Мультимедийная презентация

Тема: ***Системы счисления***

План занятия

1. Введение в системы счисления
2. Непозиционные системы счисления
3. Позиционные системы счисления
4. Двоичная система счисления
5. Восьмеричная система
6. Шестнадцатеричная система

Введение в системы счисления

"Все есть число"

- говорили древнегреческие философы, ученики Пифагора, подчеркивая важную роль чисел в практической деятельности.

Система счисления - Это совокупность приемов и правил, в которой числа записываются с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Введение в системы счисления

Системы счисления принято делить на позиционные и непозиционные. В позиционных системах значение цифры зависит от ее положения в числе, в непозиционных - значение цифры не зависит от ее положения в числе. Классификация систем счисления с наиболее известными видами представлена на рисунке 1.

Введение в системы счисления

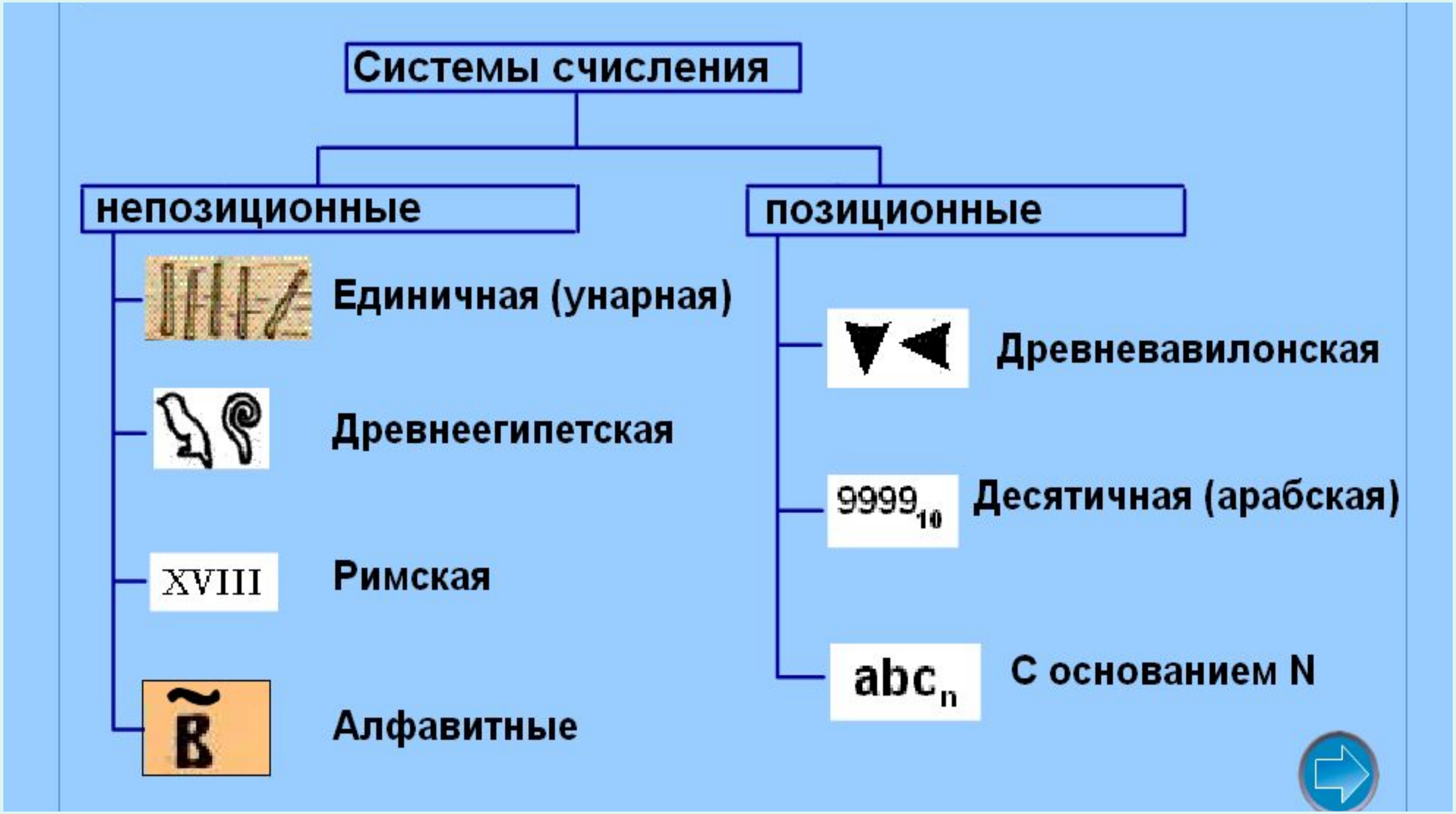
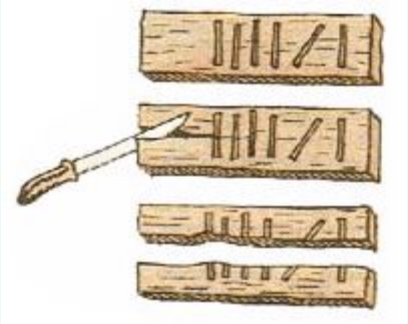


Рисунок 1 – Классификация систем счисления

Непозиционные системы счисления

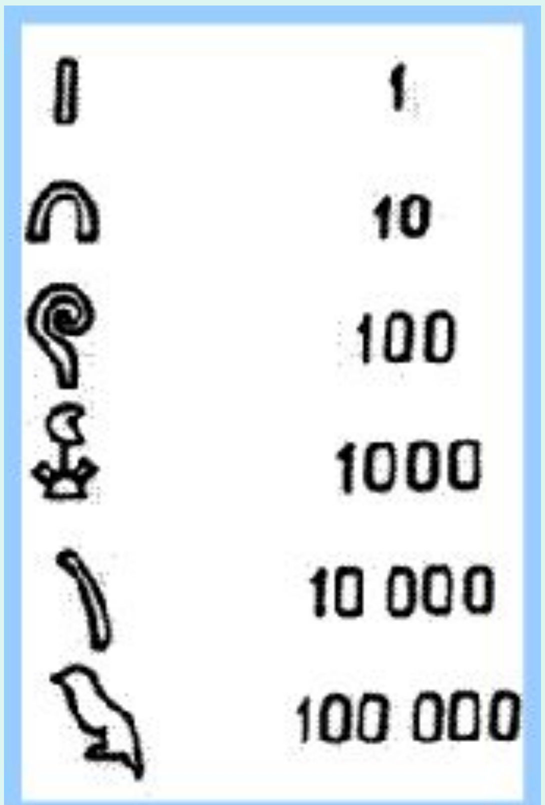
Единичная (унарная) система – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, и т.д.)



Один из первых в истории образцов применения унарной системы счисления датируется около 30 тыс. лет до н.э.

Непозиционные системы счисления

Древнеегипетская –



десятичная непозиционная система возникла в третьем тысячелетии до н. э. Величина числа получалась из суммы значений цифр, которыми это число записано, независимо от положения каждой цифры.

Непозиционные системы счисления

Римская система счисления - применяется более 2500 лет. В качестве цифр в ней используются латинские буквы:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

<u>Например:</u>

CXXVIII = 100 +10 +10 +5 +1 +1 +1=128

ГЛАВА V.

Изслѣдованіе истоковъ Желтой рѣки. (прод.).

Свѣдѣнія о тангутахъ камъ и голыкъ. — Нашъ обратный путь. — Охота за горными баранами. — Опасная случайность. — Вновь на тибетскомъ плато. — Мѣстность по р. Джагынъ-голъ. — Развѣдочныя

Непозиционные системы счисления

Алфавитная система  

К алфавитным системам относят греческую, финикийскую и древнерусскую системы счисления.

До конца XVII века на Руси в качестве цифр использовались следующие буквы кириллицы, если над ними ставился специальный знак - титло. Например: 

Позиционные системы счисления

Вавилонская система

Первая позиционная система счисления была придумана еще в древнем Вавилоне (во втором тысячелетии до н. э.), причем вавилонская нумерация была шестидесятеричной, то есть в ней использовалось шестьдесят цифр!

Числа составлялись из знаков двух видов:

□ Единицы –прямой клин

□ Десятки – лежачий клин

□□ Сотни

□ □ 10 + 1 = 11

Позиционные системы счисления

Арабская система счисления

Хотя десятичную систему счисления принято называть арабской, но зародилась она в Индии, в V веке.
В Европе об этой системе узнали в XII веке из арабских научных трактатов, которые были переведены на латынь.
Этим и объясняется название «Арабские цифры».
Однако широкое распространение эта система счисления получила только в XVI веке и оно дало мощный толчок развитию математики.

Позиционные системы счисления

Системы счисления с основанием N

Количество используемых цифр называется **основанием** позиционной системы счисления. За основание позиционной системы можно принять любое натуральное число больше единицы.

Позиция цифры в числе называется **разрядом.**

$$555=5*10^2+5*10^1+5*10^0$$

Разряды нумеруются справа налево от 0, а количество цифр в числе его **разрядностью**.

Позиционные системы счисления

Если основание десятичной системы счисления 10 заменить на натуральное число N, то можно построить позиционную систему счисления с основанием N.

Осно- вание	Система	Алфавит
n=2	Двоичная	01
n=3	Троичная	012
n=8	Восьмеричная	01234567
n=16	Шестнадцатеричная	0123456789ABCDEF

Позиционные системы счисления

Запись чисел в каждой из систем счисления означает сокращенную запись выражения:

$$a_{m-1}p^{m-1} + a_{m-2}p^{m-2} + \ldots + a_1 p^1 + a_0 p^0 + a_{-1}p^{-1} + \ldots + a_{-s}p^{-s}$$

где p – основание системы счисления,

m – количество позиций или разрядов, отведенное для изображения целой части числа,

s – количество разрядов, отведенное для изображения дробной части числа,

n=m+s – общее количество разрядов в числе,

a_i – любой допустимый символ в разряде.

Десятичная система счисления

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): 10

Например: число 524 содержит 5 сотен, 2 десятка, 4 единицы.

$524= 5 \times 10^2 +2 \times 10^1+ 4 \times 10^0$

Если десятичное число дробное, то оно тоже легко записывается в виде суммы.

Например,

$384{,}95=3\times10^2 + 8\times10^1 + 4\times10^0 + 9\times10^{-1} + 5\times10^{-2}$

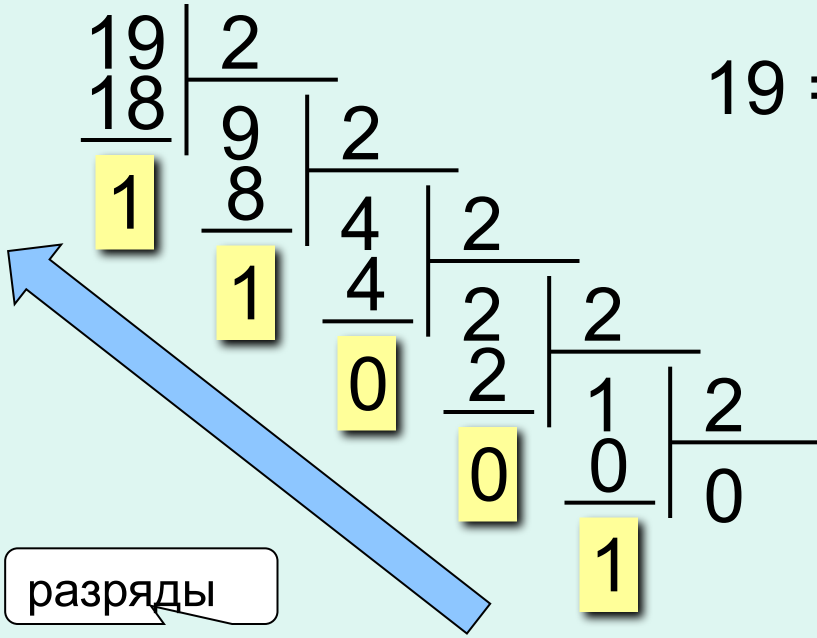
Двоичная система счисления

Алфавит: 0, 1

Основание (количество цифр): **2**

Перевод целых чисел

10 → 2



$19 = 10011_2$

система счисления

2 → 10

разряды

4 3 2 1 0

$10011_2 = 1\cdot2^4 + \cancel{0\cdot2^3} + \cancel{0\cdot2^2} + 1\cdot2^1 + 1\cdot2^0$

$= 16 + 2 + 1 = 19$

Двоичная система счисления. Арифметические операции

сложение

перенос

$0+0=0$ $0+1=1$

$1+0=1$ $1+1=10_2$

$1 + 1 + 1 = 11_2$

вычитание

$0-0=0$ $1-1=0$

$1-0=1$ $10_2-1=1$

заем

$$
\begin{array}{r}
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \qquad \\
1\ 0\ 1\ 1\ 0_2 \\
+\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1_2 \\
\hline
1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1_2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\cdot \qquad \cdot \qquad \quad \\
\cancel{1}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{1}\ 0\ 1_2 \\
-\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1_2 \\
\hline
0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0_2
\end{array}
$$

Двоичная система счисления. Арифметические операции

умножение

$$
\begin{array}{r}
10101_2 \\
\times \quad 101_2 \\
\hline
10101_2 \\
+\ 10101_2 \\
\hline
\boxed{1101001_2}
\end{array}
$$

деление

$$
\begin{array}{r|l}
10101_2 & 111_2 \\
\cline{2-2}
-\ 111_2 & \boxed{11_2} \\
\cline{1-1}
111_2 & \\
-\ 111_2 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Восьмеричная система

Основание (количество цифр): **8**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8

```
100 | 8
 96 |----
----| 12 | 8
  4 |  8 |----
    |----|  1 | 8
    |  4 |  0 |----
    |    |----|  0
    |    |  1 |
```

$100 = 144_8$

система счисления

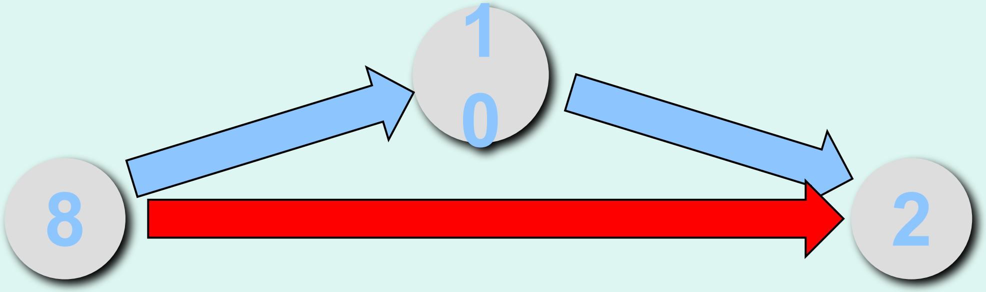
8 → 10

разряды

$$\overset{2\,1\,0}{144_8} = 1\cdot8^2 + 4\cdot8^1 + 4\cdot8^0$$

$$= 64 + 32 + 4 = 100$$

Восьмеричная система. Перевод в двоичную и обратно



- трудоемко
- 2 действия

$8 = 2^3$

! Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (триада)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_{1}\ \underbrace{111}_{7}\ \underbrace{010}_{2}\ \underbrace{101}_{5}{}_2$$

Восьмеричная система. Перевод в двоичную и обратно

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

1	1	3	5	7

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): **16**

Алфавит:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

10 → 16

$$\begin{array}{r|l} 107 & 16 \\ \underline{96} & 6 \;|\; 16 \\ 11 & \underline{0} \;|\; 0 \end{array}$$

11 → B, 6

$107 = 6B_{16}$

система счисления

16 → 10

разряды

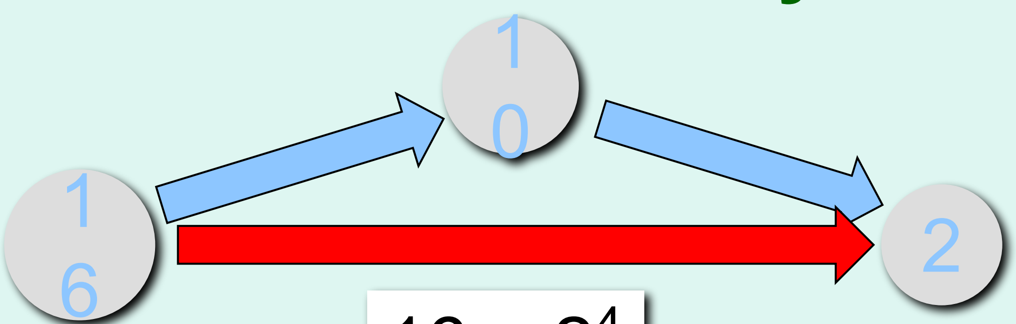
2 1 0

$1C5_{16} = 1\cdot16^2 + 12\cdot16^1 + 5\cdot16^0$

C

$= 256 + 192 + 5 = 453$

Шестнадцатеричная система. Перевод в двоичную систему



- трудоемко
- 2 действия

$16 = 2^4$

! Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (тетрада)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_{7}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1010}_{A}{}_2$$

Шестнадцатеричная система. Перевод в двоичную систему и обратно

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

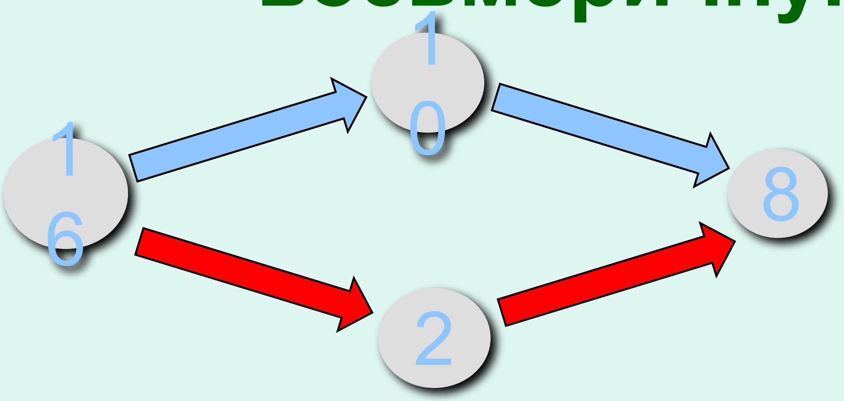
Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

1 2 E F

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Шестнадцатеричная система. Перевод в восьмеричную систему



трудоемко

Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$

Шаг 2. Разбить на триады:

$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$3DEA_{16} = 36752_8$