

# *Линейная функция и ее график*

Работу выполнила  
Ларченко И.В.,  
учитель математики  
ГБОУ СОШ № 423

# Функция вида $y = kx + b$ .

**Определение.** Функция вида  $y = kx + b$ ,

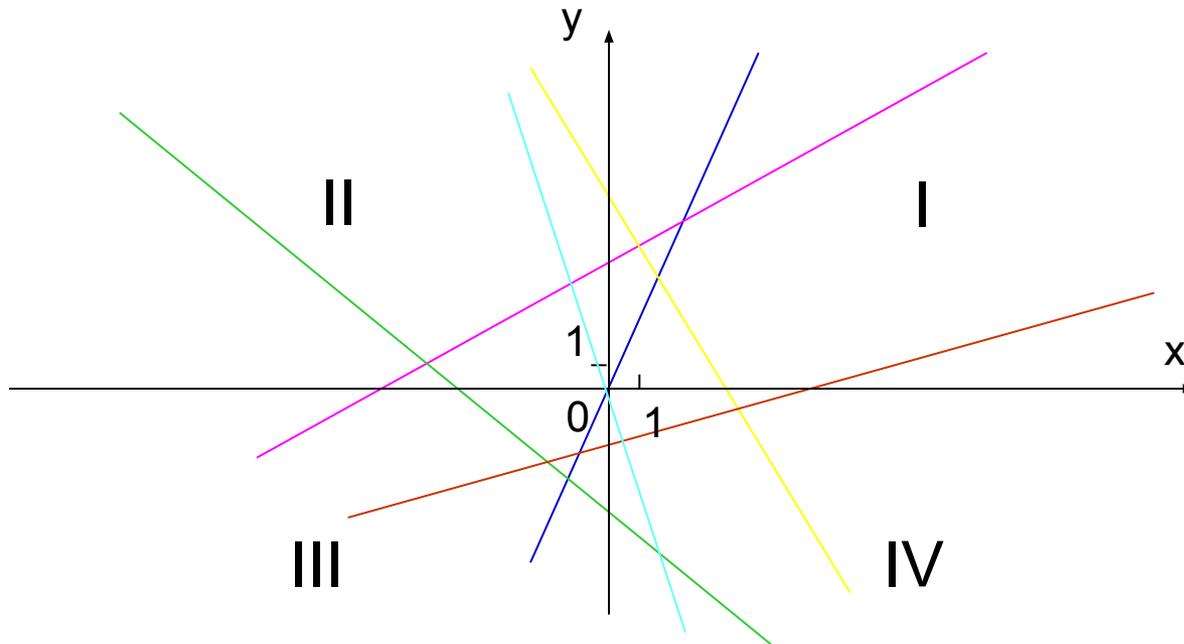
где:  $x$  – независимая переменная,  $y$  – зависимая переменная,  
 $k$  и  $b$  – некоторые числа,

называется **линейной**.

**Область определения функции:**  $x$  – любое действительное число.

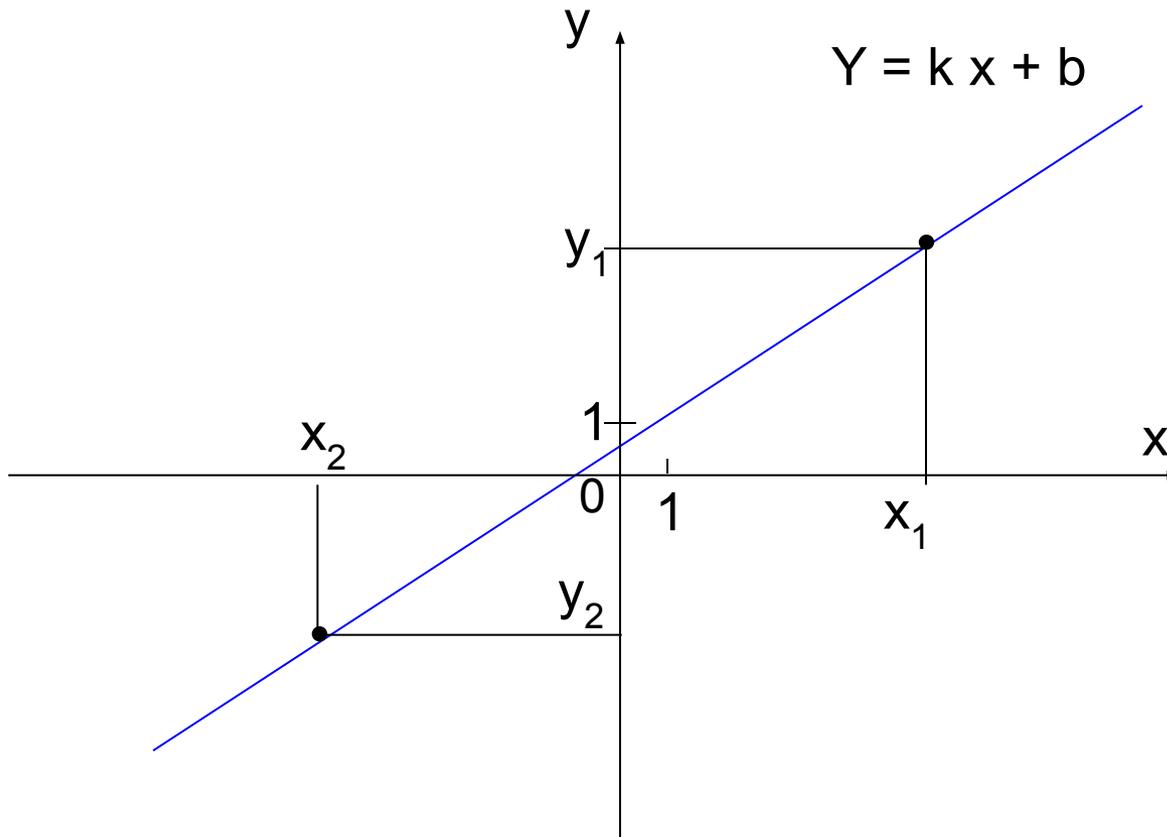
**Область значений функции:**  $y$  – любое действительное число.

**График** линейной функции – **прямая**.



# Построение графика линейной функции $y = kx + b$ .

- Из геометрии известно, что через две точки проходит только одна прямая, поэтому, для того чтобы построить график функции  $y = kx + b$ , достаточно построить две точки графика, а затем провести через эти точки прямую.



X	$x_1$	$x_2$
Y	$y_1$	$y_2$

$x_1$  задаем,  
 $y_1$  вычисляем

по формуле:  $y_1 = kx_1 + b$

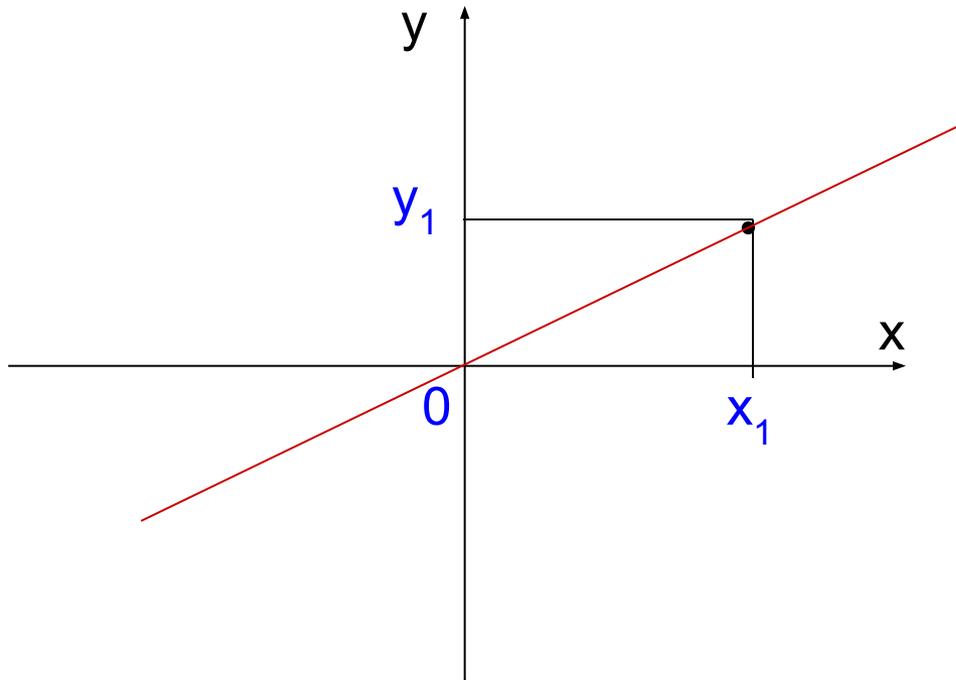
$x_2$  задаем,

$y_2$  вычисляем

по формуле:  $y_2 = kx_2 + b$

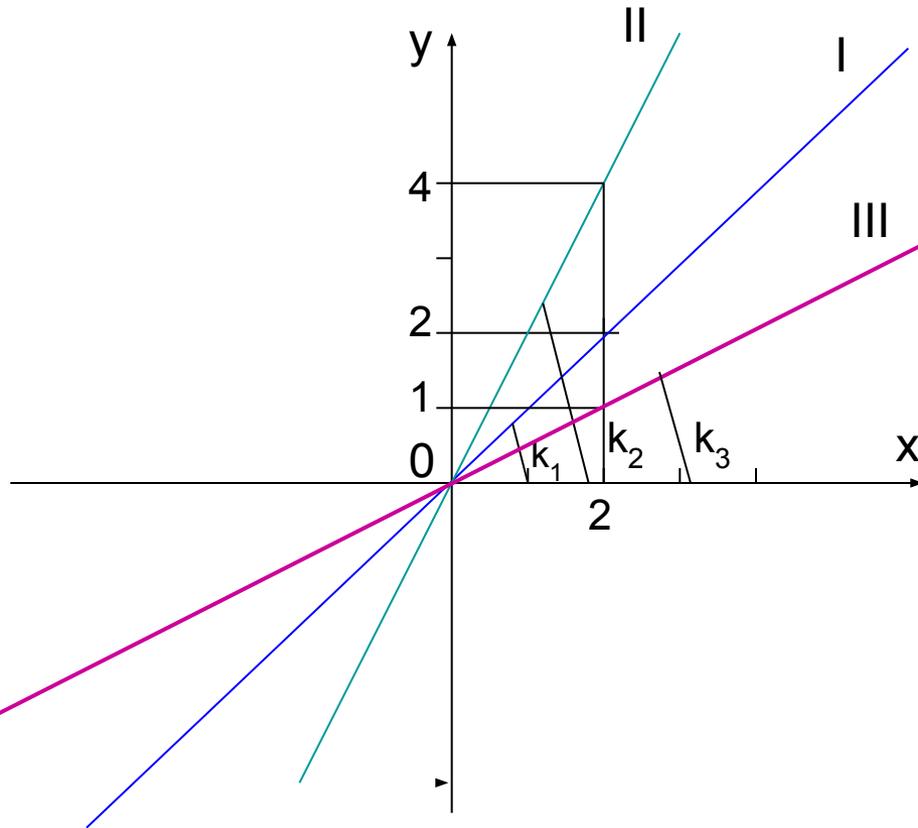
## Построение графика функции $y = kx$ , $b = 0$ .

Так как начало координат (точка с координатами  $x = 0$ ,  $y = 0$ ) принадлежит графику функции  $y = kx$ , то для построения этого графика достаточно найти еще одну точку  $(x_1, y_1)$  и провести через эти две точки **прямую**.



Задаем  $x_1$ ,  
вычисляем  $y_1$ :  
 $y_1 = kx_1$

# Построение графика функции $y = kx$ при $k > 0$ , $b = 0$



$$Y = kx$$

I.  $k = 1$ ,  $y = x$

X	0	2
Y	0	2

II.  $K = 2$ ,  $y = 2x$

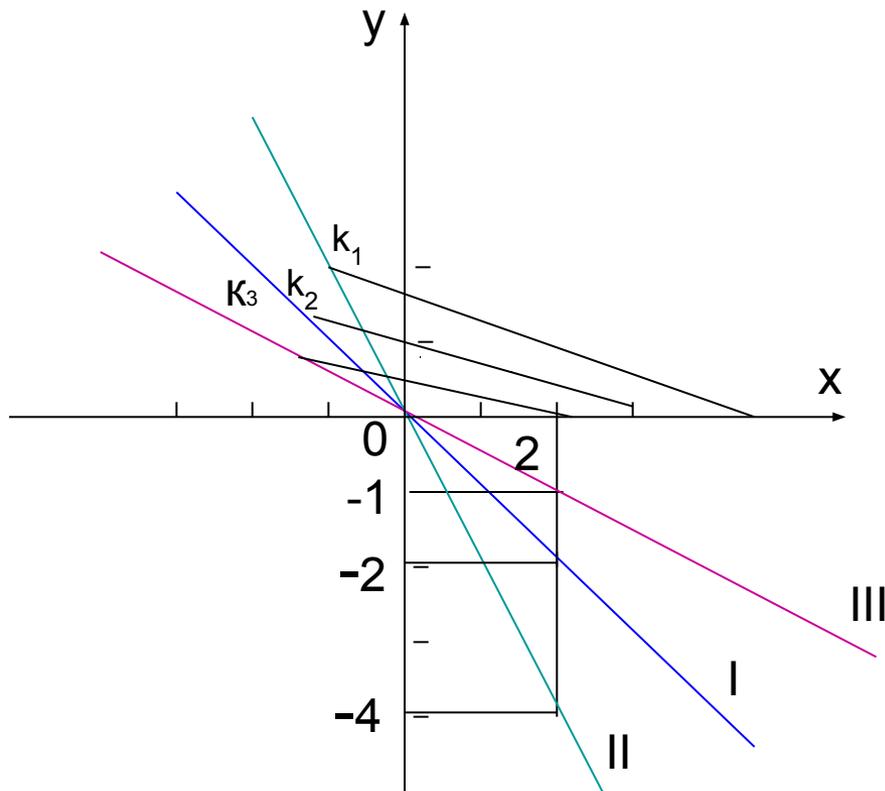
x	0	2
y	0	4

III.  $K = 0,5$ ;  $y = 0,5x$

X	0	2
y	0	1

- 1) От числа  $K$  зависит угол наклона прямой к оси абсцисс (к  $OX$ ).
- 2) Чем больше  $K$ , тем больше угол наклона.
- 3) При  $K > 0$  и  $b = 0$  прямая проходит через I и III четверти.

## Построение графика $y = k x$ , $k < 0$ , $b = 0$ .



$$Y=k x$$

I.  $k = -1$ ,  $y = -x$

x	0	2
y	0	-2

II.  $k = -2$ ,  $y = -2 x$

x	0	2
y	0	-4

III.  $k = -0,5$ ;  $y = -0,5 x$

x	0	2
y	0	-1

$k_3 > k_1 > k_2$ , поэтому угол наклона к оси OX прямой III больше, чем прямой I и прямой II. Прямые проходят через II и IV четверти.

# Построение графика функции $y = kx + b$ , $k > 0$ , $b < 0$ , $b = 0$ , $b > 0$ .



$$\text{I. } Y = 1,5x - 2$$

x	0	2
y	-2	1

$$\text{II. } Y = 3k$$

x	0	1
y	0	3

$$\text{III. } Y = 0,5x + 1,5$$

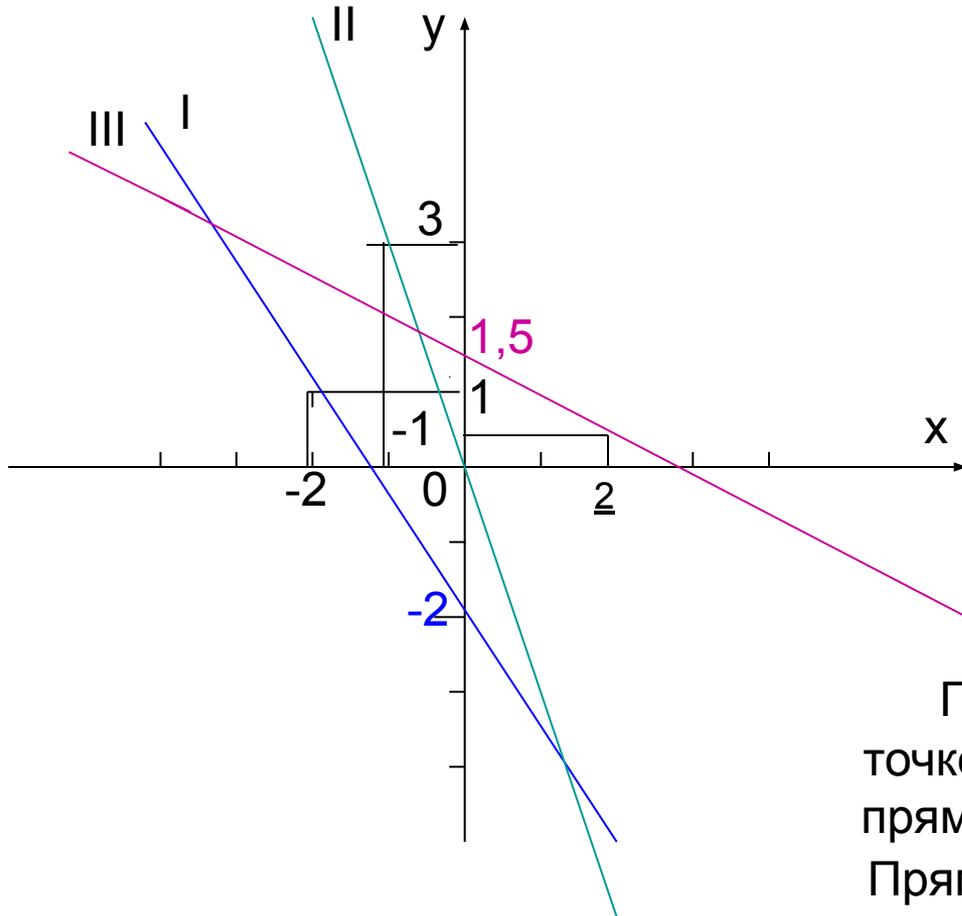
x	0	-3
y	1,5	0

Прямая I пересекает ось OY в точке A(0; -2),  
 прямая II – в точке O (0; 0),

прямая III – в точке B ( 0; 1,5 )

Прямая  $Y = kx + b$  пересекает ось OY  
 в точке с координатами ( 0; b ).

# Построение графика функции $y = kx + b$ , $k < 0$ , $b < 0$ , $b = 0$ , $b > 0$



$$\text{I. } Y = -1,5x - 2$$

x	0	-2
y	-2	1

$$\text{II. } Y = -3x$$

x	0	-1
y	0	3

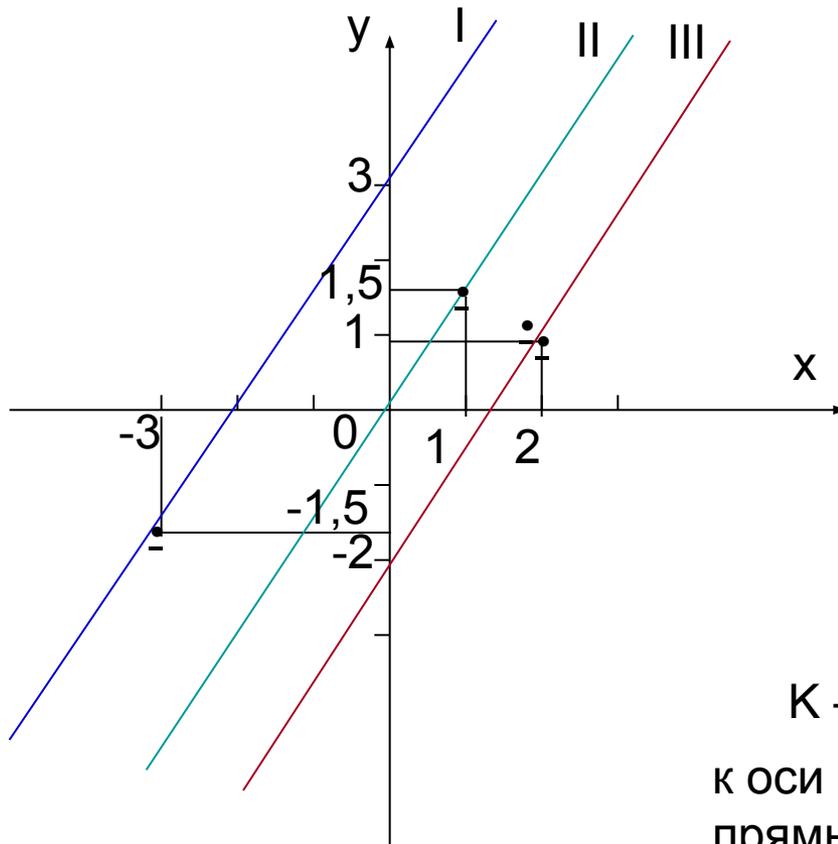
$$\text{III. } Y = -0,5x + 1,5$$

x	0	2
y	1,5	0,5

Прямая I пересекает ось OY в точке  $(0; -2)$ , прямая II – в точке  $(0; 0)$ , прямая III – в точке  $(0; 1,5)$ .

Прямая  $y = kx + b$  пересекает ось OY в точке с координатами  $(0; b)$ .

# Построение графика функции $y = kx + b$ , $k > 0, k_1 = k_2 = \dots = k_n$



I.  $Y = 1,5x + 3$

x	0	-3
y	3	-1,5

II.  $y = 1,5x$

x	0	1
y	0	1,5

III.  $y = 1,5x - 2$

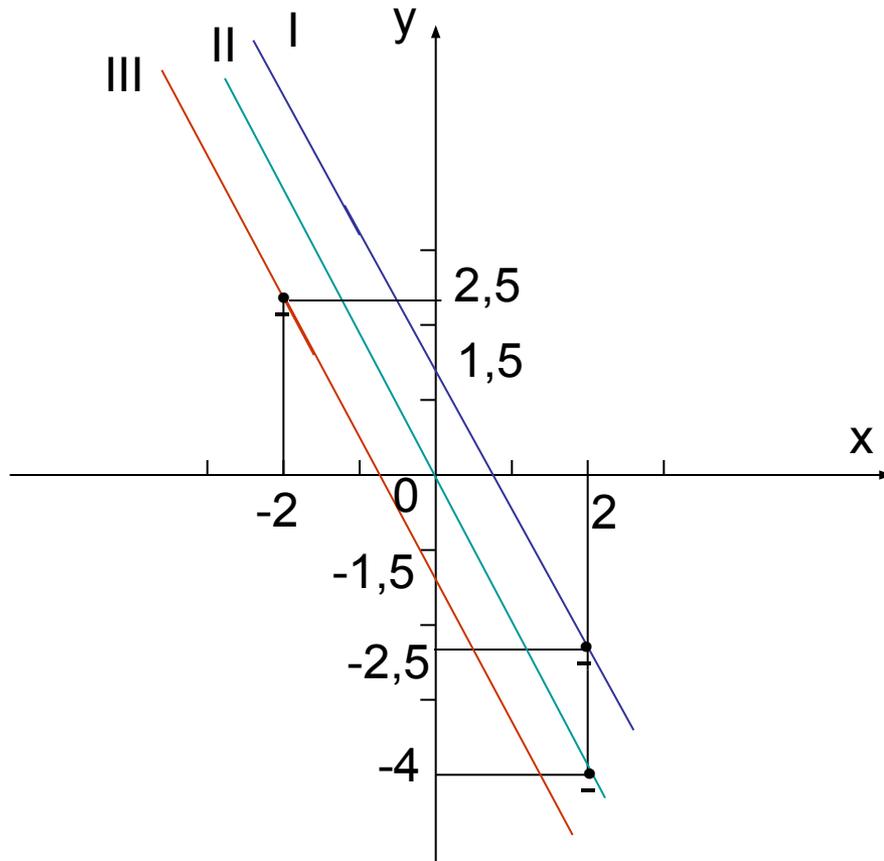
x	0	2
y	-2	1

$K$  – коэффициент наклона прямой к оси  $OY$ , поэтому, если  $k_1 = k_2 = \dots = k_n$  прямые параллельны.

:

# Построение графика функции $y = kx + b$ ,

$$k < 0, k_1 = k_2 = k_3 = \dots = k_n$$



$$\text{I. } y = -2x + 1,5$$

x	0	2
y	1,5	-2,5

$$\text{II. } y = -2x$$

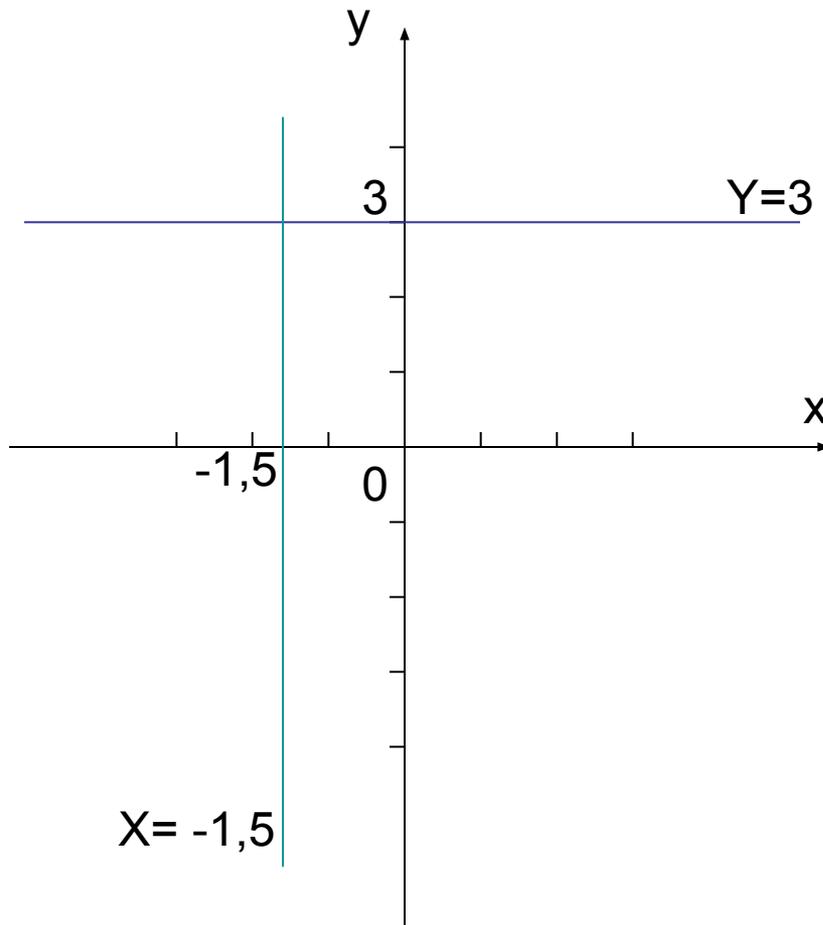
x	0	2
y	0	-4

$$\text{III. } y = -2x - 1,5$$

x	0	-2
y	-1,5	2,5

Прямые параллельны, так как коэффициенты наклона прямых к оси ОУ равны, т. е.  $k_1 = k_2 = k_4 = -2$

# Построение графика линейной функции $y = b$ и $x = b$ .



I.  $y = 3$ , где  $k = 0$ ,  $b = 3$

или  $y = 0x + 3$ ,  
следовательно,  $y = 3$  при  
любом значении  $x$ , так как  
 $0x = 0$ .

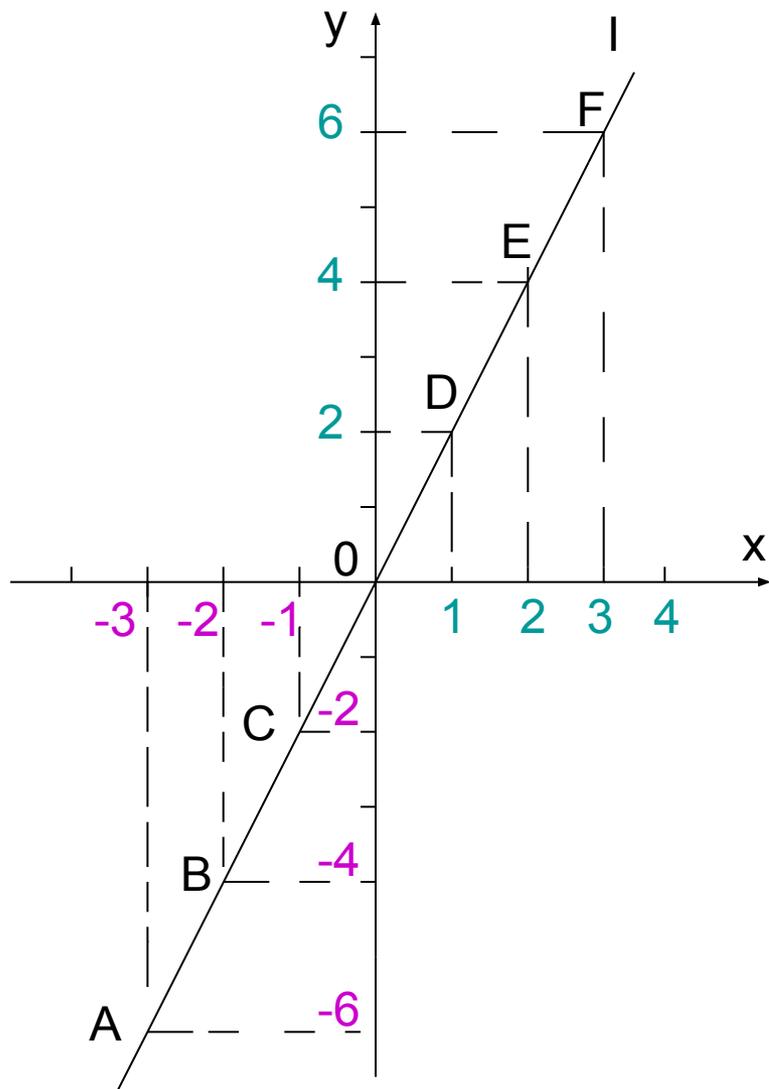
Таким образом, прямая  $y=3$   
параллельна оси  $Ox$  и  
пересекает ось  $Oy$  в точке  
с координатами  $(0; 3)$ .

II.  $x = -1,5$

рассматривают как  
функцию  $x = 0y - 1,5$ ; где  $x =$   
 $-1,5$  при любом значении  $y$ ,  
так как  $0y = 0$ .

Прямая  $x = -1,5$   
параллельна оси  $Oy$  и  
пересекает ось  $Ox$  в точке  
с координатами  $(-1,5; 0)$ .

# Исследование графика линейной функции $y = kx + b$ .

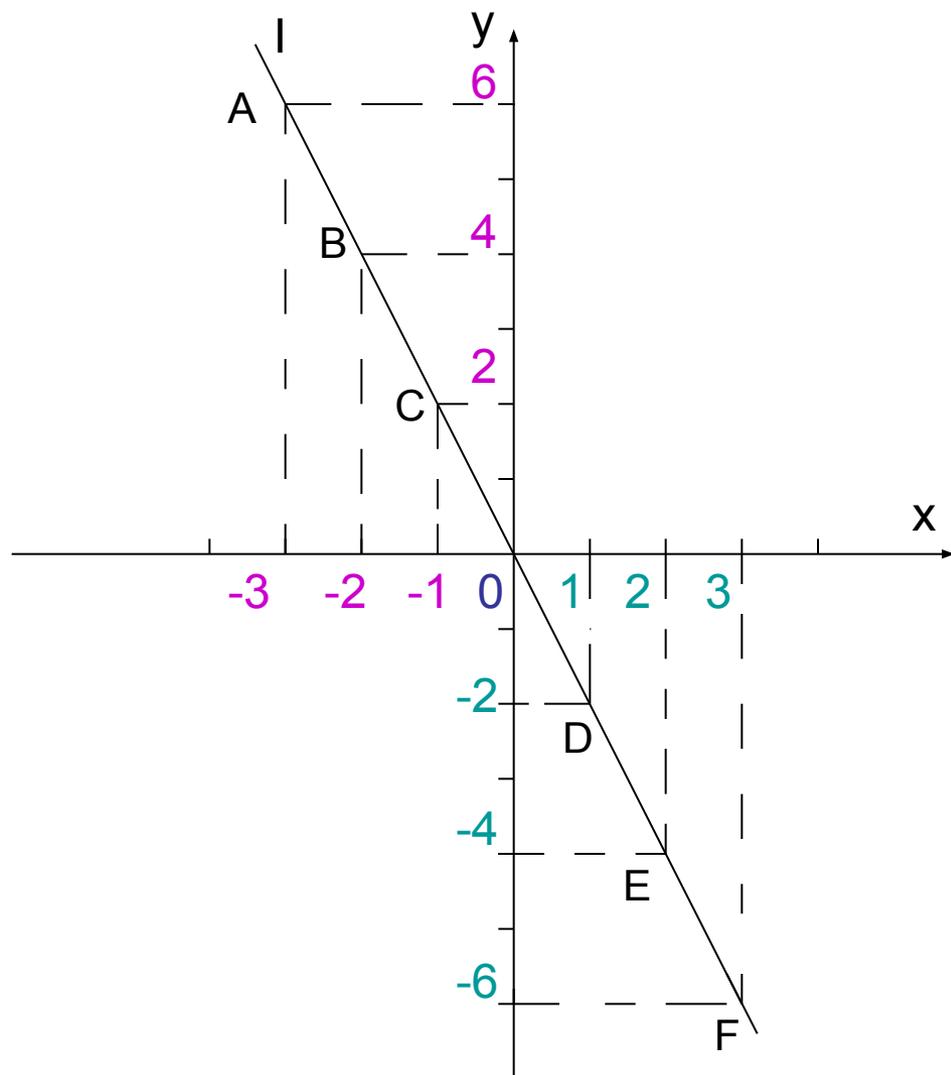


I.  $Y = 2x, .$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Y	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

- 1)  $Y = 0$  при  $x = 0$
  - 2)  $y < 0$  при  $x < 0$
  - 3)  $y > 0$  при  $x > 0$
- при  $k > 0$   
 $b = 0$

# Исследование графика линейной функции $y = kx + b$ .

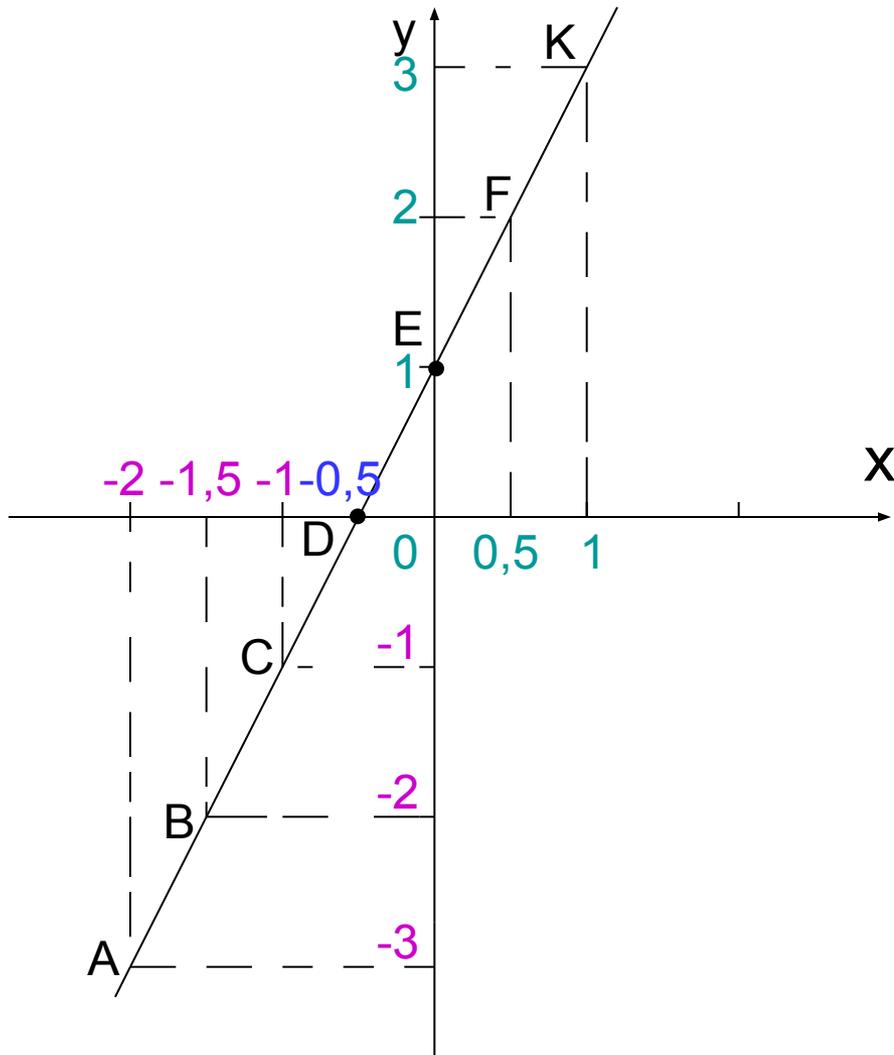


I.  $y = -2x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

- 1)  $y = 0$ , при  $x = 0$
  - 2)  $y > 0$  при  $x < 0$
  - 3)  $y < 0$  при  $x > 0$
- При  $k < 0$   
 $b = 0$

# Исследование графика функции $y = kx + b$ , $k > 0$ , $b > 0$ .



$$I. y = 2x + 1$$

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

1)  $y = 0$  при  $x = -0,5$

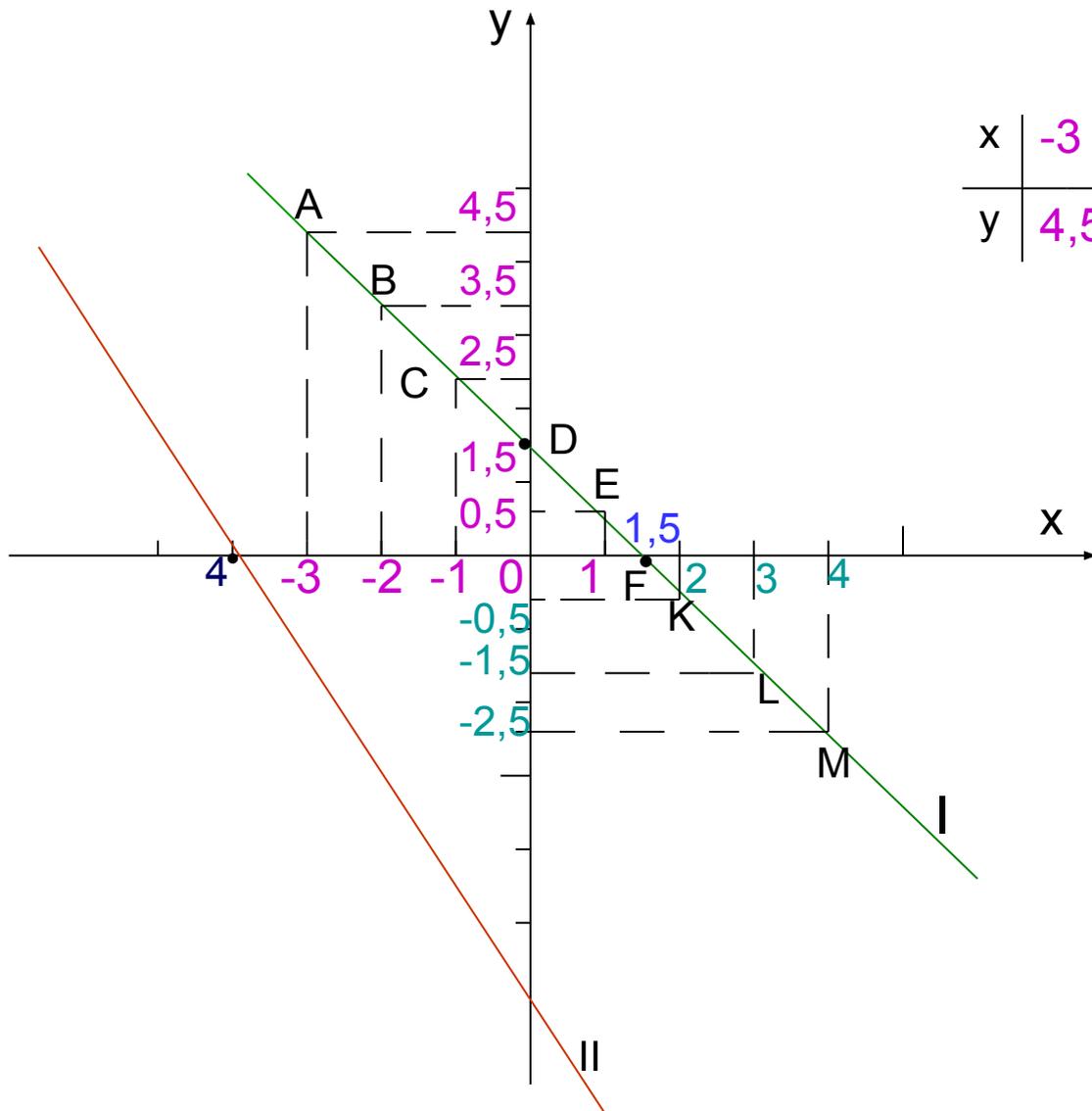
2)  $y > 0$  при  $x > -0,5$

3)  $y < 0$  при  $x < -0,5$

Те значения  $X$ , при которых значения  $Y$  равны 0, называют нулями функции.

$$y = 0 \text{ при } x = -0,5 \implies x = -0,5 \text{ — нуль функции.}$$

# Исследование графика функции $y = kx + b, k < 0$ .



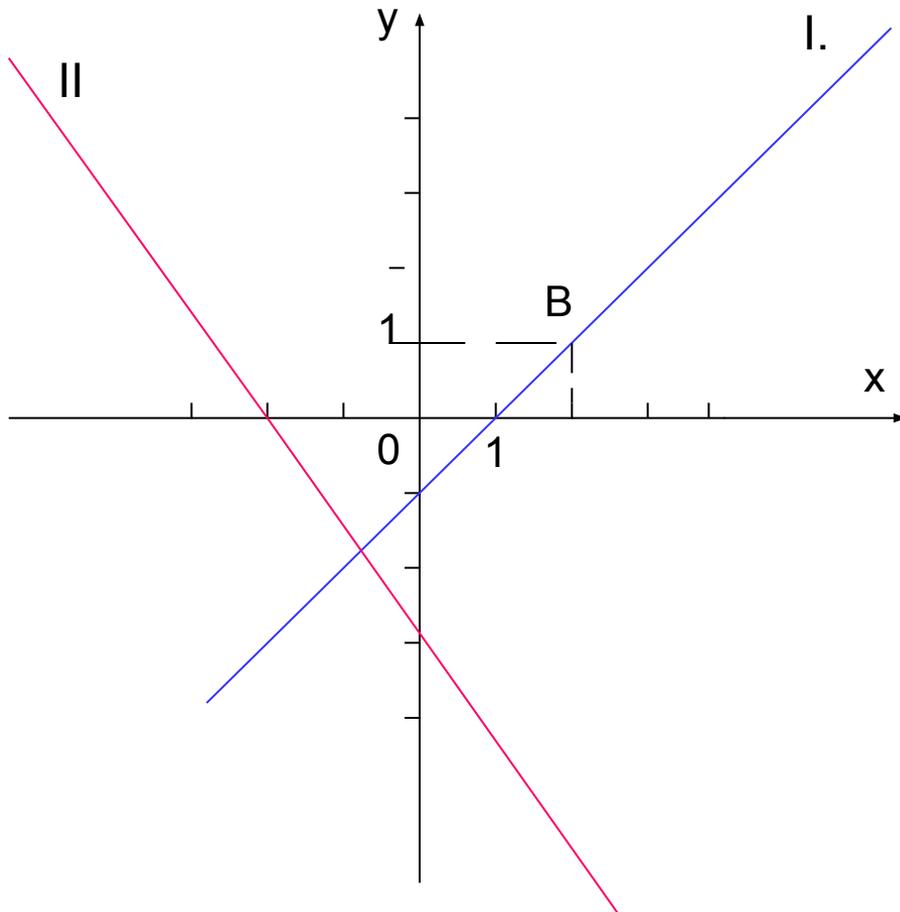
I.  $y = -x + 1,5$

x	-3	-2	-1	0	1	1,5	2	3	4
y	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	0	-0,5	-1,5	-2,5

- 1)  $y = 0$  при  $x = 1,5$
- 2)  $y > 0$  при  $x < 1,5$
- 3)  $y < 0$  при  $x > 1,5$

- II.1)  $y = 0$  при  $x - ?$
- 2)  $y > 0$  при  $x - ?$
- 3)  $y < 0$  при  $x - ?$

## Чтение графика функции $y = kx + b$ .



I.  
1)  $y = kx + b$   $\left| \begin{array}{l} b = -1 \\ \Rightarrow y = kx - 1 \end{array} \right.$

2)  $B(2; 1)$   $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow 1 = k \cdot 2 - 1 \\ y = kx - 1 \quad \quad \quad 2k = 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad k = 1 \end{array} \right.$

3)  $b = -1, k = 1$   $y = x - 1$

II.  
По графику найти числа  $k$  и  $b$   
и записать формулу функции.

# Решите задачи

- 1). Постройте график функции, заданной формулой  $y = kx + b$ . Найдите по графику: а) значение  $y$ , соответствующее значению  $x$ , равному  $x_0$ ; б) при каком значении  $x$  значение  $y$  равно  $y_0$ ; в) при каком значении  $x$  значения  $y$  положительны.
- 2). В одной и той же системе координат постройте графики функций  $y = kx + b$  и  $y = k_1x + b_1$ ; . Что произошло с графиком функции  $y = kx + b$  ? Какой числовой коэффициент повлиял на это ?
- 3) Функция задана графиком ( см. рис.) По графику определите числа  $k$  и  $b$  и задайте функцию формулой.

