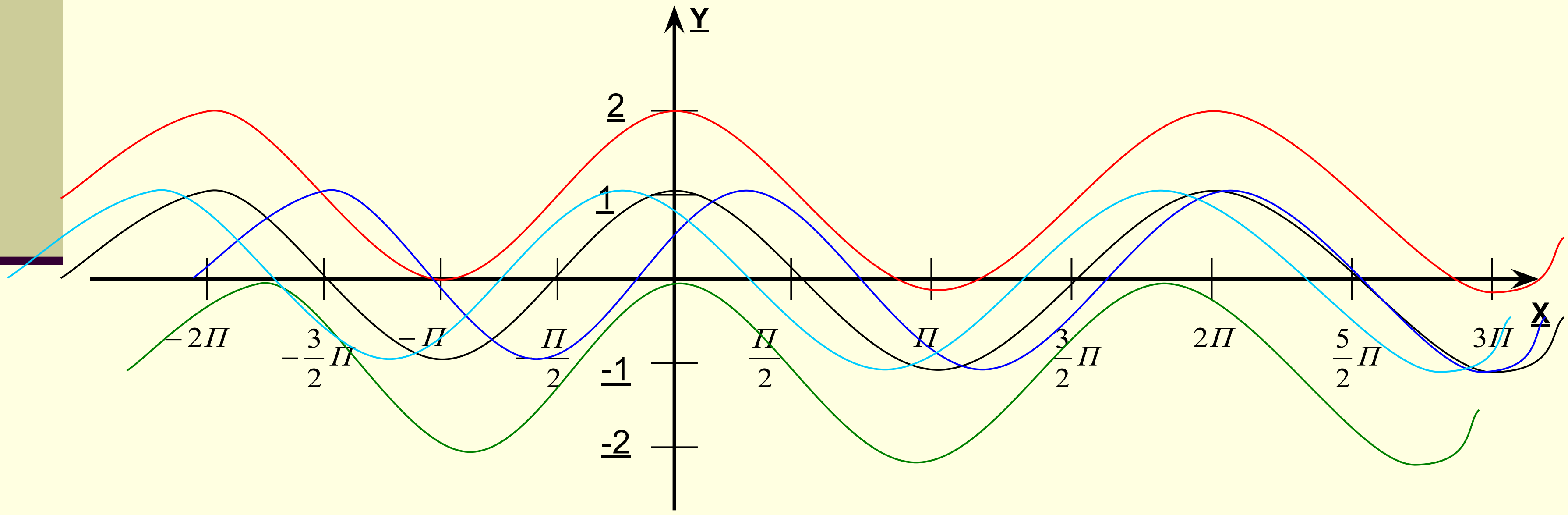
Тест 2

Укажите график функции, заданной формулой

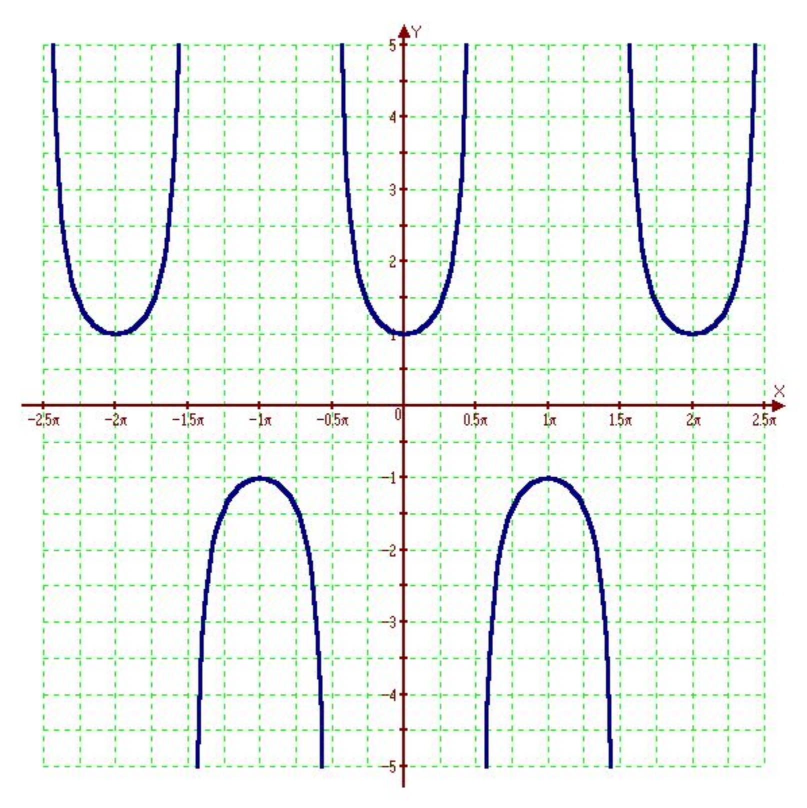
$$y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3$$

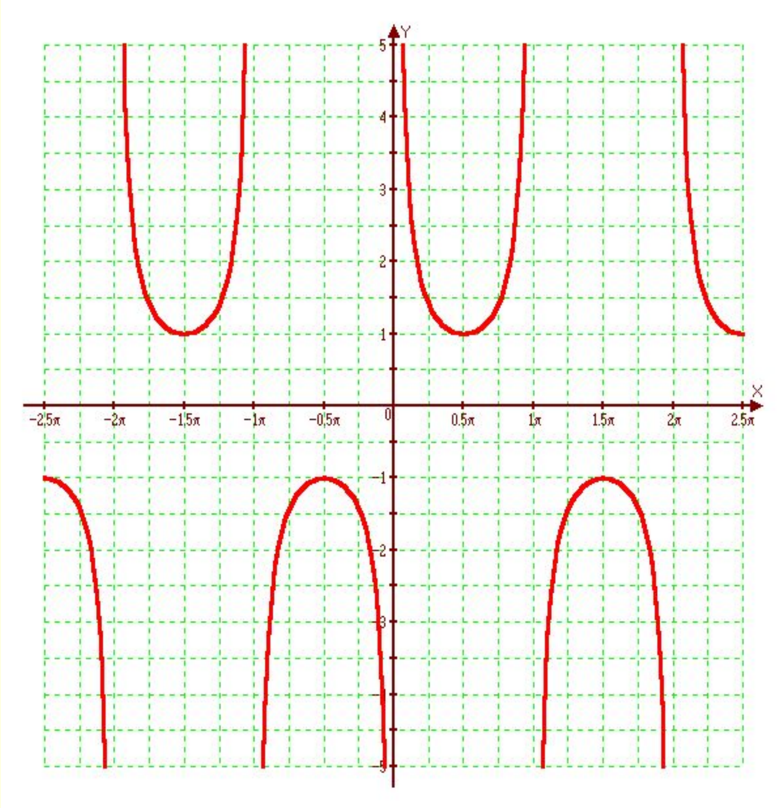


Какой из рисунков соответствует графику функции y = cos x+1?



Для любознательных…





y = 1 / cos x или y=sec x (читается секонс)

y = cosec x или y= 1/ sin x читается косеконс

Гармонические колебания ДКР №6

Вариант 1:

1. Y = 2sin($\frac{1}{2}$x × $\frac{\pi}{2}$)
2. Y = $|(x^2 - 4x)|$
3. Y = cos$|x|$

Вариант №2

1. Y = $|x^3|$
2. Y = sin$|x|$
3. Y = $\frac{1}{2}$sin(2x+$\frac{\pi}{2}$)+2

Вариант 1:
1. Y = 2sin($\frac{1}{2}$x × $\frac{\pi}{2}$)
2. Y = $|(x^2 - 4x)|$
3. Y = cos$|x|$
Вариант №2
1. Y = $|x^3|$
2. Y = sin$|x|$
3. Y = $\frac{1}{2}$sin(2x+$\frac{\pi}{2}$)+2

Вариант 1:
1. Y = 2sin($\frac{1}{2}$x × $\frac{\pi}{2}$)
2. Y = $|(x^2 - 4x)|$
3. Y = cos$|x|$
Вариант №2
1. Y = $|x^3|$
2. Y = sin$|x|$
3. Y = $\frac{1}{2}$sin(2x+$\frac{\pi}{2}$)+2

Нужно построить в альбоме для графических работ три графика. Для определения своего варианта, номер по списку делим на 5 и получившийся остаток - это и есть ваш вариант (например 23:5=4, ост. 3. Ваш вариант 3,или если вы 20 по списку ,остаток 0-у вас 5 вариант).

Опечатка в 1 варианте 1.

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right)$$