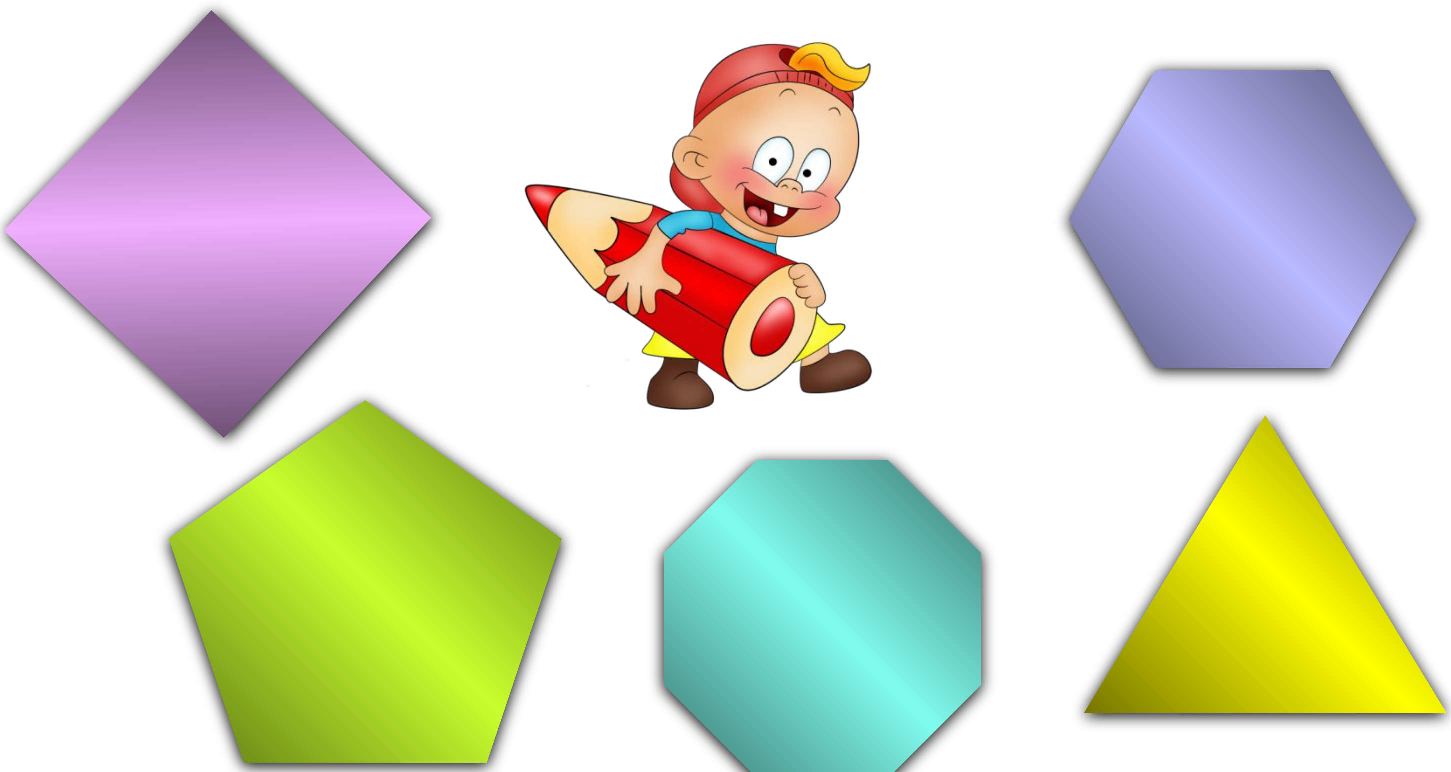
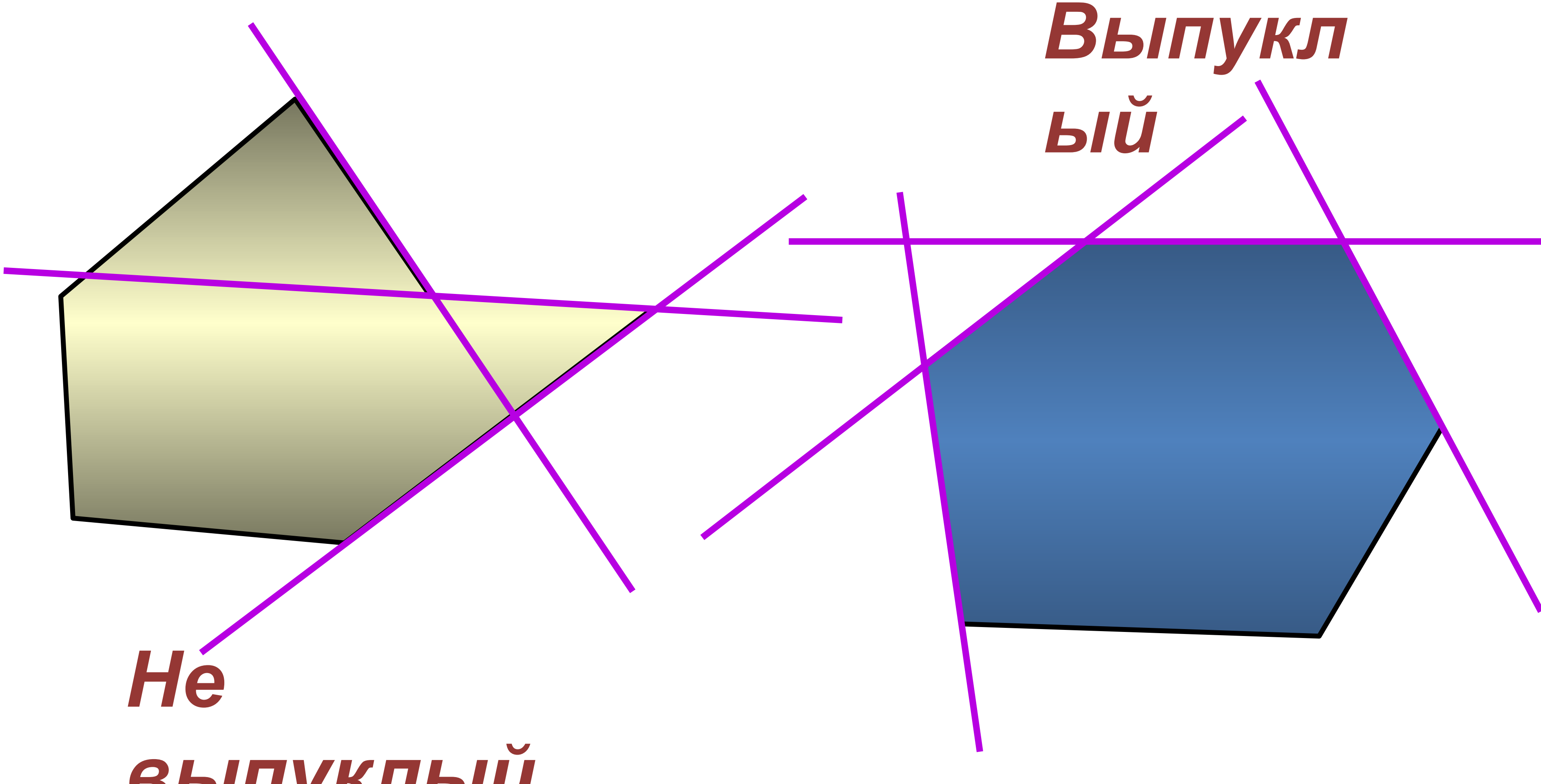
Правильные многоугольники



mathvideourok.moy.su

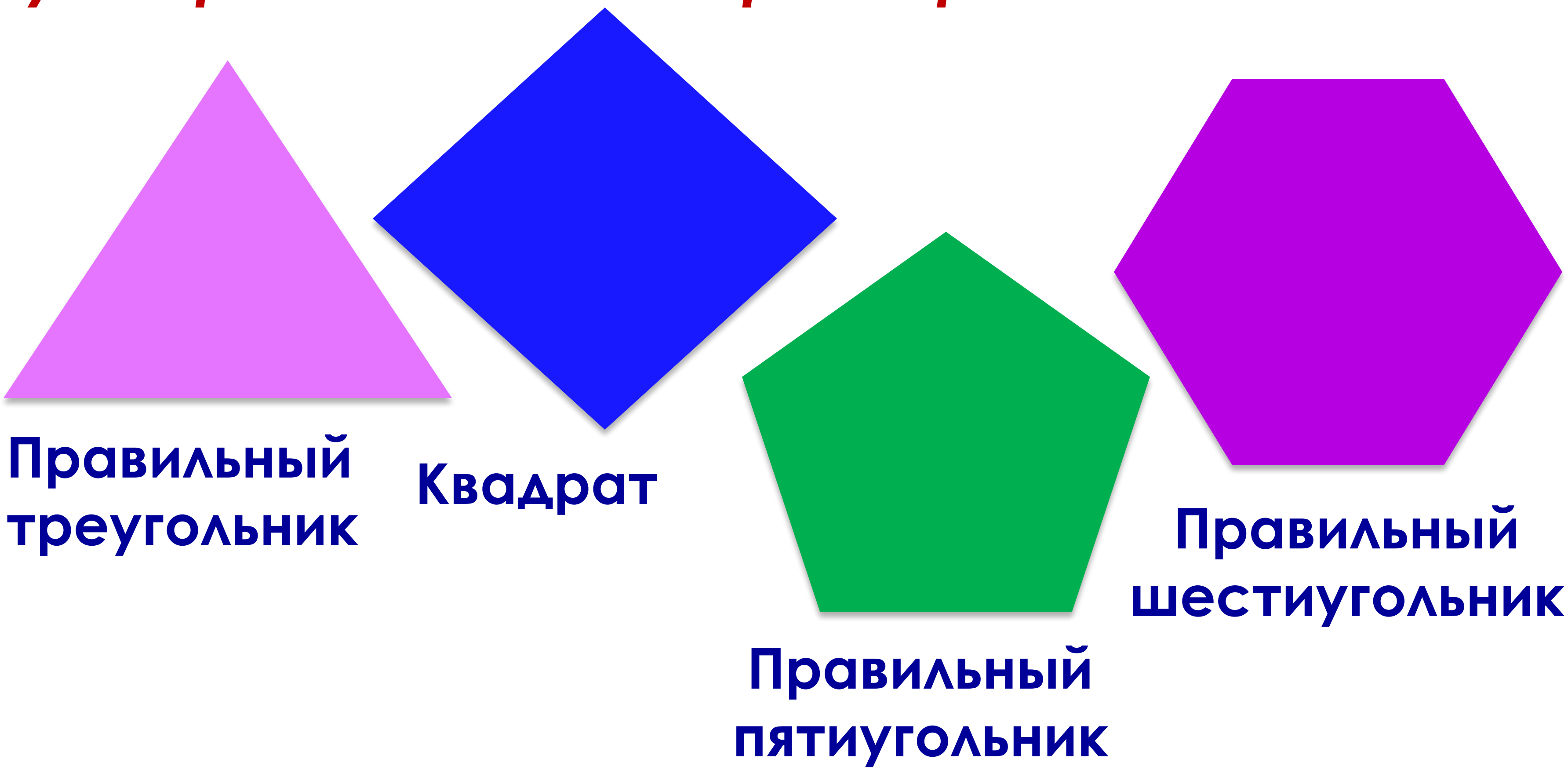
Выпуклый многоугольник

Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

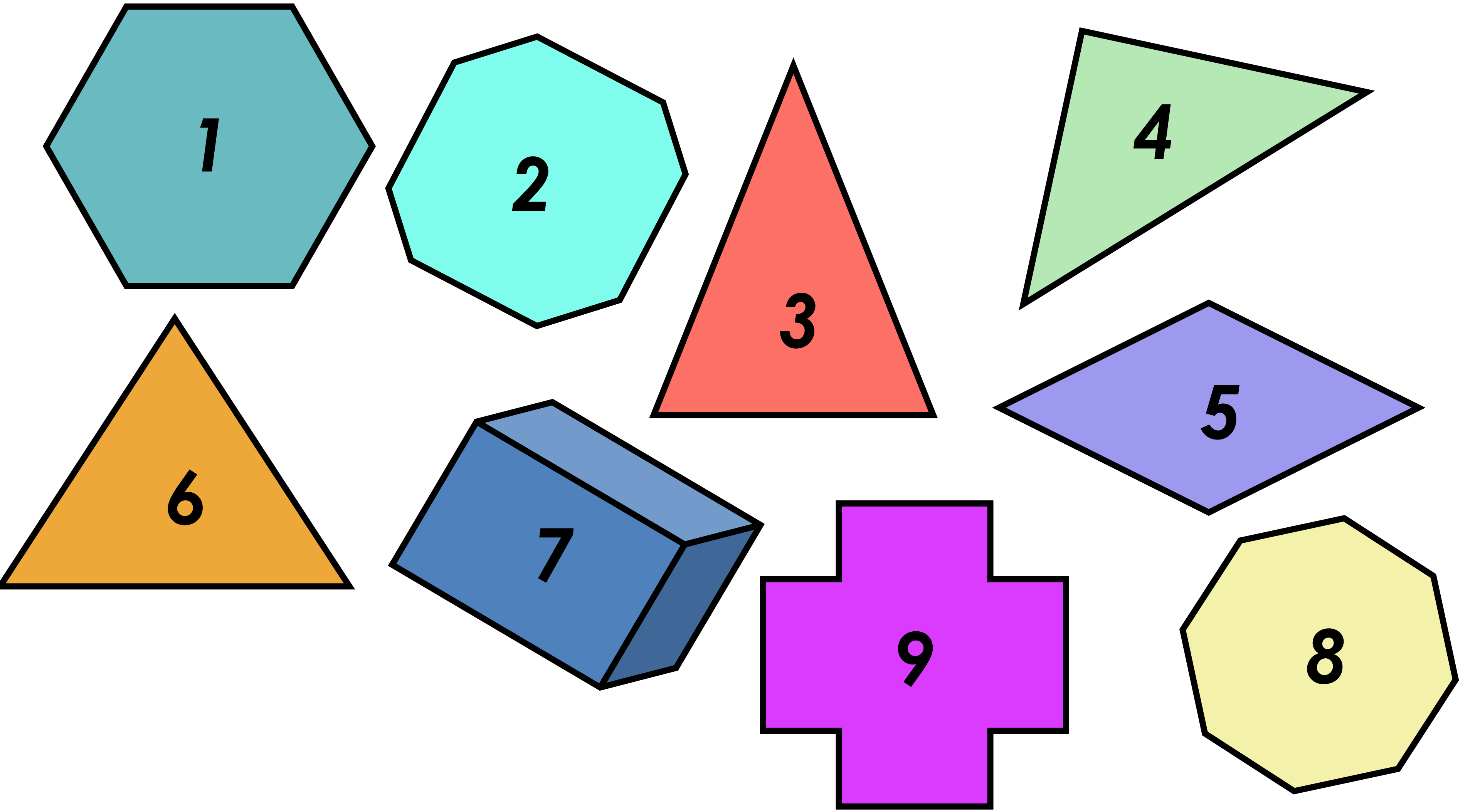


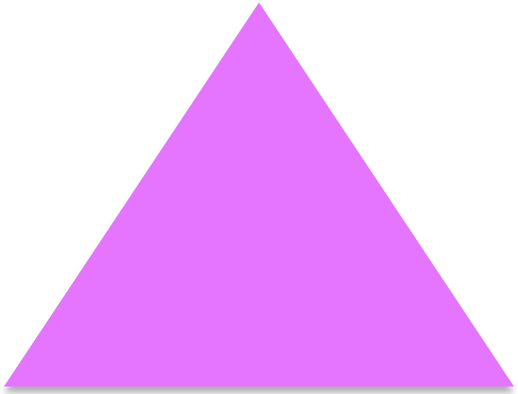
Правильный многоугольник

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.



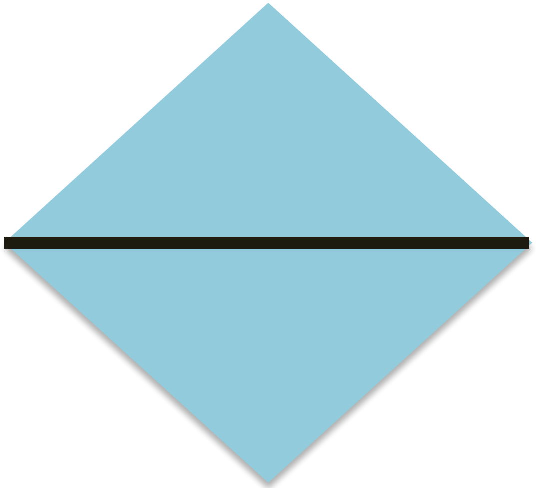
Какие из фигур являются правильными многоугольниками?





Равносторонний треугольник

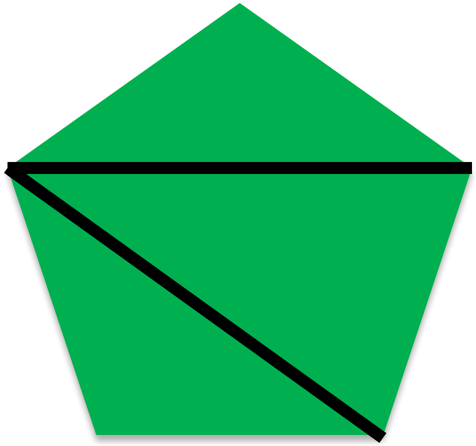
Сумма углов 180°



Квадрат

Треугольников 2

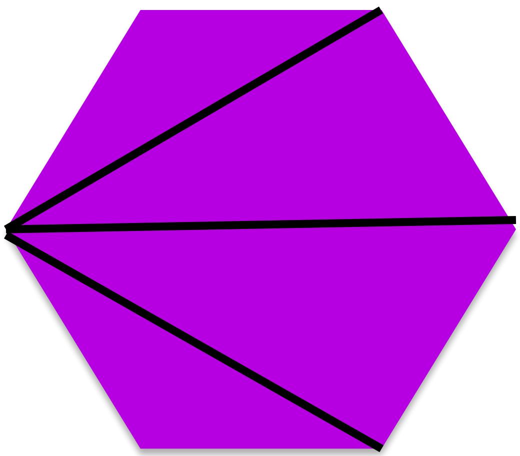
Сумма углов 2 x 180° =360°



Правильный пятиугольник

Треугольнико
в 3

Сумма углов 3 х 180°
=540°

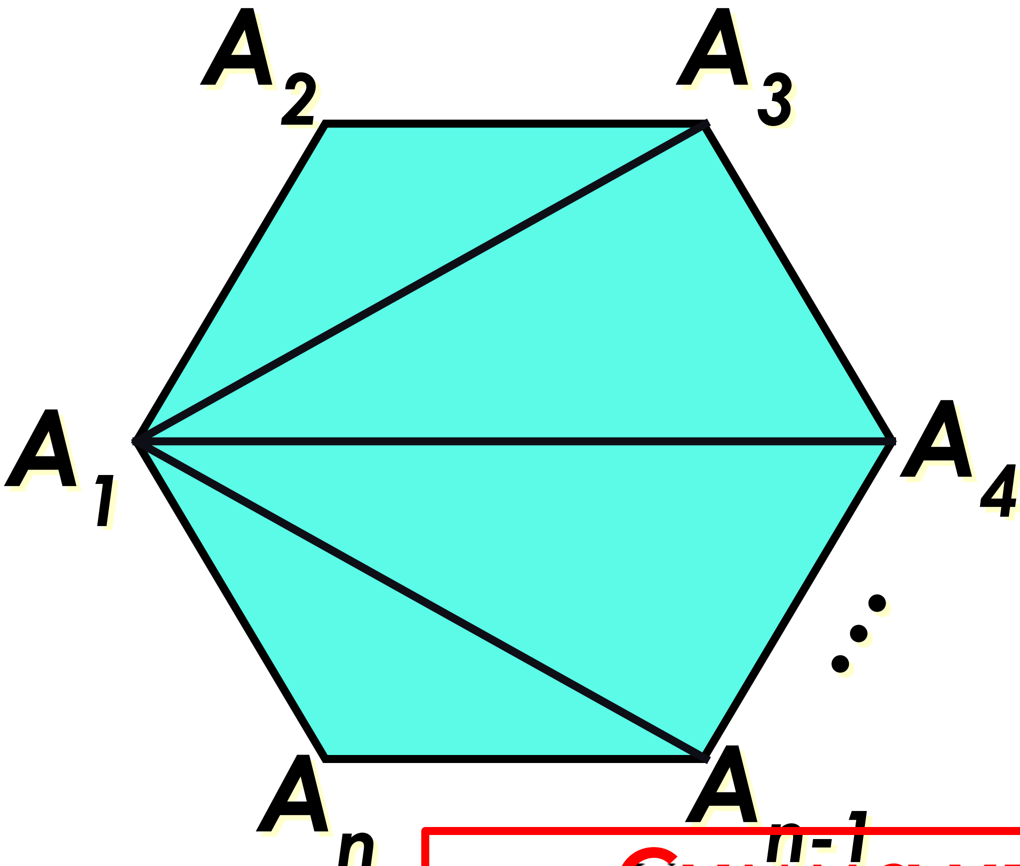


Правильный шестиугольник

Треугольнико
в 4

Сумма углов 4 х 180°
=720°

Сумма углов выпуклого n – угольника

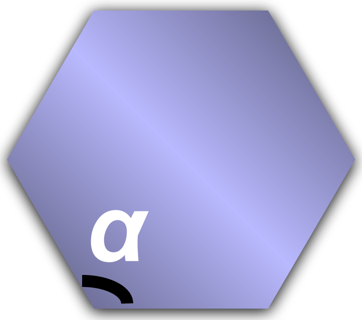


Проведём диагонали из одной точки.

Количество треугольников (n – 2), сумма углов каждого равна 180°.

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2)\cdot 180°$

Чтобы найти один из углов α



$$\alpha = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$$

Например

$$1)\ n = 6,\ \text{то} \quad \alpha = \frac{6-2}{6} \cdot 180^\circ = 120^\circ$$

$$2)\ \alpha = 144^\circ \quad n = ?$$

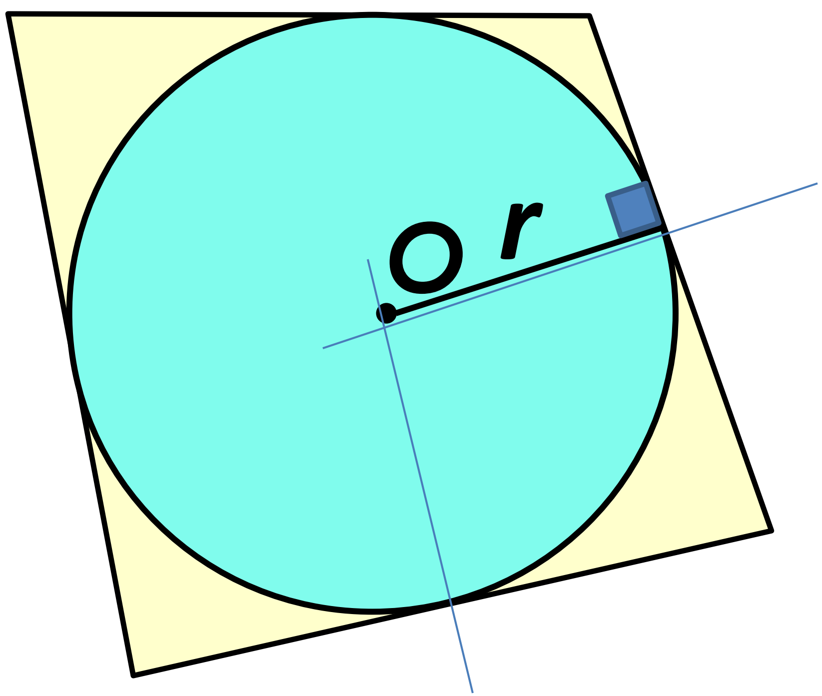
$$\alpha = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$$

$$144^\circ = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$$

$$n = 10$$

Вписанная окружность

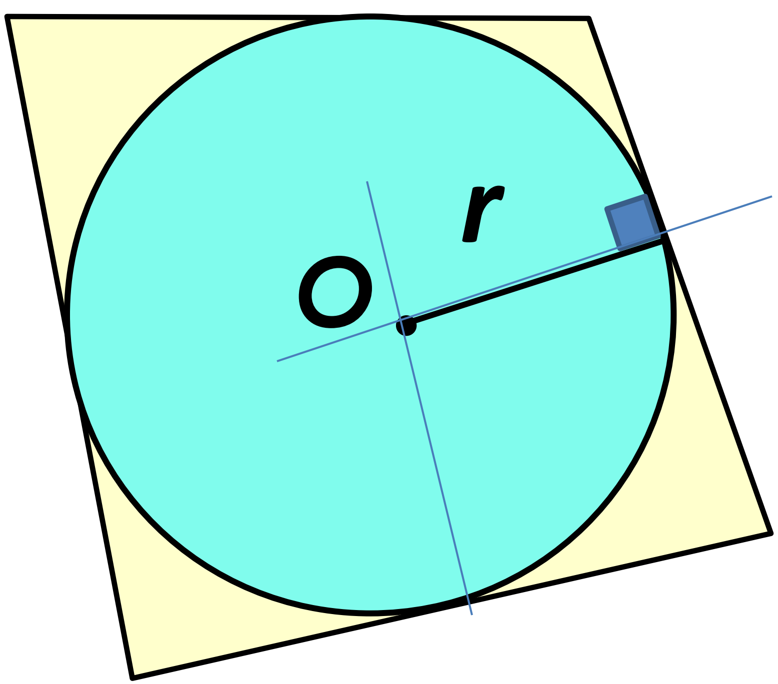
Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник – описанным около этой окружности.



О-центр лежит на пересечении серединных перпендикулярах

r- радиус

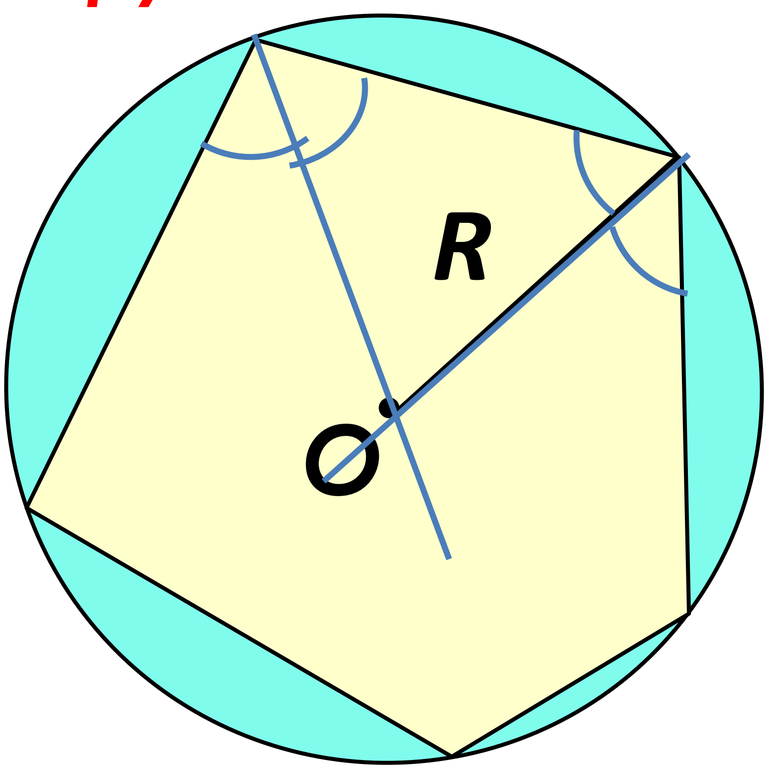
Теорема: В любой правильный многоугольник можно вписать окружность и притом только одну.



*Окружность , вписанная в правильный многоугольник касается сторон многоугольника в их серединах

Описанная окружность

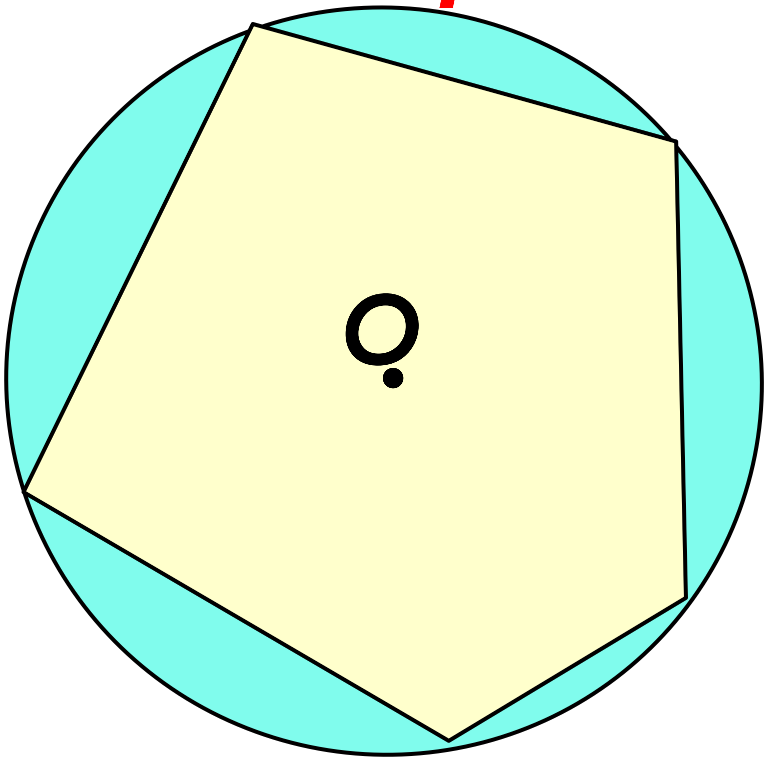
Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной около многоугольника, а многоугольник – вписанным в эту окружность.

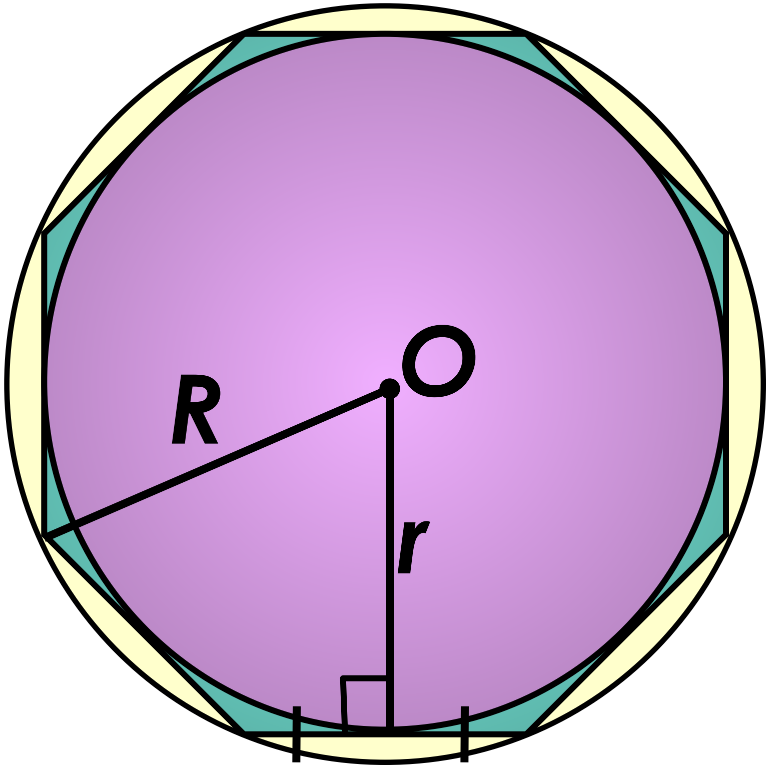


О-центр лежит на пересечении биссектрис углов

***R*- радиус**

Теорема: Около любого правильного многоугольника можно описать окружность и притом только одну.

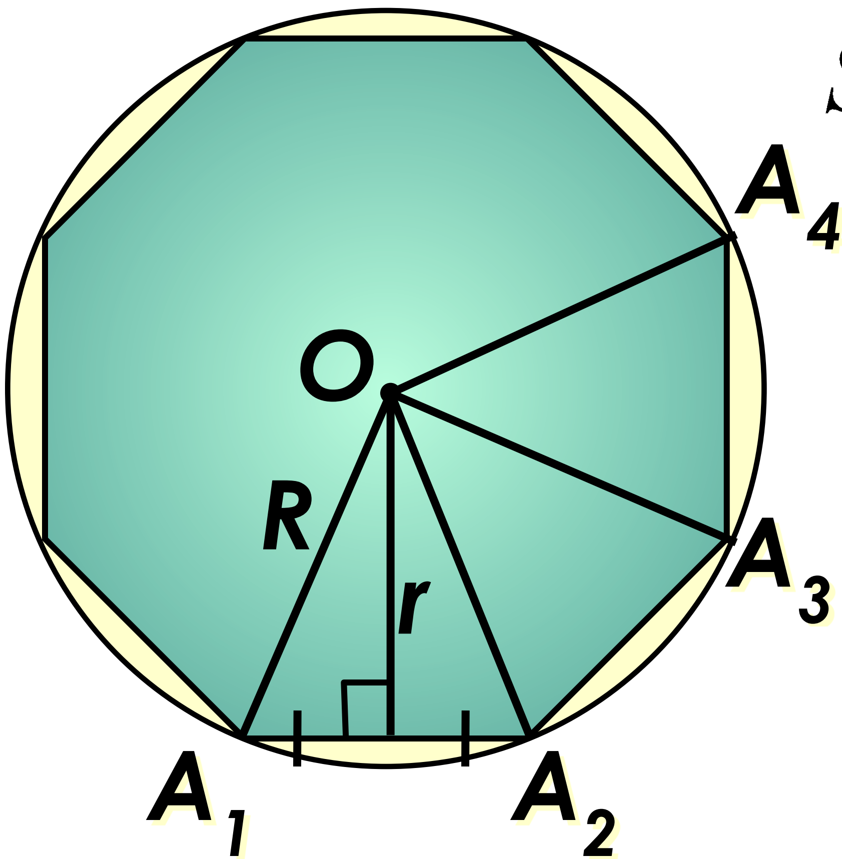




Центр окружности описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности вписанной в тот же многоугольник.

O – центр правильного многоугольника

Формула площади правильного многоугольника



$$S = n \cdot S_{A_1OA_2} = n \cdot \frac{1}{2}ah =$$

$$= n \cdot \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot r = \frac{1}{2}\mathrm{P}r$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2} \cdot P \cdot r}$$

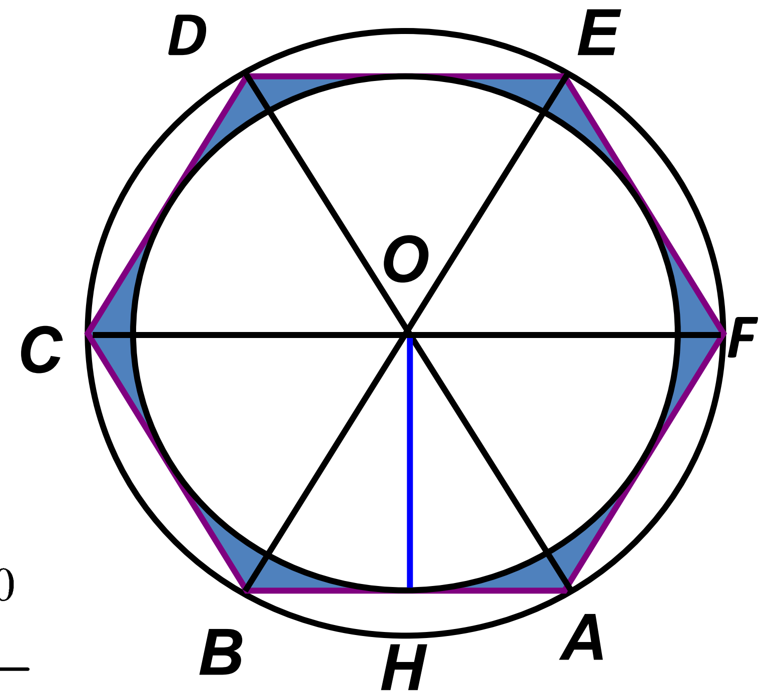
P – периметр, r – радиус

Сторона многоугольника и радиус вписанной окружности.

OA – радиус описанной окружности (R).

OH – радиус вписанной окружности (r)

AB – сторона правильного п-угольнцка ($a_п$)



$$\angle AOB = \frac{360^0}{n} \qquad \angle AOH = \frac{180^0}{n}$$

$$\boxed{a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}} \qquad \boxed{r = R\cos\frac{180^0}{n}}$$

$$\boxed{a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}}$$

п = 3

$$a_3 = 2R\sin\frac{180^0}{3} = 2R\sin 60^0 = 2R\frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

п = 4

$$a_4 = 2R\sin\frac{180^0}{4} = 2R\sin 45^0 = 2R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

п = 6

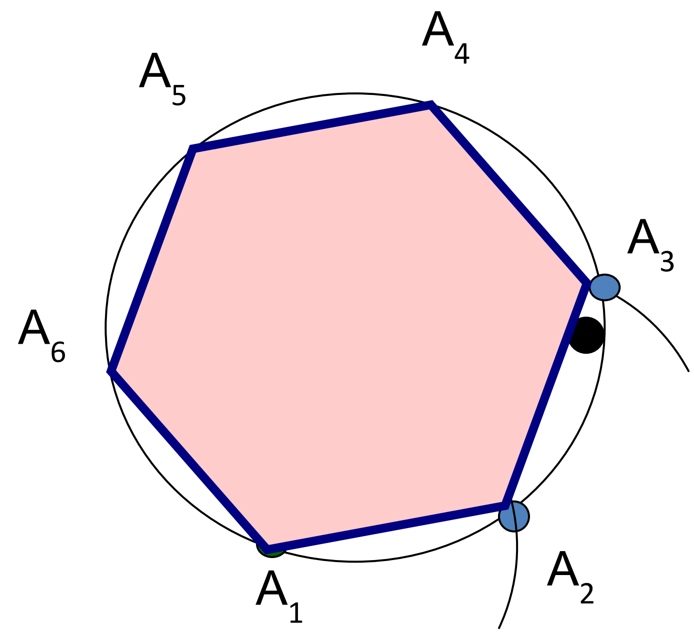
$$a_6 = 2R\sin\frac{180^0}{6} = 2R\sin 30^0 = 2R\cdot\frac{1}{2} = R$$

а-сторона многоугольника

n-число сторон	R	r
n=3	$\frac{a}{\sqrt{3}}$	$\frac{a}{2\sqrt{3}}$
n=4	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{a}{2}$
n=6	a	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$

Построение правильного шестиугольника, сторона которого равна данному отрезку.

1. Построить окружность с радиусом, равным PQ.
2. Отметить на окружности произвольную точку A_1.
3. Т.к. $R = PQ$, $a_6 = R$, то отметим на окружности точки A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 так, чтобы $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 =$
$= A_4A_5 = A_5A_6$.
4. Последовательно соединить отрезками полученные точки.



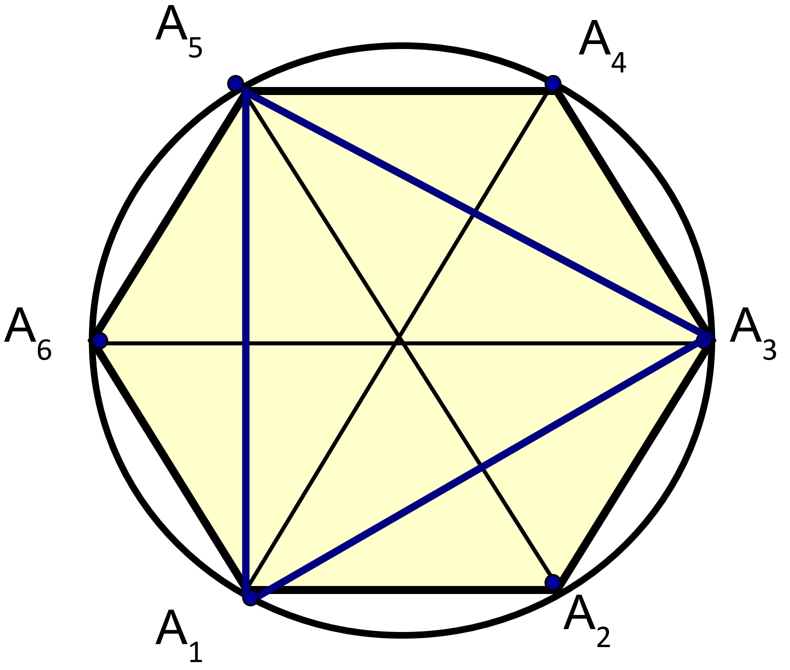
Задача.

Как, используя правильный шестиугольник построить правильный треугольник?

1) *Построим правильный шестиугольник.*

2) *Соединим точки через одну: A_1, A_3, A_5.*

3) *$A_1A_3A_5$ – искомый правильный треугольник.*



Задача.
Как, используя правильный шестиугольник построить правильный двенадцатиугольник?

- Провести высоты треугольников до пересечения с окружностью.
- Разделить дуги пополам точками B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6.

$A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4B_4A_5B_5A_6B_6$ – искомый двенадцатиугольник.