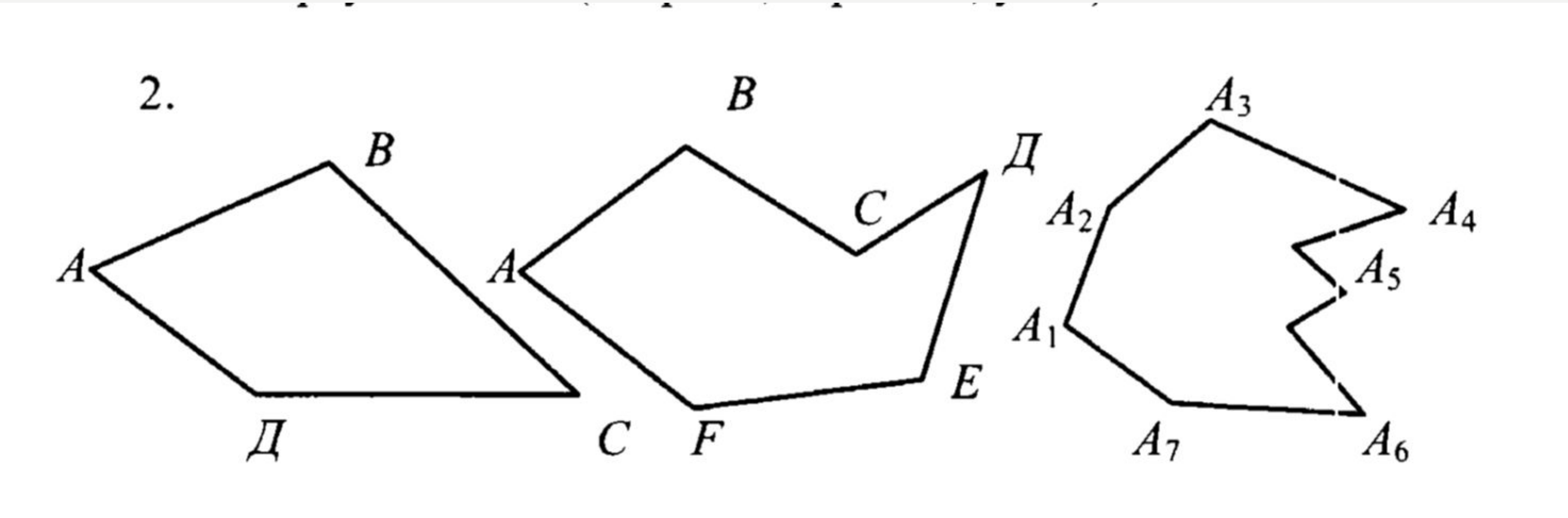
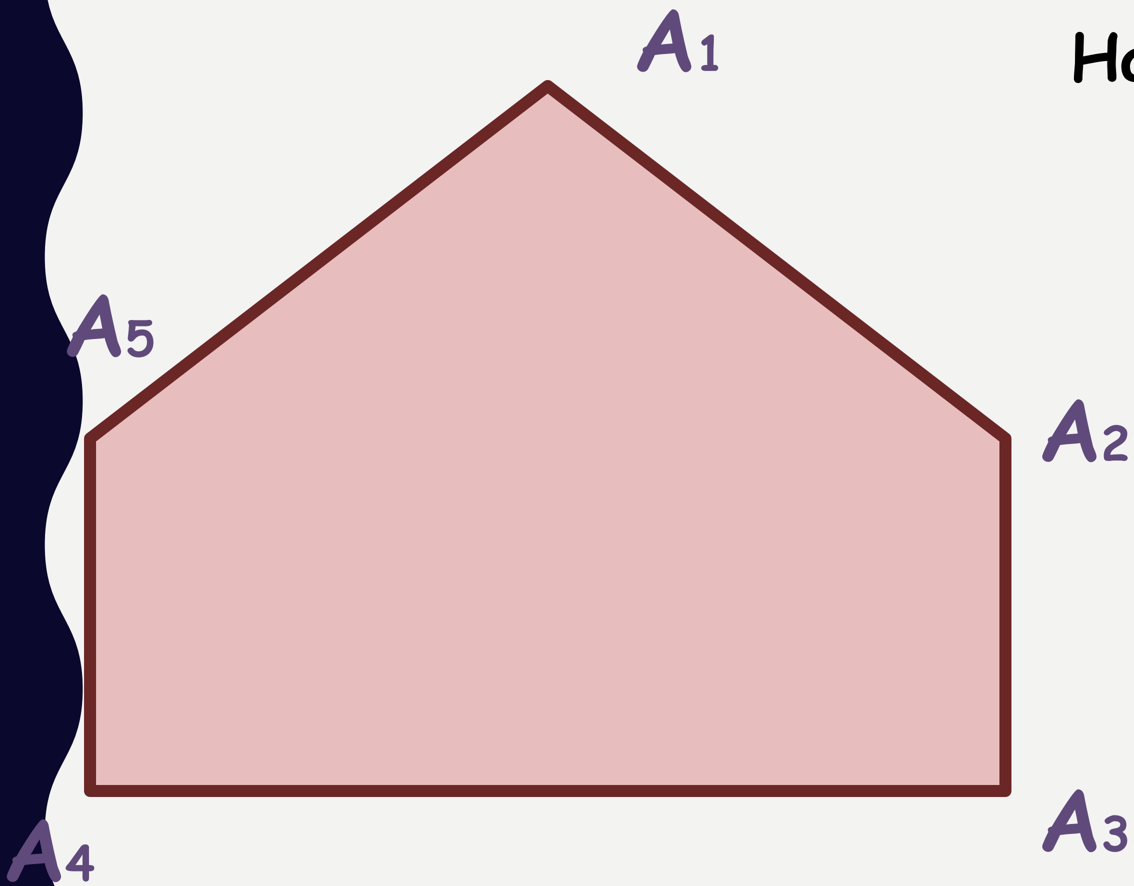
Что общего у фигур, изображённых на экране?



Многоугольники

Нарисуйте в тетради фигуру, изображённую на экране:



Назовите отрезки, из которых состоит данная фигура.

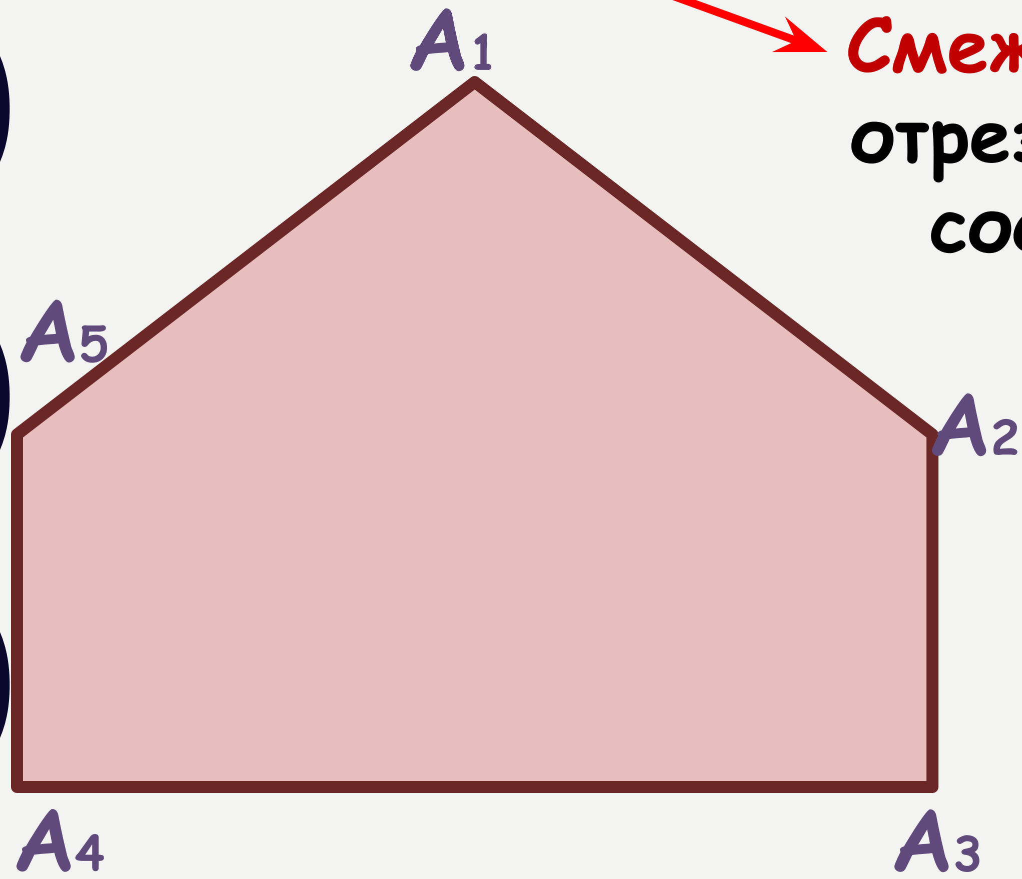
Их можно разделить на **смежные и несмежные**.

Отрезки

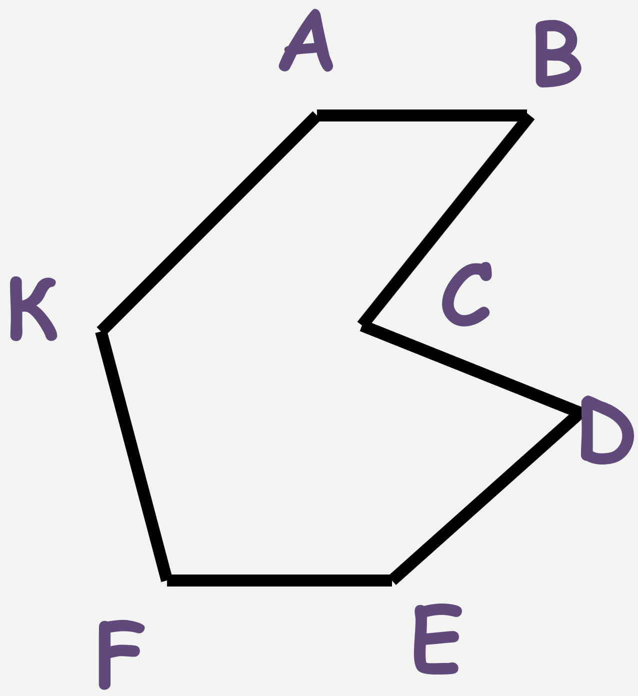
смежные

несмежные

Смежными называются отрезки, соединяющие соседние вершины фигуры.

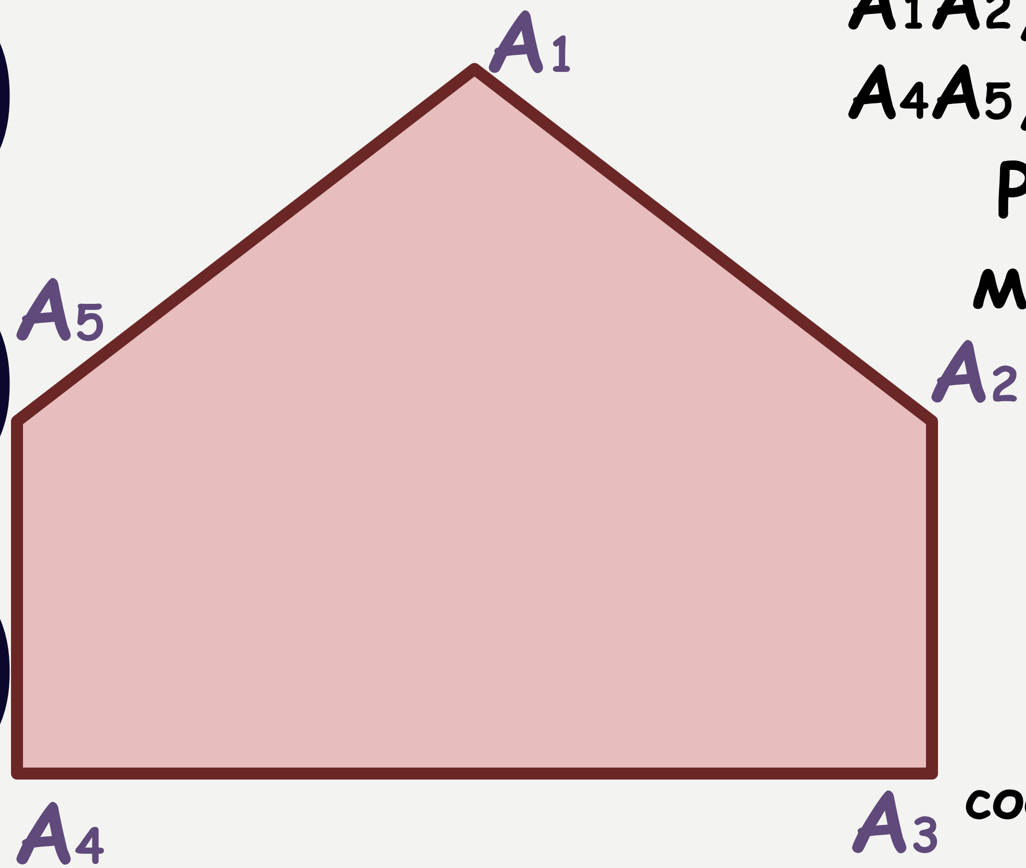


Определение:



Многоугольник- геометрическая фигура, ограниченная со всех сторон ломаной линией, состоящей из трех и более отрезков

Многоугольник $A_1A_2A_3A_4A_5$



A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5, A_5A_1 - **стороны**

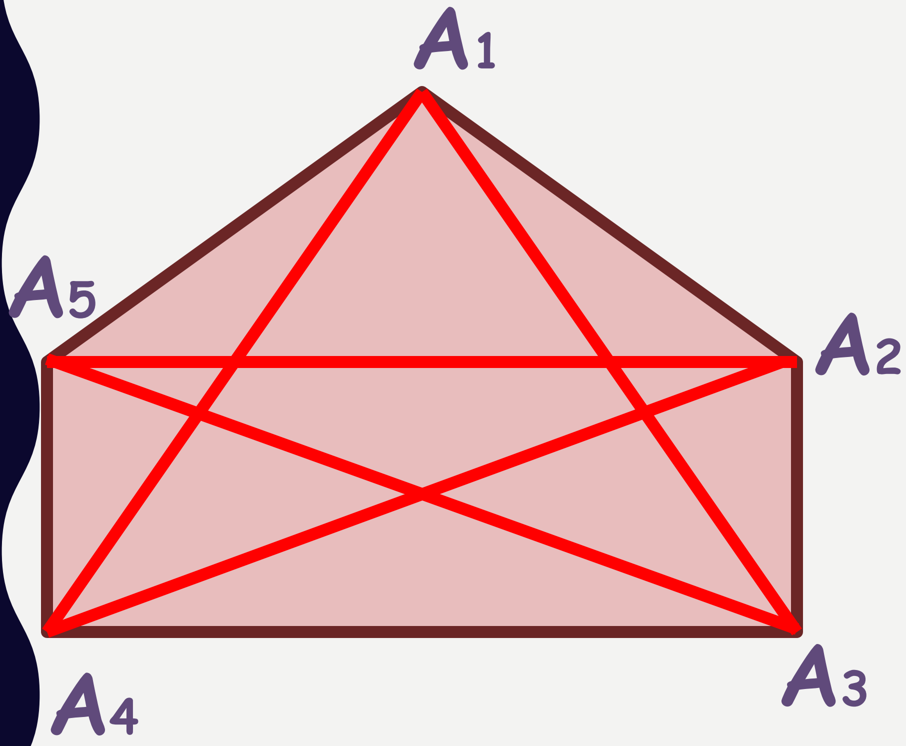
P- сумма сторон многоугольника - **периметр**

A_1, A_2, A_3, A_4, A_5- **вершины**

соседние

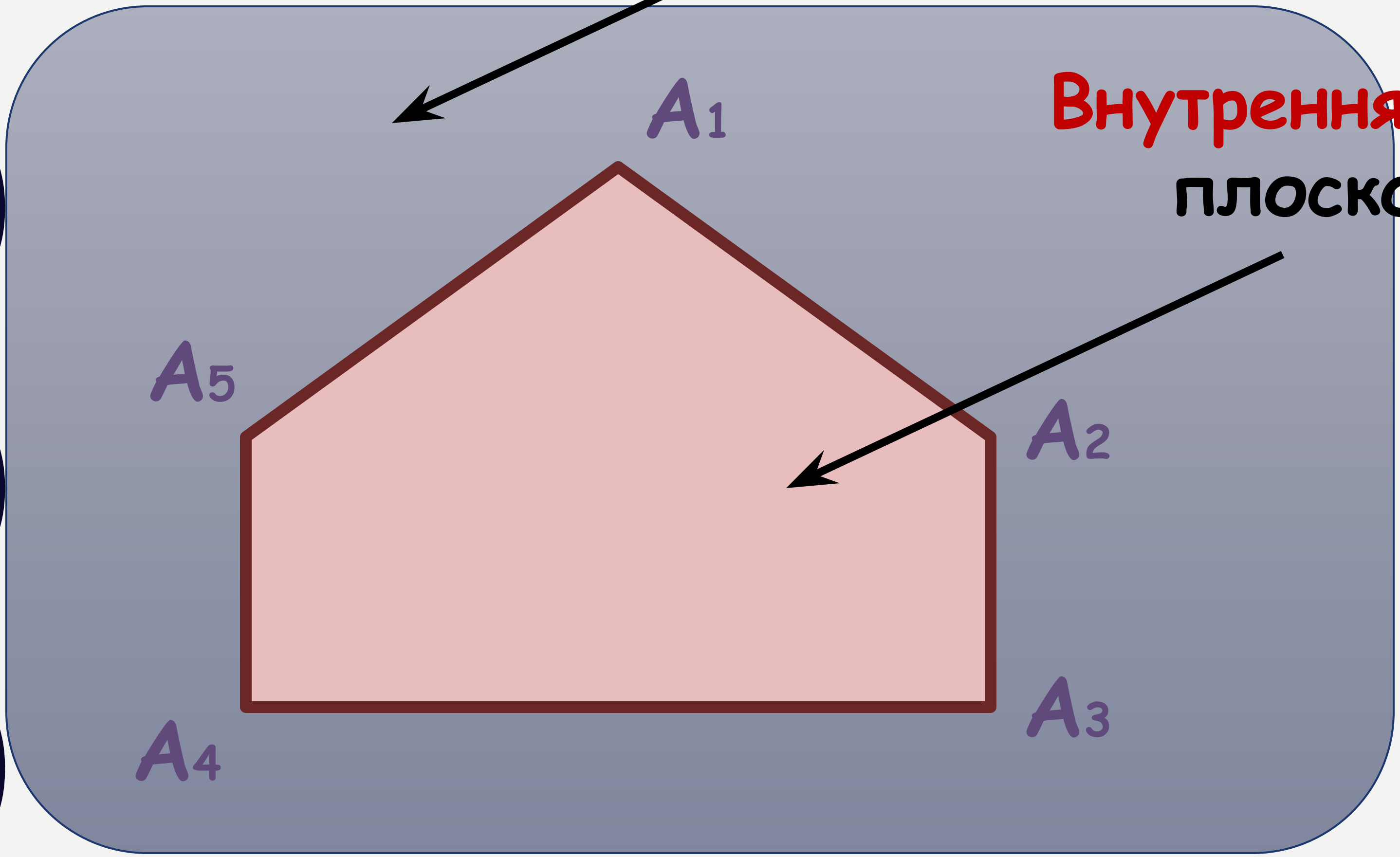
несоседние

Многоугольник $A_1A_2A_3A_4A_5$



Отрезок, соединяющий две любые несоседние вершины многоугольника, называется **диагональю.**

Внешняя часть плоскости



Многоугольником называется фигура, состоящая из отрезков и внутренней области.

Многоугольники

выпуклые

Многоугольник называется **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от прямой, проходящей через любые две соседние вершины.

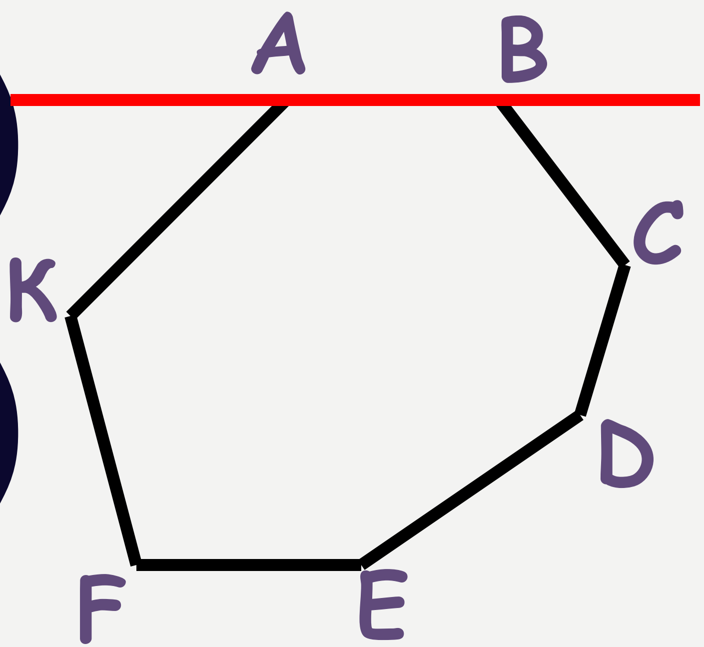
невыпуклые

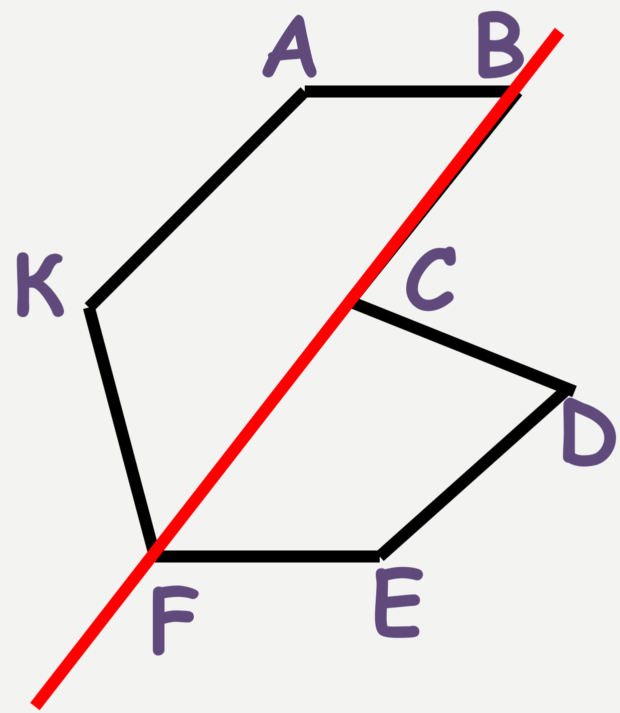
Многоугольник называется **невыпуклым**, если он лежит по разные стороны от хотя бы одной прямой, проходящей через две соседние вершины.

Многоугольники

выпуклые

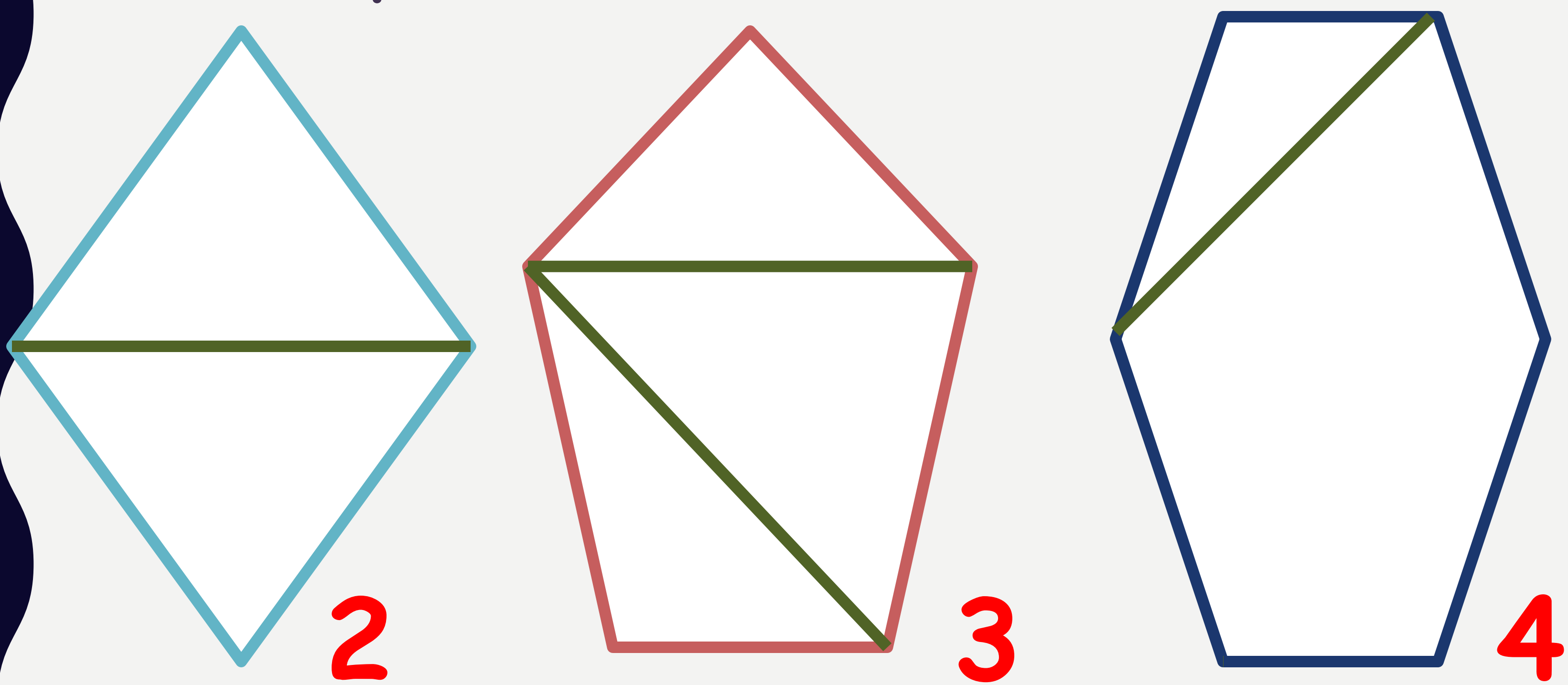
невыпуклые





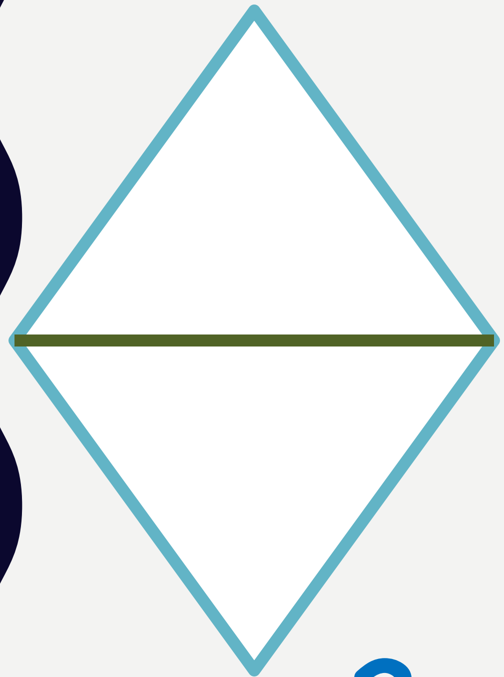
Нарисуйте четырёхугольник, пятиугольник и шестиугольник.

Проведите в них диагонали, исходящие из одной вершины.

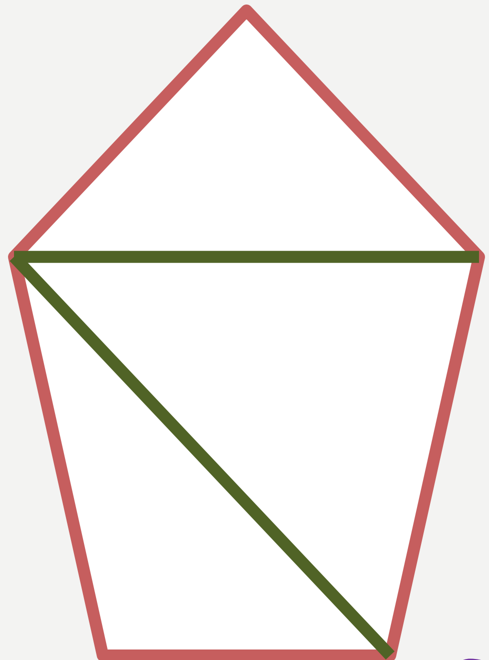


Сколько треугольников образовалось в каждой фигуре?

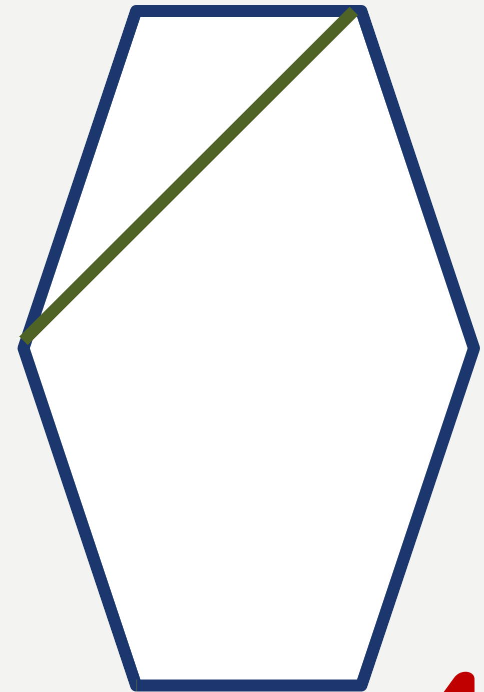
Чему равна сумма углов в каждом многоугольнике?



2



3



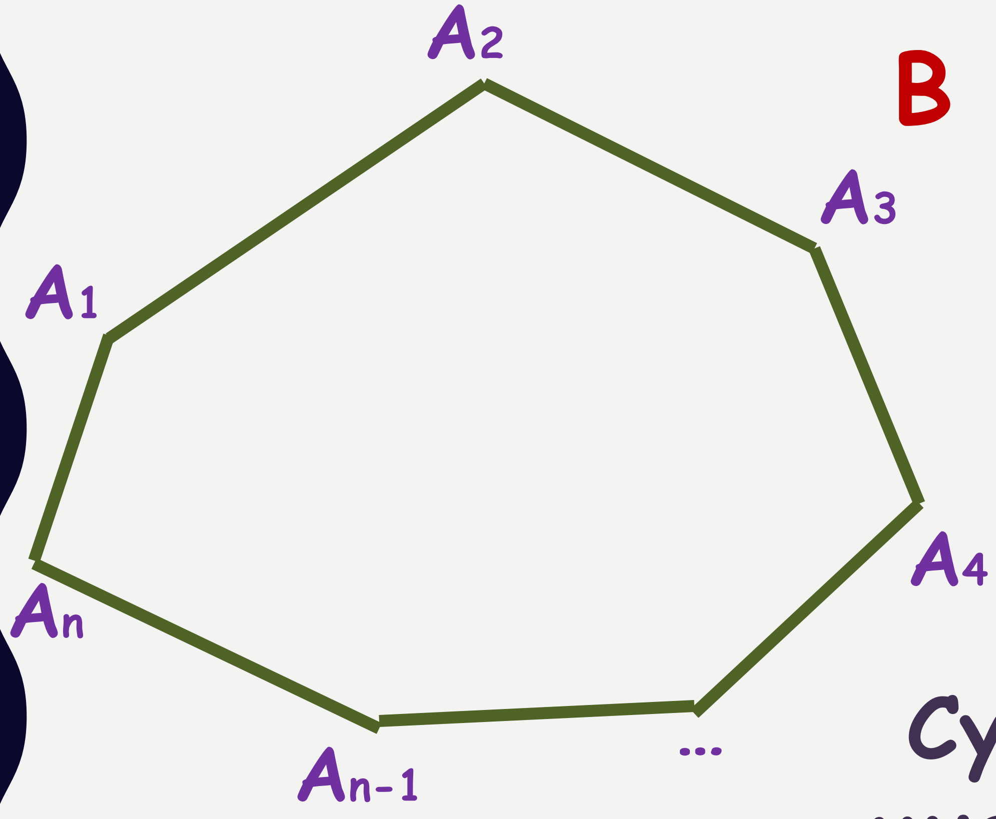
4

$2 \cdot 180° = 360°$

$4 \cdot 180° = 720°$

$3 \cdot 180° = 540°$

Формула суммы углов выпуклого n-угольника:



В n-угольнике:

n - сторон

(n-2) - треугольника

Сумма углов в многоугольнике:

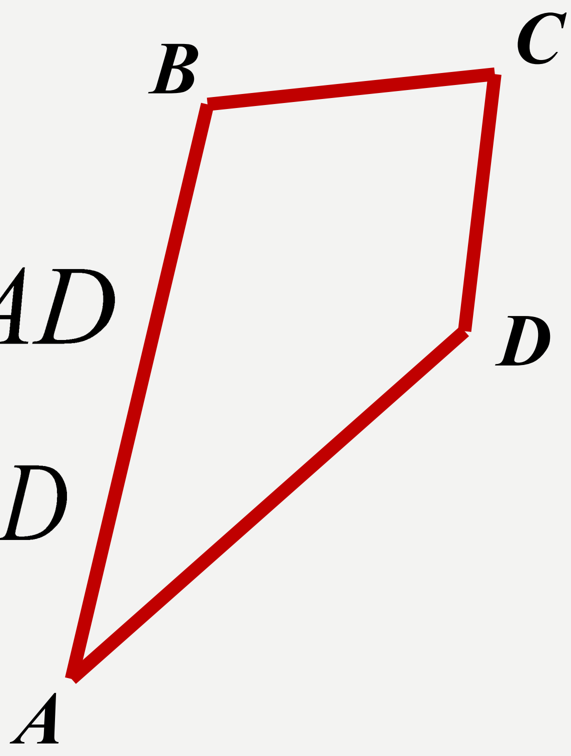
$S_n=(n-2)\cdot 180°$

Четырёхугольник

Вершины: $A;\ B;\ C;\ D$

Стороны: $AB; BC; CD; AD$

Углы: $\angle A;\ \angle B;\ \angle C; \angle D$



Определение:

Четырёхугольник
– геометрическая фигура, состоящая из четырёх точек и четырёх, последовательно соединяющих их отрезков

Четырёхугольник

Определение:

Отрезок, соединяющий противоположные вершины четырёхугольника называется диагональю четырёхугольника

Диагонали: AC и BD

Четырёхугольник

Теорема:

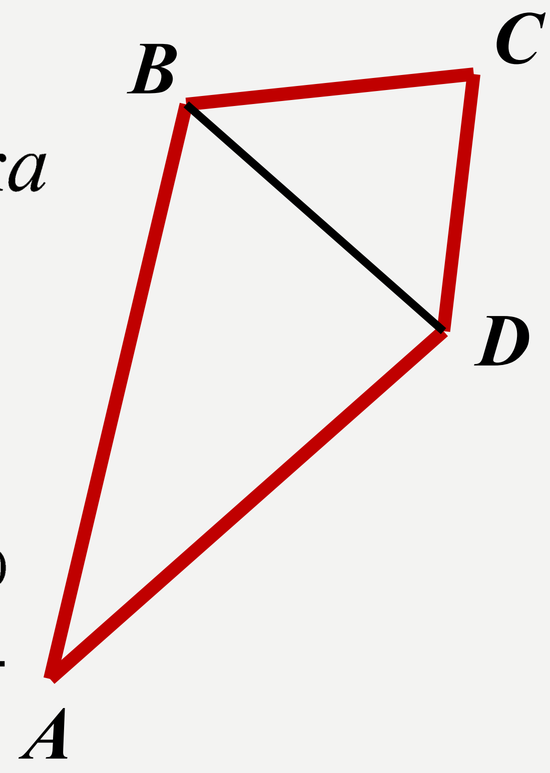
Сумма углов четырёхугольника равна 360^0

Проведём диагональ BD

$$+\begin{cases}\Delta ABD: \angle A+\angle B+\angle D=180^0\\ \Delta CDB: \angle C+\angle D+\angle B=180^0\end{cases}$$

$$\angle A+2\angle B+2\angle D+\angle C=360^0$$

ч.т.д.



Подсказка

Док-во

Задача

Один из углов четырёхугольника в 2 раза меньше второго угла, на 20º меньше третьего и на 40º больше четвёртого. Найдите углы четырёхугольника.

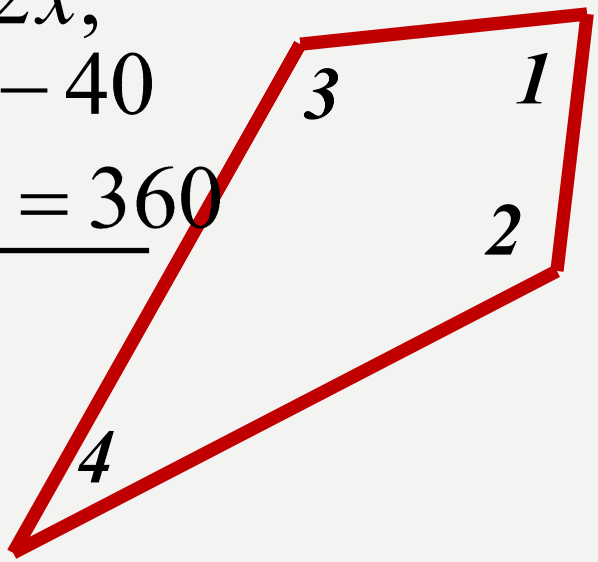
$$\angle 1 = x, \textit{тогда} \quad \angle 2 = 2x,$$

$$\angle 3 = x + 20, \; a \; \angle 4 = x - 40$$

$$x + 2x + x + 20 + x - 40 = 360$$

$$\angle 1 = 76^0, \quad \angle 2 = 152^0,$$

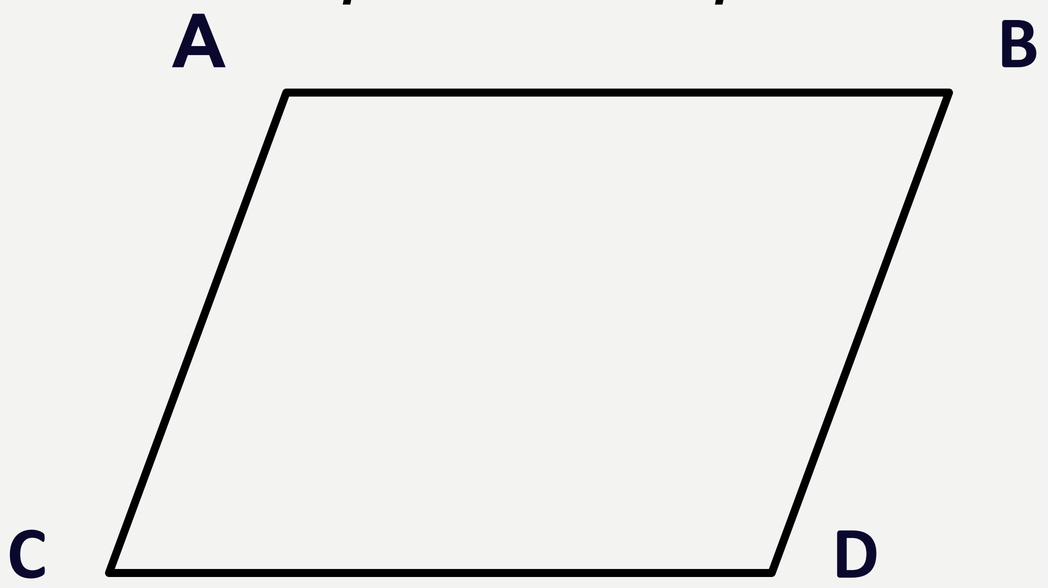
$$\angle 3 = 96^0, \quad \angle 4 = 36^0$$



Решение

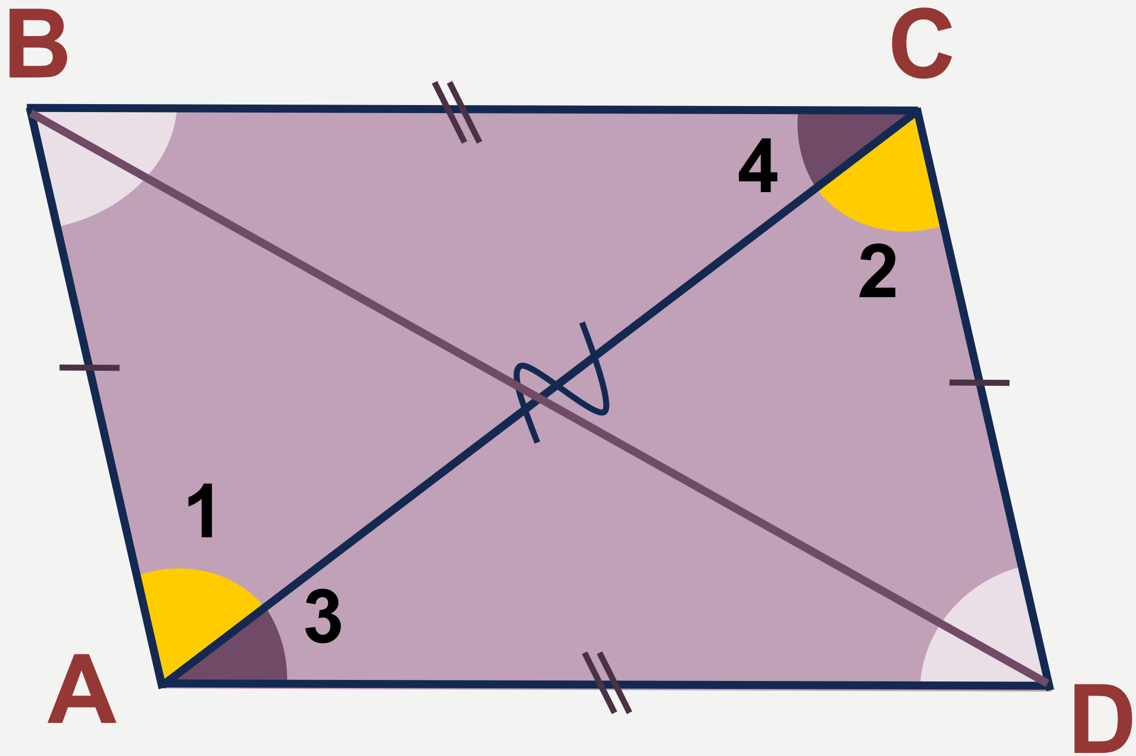
Определение

Четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, называется параллелограммом

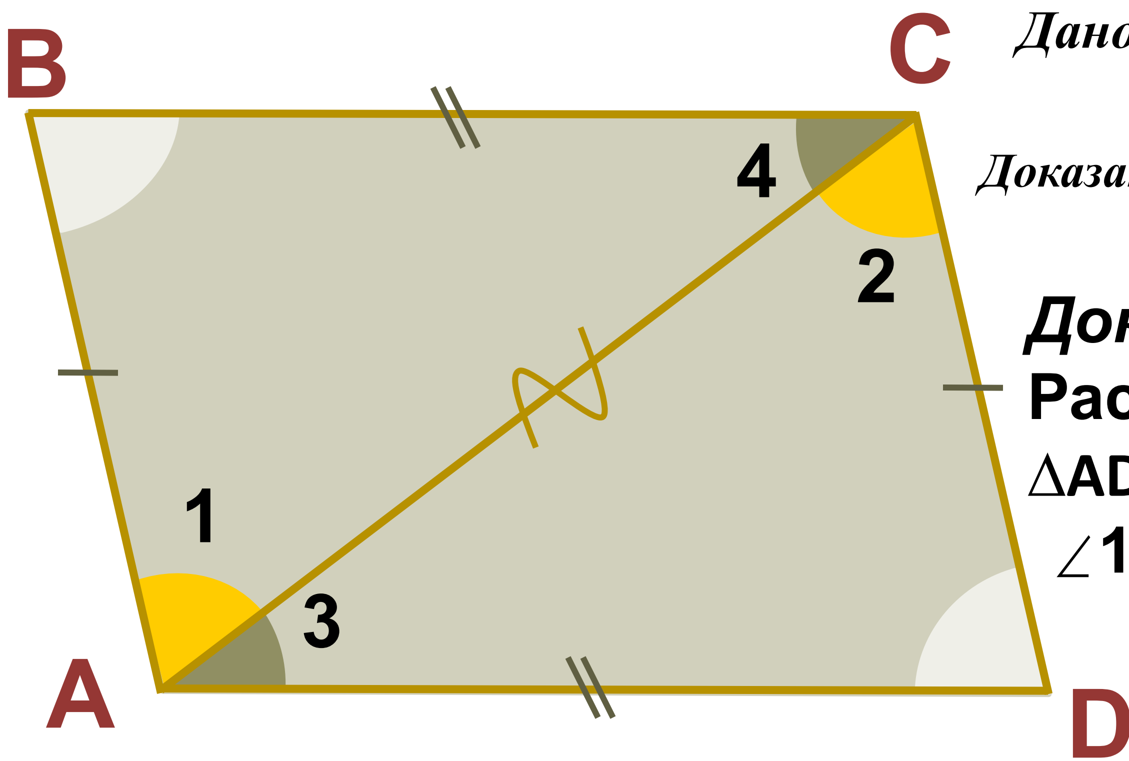


AB||CD, AC||BD

Какими свойствами обладает параллелограмм?



СВОЙСТВО 1. В ПАРАЛЛЕЛОГРАММЕ ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СТОРОНЫ РАВНЫ И ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ УГЛЫ РАВНЫ.



Дано: ABCD - параллелограмм

Доказать: 1) AB = CD, BC = AD;
2) ∠A = ∠C, ∠B = ∠D

Доказательство:

Рассмотрим Δ ABC и ΔADC, AC - *общая*, ∠1 =∠ 2 и ∠ 3 =∠ 4

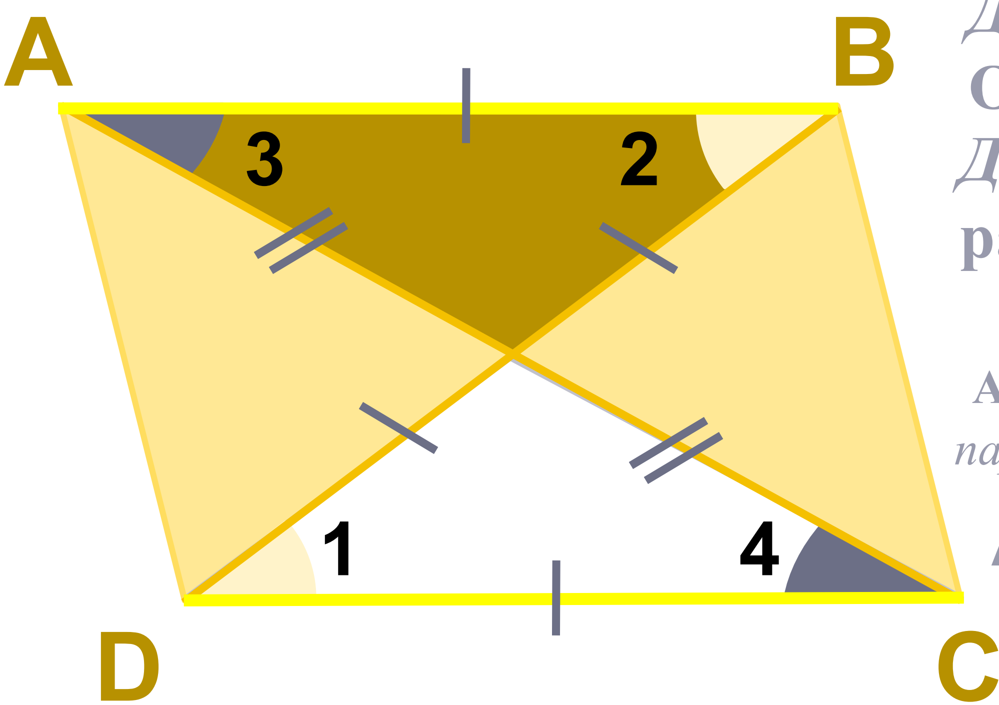
⟹ **Δ ABC = Δ ADC** *(по 2-му признаку равенства треугольников)* ⟹ **AB = CD, BC = AD**

∠1 + ∠3 =∠2 + ∠4 , т.е. ∠ A =∠ C, ∠ B =∠ D.

*СВОЙСТВО **2.** ДИАГОНАЛИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА ТОЧКОЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДЕЛЯТСЯ ПОПОЛАМ.*

Дано: ABCD - параллелограмм

BD ⊠ AC = O



Доказать: BO = OD, AO = OC

Доказательство:

рассмотрим △ AOB и △COD

AB = CD (*противоположные стороны параллелограмма*),

AB || CD, BD, AC – *секущие*

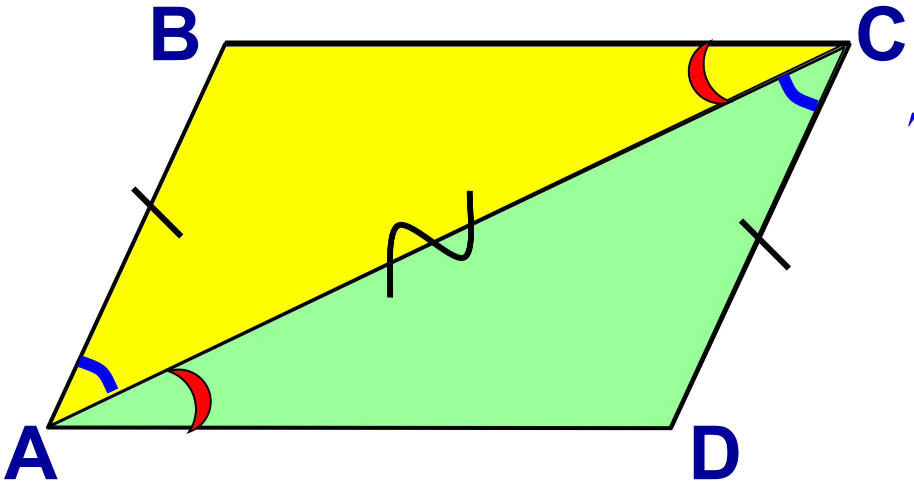
∠1=∠2 и ∠ 3=∠ 4(*как накрест лежащие углы)*

⟹ △ AOB = △COD *(по 2-му признаку равенства треугольников)*

Следовательно: AO = OC, BO = OD

Признаки параллелограмма

1⁰. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.



Дано: ABCD - четырёхуг.

AB=CD, AB || CD.

Доказать: ABCD – параллелограмм.

Доказательство:

Построим диагональ AC.

AC – общая сторона

AB=CD, по условию

$\angle$BAC= $\angle$ACD, НЛУ при ABIICD и секущей AC

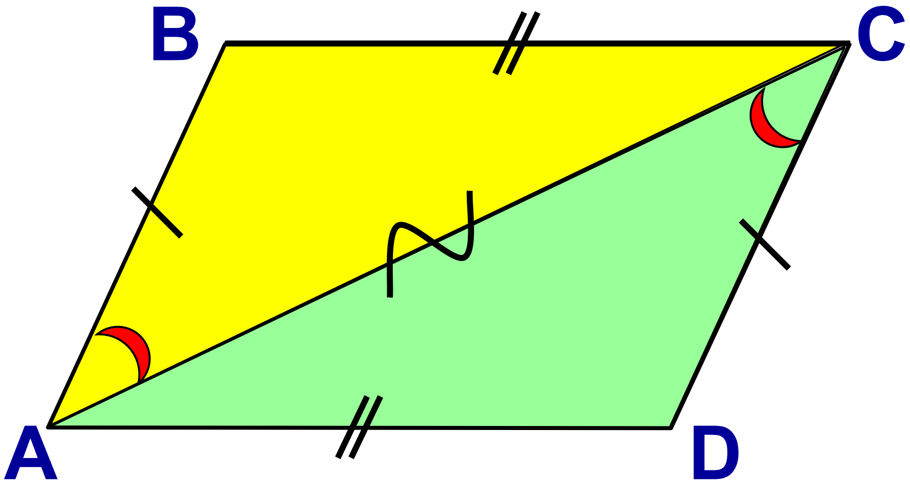
ΔABC =ΔCDA по 2 сторонам и углу между ними

$\angle$BCA= $\angle$CAD. Это НЛУ при прямых BC и AD и секущей AC. Значит, BC||AD.

Четырехугольник – параллелограмм по определению.

Признаки параллелограмма

2^0. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.



Дано: AB=CD, BC=AD.

Доказать: ABCD – параллелограмм.

Доказательство:

Построим диагональ AC.

AC – общая сторона

AB=CD, по условию

BC=AD, по условию

$\Delta ABC = \Delta CDA$ *по трем сторонам*

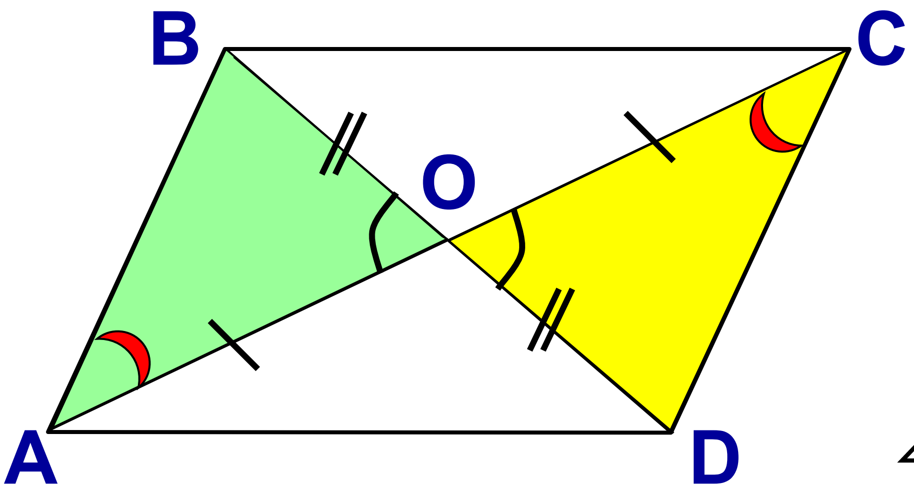
$\angle BAC = \angle ACD$. *Это НЛУ при прямых AB и CD и секущей AC. Значит, AB||CD.*

AB=CD, по условию.

Четырехугольник – параллелограмм по признаку 1^0.

3^0. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Дано: $AC \cap BD = O,\ O - середина\ AC\ и\ BD.$



Доказать: ***ABCD – параллелограмм.***

Доказательство:

AO=OC, по условию

BO=OD, по условию

$\angle$AOB=$\angle$COD, как вертикальные

ΔAOB =ΔCOD по первому признаку

Отсюда, AB=CD

$\angle$BAO=$\angle$OCD. Это НЛУ при прямых AB и CD и секущей AC. Значит, AB||CD.

Четырехугольник – параллелограмм по признаку 1^0.

1. а) Один из углов параллелограмма равен 42°. Найдите остальные углы параллелограмма.

б) Два угла в параллелограмме дают в сумме 170°. Найдите его углы.

2. а) Периметр параллелограмма равен 100, а одна из его сторон равна 30. Найдите длины остальных сторон параллелограмма.

3. Две стороны четырёхугольника параллельны, а одна его диагональ делит другую пополам. Докажите, что данный четырёхугольник — параллелограмм.

4.

Дано: $ABCD$ — параллелограмм;
$AB : BC = 4 : 5$;
$P_{ABCD} = 10{,}8$ см.

Найти: AB; BC; CD; AD.