

# Презентация урока

**Квадратные  
уравнения**

**и методы их  
решений**  $ax^2 + bx + c = 0$

$$x^2 + px + q = 0$$



город Кувасай школа

№1  
преподаватель

Борисевич Павел Георгиевич

# Девиз урока



*Пусть каждый день и каждый  
час*

*Вам новое добудет.*

*Пусть добрым будет ум у вас,*

*А сердце умным будет.*

*Самуил  
Маршак*

# Цели урока

## Образовательные цели урока:

систематизировать знания о квадратных уравнениях, научиться разделять квадратные уравнения на разные виды и решать их.

## Развивающие цели урока:

развивать математическое мышление, память, внимание;

развивать умение, сравнивать, обобщать, *проводить сравнительный анализ*,

строить умозаключения, делать выводы;

развивать коммуникативные навыки; навыки самостоятельной работы;

развивать устную и письменную речь учащихся;

привить любовь к математике, желание познать новое.

## Воспитательные цели урока:

воспитывать культуру умственного труда;

воспитывать культуру коллективной работы;

воспитывать информационную культуру;

воспитывать потребность добиваться успехов в приобретении знаний; воспитание

навыков самоконтроля и взаимоконтроля, развитие самостоятельности и творчества.

*Воспитывать овладению способами и критериями самоконтроля и самооценки.*

# Повторение :

*Что такое уравнение ?*

*Что такое корни уравнения ?*

*Что значит решить уравнение ?*

*Что такое степень числа?*

*Как записывается вторая степень числа ?*

*Как читается вторая степень числа ?*

*Какое уравнение называется линейным ?*

*Почему?*



# Историческая

Квадратные уравнения уже умели решать математики и в древнем Вавилоне и древнем Египте. Сохранились папирусы с решениями некоторых задач, на составление квадратных уравнений.

## справка

Правила их решений схожи с теми, которыми пользуемся мы сейчас

Значительных успехов достигли математики древней Греции и конечно же Диофант

Нередко он упоминается как «отец алгебры». Автор «Арифметики» — книги, посвящённой нахождению

положительных рациональных решений неопределённых уравнений.



Диофант

Александрийский

Диофант был первым греческим математиком, который рассматривал дроби наравне с другими числами. Диофант также первым среди античных учёных предложил развитую математическую символику, которая позволяла формулировать полученные им результаты в достаточно компактном виде.

*Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.*

*«Обезьянок резвых стая  
Власть поевши, развлекалась  
Их в квадрате часть восьмая  
На поляне забавлялась*

*А двенадцать по лианам  
Стали прыгать, повисая  
Сколько ж было обезьянок,  
Ты скажи мне, в этой стае?»*

*Соответствующее задаче уравнение:*

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x = -768$$

*и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям  $32^2$ , получая затем:*

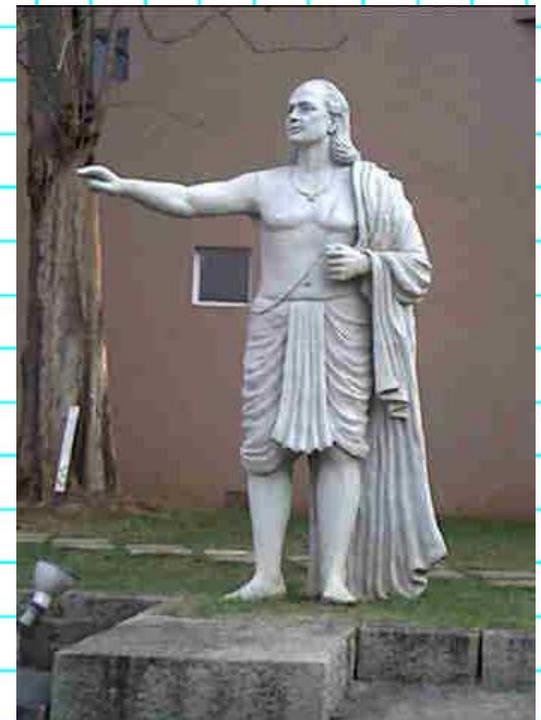
$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024,$$

$$(x - 32)^2 = 256,$$

$$x - 32 = \pm 16,$$

$$x_1 = 16, x_2 = 48.$$

*гениальное решение квадратного уравнения  
гениальным математиком*



**Памятник индийскому математику**

**БРАХМАГУПТЕ**

# *Квадратные уравнения у Аль-Хорезми.*

## *Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми*

*Величайший среднеазиатский учёный IX века, математик, астроном, географ и историк.*

*Благодаря ему в математике появились термины «алгоритм» и «алгебра».*

*Аль-Хорезми впервые представил алгебру как самостоятельную науку об общих методах решения линейных и квадратных уравнений, дал классификацию этих уравнений.*

*Историки науки высоко оценивают как научную, так и популяризаторскую деятельность аль-Хорезми. Известный историк науки Дж. Сартон назвал его **«величайшим математиком своего времени и, если принять во внимание все обстоятельства, одним из величайших всех времён».***

*Аль-Хорезми известен прежде всего своей «Книгой о восполнении и противопоставлении» («Аль-китаб аль-мухтасар фи хисаб аль-джабр ва-ль-мукабала»), которая сыграла важнейшую роль в истории математики. От слова аль-джабр (в названии) произошло слово алгебра. Подлинный арабский текст утерян, однако содержание известно по латинскому переводу 1140 года английского математика Роберта Честерского.*



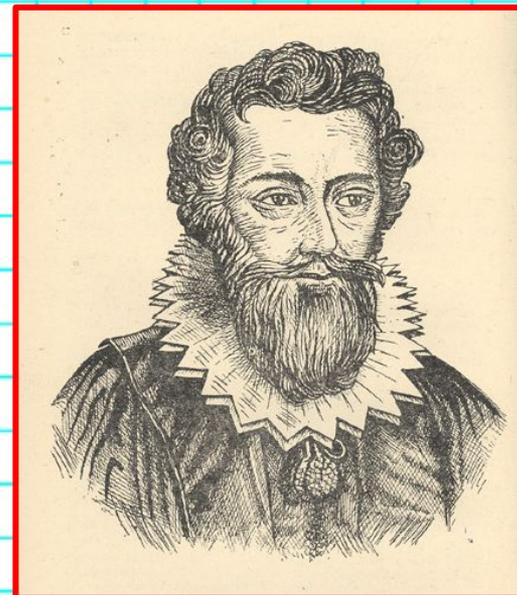
Задумывавшаяся как начальное руководство по практической математике **«Китаб аль-джабр...»** в первой (теоретической) своей части начинается с рассмотрения уравнений первой и второй степени, а в двух заключительных разделах переходит к практическому применению алгебры в вопросах мероопределения и наследования. Слово аль-джабр («восполнение») означало перенесение отрицательного члена из одной части уравнения в другую, а аль-мукабала («противопоставление») — сокращение равных членов в обеих частях уравнения

В **«Китаб аль-джабр...»** Аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

1. «Квадраты равны корням», т. е.  $ax^2 = bx$ .
2. «Квадраты равны числу», т. е.  $ax^2 = c$ .
3. «Корни равны числу», т. е.  $ax = c$ .
4. «Квадраты и числа равны корням», т. е.  $ax^2 + c = bx$ .
5. «Квадраты и корни равны числу», т. е.  $ax^2 + bx = c$ .
6. «Корни и числа равны квадратам», т. е.  $bx + c = ax^2$ .

# Франсуа Виет

Франсуа Виет,  
сеньор де ля Биготьер  
(1540 — 23 февраля 1603)



Демонстрируя силу своего метода, ученый привел в своих работах запас формул, которые могли быть использованы для решения конкретных задач. Из знаков действий он использовал «+» и «-», знак радикала и горизонтальную черту для деления. Произведение обозначал словом «in». Виет первым стал применять скобки, которые, правда, у него имели вид не скобок, а черты над многочленом. Но многие знаки, введенные до него, он не использовал. Так квадрат, куб и т. д. обозначал словами или первыми буквами слов.

Знаменитая теорема, устанавливающая связь коэффициентов многочлена с его корнями, была обнародована в 1591 году. Теперь она носит имя Виета, а сам автор формулировал ее так «Если  $B+D$ , умноженное на  $A$ , минус  $A$  в квадрате равно  $BD$ , то  $A$  равно  $B$  и равно  $D$ ».

# Полные квадратные уравнения:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где  $a, b, c$  - числовые коэффициенты,  
причём  $a \neq 0$ ,  
 $x$  - переменная

*например :*

$$5x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$7x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$2x^2 - x + 11 = 0$$

$$3x^2 + 2x = 16$$



# Составьте квадратное уравнение, если

$$a = 4, \quad b = -5, \quad c = -6.$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$a = -2, \quad b = 4, \quad c = 1.$$

$$-2x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = 8.$$

$$3x^2 - 2x + 8 = 0$$

$$a = -3, \quad b = -4, \quad c = -2.$$

$$-3x^2 - 4x - 2 = 0$$



# Неполные квадратные уравнения:

$$ax^2 + vx = 0 \quad \text{Коэффициент } c = 0$$

$$ax^2 + c = 0 \quad \text{Коэффициент } v = 0$$

$$ax^2 = 0 \quad \text{Коэффициент } v = 0 \text{ и } c = 0$$



Если в квадратном уравнении  $ax^2 + vx + c = 0$  хотя бы один из коэффициентов  $v$  или  $c$  равен нулю, то такое уравнение называют **неполным квадратным уравнением.**

# 1. Найдите корни уравнения:

а)  $3x^2 + 5x - 8 = 0$   $(1; -2\frac{2}{3})$

б)  $5x^2 - 7x + 2 = 0$   $(1; 0,4)$

в)  $y^2 + 4y - 5 = 0$   $(1; -5)$

г)  $11x^2 - 25x - 36 = 0$   $(-1; 3\frac{3}{11})$

д)  $11x^2 + 27x + 16 = 0$   $(-1; -1\frac{5}{11})$



# Дискриминант



$$D = b^2 - 4ac$$

$D = b^2 - 4ac$  ;  $D > 0$  Уравнение имеет 2 корня

$D = b^2 - 4ac$  ;  $D = 0$  Уравнение имеет 1 корень

$D = b^2 - 4ac$  ;  $D < 0$  Уравнение не имеет корней

# Формула вычисления корней квадратного уравнения

Дискриминант:  $D = b^2 - 4ac$ ,

$D > 0$  — два действительных корня,

$D = 0$  — один действительный корень,

$D < 0$  — нет действительных корней.



Формула корней	Свойства корней (теорема Виета)
<i>Квадратное уравнение <math>ax^2 + bx + c = 0</math></i>	
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

# **Закрепление изученного :**

$$5x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$y^2 + 4y - 5 = 0$$

- 1. Сколько корней имеет квадратное уравнение?**
- 2. Чему равно произведение корней?**
- 3. Чему равна сумма корней уравнения?**
- 4. Что можно сказать о знаках корней?**
- 5. Найдите корни методом подбора.**



# Квадратные уравнения, коэффициенты которых обладают некоторыми свойствами.

$$ax^2+bx+c=0, \text{ где } a \neq 0$$

$$\text{Если } a+b+c=0, \text{ то } x_1=1, x_2=c/a$$

$$\text{Если } a+c=b, \text{ то } x_1=-1, x_2=-c/a$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \quad 2 + 3 - 5 = 0$$

$$x_1=1, x_2=c/a = -2,5$$

$$2x^2 + 6x + 4 = 0 \quad 2 + 4 - 6 = 0$$

$$x_1=-1, x_2=-c/a = -2$$



# Приведенные квадратные уравнения:

Уравнение, вида

$$x^2 + px + q = 0$$

называется приведённым.

В нём старший коэффициент  $a = 1$

Его корни можно найти по теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$x_1 + x_2 = -p$$



# Задача

**Известны корни уравнения: 4**

**и -6.**

**Известны корни уравнения: 2**

**и -3.**

**Известны корни уравнения: 4 и**

**5.**

**Составьте приведённое квадратное уравнение, используя теорему Виета**

**Один из корней уравнения  $x^2 + 11x + q = 0$  равен -7. Найдите второй корень и число  $q$ .**

**Разность корней уравнения  $2x^2 - 3x + c = 0$  равна 2,5. Найдите  $c$ .**



# Проверь себя

## *Математический диктант*

На листочках, контроль знаний детей.

- 1) Какой вид имеет квадратное уравнение?
- 2) Какой вид имеет неполное квадратное уравнение,
- 3) если  $b = 0$ ?
- 4) Какой вид имеет неполное квадратное уравнение,
- 5) если  $c = 0$ ?
- 6) По какой формуле вычисляется дискриминант?
- 7) Сколько корней имеет уравнение, если  $D = 0$ ,  $D < 0$ ,  $D > 0$ ?
- 8) По какой формуле находят корни квадратного уравнения, если уравнение решается через дискриминант и  $D > 0$ .

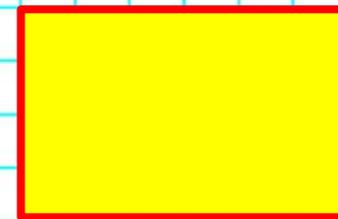
Ученики обмениваются работами и проверяют их  
учитель проверяет по таблицам



# Задачи

1. Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 30 см, а площадь 63 см<sup>2</sup>.

а



б

2. Ширина прямоугольника на 8 см меньше длины, а его площадь равна 96 см<sup>2</sup>. Найдите стороны прямоугольника.

3. Произведение двух натуральных чисел равно 550, причем одно число больше другого на 3. Найдите эти числа.

4. Одно число меньше другого на 6, а произведение этих чисел равно 432. Найдите эти числа.

5. Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 36 см, а площадь 72 см<sup>2</sup>.



# Самостоятельная работа

1. Решите уравнение:

а)  $5x^2 - 20x = 0$ ;      б)  $5x^2 + 3x - 2 = 0$ ;

в)  $x^2 + 10x + 9 = 0$ ;      г)  $4x^2 - 16 = 0$ ;

д)  $5x^2 - x + 2 = 0$ ;      е)  $25x^2 + 110x + 121 = 0$ .

1. Произведение двух натуральных чисел равно 216, причем одно число больше другого на 6. Найдите эти числа.

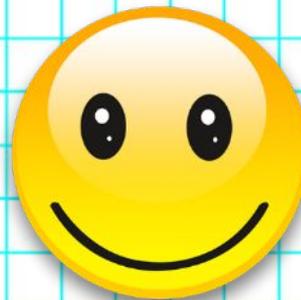
2. В уравнении  $x^2 + px - 18 = 0$  один из корней равен  $-9$ . Найдите другой корень и коэффициент  $p$ .



# Рефлексия :

## *Продолжи фразы:*

- *Мне было интересно...*
- *Мы сегодня разобрались...*
- *Я сегодня понял, что...*
- *Мне было трудно...*
- *Мне понравилось ...*
- *Завтра я хочу на уроке...*
- *Я решал эти непонятные уравнения...*
- *Я добросовестно работал.*
- *Я преумножил свои знания!*



# Домашнее задание :

*Выучить определения и формулы вычисления корней квадратных уравнений*

*Решить квадратные уравнения:*

1)  $6x^2 - 2x + 7 = 0$

2)  $1,2x^2 + 5 - 3x = 0$

3)  $4x^2 - 15x = 0$

4)  $6x^2 - 96 = 0$

5)  $14x - 3x^2 + 19 = 0$

6)  $5x^2 - 4x = 7$



*2. Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 38 см, а площадь  $84 \text{ см}^2$ .*

*3. Один из корней уравнения  $x^2 + 11x + q = 0$  равен  $-7$ . Найдите второй корень и число  $q$ .*

спасибо за урок

