

# Лекция 15

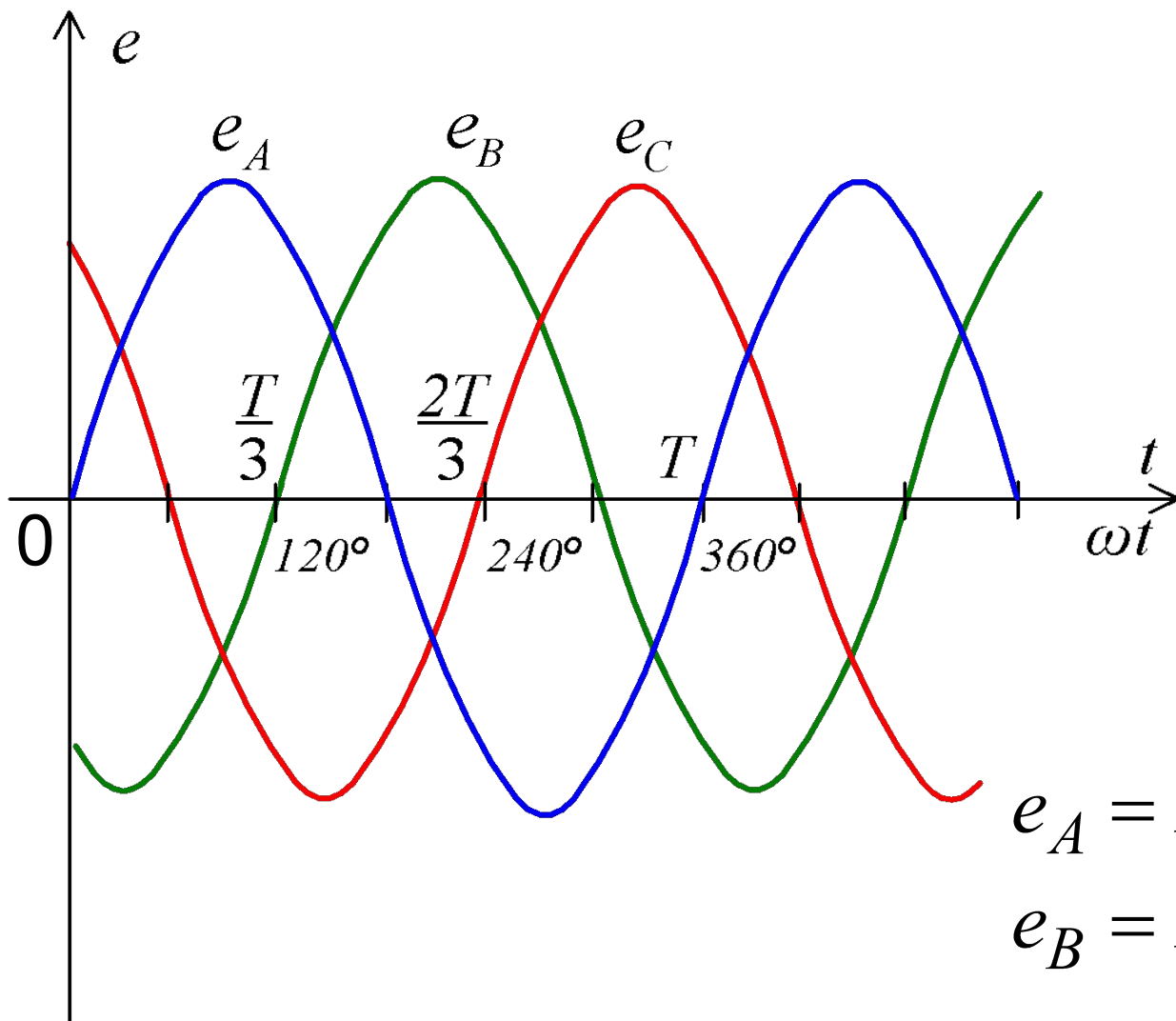
Дополнение к трехфазным цепям:

Вращающееся магнитное поле

Метод симметричных составляющих

Одним из главных преимуществ трехфазной системы ЭДС является легкость получения вращающегося магнитного поля.

Это дает возможность создания большого класса трехфазных электрических машин переменного тока – генераторов и двигателей.



$$e_A = E_m \sin \omega t;$$

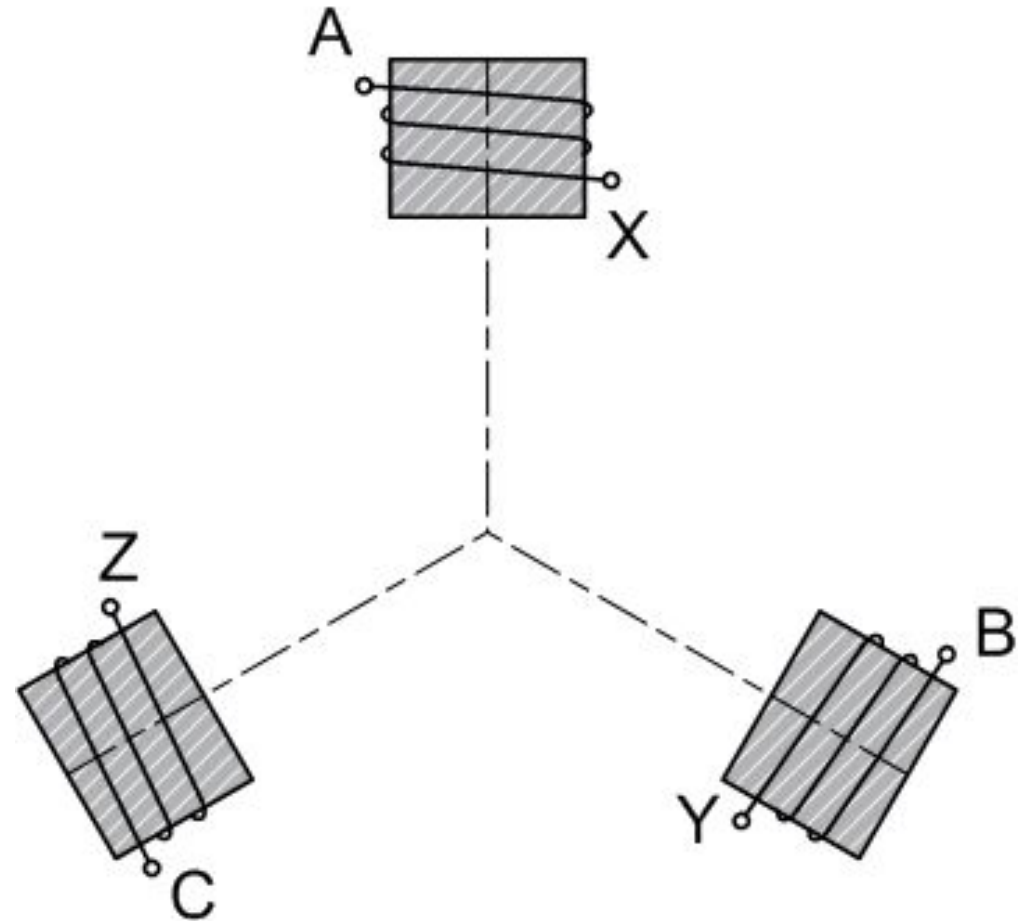
$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

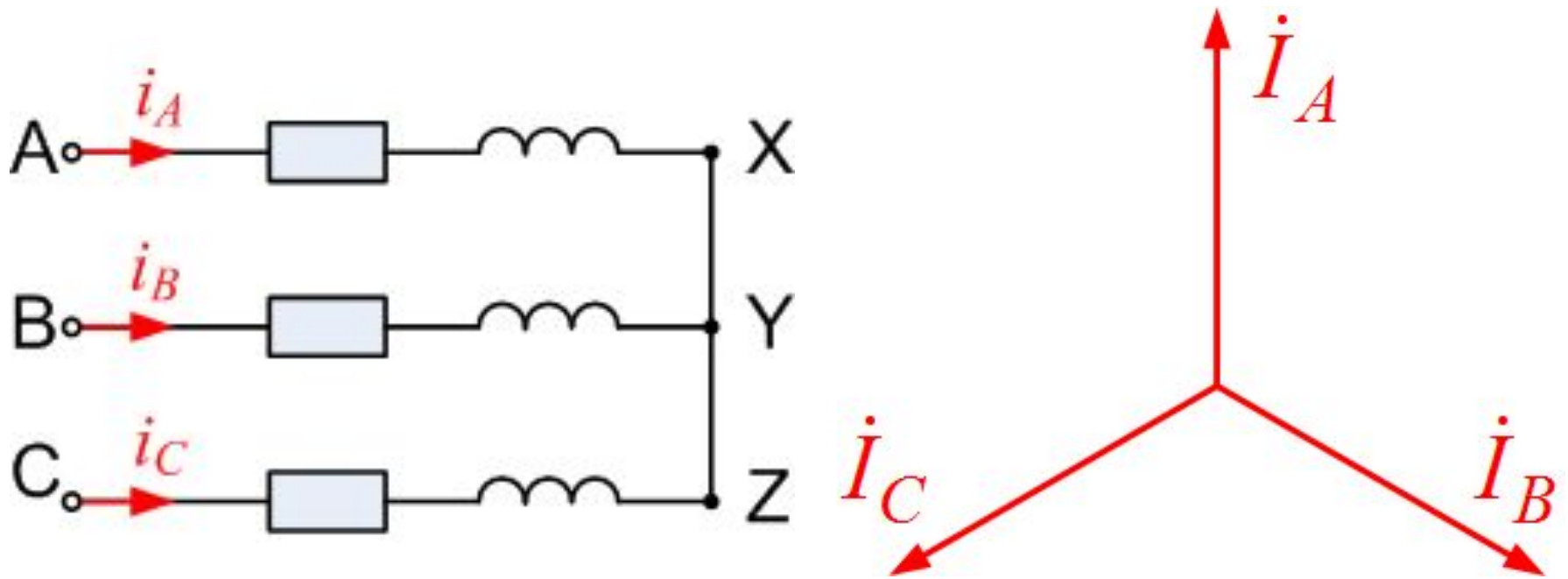
$$e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Для того, чтобы создать вращающееся магнитное поле три обмотки двигателя располагают в пространстве под углом  $120^\circ$ .

К началам обмоток  $A, B, C$  присоединены фазы генератора  $e_A, e_B, e_C$ .

Концы обмоток  $X, Y, Z$  соединены в одной точке.





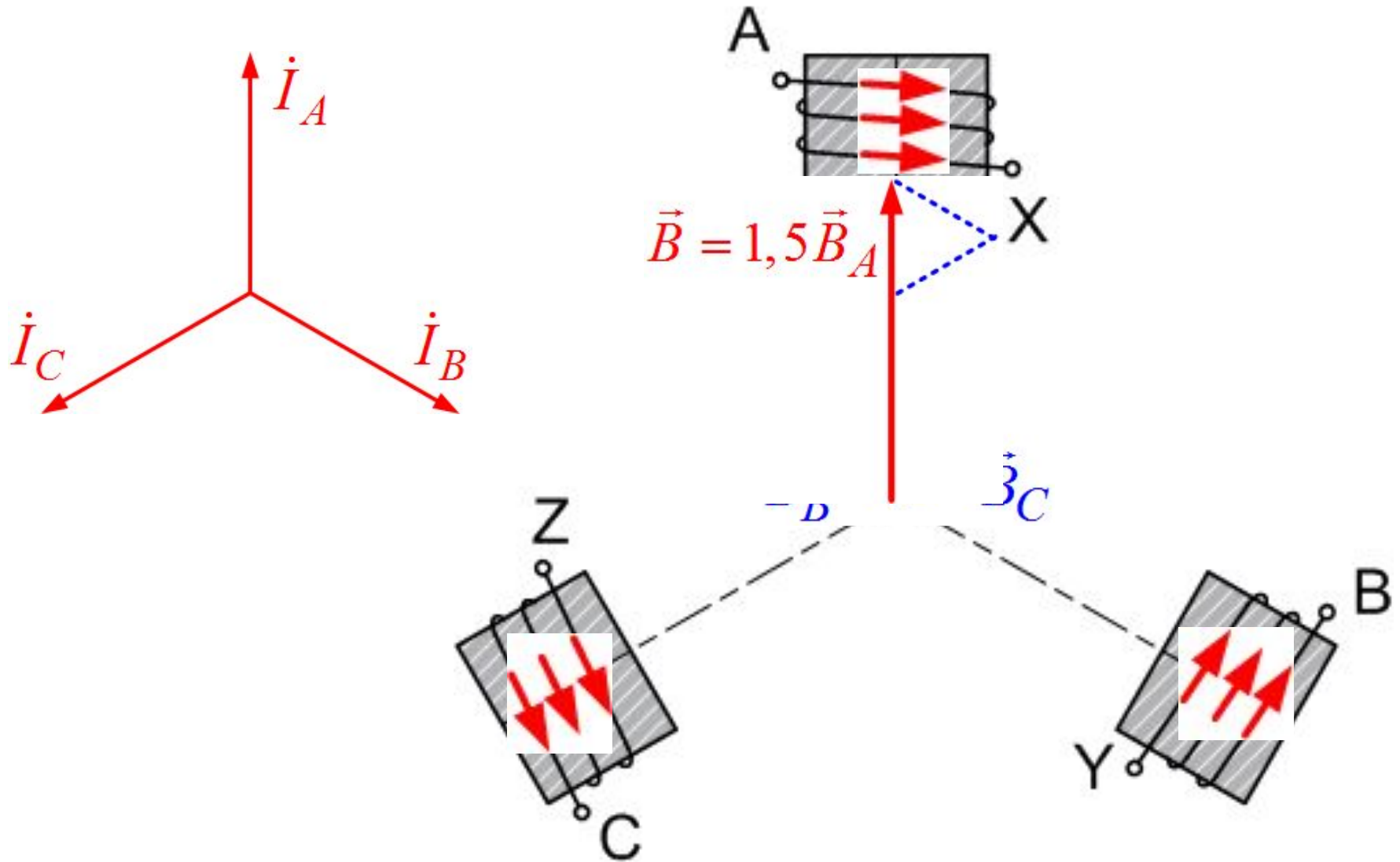
Пусть длина каждого вектора  $I_m$ :

$$I_A = I_m e^{j90^\circ}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_A a^2; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_A a,$$

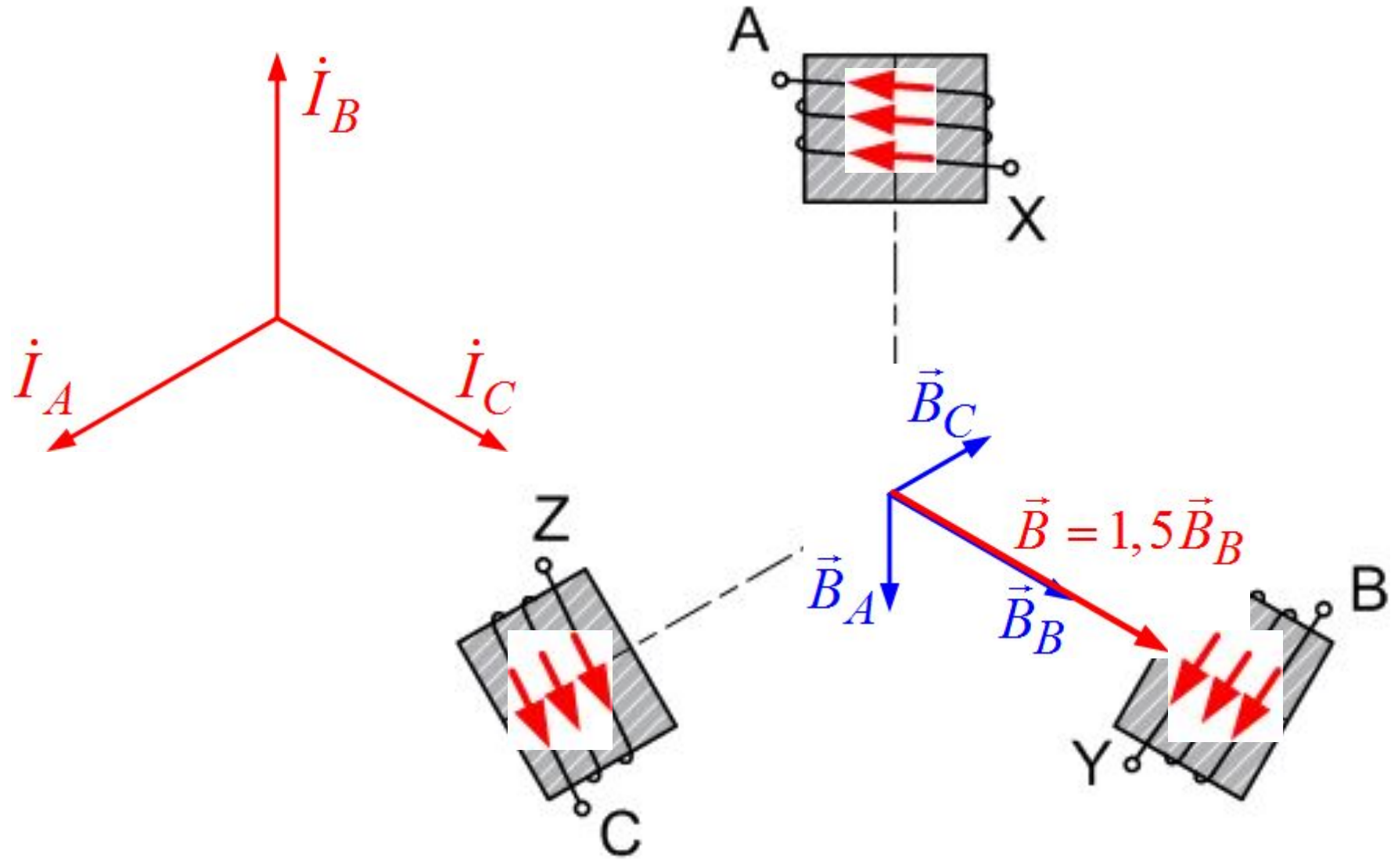
$$a = e^{j120^\circ}.$$

Тогда при  $t=0$ :  $i_A = I_m$ ,  $i_B = i_C = -I_m/2$ ;

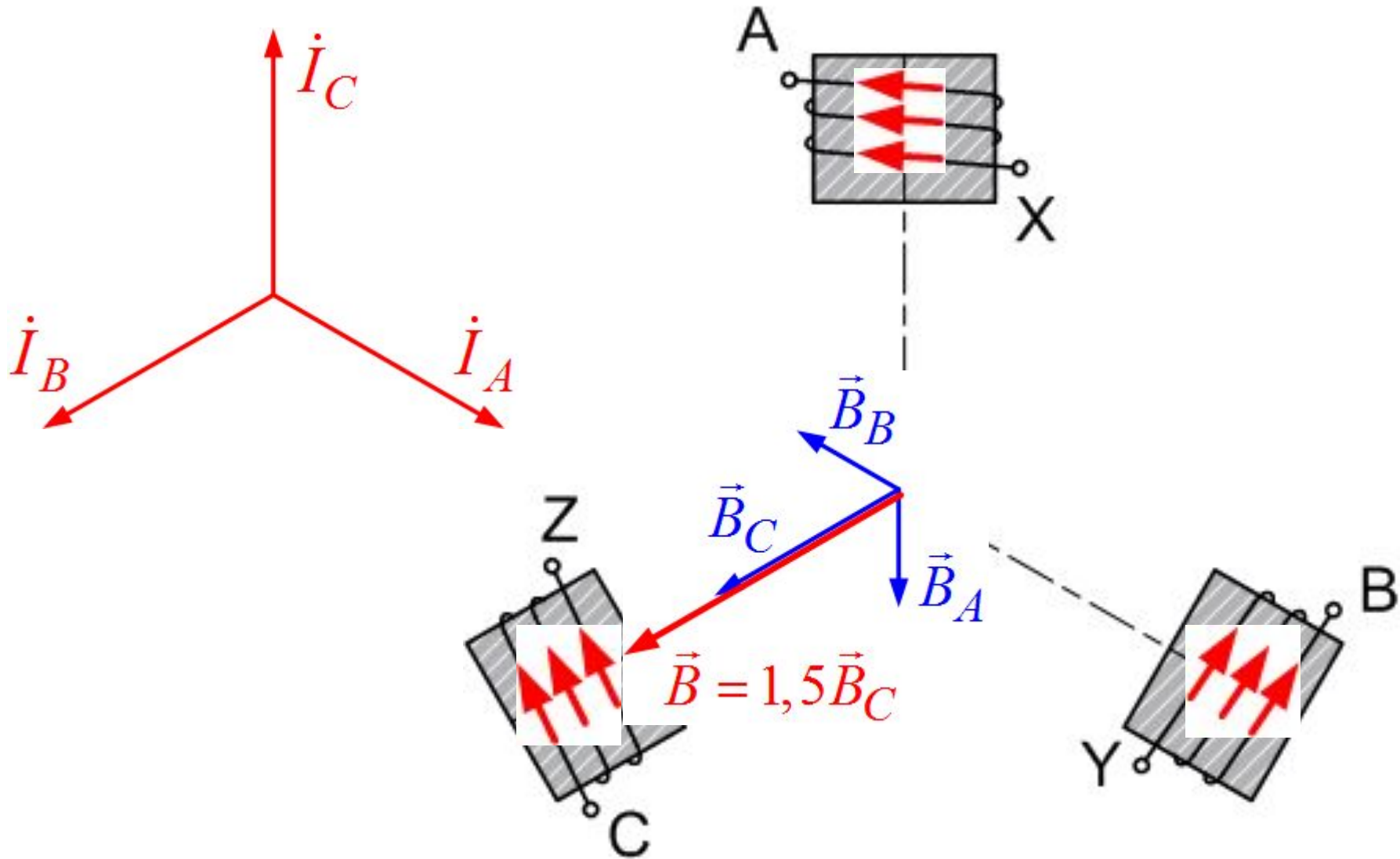
**$t=0$ :**  $i_A = I_m$ ,  $i_B = i_C = -I_m/2$ ;



$t=2\pi/3$ :  $i_B = I_m$ ,  $i_A = i_C = -I_m/2$ ;



$t=4\pi/3$ :  $i_C = I_m$ ,  $i_A = i_B = -I_m/2$ ;





Будем считать направления положительных токов от начала обмотки к концу.

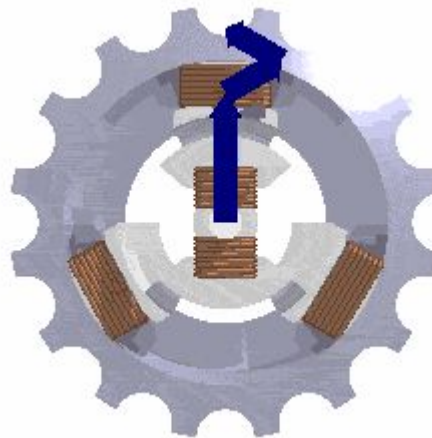
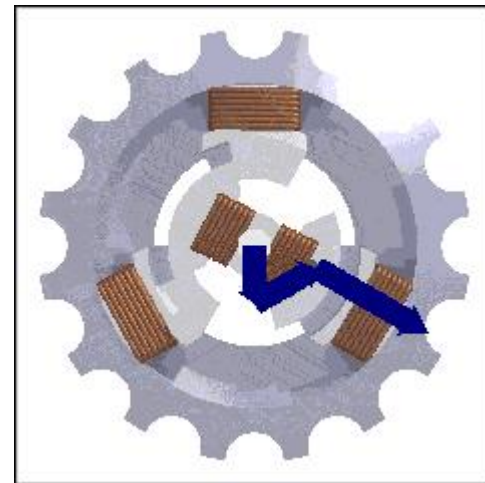
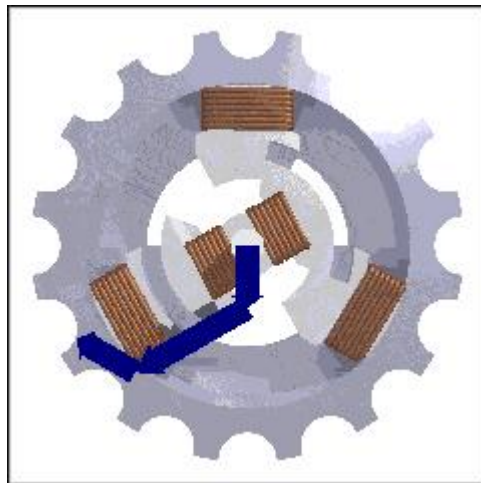
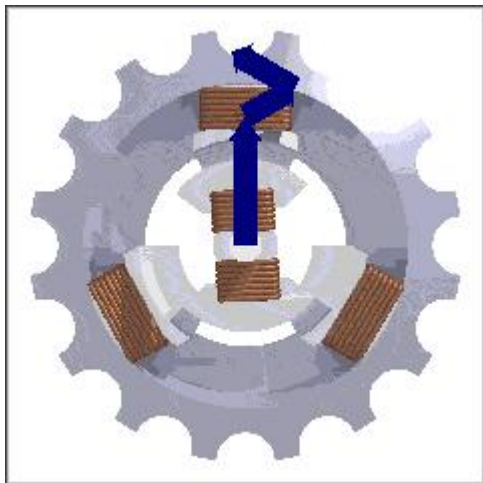
По правилу буравчика определяем направление вектора магнитной индукции  $B$ .

Через  $T/3$  направления токов в обмотках изменятся и результирующий вектор магнитной индукции повернется по часовой стрелке на  $120^\circ$ . Еще через  $T/3$  результирующий вектор магнитной индукции повернется еще на  $120^\circ$  по часовой стрелке.

Сравнивая картину магнитных полей, видим, что магнитное поле вращается и за один период питающего напряжения делает один полный оборот.

Результирующее магнитное поле вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  с амплитудой  $B_m = 1,5 B_{mA}$

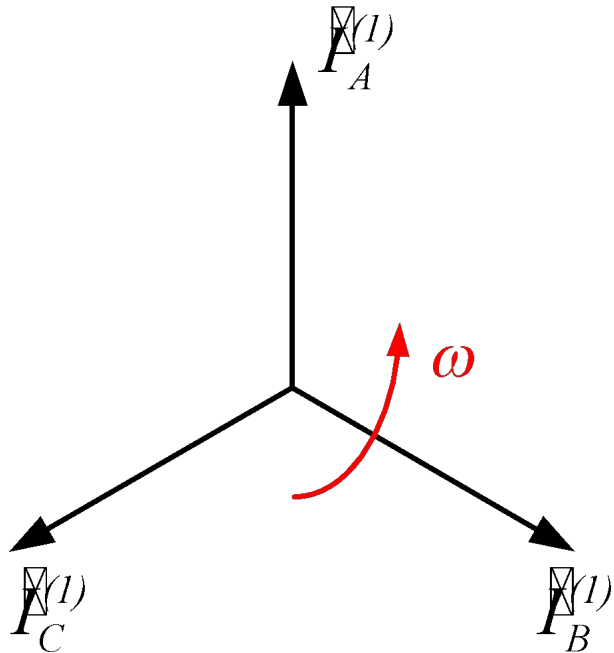
Для изменения направления вращения необходимо два любых начала обмоток поменять местами.



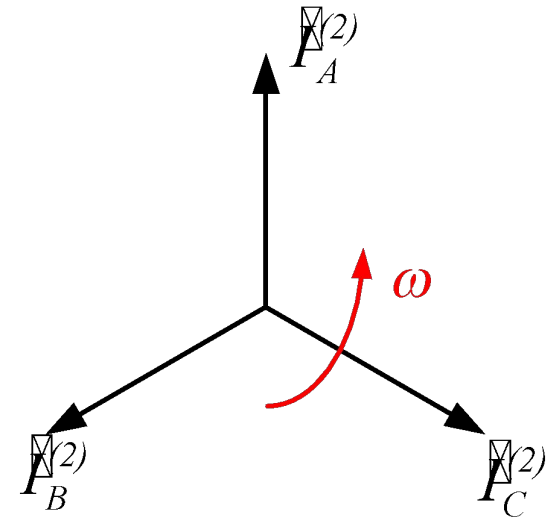
## *Разложение несимметричных трехфазных систем на симметричные составляющие*

Любую несимметричную трехфазную систему ЭДС, напряжений или токов можно представить в виде суммы трех симметричных трехфазных систем: прямой, обратной и нулевой последовательностей.

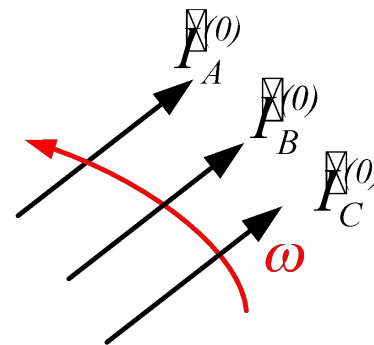
## Система прямой последовательности

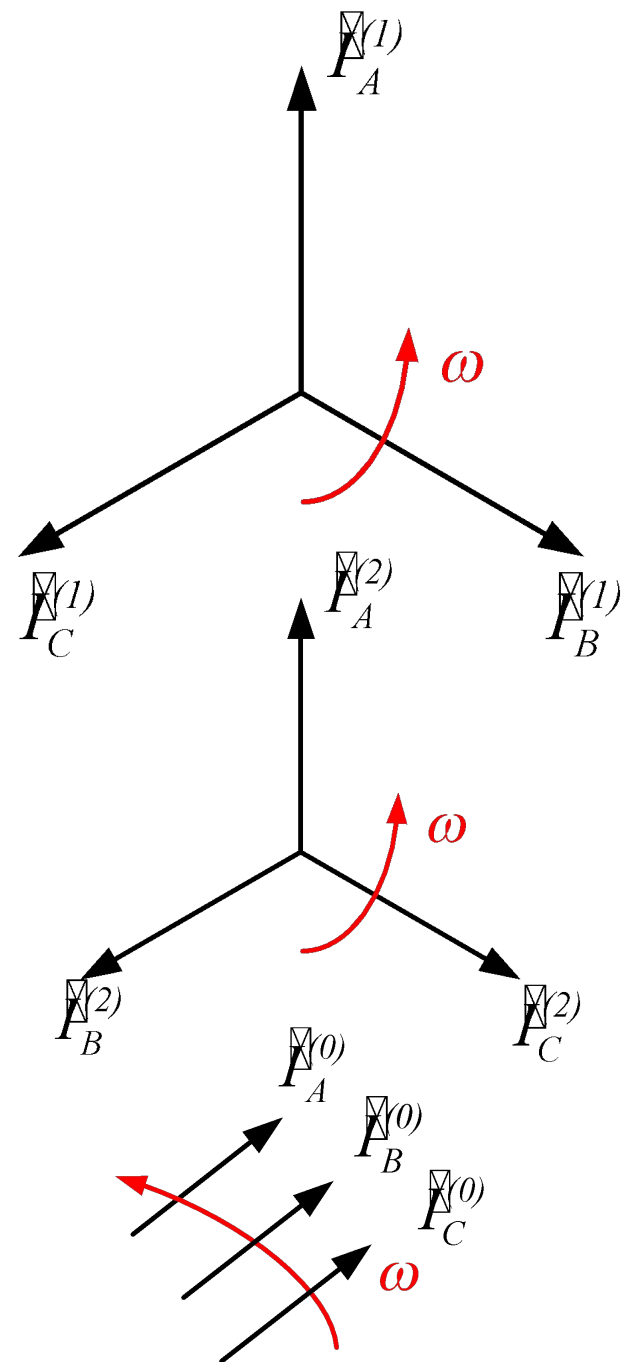
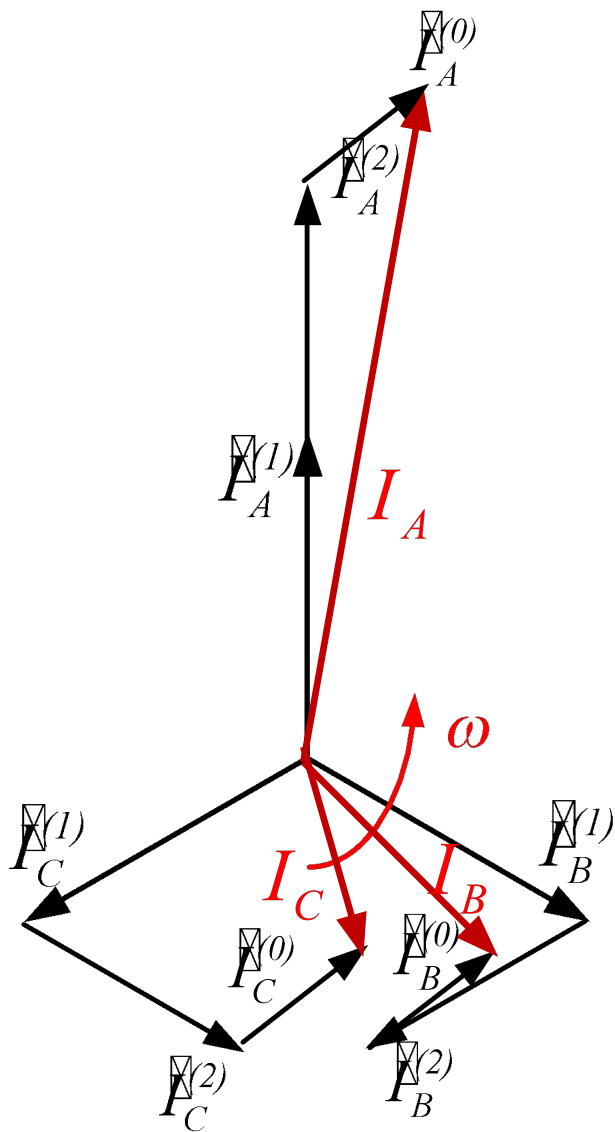


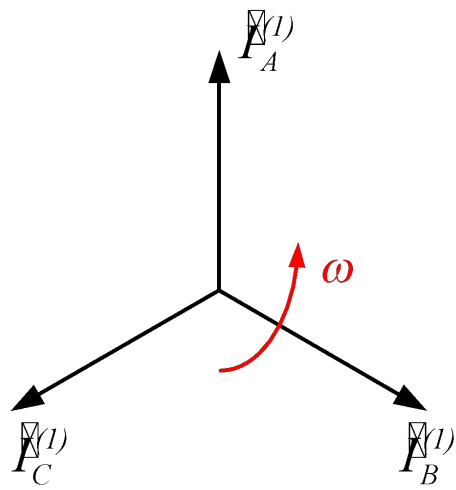
## Система обратной последовательности



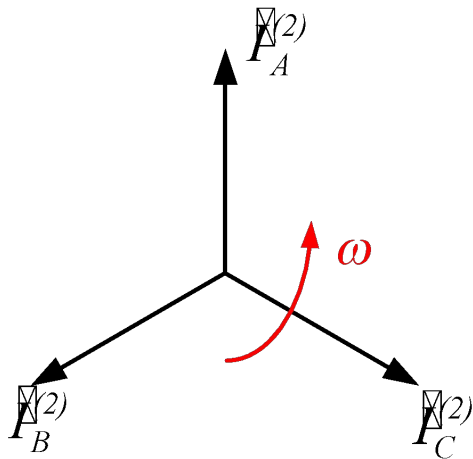
## Система нулевой последовательности



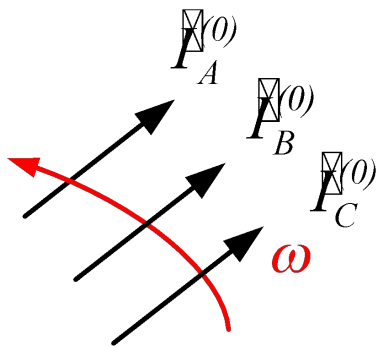




$$\begin{cases} I_A = \dot{I}_A^{(1)} + \dot{I}_A^{(2)} + \dot{I}_A^{(0)} \\ I_B = \dot{I}_B^{(1)} + \dot{I}_B^{(2)} + \dot{I}_B^{(0)} \\ I_C = \dot{I}_C^{(1)} + \dot{I}_C^{(2)} + \dot{I}_C^{(0)} \end{cases} \quad \begin{cases} a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \\ a^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}; \\ a^3 = e^{j360^\circ} = 1; \quad a^4 = e^{j120^\circ} \end{cases}$$



$$\begin{cases} I_A^{(1)} = \dot{I}^{(1)} \\ I_B^{(1)} = a^2 \dot{I}^{(1)} \\ I_C^{(1)} = a \dot{I}^{(1)} \end{cases} \quad \begin{cases} I_A^{(2)} = \dot{I}^{(2)} \\ I_B^{(2)} = a \dot{I}^{(2)} \\ I_C^{(2)} = a^2 \dot{I}^{(2)} \end{cases} \quad I_A^{(0)} = \dot{I}^{(0)} = I_B^{(0)} = I_C^{(0)} = \dot{I}^{(0)}$$



$$\begin{cases} I_A = \dot{I}^{(1)} + \dot{I}^{(2)} + \dot{I}^{(0)} \\ I_B = a^2 \dot{I}^{(1)} + a \dot{I}^{(2)} + \dot{I}^{(0)} \\ I_C = a \dot{I}^{(1)} + a^2 \dot{I}^{(2)} + \dot{I}^{(0)} \end{cases}$$

# Определение симметричных составляющих

## 1. Определение $I^{(0)}$

$$I_A + I_B + I_C = I^{(1)} \overbrace{(1 + a + a^2)}^{=0} + \underbrace{I^{(2)}(1 + a + a^2)}_{=0} + 3I^{(0)}$$

$$I^{(0)} = \frac{1}{3}(I_A + I_B + I_C)$$

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$a^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$a^3 = e^{j360^\circ} = 1; \quad a^4 = e^{j120^\circ}$$

## 2. Определение $I^{(1)}$

$$I_A + aI_B + a^2I_C = I^{(1)} \overbrace{(1 + a^3 + a^3)}^{=3} + \underbrace{I^{(2)}(1 + a^2 + a^4)}_{=0} + \underbrace{I^{(0)}(1 + a + a^2)}_{=0}$$

$$I^{(1)} = \frac{1}{3}(I_A + aI_B + a^2I_C)$$

## 3. Определение $I^{(2)}$

По аналогии с  $I^{(1)}$

$$I^{(2)} = \frac{1}{3}(I_A + a^2I_B + aI_C)$$



## *Особенности поведения высших гармоник в трехфазных цепях*

Пусть фазные ЭДС симметричного трехфазного генератора содержат высшие гармоники.

Кривые ЭДС во всех фазах одинаковы и сдвинуты на  $120^\circ$  друг относительно друга.

Так как период  $k$ -й гармоники меньше периода основной в  $k$  раз, то угол сдвига  $k$ -й гармоники в последующей фазе по отношению к предыдущей равен  $k120^\circ$ .

Таким образом все гармоники можно разделить на три группы:

1)  $(k - 1)$  делится на три:  $k=4,7,10,13,\dots$

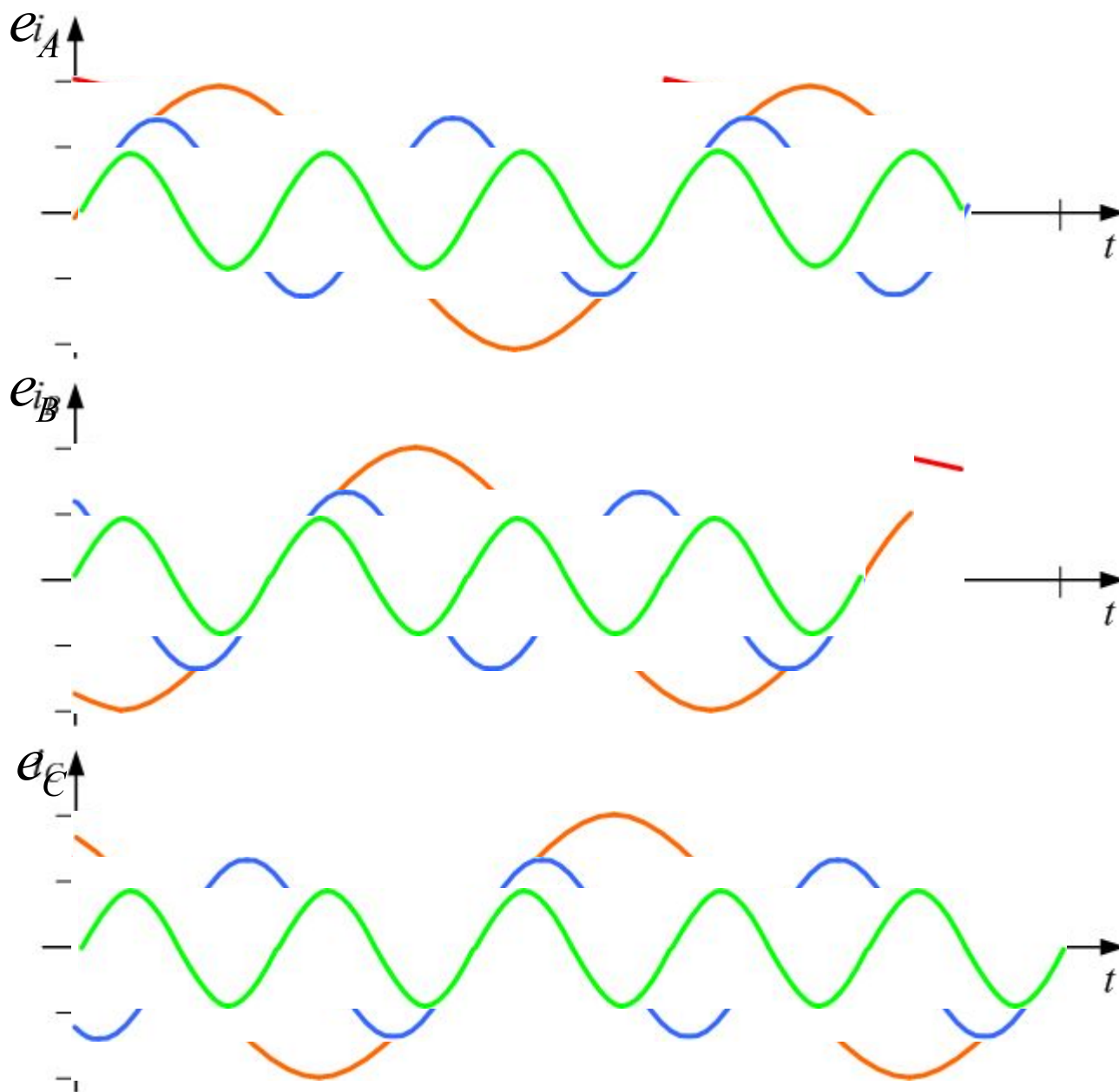
образуют симметричные системы прямой последовательности

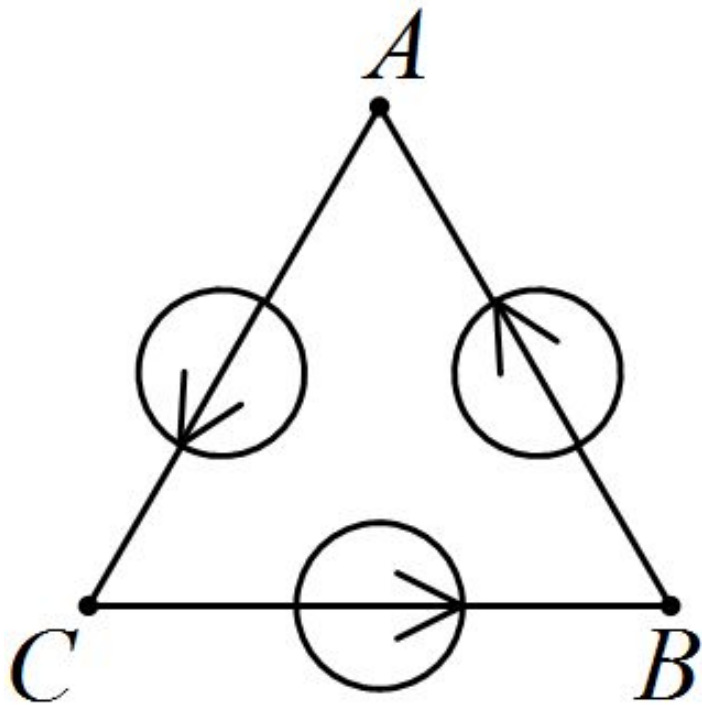
2)  $(k + 1)$  делится на три:  $k=2,5,8,11,\dots$

образуют симметричные системы обратной последовательности

3)  $k$  делится на три:  $k=3,6,9,12,\dots$

образуют симметричные системы нулевой последовательности





Для прямой и обратной последовательностей:

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

Для нулевой

последовательности:

$$\dot{E}_A^{(0)} + \dot{E}_B^{(0)} + \dot{E}_C^{(0)} = 3\dot{E}^{(0)}$$

Поэтому даже при отсутствии нагрузки в фазах генератора, соединенных треугольником, протекают токи гармоник, кратных трем.

Однако, падения напряжения на обмотках генератора компенсируют ЭДС нулевой последовательности так, что в линейных напряжениях гармоник, кратных трем, не содержится.

Поэтому соединение обмоток генератора или трансформатора треугольником используют для предотвращения поступления в линию электропередачи гармоник ЭДС, кратных трем.

При соединении обмоток генератора звездой в линейных напряжениях гармоник, кратных трем, также не будет, так как

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B;$$

Однако, в фазных напряжениях эти гармоники будут присутствовать.

В случае наличия гармоник, кратных трем

$$\frac{U_{\text{Л}}}{U_{\text{Ф}}} \neq \sqrt{3} \quad \frac{\sqrt{3} \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 0 + U_4^2}}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2}} < \sqrt{3}$$

Наличие гармоник, кратных трем, приводит к ряду нежелательных явлений:

- 1) Избыточный ток в нейтральном проводе или повышенное (опасное) значение напряжения смещения нейтрали утроенной частоты (при соединении звездой)
- 2) Перегрев трансформаторов (особенно при соединении « $\Delta$ - $Y$ », за счет токов, циркулирующих в первичной цепи – в « $\Delta$ -обмотках»)

Кроме того, ЭДС симметричного генератора не содержит четных гармоник вследствие симметричности результирующей кривой ЭДС относительно оси абсцисс.

Поэтому основную долю в ЭДС, вырабатываемых симметричными трехфазными генераторами, составляют гармоники с номерами

$$k = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, \dots$$

(нечетные, не кратные трем)



Также следует отметить влияние высших гармоник на работу трехфазных электродвигателей.

**Токи прямой последовательности** создают магнитное поле, вращающееся в том же направлении, что поле, создаваемое основной гармоникой.

**Токи обратной последовательности** создают магнитное поле, вращающееся в обратном направлении (что снижает КПД двигателя).

**Токи нулевой последовательности** не создают вращающееся магнитное поле, и лишь вызывают избыточный нагрев токопроводящих частей машин.