



*Российский государственный университет  
нефти и газа им. И.М. Губкина*

*Кафедра Информатики*

*Дисциплина: Программные комплексы  
общего назначения*

*Преподаватель:*

**К.Т.Н., ДОЦЕНТ**

**Коротаев**

**Александр Фёдорович**

# Вычисление определенных интегралов



Численное интегрирование заключается в приближенном вычислении определенного интеграла вида

$$\int_a^b y(x)dx$$

**trapz(Y)** — использует интегрирование **методом трапеций** с единичным шагом между отсчетами

В форме **trapz(x,Y)** — возвращает интеграл функции, заданной значениями **Y**, вычисленными по значениям переменной **x**, (пределы интегрирования в этом случае задаются начальным и конечным элементами вектора **x**)



# Метод трапеций

## Пример 1

```
» Y = [5, 1, 3, 4]
```

```
» trapz(Y)
```

```
ans =
```

```
8.5000
```

## Пример 2

$\pi$

Вычислить  $\int_0^{\pi} \sin(x) dx$  с шагом  $\pi/5$

0

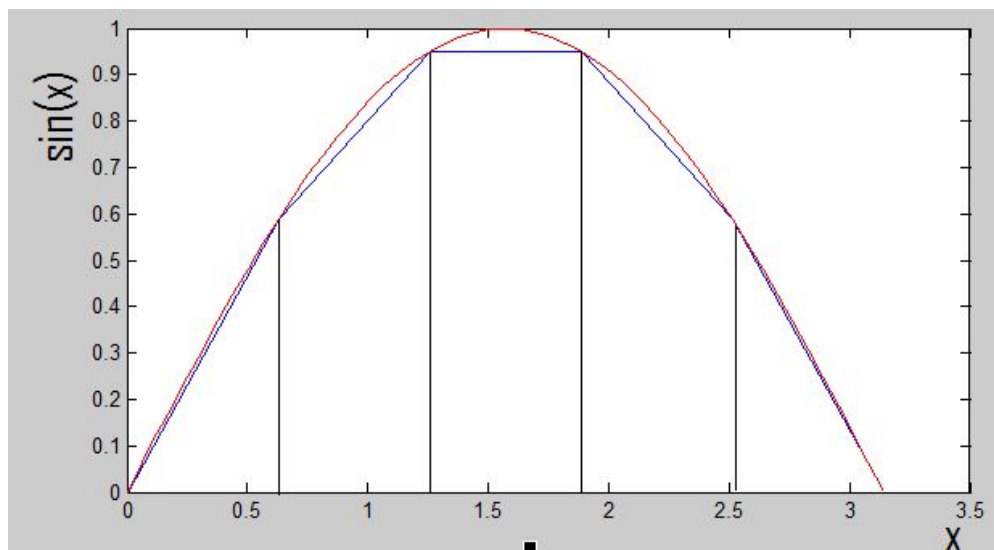
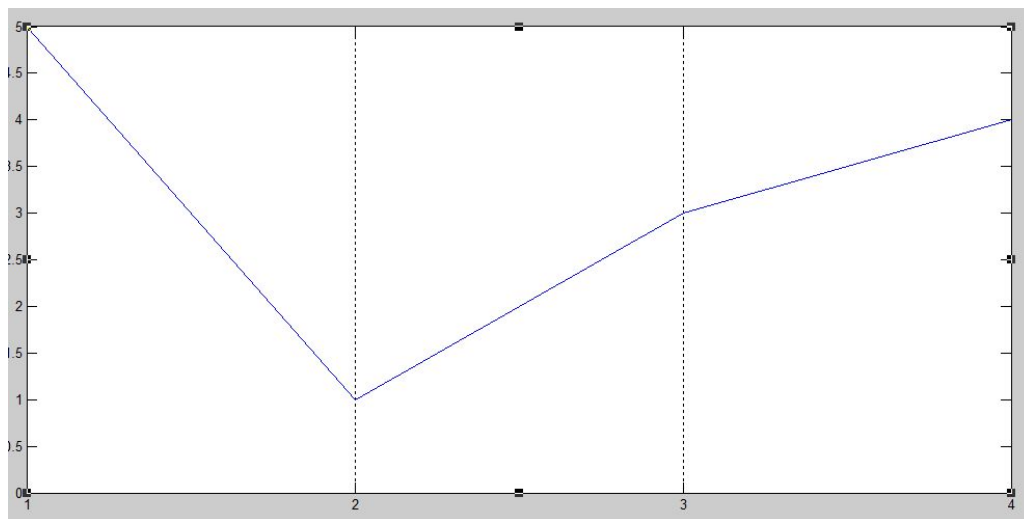
```
>> X = 0:pi/5:pi;
```

```
>> Y = sin(X);
```

```
>> Z = trapz(X, Y)
```

```
Z =
```

```
1.9338
```



# Численное интегрирование методом квадратур



**Квадратура** — численный метод нахождения площади под графиком функции

**quad(@fun,a,b,tol)** выполняет интегрирование низкого порядка с использованием квадратурной формулы Симпсона. Эффективна при низкой требуемой точности вычислений.

**fun** — подынтегральная функция, описанная в m-файле

**a, b** — пределы интегрирования

**tol** — относительная погрешность (необязательный параметр)

**quadl(@fun,a,b)** - использует квадратуру Гаусса-Лобатто очень высокого порядка, что даёт более высокую точность вычислений



# Двойные интегралы

Сводятся к вычислению повторных определенных интегралов (внутренний интеграл является подынтегральной функцией для внешнего)

**dblquad(@fun,x0,x1,y0,y1)**

**fun** — подынтегральная функция двух переменных, описанная в m-файле

**x0,x1** — пределы интегрирования по **x**

**y0,y1** — пределы интегрирования по **y**

Ещё более мощная функция **integral2(@fun,x0,x1,y0,y1)**

может вычислять несобственные интегралы, а также поддерживает непрямоугольные области интегрирования, т.е. **y0** и **y1** могут быть не только константами, но и функциями от **x**.

При использовании функции **integral2** подходящая быстрая и наиболее точная квадратура выбирается автоматически.

В более ранних версиях MatLab можно воспользоваться функцией **quad2d**

**Пример 1**  $\int_1^5 (\exp(x)+x.^2+2*\sin(x)-5)dx$  с точностью  $10^{-4}$

```
int=quad('exp(x)+x.^2+2*sin(x)-5',1,5,0.0001)
int =
    167.5415
```

**Пример 2** Двойной интеграл в прямоугольной области

```
function z=for2Var(x,y)
z=x.*sin(y) +y.*sin(x);
```

Записав этот текст в файл **for2Var.m**, находим интеграл

```
int2=dblquad(@for2Var,1,2,0,1)
int2=
    1.1678
```

### Пример 3 Двойной интеграл в области

**D:  $x=0$ ,  $y=4$ ,  $y=2x$**

для функции, записанной в файле **FF.m**

```
function f=FF(x,y)  
f=y.^2.*cos(x.*y/2);
```

Сценарий будет такой:

```
x1=0
```

```
y1=@(x) 2*x
```

```
y2=4, x2=2
```

```
int2=quad2d (@FF,x1,x2,y1,y2)
```

Здесь **y1** задана как анонимная функция от **x**.

Аналогично можно использовать функцию **integral2**.

# Аналитический метод вычисления интегралов



**Применимы следующие варианты:**

**int(y)** , если вычисляется неопределенный интеграл  
**int(y,a,b)** , если вычисляется определенный  
интеграл в пределах **[a,b]**

где **y** – подынтегральная функция,

**a,b** – пределы интегрирования

**Порядок записи программы:**

1. Символьные переменные описываются как **syms**
2. Вычисляется подынтегральное выражение **y=f(x)**
3. Обращение к функции **int**



## Пример



$$\int \frac{x}{a + bx^2} dx$$

```
>> syms x a b;
```

```
>> y=x/(a+b*x^2);
```

```
>> In=int(y)    % неопределённый интеграл
```

```
In =
```

```
log(b*x^2 + a)/(2*b)
```

```
>> syms x
```

```
>> a=1; b=2; y=x/(a+b*x^2);
```

```
>> Io=int(y,0,1)    % определённый интеграл
```

```
Io =
```

```
log(3)/4
```

# Разложение в степенной ряд



По формуле Тейлора

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a)/1! + (x-a)^2 f''(a)/2! + \dots + (x-a)^n f^{(n)}(a)/n! + R_n$$

$f(a), f'(a), f''(a), \dots, f^{(n)}(a)$  — значения функции и её производных в точке  $a$

Если  $a=0$ , получаем ряд Маклорена

$$f(x) = f(0) + xf'(0)/1! + x^2 f''(0)/2! + \dots + x^n f^{(n)}(0)/n! + R_n$$

**taylor(y)** — для функции, заданной в **y**, выдаёт разложение в ряд Маклорена **5-го** порядка

```
>> syms x;
```

```
>> y=sin(x);
```

```
>> MacSin=taylor(y)
```

```
MacSin =
```

```
x^5/120 - x^3/6 + x
```



# Разложение в степенной ряд

Более общий вид функции

**taylor(y, 'ExpansionPoint', val1, 'Order', val2)**

даёт разложение функции **y** в точке, заданной в **val1**,  
с числом членов ряда, заданным в **val2**

```
>> syms x;
```

```
>> y=log(x);
```

```
>> TayLog1=taylor(y, 'ExpansionPoint', 1, 'Order', 6)  
TayLog1 =
```

```
x - (x - 1)^2/2 + (x - 1)^3/3 - (x - 1)^4/4 + (x - 1)^5/5 - 1
```

В более ранних версиях была другая форма функции

**taylor(y,x,x0,n)** — выдаёт **n** членов разложения в  
ряд Тейлора функции, заданной в **y**, в точке **x0**

# Решение системы с помощью функции solve



```
>> syms x y z;  
>> Y=solve('3*x+y-z=3','-5*x+3*y+4*z=1', 'x+y+z=0.5')  
Y =
```

```
  x: [1x1 sym]
```

```
  y: [1x1 sym]
```

```
  z: [1x1 sym]
```

```
>> Y.x
```

```
ans =
```

```
-0.10714285714285714285714285714286
```

Можно воспользоваться функцией

**vpa(Y.x, n)** , где **x** — неизвестное, **n** — число значащих цифр в ответе

```
>> vpa(Y.x,5)
```

```
ans =
```

```
-.10714
```

# Решение систем нелинейных уравнений



**fsolve (FUN, x0, options) ,**

где **FUN** – система уравнений, сохраненная в m-файле

**x0** – начальное приближение

**Пример:**  $x_1 x_2 + x_3 = 6.5$ ;  $x_1 x_2^4 + x_3 = 167$ ;  $x_1 x_2^6 + x_3 = 1470$

**function F=myfun(x)**

**F=[x(1)\*x(2)+x(3)-6.5   x(1)\*x(2)^4+x(3)-167   x(1)\*x(2)^6+x(3)-1470];**

**>> X=fsolve(@myfun,[1 1 1])**

**X =**

**2.1512   2.9678   0.1157**

**Эту же систему можно решить с помощью функции**  
**solve**



# Примеры к лабораторной работе №4

Задание 1-1  $\int (2 - 5x)e^{3x} dx$

Задание 1-2  $\int \frac{\sqrt[5]{1 + \sqrt[3]{x}}}{x\sqrt[5]{x^2}} dx.$  Замена переменной !!!

Задание 2  $\int_{-0.7}^{0.8} \frac{dx}{1-x^2}$

# Примеры к лабораторной работе №4



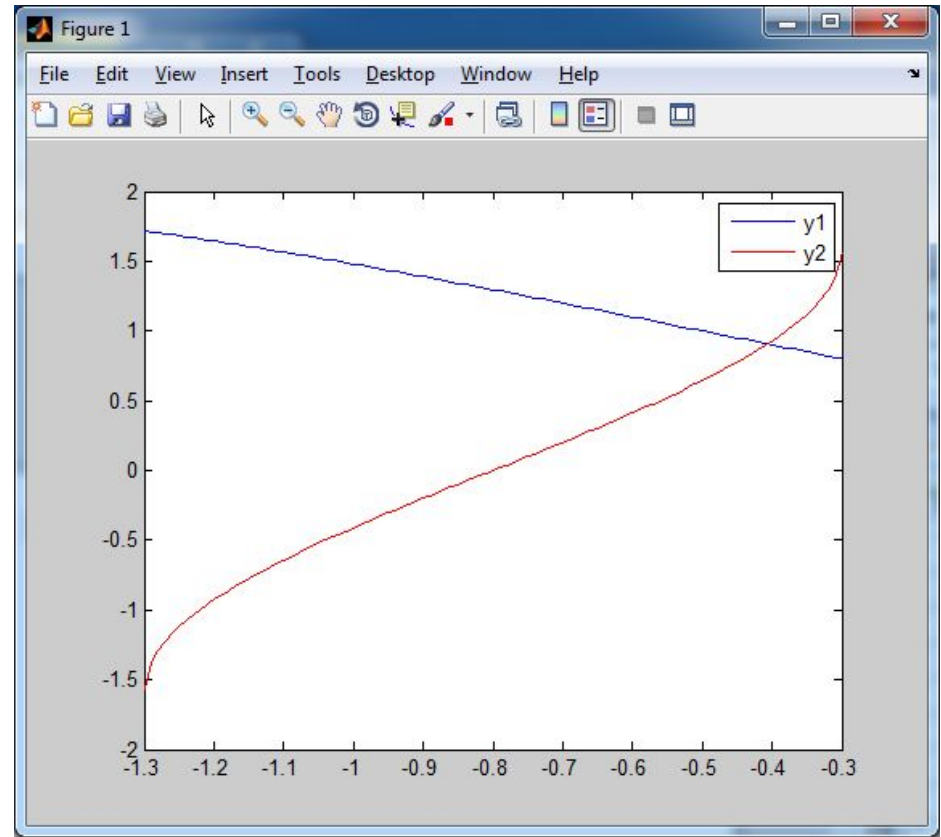
## Задание 4

$$\begin{cases} \sin(x+0.5)+y=1 \\ \sin(y)-2*x=1.6 \end{cases}$$

1. Строим графики

$$y1=1-\sin(x+0.5)$$

$$y2=\arcsin(1.6+2*x)$$

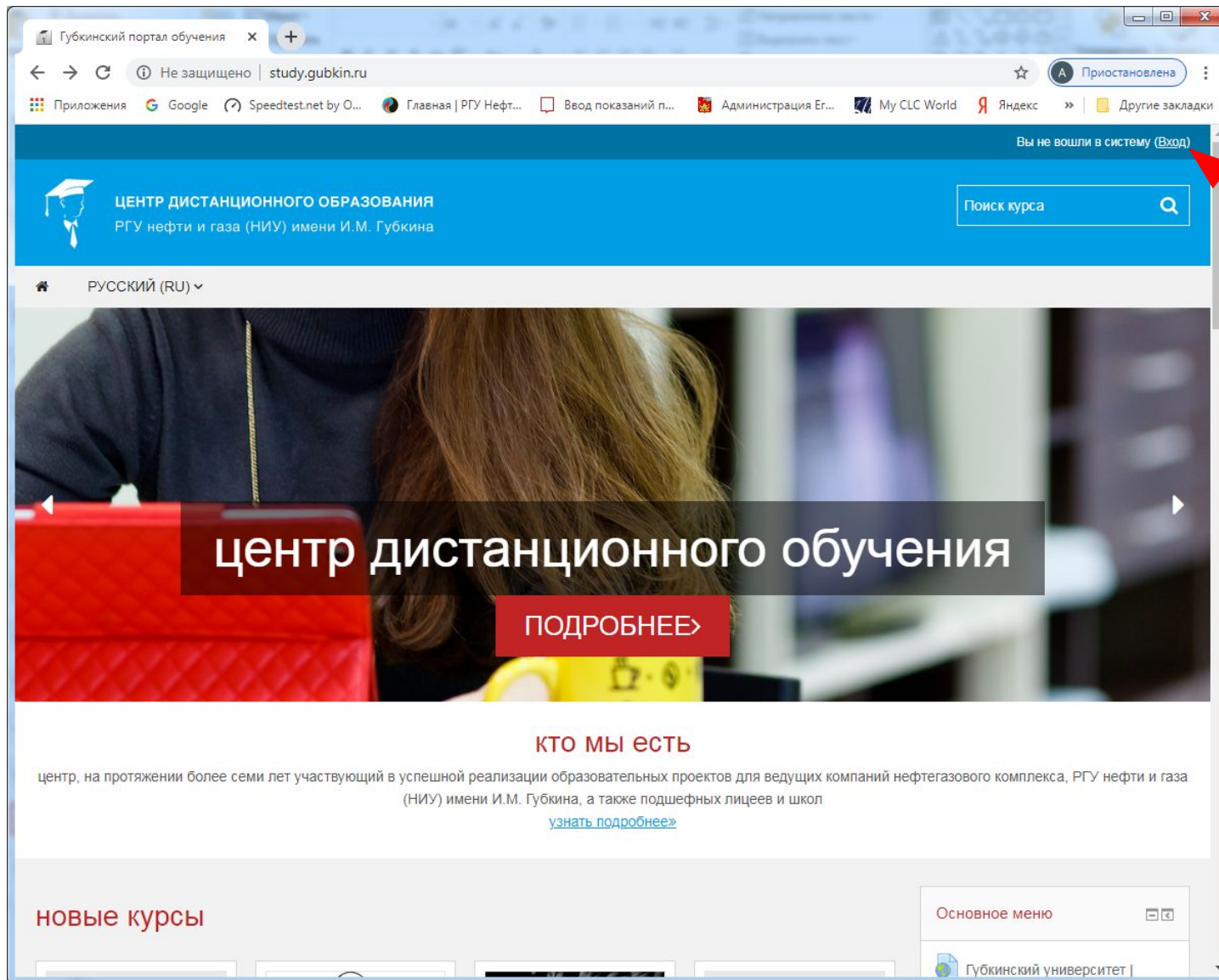


2. Используем **fsolve**, задав **m**-функцию для системы и начальное приближение **[-1 1]**

3. Решаем систему с помощью **solve**

# К тестированию

Губкинский портал обучения: [study.gubkin.ru](http://study.gubkin.ru)



Жмёте на  
**Вход**



# К тестированию

Губкинский портал обучения: [study.gubkin.ru](http://study.gubkin.ru)

Вводите  
**Логин**  
и **Пароль**


Жмёте на  
**Вход**

Губкинский портал обучения: x +

← → ↻ ⓘ Не защищено | [study.gubkin.ru/login/index.php](http://study.gubkin.ru/login/index.php) ⚙ ☆ A Приостановлена ⋮

Приложения Google Speedtest.net by O... Главная | РГУ Нефт... Ввод показаний п... Администрация Ег... My CLC World Яндекс » | Другие закладки

Вы не вошли в систему

 **ЦЕНТР ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

Поиск курса 🔍

РУССКИЙ (RU) ▾

[В начало](#) » [Вход на сайт](#)

**Вход**

Логин / адрес электронной почты

Пароль

☐ Запомнить логин

**ВХОД**

[Забыли логин или пароль?](#)

В Вашем браузере должен быть разрешен прием cookies ⓘ

Некоторые курсы, возможно, открыты для гостей

**ЗАЙТИ ГОСТЕМ**

**Вы в первый раз на нашем сайте?**


Уважаемые пользователи!

Для создания учетной записи на Едином образовательном портале РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина Вам потребуется выполнить несколько простых шагов:

1. кликнуть "Создать учетную запись";
2. максимально полно указать свои данные в форме "Новая учетная запись";
3. подтвердить адрес электронной почты путем перехода по ссылке из почтового клиента или интерфейса.

Обращаем Ваше внимание, что преподаватели имеют право в одностороннем порядке регулировать режимы доступности собственных курсов. При возникновении вопросов обращайтесь в Центр дистанционного образования по электронной почте [cdo@gubkin.ru](mailto:cdo@gubkin.ru).

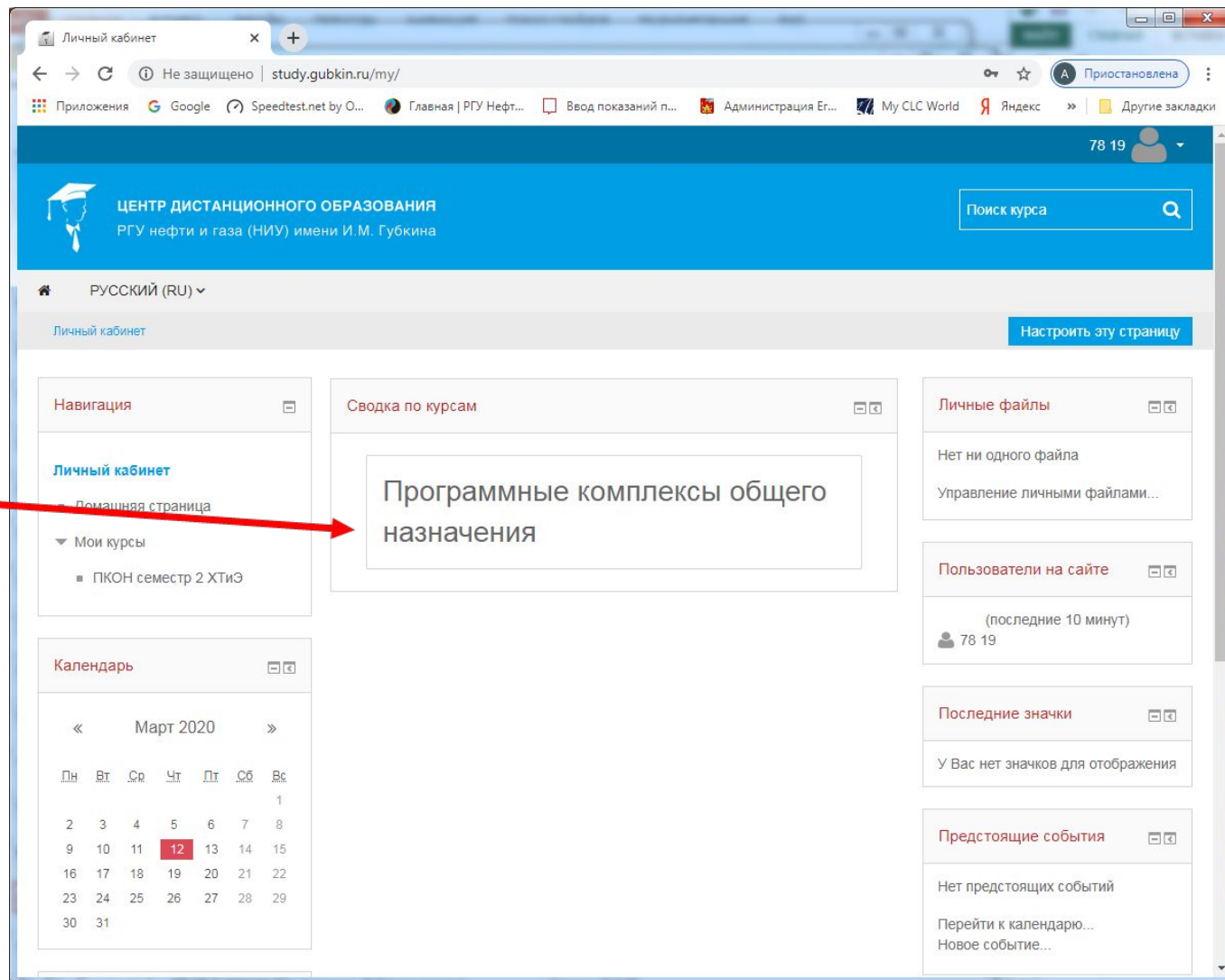
**СОЗДАТЬ УЧЕТНУЮ ЗАПИСЬ**

 **ЦДО**    ИНФОРМАЦИЯ    КОНТАКТЫ    СОЦИАЛЬНЫЕ СЕТИ

# К тестированию

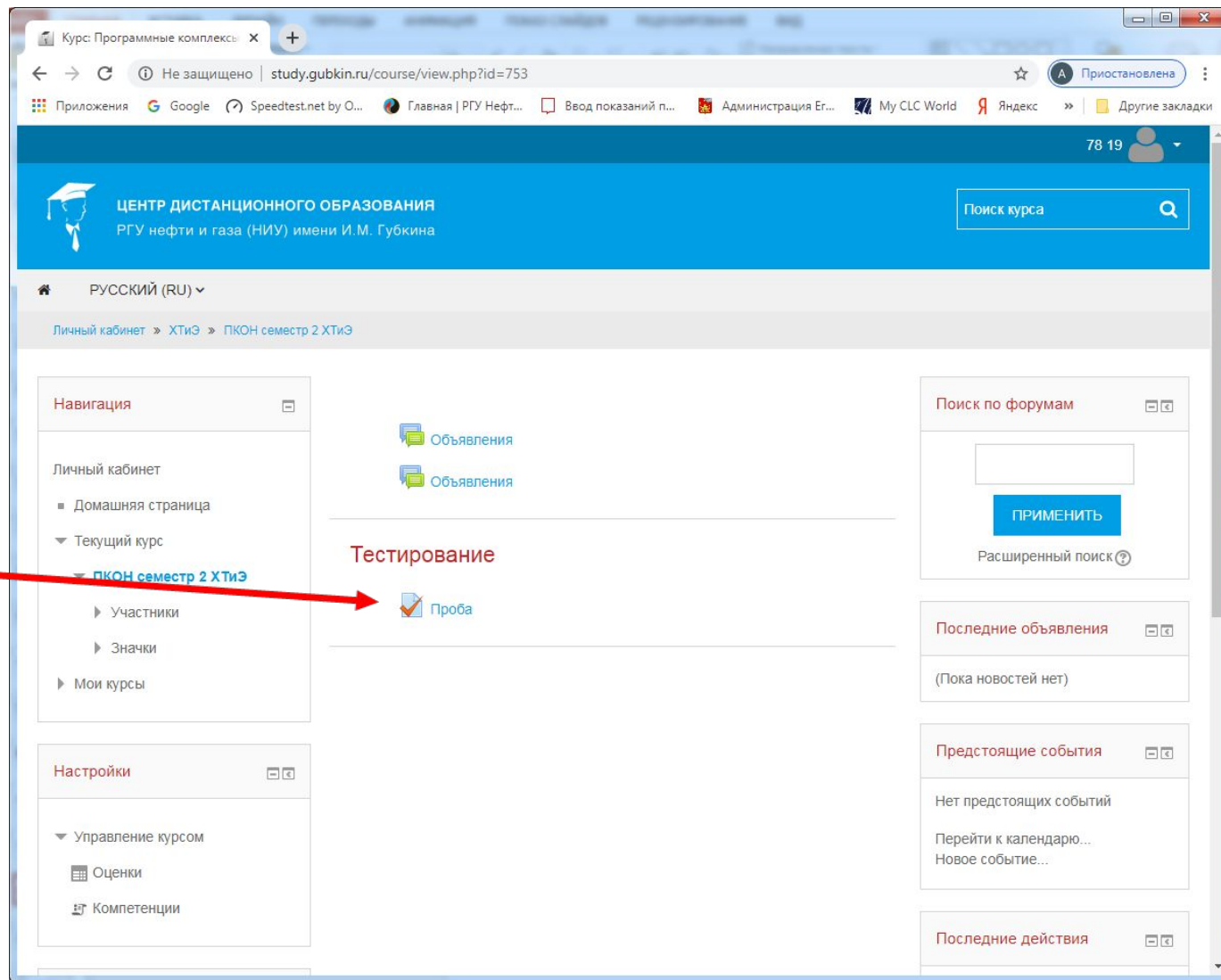
Губкинский портал обучения: [study.gubkin.ru](http://study.gubkin.ru)

Жмёте на  
свой курс



# К тестированию

Губкинский портал обучения: [study.gubkin.ru](http://study.gubkin.ru)



Щёлкаете  
по нужному  
тесту и  
выполняете  
его

# К тесту №1

Какие числа будут выведены на экран в результате выполнения сценария?

```
x =[-41 -71 82 3 -5 10 -71 12 ];
```

```
for i=2:5
```

```
    if x(i)>x(i+1)
```

```
        disp(x(i))
```

```
    else disp('X')
```

```
end
```

```
end
```

☒ 82

☐ -41

☒ 3

☐ -71

☐ -5

# К тесту №1

Что будет выведено в командное окно в результате выполнения сценария ?

```
x=-2; z=8; m=-7;
```

```
if ~ (x-m>5) & x+z>=3 | ~ (m+z>3) | abs(x+z-m)<3
```

```
    disp('true')
```

```
else disp(x+z+m)
```

```
end
```

**true**